This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

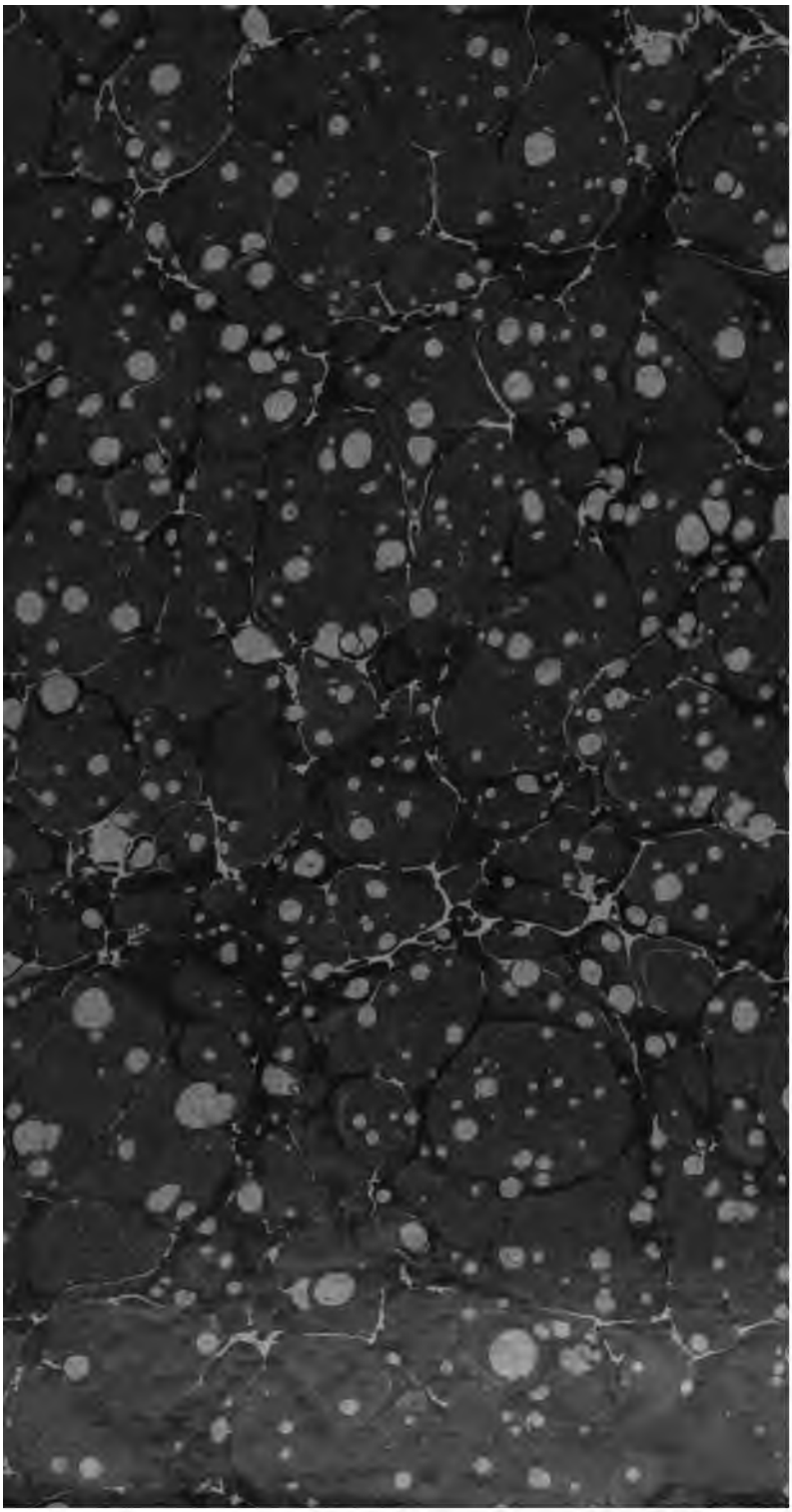
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

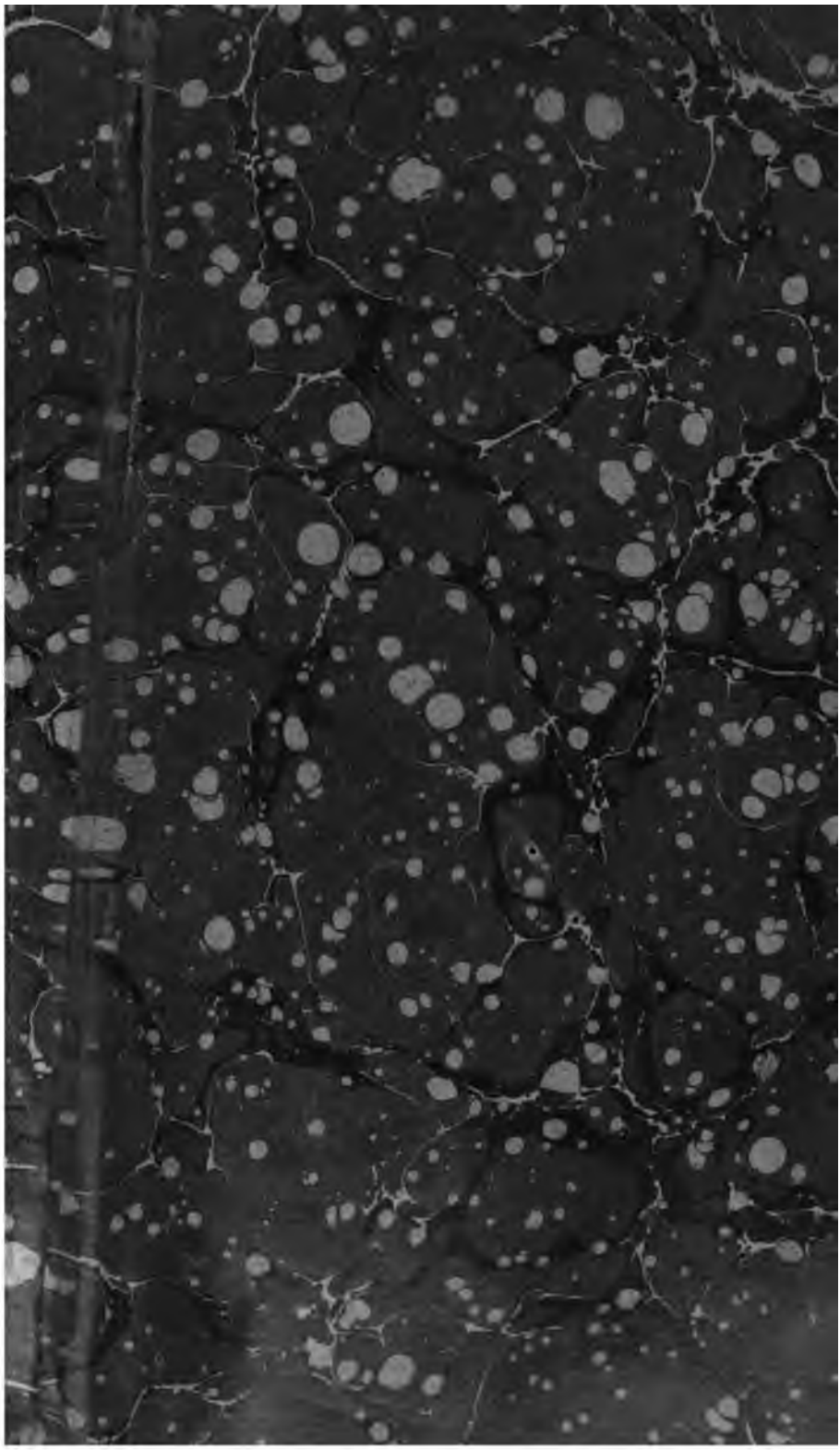
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Stanford University Libraries
6105 000 663 166





42585

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE.

BAND 2.

ANNALEN
DER
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH
F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN

VIERTE FOLGE.

BAND 2.

DER GANZEN REIHE 307. BAND.

KURATORIUM:
F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG
DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT
UND INSBESONDERE VON
M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON
PAUL DRUDE.

MIT FÜNF FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1900.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

LIBRARY OF THE
LELAND STANFORD JR. UNIVERSITY.
Q. 51179
APR 13 1900

Inhalt.

Vierte Folge. Band 2.

Fünftes Heft.

		Seite
1.	G. Tammann. Ueber die Grenzen des festen Zustandes IV	1
2.	M. Abraham. Elektrische Schwingungen in einem frei endigenden Draht	32
3.	J. Stark. Aenderung der Leitfähigkeit von Gasen durch einen stetigen elektrischen Strom	62
4.	N. Umow. Ueber eine Methode objectiver Darstellung der Eigenschaften des polarisirten Lichtes	72
5.	H. du Bois und A. P. Wills. Ueber magnetische Schirmwirkung	78
6.	H. du Bois und H. Rubens. Panzergalvanometer	84
7.	G. Jaumann. Rotirendes Magnetfähnchen	96
8.	E. Gehrcke. Ueber die Wärmeleitung verdünnter Gase. Mit einer Einleitung von E. Warburg	102
9.	Th. Middel. Deformation durch Erwärmung als Ursache für die thermische Veränderung der Empfindlichkeit von Waagen	115
10.	St. Meyer. Ueber die Additivität der Atomwärmen	135
11.	H. Wanner. Photometrische Messungen der Strahlung schwarzer Körper	141
12.	W. Kaufmann. Elektrodynamische Eigentümlichkeiten leitender Gase	158
13.	K. R. Johnson. Ueber den Extrastrom beim Unterbrechen eines elektrischen Stromkreises	179
14.	C. Bender. Brechungsexponenten normaler Salzlösungen	186
15.	M. Eschenhagen. Werte der erdmagnetischen Elemente zu Potsdam für das Jahr 1899	197
16.	E. Pringsheim. Bemerkungen zu einem Versuche des Hrn. Mathias Cantor	199

Ausgegeben am 16. Mai 1900.

Sechstes Heft.

Seite

1. G. Mie. Elektrische Wellen an zwei parallelen Drähten . . 201
2. L. Kallir. Ueber den Verlauf des Unterbrechungsfunkens im Wechselstromkreise bei Metallelektroden, insbesondere bei Quecksilberelektroden 250
3. A. Abt. Thermoelektromotorische Kraft einiger Metalloxyde und Metallsulfide in Verbindung miteinander und mit einfachen Metallen bei 100° Temperaturunterschied der Berührungsstellen 266
4. A. Schmauss. Ueber anomale elektromagnetische Rotationsdispersion 280
5. E. Warburg. Ueber die Spitzenentladung 295
6. H. du Bois. Magnetische Präcisionswaage 317
7. G. A. Hemsalech. Ueber das Bandenspectrum des Aluminiums 331
8. O. Behrendsen. Das Verhalten des „Radiums" bei tiefer Temperatur 335
9. H. Frank. Ueber den Einfluss des Härtens, Abschreckens und der Temperaturcyklen auf das magnetische Moment und den Temperaturcoefficienten permanenter Stahlmagnete . . . 338
10. P. Lenard. Erzeugung von Kathodenstrahlen durch ultraviolettes Licht 359
11. A. Lindemann. Untersuchungen über die Beeinflussung der Länge der von einem Righi'schen Erreger ausgesandten elektrischen Wellen durch Drähte, welche der Primärleitung angehängt werden 376
12. M. Reinganum. Theoretische Bestimmung des Verhältnisses von Wärme- und Elektricitätsleitung der Metalle aus der Drude'schen Elektronentheorie 398
13. Zemplén Győző. Ueber die Grundhypothesen der kinetischen Gastheorie 404
14. G. Quincke. Ueber die Dicke der Uebergangsschichten (couches de passage) und die Wirkungsweite der Molecularkräfte . . . 414
15. K. v. Wesendonck. Ueber Einwirkung eines Glühkörpers auf leuchtende Entladungen 421
16. G. Tammann. Berichtigung zur Arbeit: „Ueber die Grenzen des festen Zustandes IV" 424

Ausgegeben am 15. Juni 1900.

Siebentes Heft.

Seite

1. J. Elster und H. Geitel. Ueber Elektricitätszerstreuung in der Luft 425
2. P. Lewis. Ueber den Einfluss kleiner Beimengungen zu einem Gase auf dessen Spectrum 447
3. P. Lewis. Ueber Fluorescenz und Nachleuchten bei der elektrischen Entladung in Stickstoff 459
4. M. Th. Edelmann. Studien über die Erzeugung sehr hoher Töne vermittelst der Galtonpfeife (Grenzpfeife) 469
5. R. Lang. Ueber die magnetische Kraft der Atome 483
6. K. R. Johnson. Ueber den Oeffnungsstrom in einem verzweigten Stromkreise 495
7. L. Holborn und A. Day. Ueber das Luftthermometer bei hohen Temperaturen 505
8. F. Kurlbaum. Temperaturdifferenz zwischen der Oberfläche und dem Innern eines strahlenden Körpers 546
9. M. Toepler. Ueber die Abhängigkeit des Charakters elektrischer Dauerentladung in atmosphärischer Luft von der dem Entladungsraume continuirlich zugeführten Elektricitätsmenge, nebst einem Anhange zur Kenntnis der Kugelblitze 560
10. C. Liebenow. Zur Thermodynamik der Thermoketten, Erwiderung auf die Bemerkungen des Hrn. W. Voigt 636

Ausgegeben am 11. Juli 1900.

Achtes Heft.

1. O. Lehmann, Structur, System und magnetisches Verhalten flüssiger Krystalle und deren Mischbarkeit mit festen 649
2. H. Ebert und B. A. Hoffmann, Elektricitätserregung in flüssiger Luft 706
3. Victor Hensen. Die Triebkraft für die Tonschwingung in den Labialpfeifen und die Lamellentöne 719
4. C. Runge. Ueber das Spectrum des Radium 742
5. K. v. Wesendonck. Weiteres zur Thermodynamik 746
6. A. Winkelmann. Einwirkung einer Funkenstrecke auf die Entstehung von Röntgenstrahlen 757
7. E. Marx. Ueber den Potentialfall und die Dissociation in Flammengasen 768
8. E. Marx. Ueber das Hall'sche Phänomen in Flammengasen 798

Seite

9. E. Riecke. Ueber das Verhältnis der Leitfähigkeiten der Metalle für Wärme und für Elektricität 835
10. F. M. Exner. Notiz zu Brown's Molecularbewegung . . . 843
11. I. Klemenčič. Ueber den inneren Widerstand des Westonelementes 848
12. W. König. Zwei Erwiderungen 854
13. E. Cohen. Elektromotorische Kraft des Westonelementes, Bemerkung zu einer Arbeit des Hrn. W. Marek 863

Ausgegeben am 9. August 1900.

Nachweis zu den Figurentafeln.

Taf. I. Umow, Figg. 1—5.
„ II. Schmauss.
„ III u. IV. Lehmann, Figg. 1—169.
„ V. Hensen, Figg. 2—19.

1900. № 5.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 2.

1. *Ueber die Grenzen des festen Zustandes IV; von G. Tammann.*

Im März des vorigen Jahres wurde die Schmelzcurve des Eises bis zu Drucken von 2200 Atm. verfolgt. Wegen Eintrittes warmer Witterung musste damals die Untersuchung abgebrochen werden. Die Resultate dieser vorläufigen Untersuchung forderten eine Erweiterung derselben, die im folgenden November begonnen und im Februar dieses Jahres zu einem gewissen Abschluss gebracht wurde.

Das jetzt untersuchte Zustandsgebiet erstreckt sich von 0^0 bis -80^0 bei 1 bis 3200 Atm. und ausserdem über zwei schmale Streifen: von -22^0 bis -15^0 bei 3200 bis 4000 Atm. und beim Druck 1 Atm. von -80^0 bis -180^0.

Es hat sich herausgestellt, dass innerhalb dieses Zustandsgebietes der Stoff Wasser in vier Zuständen, als flüssiges Wasser, als gewöhnliches Eis (I) und ferner noch als Eis II und Eis III bestehen kann. Besondere Beachtung verdienen die Umwandlungscurven der beiden letzteren Eisarten ins gewöhnliche Eis, weil dieselben beide rückläufig sind, es auf jeder derselben *bei demselben Druck zwei Gleichgewichtstemperaturen* giebt.

Zur folgenden Untersuchung diente ein neues Arbeitsmanometer von Schäffer und Budenberg mit einer Teilung bis 10000 Atm. Ein Teilstrich besitzt die mittlere Länge von 2 mm und entspricht 20 Atm. Dieses Manometer war bis 2000 Atm. direct mit der Manometerwaage ausgewogen und wurde vor und nach den Messungen mit einem empfindlicheren, ebenfalls von Schäffer und Budenberg genau ausgewogenen Manometer bis 2000 Atm. verglichen. Die Angaben des Arbeitsmanometers waren bei 2000 Atm. vor der Untersuchung um 5 Atm. höher, als nach Beendigung derselben. Die absoluten

Werte der Drucke bis 2300 Atm. dürften um nicht mehr als 10 Atm. fehlerhaft sein. Um ebensoviel weichen wohl auch die Angaben zweier Manometerwaagen oder zweier Taitmanometer voneinander ab. Es scheint dieser Fehler die minimale Fehlergrenze zu sein. Die Correctionen der Angaben des Arbeitsmanometers beim Beginn der Untersuchungen waren folgende: zwischen 100 und 500 Atm. — 28 Atm., zwischen 500 und 1500 Atm. — 20 Atm. und zwischen 1500 bis 2000 Atm. — 25 Atm. Nach Beendigung der Untersuchung waren von den Angaben des Arbeitsmanometers zwischen 100 bis 500 Atm. 27 Atm., zwischen 500 bis 1500 Atm. 22 Atm. und zwischen 1500 bis 2000 Atm. 30 Atm. abzuziehen. Es wurde ausschliesslich die erste Correctionstabelle benutzt.

Die Temperaturen oberhalb — 30° wurden mit einem in $^1/_{10}$ Grad geteilten Quecksilberthermometer und unterhalb — 20° mit einem in $^1/_2$ Grad geteilten Toluolthermometer von Fuess gemessen. Die Correctionen der Thermometer waren in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt bestimmt.

Die Abkühlung bis — 20° wurde in einer Mischung von Schnee und Kochsalz vorgenommen, unterhalb — 20° wurde Kohlensäureschnee und Aether benutzt. Um an Abkühlungsmaterial zu sparen, wurden einige Vorversuche in einem kleineren Stahlcylinder von 8,5 kg angestellt. Dieser Cylinder hielt bei Zimmertemperatur den Druck von 3000 Atm. mehrere Male im Laufe $^1/_4$ Stunde aus. Nach Abkühlung in einer Chlorcalciumhydrat- und Schneemischung auf — 40° wurde der Druck langsam auf 2800 Atm. gesteigert und nach einigen Minuten auf 2200 Atm. erniedrigt. Bei diesem Druck erfolgte unter lautem Knall der Bruch im oberen Cylinderteil, der die Mutter der Verschlussschraube trug und durch letztere wurde Hr. G. Rühll, der mir, wie früher, in dankenswerter Weise behülflich war, nicht unerheblich verletzt. Bei tieferen Temperaturen ist also besondere Vorsicht geboten. Nach dieser Erfahrung wurde ausschliesslich der grosse Druckcylinder von 32 kg Gewicht und einer inneren Capacität von 100 ccm aus weichem Stahl benutzt. In diesen Cylinder wurden 40 oder 80 ccm Wasser gegossen und der Cylinder, sowie die Presspumpe mit Toluol oder einer Mischung von Toluol und Petroleumäther zu gleichen Teilen, um das Eis einem allseitig

möglichst gleichen Druck auszusetzen, gefüllt. Um einer Verwechslung von Zustandsänderungen der Hülfsflüssigkeiten mit Zustandsänderungen des Wassers vorzubeugen, wurde durch besondere Versuche festgestellt, dass jene Mischung bei -80^0 und 3200 Atm. nicht krystallisirt und dass die Schmelzcurve des käuflichen Toluols folgenden Verlauf hat: -80^0 1355 Atm., -70^0 1860 Atm. und -60^0 2510 Atm. Um dem Einwand, dass durch Löslichkeit der Hülfsflüssigkeiten die Umwandlungscurven der verschiedenen Eisarten verschoben sein können, zu begegnen, wurden Versuche mit sehr verschiedenen Mengen der Eisarten, dann solche bei vollständiger Abwesenheit der Hülfsflüssigkeiten und schliesslich solche in Gegenwart von Schwefelsäurelösungen angestellt. All diese Versuche zeigen, dass die Anwendung jener Hülfsflüssigkeiten auf die Lage der Umwandlungscurven ohne Einfluss ist.

I. Die Schmelzcurve des gewöhnlichen Eises (I) von 0^0 bis -20^0.

Zur Feststellung dieser Curve kamen zwei verschiedene Verfahren in Anwendung, das Verfahren willkürlicher Druck- oder Volumenänderungen bei constanter Badtemperatur und das Verfahren willkürlicher Temperaturänderungen bei constant erhaltenem Volumen.

1. Das Verfahren willkürlicher Druckänderungen bei constanter Badtemperatur ist früher[1]) ausführlich beschrieben worden. Es beruht darauf, dass nach einer willkürlichen Volumenverkleinerung eines Gemenges von Krystallen und ihrer Schmelze der Druck durch Bildung der Phase kleineren specifischen Volumens zuerst schneller, dann langsamer zum Gleichgewichtsdruck hin zurückfällt. Nach einer willkürlichen Druckerniedrigung erfolgt das Gegenteil. Betragen die willkürlichen Druckänderungen je 200 Atm., so sind, wenn man nach jeder Aenderung 10 Min. wartet, die Enddrucke um 40—100 Atm. verschieden. Durch Wiederholung der Druckänderungen gelangt man zu Enddrucken, die um 10—20 Atm. differiren. Diese Differenzen findet man in Klammern neben dem Mittel aus den beiden Enddrucken, dem Gleichgewichtsdruck. Auf

1) Wied. Ann. 68. p. 254. 1899.

Erhaltung unveränderter Badtemperatur wurde besonders geachtet. Die grössten Temperaturschwankungen betrugen im Laufe einer Stunde $\pm 0{,}01^{0}$.

Tabelle I.

$-t_{cor.}$	$p_{cor.}$ Atm.		$-t_{cor.}$	$p_{cor.}$ Atm.	
+20,59	2092	(9)	+10,11	1166	(28)
20,56	2090	(10)	10,11	1171	(18)
20,54	2091	(9)	7,98	955	(20)
17,60	1835	(20)	7,12	819	(22)
17,64	1843	(10)	5,98	720	(6)
17,60	1843	(13)	4,00	504	(18)
17,59	1842	(15)	4,00	501	(7)
13,62	1506	(22)	2,00	268	(9)
13,39	1487	(15)	2,02	267	(6)

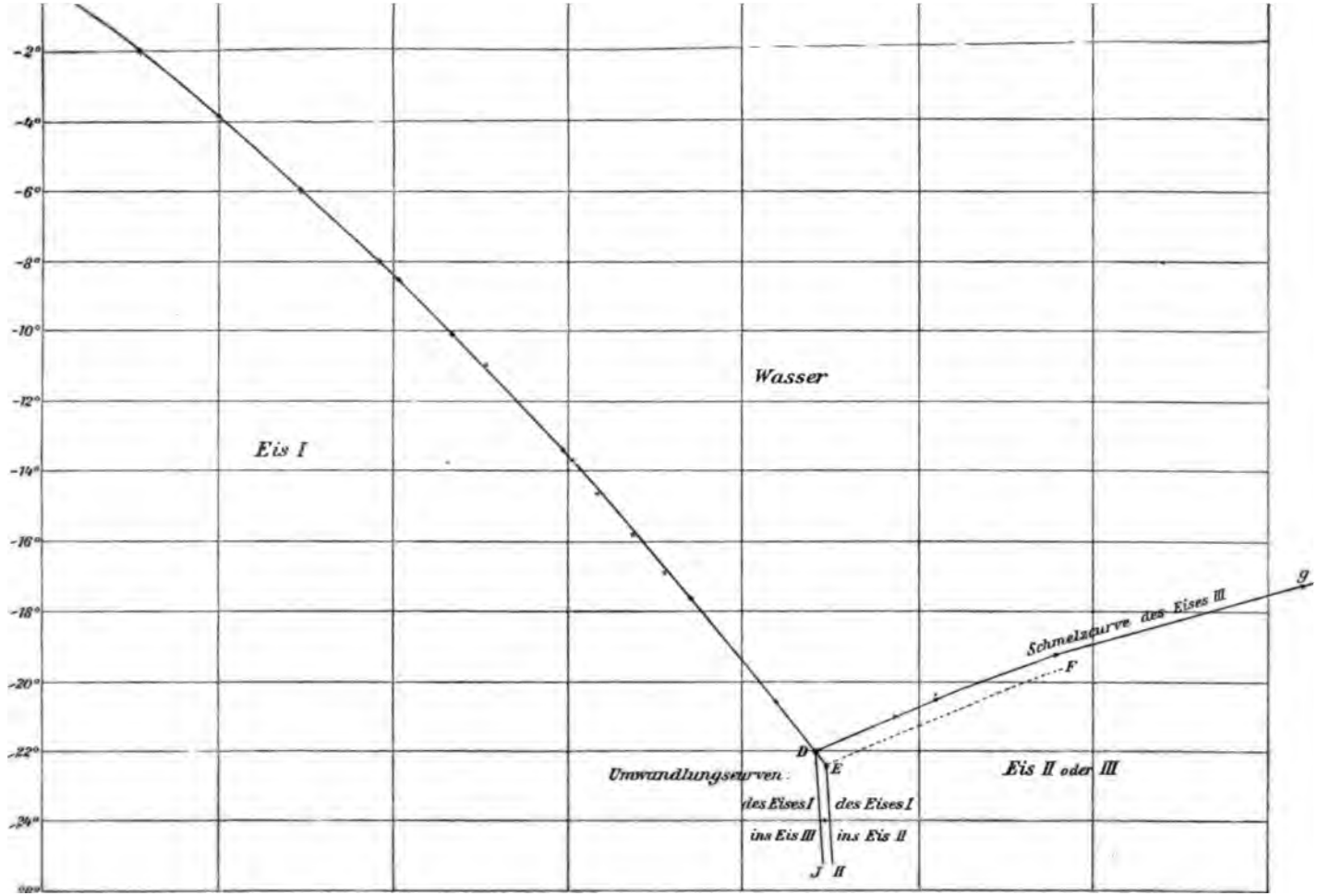
In Fig. 1 findet man diese Punkte mit stehenden Kreuzen bezeichnet.

2. Da die Volumenänderung bei der Schmelzung des Eises recht bedeutend ist, so konnte hier zur Feststellung der Schmelzcurve auch das Verfahren willkürlicher Temperaturänderungen bei constant erhaltenem Volumen angewandt werden. Solange noch Eis und Wasser vorhanden sind, muss sich der Druck auf der Schmelzcurve bewegen, wenn die Temperatur des Bades mit der des Eis-Wassergemenges übereinstimmt. Damit es zu dieser Uebereinstimmung kommt, wurde 30—40 Min. nach jeder willkürlichen Temperaturänderung gewartet. Während dieser Zeit wurde die Badtemperatur bis auf $\pm 0{,}02$ unverändert erhalten. Schliesslich wurden die Temperatur und der Druck notirt.

Tabelle II.

Zeit	$-t_{cor.}$	$p_{cor.}$ Atm.
$4^{h}\ 5^{m}$	−16,9	1775
4 40	−15,8	1692
5 20	−14,6	1585
5 40	−13,7	1515
6 20	−10,9	1270
7 0	− 8,5	1015

Zum Schluss wurde der Gefrierpunkt des Wassers, das eine Woche lang mit Petroleumäther und Toluol in Berührung


-2°
-4°
-6°
-8°
-10°
-12°
-14°
-16°
-18°
-20°
-22°
-24°
Eis I
Wasser
Schmelzcurve des Eises III
g
F
D
E
Umwandlungscurven
des Eises I
ins Eis III
des Eises I
ins Eis II
Eis II oder III
J
II

gewesen war, bestimmt. Waren Eis und Wasser zu gleichen Teilen vorhanden, so lag der Gefrierpunkt dieses Wassers beim Druck 1 Atm. bei $-0{,}10^0$ cor.

In Fig. 1 findet man die Punkte der Tab. II mit liegenden Kreuzen bezeichnet. Die Differenzen zwischen beiden Versuchsreihen steigen auf $0{,}1^0$, entsprechend 10 Atm.

Die folgende Tabelle giebt die von $2{,}5^0$ zu $2{,}5^0$ graphisch interpolirten Schmelzdrucke. Zwischen $-2{,}5$ und -20^0 krümmt sich die Schmelzcurve deutlich zur Druckaxe hin. Berücksichtigt man, dass bei der Schmelzung der Eismenge, die eine Calorie verbraucht, eine Contraction von 0,001336 cbm eintritt, so würde dT/dp pro Atm.

$$-0{,}001336 \cdot \frac{273}{42{,}6} \cdot 1{,}033 = 0{,}00884^0$$

bei 0^0 sein. Vergleicht man diesen Wert mit dem dT/dp-Werten der Tab. III, so ersieht man, dass oberhalb $-2{,}5^0$ die Schmelzcurve einen Wendepunkt hat. Es hängt dieser Wendepunkt wohl mit dem Umstande zusammen, dass sich bei den Schmelzcurvenpunkten oberhalb $-2{,}2^0$ das mit dem Eise im Gleichgewicht befindliche Wasser bei Erwärmung zusammenzieht, unterhalb dieses Punktes aber ausdehnt.

Tabelle III.

$-t$	p Atm.	Δp	$-\frac{\Delta t}{\Delta p} \times 10^4$	$-\frac{\Delta p}{\Delta t}$
0,1	1			
		335	74	135
2,5	336			
		279	90	112
5,0	615			
		275	91	110
7,5	890			
		265	94	106
10,0	1155			
		250	100	100
12,5	1410			
		215	116	86
15,0	1625			
		210	119	84
17,5	1835			
		207	116	81
20,0	2042			
22,1	2200			

II. Die Schmelzcurven der Eisarten II und III.

Ausser der Schmelzcurve des gewöhnlichen Eises (I) giebt es noch zwei Schmelzcurven zweier bisher unbekannter Eisarten, die, während die Schmelzcurve des gewöhnlichen Eises mit steigendem Druck zu tieferen Temperaturen geht, zu höheren Temperaturen ansteigen. Um auf eine dieser Schmelzcurven zu gelangen, bedarf es eines kleinen Kunstgriffes. Steigert man zwischen -16^{0} bis -22^{0} den Druck über den Schmelzdruck einer der neuen Eisarten, so tritt ihre spontane Bildung, was ja so häufig stattfindet, nicht sobald ein. Im Laufe einer halben Stunde bildet sich bei -21^{0} unter 3000—35000 Atm. in 40 ccm kein Kern jener Eisarten, das Wasser bleibt flüssig. Um auf die Schmelzcurven der Eisarten II und III zu gelangen, muss man die Temperatur des gewöhnlichen Eises unter -22^{0} erniedrigen und den Druck auf mindestens 2400 Atm. steigern. Erniedrigt man die Temperatur auf -30^{0} bis -60^{0}, so erhält man das Eis III, bei -80^{0} das Eis II. Verkleinert man nun das Volumen bis zur vollständigen Umwandlung des Eises I, so gelangt man bei Erwärmung, wobei der Druck am besten auf 2500 Atm. oder höher zu halten ist, auf eine der Schmelzcurven, je nachdem welche der Eisarten man hatte entstehen lassen.

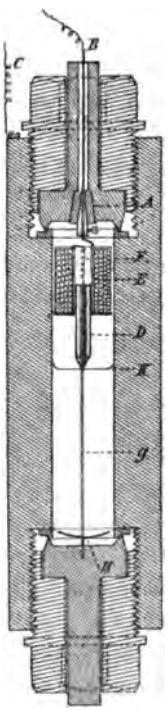


Fig. 2.

Um bei der Beurteilung der Frage, ob Schmelzung oder Krystallisation vor sich geht, nicht allein aus den Druckänderungen bei constantem Volumen Schlüsse zu ziehen, wurde in den Versuchscylinder ein von Hrn. G. Rühll construirter Unterbrecher untergebracht, der den grossen Viscositätssprung bei der Krystallisation anzeigte. Fig. 2 giebt einen Durchschnitt durch den grossen Stahlcylinder. Das obere Verschlussstück aus Stahl ist durchbohrt und mit dem Ebonitconus *A*, durch den ein conischer Kupferdraht, *B*, führt, geschlossen. Verbindet man die Drahtenden *C* und *B* mit einer Stromquelle, so tritt

der Strom durch den Draht B in die Spule E und durch den Draht F in den Eisenkörper D, durch den Platindraht G in den Platinteller H und den Stahlcylinder in den Draht C. In den Stromkreis waren ferner noch eine Glühlampe und ein unempfindliches Ampèremeter geschaltet. Bis K stand das Wasser, über demselben befand sich die Mischung von Petroleumäther und Toluol. War alles flüssig, so spielte bei Stromschluss der Unterbrecher, die Lampe brannte flackernd und rotglühend, und das Ampèremeter zeigte 0,25 Amp. War der Unterbrecher bei der Krystallisation vom Platinteller abgehoben, was gewöhnlich bei der Bildung des Eises I eintrat, so ging nach Stromschluss nur ein Strom von wenigen Milliampère durchs Eis. War der Unterbrecher auf seiner Unterlage angedrückt, was besonders bei der Bildung der Eisarten II und III aus dem Eise I stattfand, so zeigte das Ampèremeter 0,75 Amp. und die Lampe brannte constant weissglühend. Mit diesem Unterbrecher ist das ganze untersuchte Zustandsgebiet durchsucht worden. Kleine Viscosität, flackernd rotglühendes Brennen, wurde nur oberhalb der Schmelzcurven der Eisarten I und III, oberhalb der Curven BD und DG (Fig. 1), constatirt, unterhalb derselben, Unterkühlungen ausgeschlossen, arbeitete der Unterbrecher nicht.

1. Bestimmungen bei constanter Temperatur.

Nachdem alles zusammengestellt war und auf vollkommen Schluss nach Schliessung des Hahnes bei 4000 Atm. geprüft war, wurde nach Druckerniedrigung auf 100 Atm. der Versuchscylinder auf -21^{0} in Salz und Schneemischung abgekühlt und das gewöhnliche Eis gebildet. Dann wurde der untere Teil des Cylinders in Schnee-Chlorcalciummischung weiter abgekühlt und schliesslich nach Bildung des Eises III durch Drucksteigerung auf 2500 Atm. der Cylinder wieder in das Schnee-Salzbad zurückgebracht. Zur Bildung von Wasser wurde der Druck auf 2270 Atm. gebracht, und bei constantem Volumen die durch Schmelzung, bez. nach einer Drucksteigerung die durch Krystallisation hervorgerufenen Druckänderungen beobachtet. Die Anfangs- und Enddrucke findet man in folgender Tabelle.

Tabelle IV.

Zeit	Druck	Temp.	$t_{cor.}$	$p_{cor.}$
$2^h 14^m$	2270			
		−21,15		
27	2338			
			−21,03	2394 (162)
30	2525			
		−21,15		
37	2500			
42	2398			
		−21,15		
57	2420			
			−21,03	2880 (170)
58	2630			
		−21,15		
3 20	2590			

Nach Drucksteigerung auf 2800 wurde die Badtemperatur auf −20,6° gehoben.

$4^h 28^m$	2400			
		−20,6		
50	2500			
			−20,5	2570 (190)
52	2718			
		−20,6		
60	2690			
5 3	2290			
		−20,6		
14	2420			
			−20,5	2547 (305)
16	2770			
		−20,6		
29	2725			

Nach Druckerniedrigung auf 2300 schmolz, wärend die Badtemperatur auf −20,0° stieg, unter Druckanstieg in 30 Min. das Eis III, und nach Stromschluss arbeitete der Unterbrecher, während er vorher von seiner Unterlage nicht gehoben werden konnte.

2. Bestimmungen bei constantem Volumen und steigender Temperatur.

Erhält man das Volumen eines Stoffes, der sich anfangs im krystallisirten Zustande befindet, constant und steigert die Temperatur langsam, so wird der Druck vor und nach der Schmelzung sich langsamer ändern als während der Schmelzung. Geht die Schmelzung bei constantem Druck unter Volumenvergrösserung vor sich, so wird der Druck während der Schmelzung schneller als vor und nach derselben steigen; tritt beim Schmelzen Contraction ein, so wird der Druck während derselben fallen, vor und nach derselben aber steigen. Nach

diesem Verfahren wären wohl am bequemsten die Punkte einer Schmelzcurve in der Nähe ihres Maximums zu bestimmen, da das Verfahren willkürlicher Volumenänderungen bei constanter Temperatur überall, wo es sich um kleine Volumenänderungen und bedeutende Schmelzwärmen handelt, sehr zeitraubend wird, und an Sicherheit verliert, je näher man dem maximalen Schmelzpunkt kommt.

Zwei Versuche bei constantem Volumen sind in Fig. 3 graphisch dargestellt. Man überblickt die Abhängigkeit der direct abgelesenen Drucke und Temperaturen. Der eine Ver-

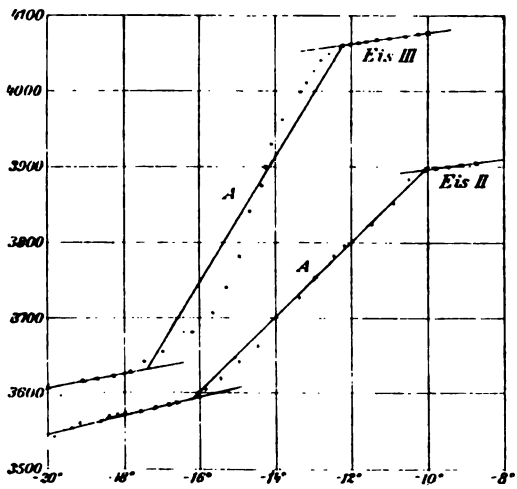


Fig. 3.

such bezieht sich auf die Schmelzung von Eis II, der andere auf die von Eis III. Das eine Mal kam man von der Umwandlungscurve des Eises I in das Eis II, das andere Mal von der des Eises I in das Eis III. Man unterscheidet deutlich die Perioden des langsamen Druckanwachses, solange alles krystallisirt oder alles flüssig ist, von der Periode des Schmelzens, während der der Druck mit steigender Temperatur im Laufe von $1^1/_2$ Stunden (0,6° Temperatursteigerung pro 10 Min.) viel schneller anwächst. War der Druck bis *A* gestiegen (vgl. Fig. 3), so fing der Unterbrecher an zu arbeiten, es handelt sich hier also sicher um Schmelzung. Der Druck und die Temperatur des Beginnes der Schmelzung geben einen Punkt der Schmelzcurve. Durch zu schnelle Temperatursteigerung des Bades könnte

für den Druck der beginnenden Schmelzung eine zu hohe Temperatur notirt werden. Andererseits kann, wenn der Stoff nicht chemisch homogen ist, die Schmelzung bei zu niedriger Temperatur beginnen. Diese möglichen Fehlerquellen scheinen hier nur wenig gewirkt zu haben, denn der Punkt 3 der Schmelzcurve des Eises III, Tab. V, liegt nur um 0,1° höher als der entsprechende Punkt der Tab. IV, bestimmt nach dem Verfahren willkürlicher Druckänderungen bei constanter Temperatur. Ausserdem ordnen sich auch die Punkte 1 und 2 der Tab. V mit denen der Tab. IV in einen continuirlichen Curvenzug, in den auch der sicher bestimmte Tripelpunkt *D* (vgl. Fig. 1) fällt. Die Schmelzcurve des Eises III krümmt sich deutlich zur Druckaxe. Die Interpolationsformel

$$t^0 - 22{,}0^0 = 0{,}00438\,(p - 2200) - 77 \times 10^{-8}(p - 2200)^2$$

giebt das durchmessene Stück wieder. Extrapolirt man, so findet man, dass der maximale Schmelzpunkt des Eises III bei 5040 Atm. und −15,8° liegen würde.

Tabelle V.

Beginn der Schmelzung.

				Enddruck	
		$t_{cor.}$	$p_{cor.}$	$p_{2\,uncor.}$	$p_{1\,uncor.}$
Eis II	?	−16,1	3565	3892	3667
Eis III	1.	−17,3	3605	4060	3680
Eis III	2.	−19,2	2895	3460	2990
Eis III	3.	−20,4	2555	—	—

Ausserdem geben diese Versuche die Möglichkeit, das Verhältnis der Volumenänderungen beim Schmelzen ganz in der Nähe der Schmelzcurve des Eises III zu bestimmen. Die Drucksteigerung, die allein von der Schmelzung herrührt, erhält man, wenn man vom Druck p_2, der bei der vollständigen Schmelzung erreicht wurde, den Druck p_1 subtrahirt, der bei der Temperatur der vollständigen Schmelzung erreicht worden wäre, wenn die Schmelzung nicht eingetreten wäre. Bezeichnet *m* das Volumen, das man bei constanter Temperatur in das Gefäss mit seinem Inhalt pressen muss, damit der Druck um 1 Atm. ansteigt, so ist die Volumenänderung beim Schmelzen

$\Delta v = m(p_2 - p_1)$. Bei 3000 Atm. wurde $m = 0{,}0027$ ccm und bei 3800 Atm. $m = 0{,}0025$ ccm pro 1 Atm. gefunden. Für 40 g Wasser ergiebt sich Δv zu 1,27 bez. 0,95 ccm, oder pro 1 g Wasser zu 0,032 ccm bei 3000 Atm. und zu 0,024 ccm bei 3800 Atm. Die Volumenänderung Δv nimmt mit steigendem Druck auf der Schmelzcurve des Eises ab, man hat also, abgesehen von der Gestalt der Curve, noch ausser dieser einen Grund, auf einen maximalen Schmelzpunkt des Eises III zu schliessen.

Soweit kann man wohl betreffs Interpretation der Versuchsresultate nur einer Meinung sein. Ausserdem ist aber noch ein Punkt, der in der Tab. V als Schmelzpunkt des Eises II bezeichnet ist, bestimmt worden, und gerade dieser Punkt lässt sich nicht gut unterbringen.

Nachdem bei -80° das Eis II gebildet war, bewegte sich beim Erwärmen bis -27° der Druck auf der Umwandlungscurve des Eises I ins Eis II (Fig. 4). Darauf wurde das Eis I vollständig ins Eis II umgewandelt und der Druck auf 3500 Atm. gesteigert. Von -23° bis $-16{,}1^\circ$ stieg der Druck proportional dem Anstieg des Bades, bei letzterer Temperatur begann die Schmelzung, wie aus Fig. 3 ersichtlich. Man hat also allen Grund anzunehmen, dass der fragliche Punkt der Schmelzcurve des Eises II angehört und ihn infolge dessen mit dem Tripelpunkt E zu verbinden. Doch spricht folgender Grund dagegen. In den Tripelpunkten E und D können die Schmelzwärmen der Eisarten II und III nur wenig verschieden sein und betragen ungefähr 60—70 Cal. Ferner ergab sich die Volumenänderung beim Schmelzen des Eises III zu 0,024 ccm pro 1 g bei 3800 Atm. und die des Eises II zu 0,014 ccm bei 3700 Atm. Verbindet man den fraglichen Punkt mit dem Tripelpunkt E, so würde für die Schmelzcurve des Eises II dT/dp zu 0,0050 folgen, während für die des Eises III dT/dp zu 0,0044 gefunden wurde. Die Schmelzwärme des Eises II im fraglichen Punkt könnte also nur 0,55 der Schmelzwärme des Eises III bei fast demselben Druck und einer um $1{,}5^\circ$ tieferen Temperatur betragen, sie müsste also vom Tripelpunkt E um 30 Cal. abgenommen haben. Es bleibt nur übrig, die Möglichkeit zuzulassen, dass sich während und bald nach der Drucksteigerung auf 3500 Atm. eine neue Eisart gebildet hat.

Die Schmelzcurve des Eises II muss im Tripelpunkt *E* beginnen und anfangs dicht unter der Schmelzcurve des Eises III verlaufen. Wo diese beiden Curven sich schneiden, dafür hat man keine Anhaltspunkte. Ihr Schnittpunkt ist aber ein weiterer Tripelpunkt, in dem die Umwandlungscurve der beiden Eisarten II und III anfängt.

Erwägt man, dass zwischen 2000—3000 Atm. der Abstand der Schmelzcurven nur 0,4° beträgt, berücksichtigt man die Schwierigkeit der Bildung des Eises II und die Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer weiteren neuen Eisart, so wird man den Abbruch der Untersuchung an dieser Stelle entschuldigen.

Tabelle VI.

Schmelzcurve des Eises III.

$t_{cor.}$	$p_{cor.}$	
−22,0	2210	Tripelpunkt *E*
−21,0	2437	bei constanter Temperatur
−20,5	2558	bei constanter Temperatur
−19,2	2895	bei constantem Volumen
−17,3	3605	bei constantem Volumen

III. Die Umwandlungscurve des Eises I ins Eis II.

Erhöht man auf gewöhnlichem Eise bei −80° den Druck bis 2450 bez. 2700 Atm., so fällt der Druck sehr schnell auf 2100—2000 Atm. zurück. Es bildet sich hierbei das Eis II. Da die Volumenänderung beim Uebergang des Eises I ins Eis II 17 Proc. des Volumens des Eises I beträgt, also ungewöhnlich gross ist, und die Umwandlungswärme ungewöhnlich klein ist, so kann man sich zur Festlegung der Umwandlungscurve des Verfahrens langsamer Temperatursteigerung bei constantem Volumen bedienen. Sind anfangs bei −80° die beiden Eisarten in ungefähr gleicher Menge vorhanden, so braucht man nur den Haupthahn des Druckcylinders zu schliessen, um von Zeit zu Zeit den Druck und die Temperatur abzulesen. Der Stahlcylinder wurde zuerst auf −20° gebracht und dann weiter in Aether unter Zufügen von Kohlensäureschnee gekühlt, dieser wurde zugefügt, bis er sich im Aether hielt. Dabei sank die Temperatur auf ungefähr −82° und wurde durch Zufügen von Kohlensäureschnee 1—2 Stunden lang unverändert erhalten.

Dann erst überliess man das Bad sich selbst, da die sich entwickelnden Kohlensäureblasen das Umrühren besorgen. In 10 Stunden stieg die Temperatur von -80^0 bis -20^0.

Die Umwandlungscurve des Eises I ins Eis II wurde dreimal durchmessen. Beim ersten Versuch (Tab. VII) war die Menge der beiden Eisarten ungefähr gleich; ihre Gesamtmenge betrug 80 g. Ausser den Beobachtungen bei constantem Volumen, oder bei geschlossenem Hahn, wurde noch von Zeit zu Zeit das Verfahren willkürlicher Druckänderungen bei fast constanter Temperatur angewandt. Von diesen Beobachtungen sind nur die willkürlich eingestellten Anfangsdrucke und die Enddrucke angegeben.

Beim zweiten Versuch (Tab. VIII) wurde die Menge der Eisarten zwischen -40^0 und -30^0 erheblich geändert. Die Gesamtmenge des Eises betrug 40 g. Schliesslich wurde der dritte Versuch (Tab. X) zur annähernden Bestimmung der Volumenänderungen bei der Umwandlung angestellt. Dabei wurde die Menge der Eisarten in noch weiteren Grenzen geändert. Beim zweiten und dritten Versuch befand sich der Unterbrecher im Cylinder. Im übrigen werden die Bedingungen des ersten Versuches eingehalten.

Tabelle VII.

Umwandlungscurve des Eises I ins Eis II.

Zeit	$-t_{cor.}$	$p_{cor.}$ Atm.	
$11^h\ 55^m$	80,3	1896	geschlossener Hahn
60	80,0	1896	
$12^h\ 5^m$	79,8	1896	
15	79,8	1896	
26	79,3	1785	willkürl. Druckänderung
29		1825	$-79,2$ 1872 (105)
30	79,1	1945	
33		1930	
37	77,8	1907	geschlossener Hahn
50	77,3	1930	
$1^h\ 17^m$	75,9	2000	willkürl. Druckänderung
20		1990	$-75,9$ 1973 (43)
20,5	75,9	1940	
24		1957	

Tabelle VII (Fortsetzung).

Zeit	$-t_{cor.}$	$p_{cor.}$ Atm.	
$1^h\ 30^m$	75,8	1940	geschlossener Hahn
35	74,8	1951	
40	74,3	1956	
45	73,7	1963	
60	72,5	1975	
$2^h\ 12{,}5^m$	70,8	1960	willkürl. Druckänderung
16		1977	
16,5	70,7	2025	−70,7 1992 (30)
20		2007	
35	68,7	2007	geschlossener Hahn
50	66,5	2030	
$3^h\ 5^m$	65,0	2045	
22	63,5	2057	
30	61,5	2075	
31	61,0	2165	willkürl. Druckänderung
34		2095	
35	60,7	1995	−60,8 2067 (55)
37		2040	
55	49,2	2145	geschlossener Hahn
60	48,5	2150	
$5^h\ 5^m$	47,6	2155	
15	45,6	2163	
28	45,0	2135	willkürl. Druckänderung
31		2165	
31,5	44,8	2205	−44,9 2172 (15)
34		2180	
40	43,5	2186	geschlossener Hahn
50	42,4	2195	
$6^h\ 0^m$	40,8	2215	
15	39,8	2228	
20	39,0	2232	
31	37,5	2165	willkürl. Druckänderung
34		2235	
35	37,3	2285	−37,4 2239 (8)
37		2243	
40	37,2	2245	geschlossener Hahn
45	34,5	2258	

Während einer Volumenverkleinerung von 10 ccm mit einer Geschwindigkeit von 10 ccm in 3 Min. hielt sich der

Druck unverändert auf 2275 Atm., und während derselben Volumenvergrösserung mit derselben Geschwindigkeit unverändert auf 2260 Atm.

$6^h\ 35^m$	30,8	2255	geschlossener Hahn
$7^h\ 5^m$	29,8	2245	
10	29,5	2240	
20	28,6	2235	
40	27,5	2234	

Zwischen -27^0 und -24^0 blieb bei einer Volumenvergrösserung und einer folgenden Volumenverkleinerung von 10 ccm mit einer Geschwindigkeit von 10 ccm in 5 Min. der Druck unverändert 2235 Atm.

$8^h\ 5^m$	21,3	2210
15	20,0	2210
30	19,5	2210
45	18,7	2210

Darauf fiel der Druck schnell auf die Schmelzcurve des Eises I.

Tabelle VIII.

Beobachtungen bei geschlossenem Hahn.

Zeit	$-t_{cor.}$	$p_{cor.}$ Atm.	
$12^h\ 40^m$	67,0	2015	
50	64,8	2025	
60	62,2	2040	
$1^h\ 10^m$	59,5	2057	
23	56,5	2075	
40	53,0	2100	20 g Eis I und 20 g Eis II
50	50,5	2119	
60	49,0	2135	
$2^h\ 10^m$	46,8	2153	
20	45,0	2165	
30	43,5	2175	
55	39,5	2215	10 g Eis I und 30 g Eis II
$3^h\ 5^m$	38,0	2235	5 „ „ 35 „
20	36,0	2255	10 „ „ 30 „
35	33,7	2257	10 „ „ 30 „
60	30,5	2255	20 „ „ 20 „
$4^h\ 30^m$	27,3	2235	5 „ „ 35 „
38	26,5	2235	5 „ „ 35 „

Bei steigender Temperatur und constant erhaltenem Volumen stieg der Druck von -20^0 an zur Schmelzcurve des Eises II.

In Fig. 4 findet man die Punkte der drei Tab. VII, VIII und X. Die liegenden Kreuze geben die bei geschlossenem

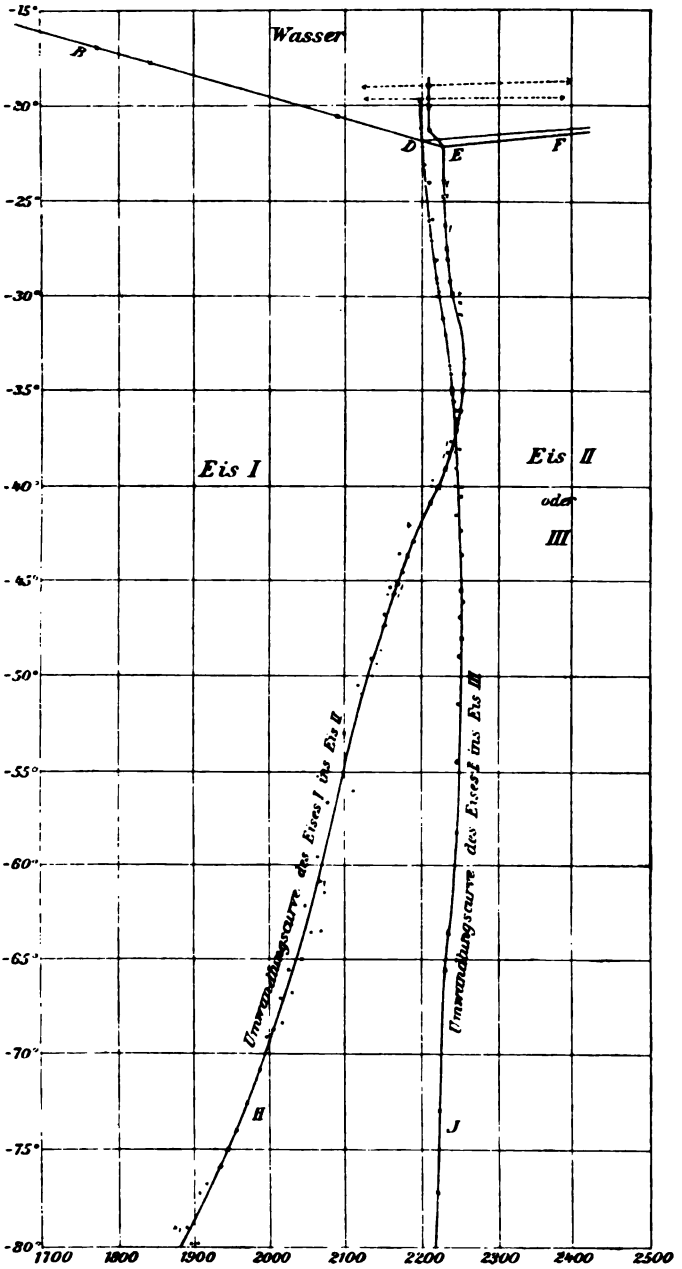

Wasser
B
D
E
F
Eis I
Eis II
oder
III
Umwandlungscurve des Eises I ins Eis II
Umwandlungscurve des Eises I ins Eis III
H
J
-15°
-20°
-25°
-30°
-35°
-40°
-45°
-50°
-55°
-60°
-65°
-70°
-75°
-80°
1700
1800
1900
2000
2100
2200
2300
2400
2500

Fig. 4.

Hahn bestimmten Punkte der Tab. VII. Die liegenden Kreuze mit einem Index beziehen sich auf die Punkte derselben Versuchsreihe, erhalten nach willkürlichen Druckänderungen. Die Punkte der Tab. VIII sind mit Punkten und die der Tab. X mit stehenden Kreuzen bezeichnet. Man wird einige in den Tabellen gegebene Punkte nicht finden, dafür aber einige andere, die in den Tabellen wegen Raumersparnis nicht angegeben sind.

Zwischen -50^0 und -70^0 sind die Differenzen zwischen den drei Versuchsreihen am grössten und steigen hier auf 2^0, entsprechend 20 Atm. Bei höheren Temperaturen, bei denen sich die Temperatur des Bades etwas langsamer änderte, betragen die grössten Differenzen höchstens 1^0, entsprechend 10 Atm. Die Hauptursache dieser Differenzen ist der Unterschied zwischen der Badtemperatur und der Temperatur des Eises im Cylinder. Von der Menge der Eisarten, die hier miteinander im Gleichgewicht sind, ist der Umwandlungsdruck unabhängig.

Bestimmung der Volumenänderung bei der Umwandlung des Eises I ins Eis II.

Die Volumenänderung bei der Umwandlung kann man in angenäherter Weise auf folgendem Wege bestimmen. Verkleinert man das Volumen v eines Stoffes, wobei der Druck p auf der Curve AB bis zum Umwandlungsdruck ansteigt (Fig. 5), so bleibt während der Umwandlung der Druck constant und steigt nach vollendeter Umwandlung auf der Curve DC. Die Unterschiede der Abscissen von C und B geben direct die gesuchte Volumenänderung Δv. Wird bei der Umwandlung Wärme frei, so kann in praxi die Umwandlung nicht bei constantem Druck vollzogen werden, der Druck wird dann während der Umwandlung auf der Curve EB steigen. Man hätte dann die Differenz der Abscissen von E und C von dem Unterschiede der Abscissen von E und B zu subtrahiren, um den Δv-Wert zu erfahren. Tritt eine Verzögerung der Umwandlung ein, der Druck muss, bevor die Umwandlung eintritt, bis zum Punkt F gesteigert werden, so wartet man, bis der Druck vom Punkt F bis fast auf den Gleichgewichtsdruck zurückgefallen ist, bevor man das Volumen verkleinert. Der Unter-

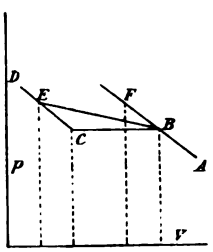


Fig. 5.

schied der Abscissen von F und B ist zum Unterschiede der Abscissen von E und F hinzuzuzählen.

In dieser Weise wurde bei der Bestimmung der Volumenänderung bei der Umwandlung des Eises I ins Eis II verfahren. Im Versuchscylinder befanden sich 40 g Wasser. Die Verschiebungen des Presskolbens wurden auf einer am Presspumpencylinder angebrachten Scala abgelesen. Der Querschnitt des Presskolbens betrug 0,578 qcm. Die Volumenabnahme ist gewöhnlich etwas grösser als die Volumenzunahme gefunden, weil der Presskolben nicht ganz dicht schloss. Ausserdem können sich im Eise II leicht Nester des Eises I bilden, die erst bei höheren Drucken zusammengepresst werden.

Tabelle IX.

t^0	Volumenabnahme bei der Bildung von Eis II aus Eis I pro 1 g	t^0	Volumenzunahme bei der Bildung von Eis I aus Eis II pro 1 g	Mittel
−76°	0,170 ccm	−71°	0,172 ccm	0,171 ccm
−55	0,182 „	−54	0,177 „	0,180 „
−32	0,200 „	−35	0,186 „	0,193 „

Man ersieht, dass zwischen −73° und −32° die Volumenänderung bei der Umwandlung ungewöhnlich gross ist und sich nicht wesentlich ändert. Der Temperaturcoefficient der Volumenänderung, der sich aus diesen Bestimmungen ableiten würde, ist aller Wahrscheinlichkeit nach zu gross.

Um vollständig sicher zu gehen, dass man es bei jenen Umwandlungen auch wirklich mit der Umwandlung von Eis I ins Eis II zu thun hat, wurde nach jeder Umwandlung der Gleichgewichtsdruck aufgesucht. Bei einem Teil der Bestimmungen war wenig Eis I, nicht über 1 Proc. der Gesamtmenge vorhanden, diese Gleichgewichtsdrucke sind mit einem Stern gekennzeichnet, bei einem anderen Teil der Bestimmungen war nicht über 1 Proc. des Eises II vorhanden.

Tabelle X.

$-t_{cor.}$	$p_{cor.}$ Atm.	$-t_{cor.}$	$p_{cor.}$ Atm.
*80,0	1900	*50,0	2135
66,5	2020	*42,0	2185
*63,5	2070	36,5	2245
56,0	2110	*30,0	2255

IV. Die Umwandlungscurve des Eises I ins Eis III.

Bei Druckerhöhung auf 2400 Atm. bei -22° bis -60° bildet sich aus dem gewöhnlichen Eise das Eis III. Die Umwandlungscurve dieser beiden Eisarten kann bei alleiniger Gegenwart von Eis I nicht so weit überschritten werden, wie die der Eisarten I und II bei der Bildung des Eises II. Es wurden vier verschiedene Versuche zur Feststellung der Umwandlungscurve von I in III angestellt. Beim ersten Versuch, Tab. XI, befanden sich 80 g Wasser im Stahlcylinder; die den Druck übertragende Flüssigkeit war Toluol; die Messungen erstrecken sich von -40° bis -20°. Nachdem bei -50° ungefähr die Hälfte des Eises I umgewandelt war, wurde der Haupthahn geschlossen, und bei constantem Volumen die Temperatur des Bades und der Druck im Cylinder von Zeit zu Zeit notirt. Beim zweiten Versuch, Tab. XII, waren 40 g Wasser genommen; als Drucküberträger diente die Mischung von Toluol und Petroleumäther. Nach Bildung des Eises III bei -63° wurde der Hahn geschlossen.

Tabelle XI.

Zeit	$-t_{cor.}$	$p_{cor.}$ Atm.
$3^h\ 49^m$	40,0	2245
54	39,0	2245
4 17	35,6	2245
30	34,2	2240
45	32,0	2235
5 0	31,0	2231
10	30,1	2227
30	28,1	2223
45	27,2	2217
6 10	25,9	2214
32	24,2	2212
45	23,2	2203
60	22,2	2200
7 15	21,1	2200
35	20,1	2199

Nach weiteren 15 Min. fing der Druck an, schnell auf die Schmelzcurve des Eises I zu fallen.

Tabelle XII.

Zeit	$-t_{cor.}$	$p_{cor.}$ Atm.
$6^h\ 26^m$	59,0	2245
33	55,5	2245
40	51,5	2245
46	49,0	2250
53	46,0	2255
59	43,5	2255
7 2	42,5	2257
8	40,6	2257
11	40,0	2255
17	38,2	2253
24	36,2	2249
32	34,5	2240
41	32,0	2235
52	30,0	2225
58	29,0	2220
8 5	26,0	2215

Nach bedeutender Volumenverkleinerung stieg der Druck bei weiter steigender Temperatur auf die Schmelzcurve des Eises III.

Ferner wurde noch ein Versuch ohne Anwendung eines fremden Drucküberträgers angestellt. Der Versuchscylinder wurde vollständig mit Wasser gefüllt, ebenso der Compressor und die Hülfspumpe. Während der Abkühlung des Versuchscylinders, dessen zum Compressor führendes Verbindungsrohr anfangs offen war, wurde aus letzterem langsam ein schmaler Eiscylinder von 2 mm Durchmesser und 10 cm Länge gepresst. Nach der Abkühlung auf -80° wurde das Verbindungsrohr mit dem Compressor verbunden. Die 100 ccm Wasser waren gezwungen, einen nicht grösseren Raum als 100 ccm einzunehmen, infolge dessen musste sich aus dem gewöhnlichen Eise oder direct aus dem Wasser ein viel dichteres Eis gebildet haben. Da man jetzt bei Aufsuchung der Gleichgewichtsdrucke auf die Umwandlungscurve des Eises I ins Eis III gelangt, so folgt daraus, dass, nachdem bei der Abkühlung des Wassers in einem geschlossenen Gefäss anfangs ein Teil ins Eis I übergegangen ist, sich unterhalb -22° entweder direct aus dem Wasser oder aus dem Eise I das Eis III bildet, und dass in einem solchen Gefäss bei noch so starker Abkühlung der Druck nicht über 2255 Atm. steigen kann. Die sogenannte Sprengkraft des Wassers beim Gefrieren ist also nicht so sehr erheblich und hat eine feste obere Grenze, die durch verzögerte Bildung des Eises III bis auf höchstens 2400 Atm. für kurze Zeit steigen kann, dann aber bis -40 bis -50° auf 2255 Atm. fallen muss und bei jeder anderen Temperatur, gleichgültig ob höher oder niedriger, diesen Druck nicht erreichen kann.

Die Aufsuchung des Gleichgewichtsdruckes wurde in folgender Weise vorgenommen. Bei Drucksteigerung auf 2280 bis 2300 Atm. trat bei diesem Drucke ein plötzliches schnelles Zurückfallen des Druckes auf den Druck 1 der Tab. XIII ein, der nach 2 Min. erreicht wurde. Dann wurde der Druck auf 2100 bis 2160 Atm. erniedrigt, worauf ein schneller Anstieg erfolgte, der nach 2 Min. zu dem Druck II der Tabelle führte. Diese Umwandlungen beziehen sich nur auf einen kleinen Teil der ganzen Eismasse, der sich im oberen Teil des Versuchscylinders befand.

Tabelle XIII.

Zeit	$-t_{cor.}$	I	II	Mittel aus I und II
$12^h\ 40^m$	77,2	2240	2220	2230
1 0	72,7	2242	2210	2226
1 40	65,5	2240	2220	2230
2 25	58,4	2240	2240	2240
3 0	48,2	2260	2240	2225
3 30	41,7	2250	2240	2245
4 35	29,4	2240	2220	2230

In Fig. 4 sind die Punkte der Tab. XI als stehende Kreuze, die der Tab. XII als Punkte und die der Tab. XIII als liegende Kreuze eingetragen. Die höchsten Differenzen zwischen den Gleichgewichtsdrucken dieser drei Versuchsreihen betragen 10 Atm.

Schliesslich wurde noch ein vierter Versuch, bei dem die Volumenänderung der Umwandlung von Eis I ins Eis III und die entsprechenden Gleichgewichtsdrucke zwischen -50^0 und -30^0 bestimmt wurden, angestellt. Die gefundenen Gleichgewichtsdrucke differiren von den in Fig. 4 verzeichneten um nicht mehr als jene voneinander. Dabei waren in den einzelnen Fällen sehr verschiedene Mengen der beiden Eisarten vorhanden, wie bei den Bestimmungen der Tab. VIII und X. Auch hier hat die Menge der im Gleichgewicht vorhandenen Eisarten keinen Einfluss auf den Gleichgewichtsdruck. Die Contraction bei der Umwandlung des Eises I ins Eis III wurde bei -30^0 bis -35^0 im Mittel zu 0,193 ccm pro 1 g und bei -40^0 bis -50^0 zu 0,192 ccm gefunden, also fast ebenso gross wie die Contraction bei der Umwandlung von Eis I ins Eis II.

Da die meisten Stoffe, die sich im Wasser lösen, im gewöhnlichen Eise nicht löslich sind, so war zu erwarten, dass die Umwandlungsdrucke des Eises I in die Eisarten II und III durch die Gegenwart anderer Stoffe nicht beeinflusst werden. 40 ccm einer 20 proc. wässerigen Schwefelsäurelösung wurden in einem Glasgefäss in den Versuchscylinder gebracht und mit der Mischung von Toluol und Petroleumäther überschichtet. Hält man während der Abkühlung von -20^0 bis -80^0 den Druck auf 2500 Atm., so gaben die Ermittelungen der Gleichgewichtsdrucke Punkte, die in der Nähe der Umwandlungs-

curve des Eises I ins Eis III liegen. Wurde der Druck erst nach der Abkühlung auf -80° gesteigert, so erhielt man Punkte, die in der Nähe der Umwandlungscurve des Eises I ins Eis II liegen. Die Bedingungen, unter denen sich die beiden dichteren Eisarten bilden, haben sich nicht geändert. Bei -80° ist die ursprünglich 20 proc. Schwefelsäurelösung ein steifer Brei von Eiskrystallen und zäher Schwefelsäurelösung. Die spontane Umwandlung dieser Krystalle in die dichteren Eisarten ging bei Ueberschreitung ihrer Umwandlungscurven um höchstens 100 Atm. immer vor sich. Zur spontanen Bildung des gewöhnlichen Eises aus den dichten Eisarten mussten die Umwandlungscurven gewöhnlich um 200 bis 300 Atm. überschritten werden. Die Gleichgewichtsdrucke beider Umwandlungen wurden von -80° bis -45° verfolgt. Ein Einfluss der Schwefelsäurelösung auf die Gleichgewichtsdrucke konnte nicht festgestellt werden.

Ein Versuch die Umwandlungscurve des Eises I ins Eis II weiter zu verfolgen.

Von den beiden Umwandlungscurven des gewöhnlichen Eises verläuft die von I in III so steil, dass es unwahrscheinlich ist, dass diese Curve vor Erreichung des absoluten Nullpunktes den Druck Null erreicht. Die andere Umwandlungscurve, die des Eises I ins Eis II würde aber, wenn man aus ihrem Verlauf zwischen -70° und -80° geradlinig extrapolirt den Druck Null bei -250° erreichen, oder die Dampfspannungscurve des Eises I schneiden und einen Tripelpunkt bilden. Uebrigens ist eine höhere Temperaturcoordinate dieses Tripelpunktes, nach der Krümmung der Umwandlungscurve zwischen -70° und -80° zu urteilen, wahrscheinlich. Zur Verfolgung dieser Frage wurden in Dilatometern von 10 ccm Capacität und dem Wert eines Teilstriches: 1 mm Länge gleich 0,002 ccm, dünnwandige Glasröhren mit je 7 g Wasser eingeschlossen und nach Füllung mit Petroleumäther und Gefrieren in flüssiger Luft (-180° bis -185°) abgekühlt. Während der Erwärmung der Dilatometer im Luftbade nahm die scheinbare Ausdehnung des Dilatometerinhaltes in gleichen Zeiträumen langsam und continuirlich ab. Unterkühlungserscheinungen ausgeschlossen, kann behauptet werden, dass es zwischen

-80° und -180° keinen Tripelpunkt des Eises giebt, bei dem eine Umwandlung mit einer Volumenänderung, die grösser ist als 0,001 ccm pro 1 g, stattfindet. In flüssiger Luft gekühltes Eis behält seine Doppelbrechung.

Für die zur Dispositionsstellung der Linde'schen Maschinen der physikalischen Institute der Universität und der medico-chirurgischen Akademie in St. Petersburg bin ich den Herren Directoren J. J. Borgmann und N. G. Jegoroff, für freundlich erwiesene Hülfe dem Hrn. Gerschun, und für Ueberlassung einer Probe besonders tief siedenden Petroleumäthers Hrn. W. E. Tischtschenko zu Dank verpflichtet.

V. Die Zustandsfelder des Wassers.

Auf beistehendem Uebersichtsdiagramm (Fig. 6) findet man die Felder der bekannten Zustände des Wassers. Um in dieses Diagramm einige Einzelheiten aufzunehmen, musste dasselbe stark verzeichnet werden. Die Curve BC ist die Dampfspannungscurve des Wassers, ihr unterer Teil fällt hier mit der T-Axe zusammen, ebenso die Dampfspannungscurve des Eises, AB. Links von diesen Curven liegt das Feld stabiler Zustände des Dampfes. Die Dampfspannungscurve des Wassers endet im kritischen Punkt. Umgeht man bei Zustandsänderungen die Dampfspannungscurven, so gelangt man, aber auch nur dann, in continuirlicher Weise aus dem Felde des Dampfes in das der Flüssigkeit. Im Tripelpunkt B, dem Schmelzpunkt unter dem Druck des gesättigten Dampfes schneiden sich die Dampfspannungscurven des Eises I, des Wassers und die Schmelzcurve des Eises I. Die Grenzen des Feldes stabiler Zustände des Wassers sind: 1. die Dampfspannungscurve des Wassers, 2. die Schmelzcurve des Eises I und 3. die Schmelzcurve des Eises III oder die des Eises II. Im durchforschten Zustandsfelde hat das Wasser einen tiefsten Schmelzpunkt, den

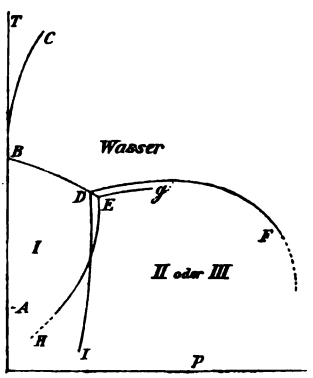


Fig. 6.

Tripelpunkt *E*, bei $-22{,}4^\circ$ und 2230 Atm.; doch sind bei höheren Drucken noch tiefere Schmelzpunkte wahrscheinlich. Treten bei höheren Drucken ausser den bekannten Eisarten nicht noch neue auf, so wäre bei solchen Drucken nur ein Zustand, der isotrope, mit einer bei constantem Druck sich stark ändernden Viscosität stabil.

Die Grenzen des Feldes stabiler Zustände des Eises I sind: 1. die Dampfspannungscurve des Eises, 2. die Schmelzcurve des Eises I und 3. die Umwandlungscurve des Eises I ins Eis III oder die des Eises I ins Eis II, je nachdem mit welcher der Eisarten sich das Eis I in Berührung befindet.

Zur Beurteilung der Frage, welche der beiden Eisarten II oder III innerhalb des untersuchten Feldes stabiler ist, fehlen die notwendigen Anhaltspunkte; jede der Eisarten ist nur in Abwesenheit der anderen realisirt worden. Die bekannten Grenzen des Eisfeldes II sind: 1. die Umwandlungscurve *EH*, 2. die Schmelzcurve *EG*, und die Grenzen des Eisfeldes III sind: 1. die Umwandlungscurve *DJ*, 2. die Schmelzcurve *DF*.

Die bekannten Tripelpunkte sind: 1. der Schmelzpunkt, 2. der Punkt bei $-22{,}0^\circ$ und 2200 Atm., in dem das Wasser mit den Eisarten I und III im Gleichgewicht ist und 3. der Punkt bei $-22{,}4^\circ$ und 2230 Atm., in dem das Wasser mit den Eisarten I und II im Gleichgewicht ist. Ausserdem ist noch die Existenz zweier Tripelpunkte wahrscheinlich: der Schnittpunkt der Umwandlungscurve der Eisarten I und II mit der Dampfspannungscurve des Eises II bez. des Eises I, und der Schnittpunkt der Schmelzcurven der Eisarten II und III, in dem die Umwandlungscurve der Eisarten II und III anfängt.

Als stabil sind solche Zustände bezeichnet, die sich lange Zeit erhalten können. Ob diese Zustände aber absolut stabil sind, lässt sich nicht entscheiden, da das Auftreten einer noch stabileren Phase nie ausgeschlossen werden kann, sondern mit zunehmender Zeit, während der die bisher als absolut stabil betrachteten Phasen beobachtet wurden, nur unwahrscheinlicher wird. Solange eine noch stabilere Phase nicht gefunden ist, sind für unsere Erfahrung die stabilen Phasen auch absolut stabil. Misst man die Stabilität einer Phase durch die Anzahl Kerne der neuen Phase, die sich pro Zeit- und Masseneinheit in der ursprünglichen Phase bilden, so ist die Stabilität eines

absolut stabilen Systems unendlich gross. Wird eine absolut stabile Phase aus ihrem Zustandsfelde in ein benachbartes gebracht, so nimmt ihre Stabilität mit der Entfernung von der betreffenden Grenzcurve schnell ab, die Zahl der Kerne pro Zeit- und Masseneinheit der neuen Phase, die jetzt stabiler ist, wächst schnell. Man hat die Zustände nicht stabiler Phasen, in denen die Anzahl der Kerne pro Zeit- und Masseneinheit klein ist, als metastabil bezeichnet. Doch ist bisher eine annehmbare Definition der Grenze zwischen metastabilen und noch weniger stabilen Phasen nicht gegeben. Dazu kommt, dass in den am leichtesten zu untersuchenden Fällen, den unterkühlten Flüssigkeiten, die Kernzahl eine continuirliche Function des Abstandes von der Grenze des stabilen Feldes ist. Aus diesem Grunde ist es hinreichend, zwischen stabilen und nicht stabilen Zuständen zu unterscheiden. Will man genauere Angaben über die Stabilität machen, so hat man die Kernzahl pro Zeit- und Masseneinheit anzugeben.

Von nicht stabilen Zuständen lassen sich in dem neu untersuchten Zustandsgebiet folgende für einige Zeit realisiren. Das Wasser lässt sich sowohl unterhalb der Schmelzcurve des Eises I als auch unterhalb der des Eises III unterkühlen. So trat bei -21^{0} und 3500 Atm. in 40 g Wasser im Laufe einer halben Stunde weder die Bildung des Eises II noch die des Eises III ein. Dagegen ist es nicht möglich, eine der Eisarten in einem Zustande, entsprechend einem der Punkte des Wasserfeldes, auch nur kurze Zeit zu erhalten. Bei Ueberschreitung der Schmelzcurve tritt immer sehr präcise die Schmelzung ein und vollzieht sich nach Maassgabe der Wärmezufuhr. Hiervon scheinen auf den ersten Blick die Punkte der über die Schmelzcurve hinaus verlängerten beiden Umwandlungscurven (JD und HE, Fig. 4) eine Ausnahme zu machen. Erwägt man aber, dass, wenn das System seinen Druck und seine Temperatur auf einer der Umwandlungscurven ändert und dann den Zustand eines der Tripelpunkte annimmt, dem System zur Schmelzung eines Teiles der Eisarten eine bedeutende Wärmemenge zuzuführen ist, bevor der Druck, je nach der Grösse des gebotenen Volumens, zur einen oder anderen Schmelzcurve steigen oder fallen kann, so wird man diese scheinbare Ueberschreitung der Schmelzcurve als bedingt durch

ein Zurückbleiben der Temperatur des Systems gegenüber der des Bades auffassen.

Auch das Eis I lässt sich auf kürzere Zeit in Zuständen, die den Eisfeldern II und III angehören, erhalten. Bei -80° hält sich, wenn vorher im Cylinder keine der neuen Eisarten gebildet war, das Eis II einige Minuten bis zu 2600—2900 Atm., die Bildung des Eises II tritt dann explosionsartig unter Druckabfall ein. Von -60° bis -22° verträgt das Eis I keine so starke Ueberdrückung, gewöhnlich nur 50 Atm. und nur, wenn es sich nach der Abkühlung noch gar nicht gebildet hatte, konnte man seine Umwandlungscurve um 150 Atm. überschreiten. Die Eisarten II und III vertragen eine Ueberschreitung ihrer Umwandlungscurven ins Eis I von höchstens 300 Atm.

VI. Die Umwandlungswärmen und Volumenänderungen in den Tripelpunkten.

In einem Tripelpunkt kann man mit der Masseneinheit des Stoffs einen isothermen Kreisprocess vollziehen, bei dem die Summe der Umwandlungswärmen plus der Summe der äusseren Arbeitsleistungen Null ist. Da die Summe der Volumenänderungen Null ist, so folgt dasselbe auch für die Summe der Umwandlungswärmen. Bezeichnen im speciellen Falle die Indices 13, 30 und 01 die Umwandlungen von Eis I ins Eis III, von Eis III in Wasser und von Wasser ins Eis I, so gilt für die Volumenänderungen:

(1) $$\Delta v_{13} + \Delta v_{30} + \Delta v_{01} = 0$$

und für die Umwandlungswärmen, gemessen in mechanischem Maass:

(2) $$R_{13} + R_{30} + R_{01} = 0\,.$$

Ferner gelten die Gleichungen:

(3) $$\frac{1}{T_3}\left(\frac{dT}{dp}\right)_{13} = \frac{\Delta v_{13}}{R_{13}}\,,$$

(4) $$\frac{1}{T_3}\left(\frac{dT}{dp}\right)_{30} = \frac{\Delta v_{30}}{R_{30}}$$

und

(5) $$\frac{1}{T_3}\left(\frac{dT}{dp}\right)_{01} = \frac{\Delta v_{01}}{R_{01}}\,.$$

Sind die Richtungen der drei Gleichgewichtscurven im Tripelpunkt bei der Temperatur T_3 und einer der Δv- oder R-Werte bekannt, so können die übrigen Δv- und R-Werte berechnet werden.

Beim Tripelpunkt $T_3 = 251^0$ sind die dT/dp-Werte für den Druck von 1 kg pro 1 qcm:

$$\left(\frac{dT}{dp}\right)_{13} = -0{,}4, \quad \left(\frac{dT}{dp}\right)_{30} = 0{,}00424, \quad \left(\frac{dT}{dp}\right)_{01} = -0{,}0115$$

und

$$\Delta v_{13} = -0{,}193 \text{ ccm}.$$

Hieraus folgen die abgerundeten Werte der Umwandlungswärmen in Grammcalorien:

$$r_{13} = 3, \quad r_{30} = 70, \quad r_{01} = -73$$

und

$$\Delta v_{30} = 0{,}05 \text{ ccm}, \quad \Delta v_{01} = 0{,}14 \text{ ccm}.$$

Der Wert Δv_{13} hat den grössten Einfluss auf die übrigen Werte. Schloss der Stempel bei der Umwandlung von Eis I ins Eis III nicht ganz dicht, so ist Δv_{13} zu gross ausgefallen.

Für den Tripelpunkt bei $T_2 = 250{,}6^0$ würden sich fast dieselben Werte ergeben.

Zu einem um 10 Proc. kleineren Wert für die Schmelzwärme des Eises I im Tripelpunkte T_3 gelangt man noch auf zwei anderen Wegen. Bedeuten c_p' und c_p'' die specifischen Wärmen, v' und v'' die specifischen Volumina zweier Phasen, so ist die Abhängigkeit der Umwandlungswärme auf der Umwandlungscurve von der Temperatur gegeben durch:

$$(6) \qquad \left(\frac{dr}{dT}\right) = c_p' - c_p'' + \frac{r}{T} + \frac{T}{E}\left(\frac{dp}{dT}\right)\left(\frac{d_p v'}{dT} - \frac{d_p v''}{dT}\right).$$

Nimmt man in erster Annäherung den Unterschied der specifischen Wärmen des Wassers und Eises unabhängig von der Temperatur und dem Druck zu 0,49 an. (dp/dT) in Kilogramm pro 1 qcm ist bei 0^0 -117, bei -10^0 -103 und bei -22^0 -83. Eine Schätzung der Ausdehnungscoefficienten des Wassers bei -10^0 und 1160 Atm. giebt $+0{,}00015$ und bei -20^0 und 2040 Atm. $+0{,}00020$. Der cubische Ausdehnungscoefficient des Eises beträgt 0,000170.[1]) Man erhält

1) O. Pettersson, Vega Expeditionens Vetenskapliga Jakttagelser af A. E. Nordenskiold II. 1883.

für (dr/dT) auf der Schmelzcurve bei 0^0 $-0{,}71$, bei 10^0 $-0{,}76$ und bei -22^0 $-0{,}76$. Die Schmelzwärme des Eises I beim Tripelpunkt -22^0 ergiebt sich zu 64 g-Cal. und die Volumenänderung zu $-0{,}131$ ccm.

Zu fast demselben Δr-Wert gelangt man noch auf anderem Wege. Nach K. R. Koch[1]) ist der Dehnungsmodul des Eises bei -5^0 $\varepsilon = 642$ kg/mm². Ist der Coefficient Poisson's für Eis 0,33, so ist $d_T v''/dp = 1/\varepsilon$ und für den Druck 1 Atm. ergiebt sich $d_T v''/dp = 0{,}000016$. Für Wasser ist bei 0^0 zwischen 1 und 1000 Atm. $d_T v'/dp = -0{,}000044$ und zwischen 1 und 2000 Atm. $-0{,}000039$. Daraus folgt nach Anbringung der Temperaturcorrection für Δv bei -10^0 auf der Schmelzcurve $-0{,}120$ und bei -22^0 $-0{,}129$.

Aus den Werten $\Delta v_{01} = 0{,}13$ und $r_{01} = -64$ Cal. im Tripelpunkt T_3 folgen $r_{30} = 61$ Cal. und $\Delta v_{30} = 0{,}044$ ccm, während auf anderem Wege $r_{30} = 70$ Cal. und $\Delta v_{30} = 0{,}05$ ccm gefunden wurden. Die Schmelzwärmen der beiden Eisarten I und III müssen im Tripelpunkt bis auf 5 Proc. einander gleich sein. Die Volumenänderung beim Schmelzen des Eises III beträgt ungefähr $^1/_3$ derjenigen des Eises I und hat das entgegengesetzte Vorzeichen dieser. Dasselbe gilt auch für die Eisarten I und II.

VII. Die Form der Umwandlungscurven.

Die Umwandlungscurven des Eises I ins Eis II und die des Eises I ins Eis III werden beide bei abnehmender Temperatur rückläufig. Es giebt also in beiden Fällen einen maximalen Umwandlungsdruck, der für die Umwandlung des Eises I ins Eis II bei -34^0 und 2252 Atm. und für die des Eises I ins Eis III bei -43^0 und 2255 Atm. liegt. Infolge dessen giebt es innerhalb gewisser Druckgrenzen bei gleichem Druck je zwei voneinander erheblich verschiedene Umwandlungstemperaturen. So sind die Eisarten I und III untereinander im Gleichgewicht unter dem Druck 2230 Atm. bei -31^0 und bei -70^0 und die Eisarten I und II unter demselben Druck bei -25^0 und -39^0. Der Quotient dT/dp wechselt auf beiden Umwandlungscurven sein Zeichen und geht bei ab-

1) K. R. Koch, Wied. Ann. **25.** p. 438. 1885.

nehmender Temperatur von negativen Werten durch $\mp\infty$ zu positiven.

In der folgenden Tab. XIV findet man einige graphisch interpolirte Punkte beider Umwandlungscurven und die $\Delta T/\Delta p$-Werte für die betreffenden Temperaturintervalle nebst den unter der Voraussetzung, dass $\Delta v_{13} = \Delta v_{12} = -0{,}19$ ccm und unabhängig von der Temperatur ist, berechneten Umwandlungswärmen.

Tabelle XIV.

Die Umwandlungscurve des Eises I ins Eis II.				Die Umwandlungscurve des Eises I ins Eis III.			
t^0	p Atm.	$\frac{\Delta T}{\Delta p}$	r Cal.	t^0	p Atm.	$\frac{\Delta T}{\Delta p}$	r Cal.
−24	2230			−22	2200		
		−0,4	+ 3			−0,3	+4
−32	2252			−30	2225		
		$\mp\infty$	0			−0,5	+2
−36	2252			−40	2255		
		+0,14	− 8			$\mp\infty$	0
−40	2223			−46	2255		
		+0,10	−10			+0,8	− 1
−50	2125			−50	2250		
		+0,14	− 7			+0,7	−1,4
−60	2055			−60	2236		
		+0,18	− 5			+0,6	−1,6
−70	2000			−70	2220		
		+0,08	−11				
−80	1880						

Die Umwandlungscurve des Eises III verläuft viel regelmässiger als die des Eises II. Letztere hat zwei Wendepunkte: bei -45^0 und -60^0. Ist die Differenz zwischen den specifischen Wärmen bei constantem Druck der Eisarten I und III 0,1, so würde dieser Wert die Abhängigkeit der Umwandlungswärme von der Temperatur annähernd wiedergeben. Auffallenderweise ergiebt sich ein relatives Minimum und Maximum der Umwandlungswärme der Eisarten I und II.

Während erfahrungsgemäss die Volumenänderungen bei jenen Umwandlungen auffallend grosse Werte besitzen, die sich im Temperaturintervall von -22^0 bis -80^0 nicht erheblich ändern, wird bei beiden Umwandlungen die Umwandlungswärme bei einer gewissen Temperatur Null. Hierauf weisen auch noch andere Beobachtungen, die man bei der Ausführung der Umwandlungen anzustellen Gelegenheit hat, hin. Je näher man den Punkten, in denen $r = 0$ wird, kommt, um so kürzere Zeit braucht man nach einer willkürlichen Druckänderung bis zur Wiederherstellung des Gleichgewichtsdruckes zu warten.

In der Nähe dieser Punkte, in einem Temperaturintervall von 6—10° um denselben, kann man mit erheblicher Geschwindigkeit das dem Eisgemenge gebotene Volumen verkleinern oder vergrössern, ohne eine Aenderung des Druckes wahrnehmen zu können. Diese Unveränderlichkeit des Druckes ist nur dann möglich, wenn die Umwandlungswärme Null oder sehr klein ist.

Die vom Uebergange aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand herübergenommene Annahme, dass die Volumenänderung und die Umwandlungswärme in demselben Zustandspunkte den Nullwert annehmen, ist hiermit durch die directe Erfahrung in dieser ihrer Uebertragung als nicht richtig erwiesen. Die Umwandlungscurven und die ihnen analogen Schmelzcurven enden nicht wie die Dampfspannungscurven in einem kritischen Punkt.

(Eingegangen 9. März 1900.)

2. *Elektrische Schwingungen in einem frei endigenden Draht; von Max Abraham.*

(Göttinger Habilitationsschrift.)

§ 1. Einleitung.

Die elektrodynamischen Vorgänge in dem Felde eines frei endigenden Leitungsdrahtes wurden im Jahre 1893 von den Herren Sarasin und Birkeland experimentell untersucht.[1]) Obgleich die sehr merkwürdigen Resultate eine eingehende Behandlung des Problems vom Standpunkte der Maxwell'schen Theorie aus als wünschenswert erscheinen liessen, unterblieb bisher eine solche; der Grund hierfür ist wohl darin zu suchen, dass es sich für die Erforschung der dielektrischen Eigenschaften der Substanzen als zweckmässiger herausstellte, die Wellen an zwei parallelen Drähten entlang zu leiten. Nachdem aber für die Telegraphie mittels Hertz'scher Wellen ein einziger, frei endigender Draht sich als überaus wirksam erwiesen hat[2]), dürfte es zeitgemäss sein, auf jenes Problem zurückzukommen.

Werfen wir zunächst einen Blick auf die bisher vorliegenden theoretischen Ansätze. Hr. Birkeland suchte, bevor er seine Experimente anstellte, durch Betrachtung der Energieströmungen einen Ueberblick über die zu erwartenden Resultate zu gewinnen.[3]) So interessant nun auch die Verfolgung der Energiewanderung im Felde ist, so kann eine solche doch nur dann in einwandsfreier Weise durchgeführt werden, wenn man die elektrischen und magnetischen Kräfte des Feldes durch Integration der Maxwell'schen Gleichungen ermittelt hat. Eine derartige Behandlung der Aufgabe ist von Hrn. Poincaré angedeutet worden.[4]) Von der Annahme ausgehend, dass die einfallende Welle, sowie die reflectirte, ohne Ver-

1) E. Sarasin u. K. Birkeland, Compt. rend. **117**. p. 618. 1893.

2) Vgl. Slaby, „Die Funkentelegraphie", Berlin 1897; oder A. Broca, „La télégraphie sans fils", Paris 1899.

3) K. Birkeland, Compt. rend. **116**. p. 622. 1893.

4) H. Poincaré, Compt. rend. **117**. p. 622. 1893.

zerrung fortschreiten, fand er bei der Erklärung der Ausstrahlung Schwierigkeiten. In der That tritt, wie wir sehen werden, in der Nähe des freien Endes eine Verzerrung der Wellen ein.

Schon den Herren Sarasin und de la Rive fiel die Analogie auf[1]), die zwischen den elektromagnetischen Schwingungen einer frei endigenden Drahtleitung, und den akustischen einer Röhre mit offenem Ende besteht. Indessen darf man diese Analogie nicht zu weit verfolgen. Denn einmal wird dort das Feld der Schwingungen nach aussen hin durch die Röhrenwand, hier nach innen durch den Leitungsdraht begrenzt, sodann bedingt es die Transversalität der elektromagnetischen Wellen, dass bei einem axial-symmetrischen Schwingungsvorgang längs der Symmetrieaxe keine Ausstrahlung stattfindet, während bei den longitudinalen Schallschwingungen die Ausstrahlung gerade in Richtung der Symmetrieaxe ein Maximum besitzt.

Diese Differenzen bringen, wie wir sehen werden, auch in den Resultaten wesentliche Abweichungen mit sich, sie bedingen leider auch eine erheblich grössere Complication des elektrodynamischen Problems. Man kann kaum daran denken, es in der Allgemeinheit anzugreifen, in der Helmholtz das akustische in seiner grundlegenden Arbeit: „Ueber die Schwingungen von Röhren mit offenen Enden“[2]) gelöst hat. Auch die Lösung für den speciellen Fall, dass der Leiter die Form eines Kreiscylinders besitzt, dürfte der heutigen Analysis unüberwindliche Schwierigkeiten bereiten. Wir sind daher gezwungen, das Problem von vornherein zu idealisiren, indem wir dem Draht die Form eines sehr gestreckten Rotationsparaboloids geben. Das Feld, das diesen Leiter umgiebt, soll sich periodisch verändern, derart, dass die elektrischen Kraftlinien stets senkrecht auf dem Leiter endigen. Ist der Vorgang kein rein periodischer, so kann man ihn nach Fourier's Satze stets in eine Reihe von Partialschwingungen zerlegen; ein schwach gedämpfter Resonator greift, wie die Erscheinungen der multiplen Resonanz lehren, aus diesem Complex diejenigen

1) E. Sarasin u. L. de la Rive, Arch. de Genève (3) **23.** 1890.

2) H. Helmholtz, Journ. f. reine und angew. Math. **57.** p. 1—72. 1859; Ges. Abhandl. **1.** p. 303—382.

Partialschwingungen heraus, deren Perioden der seinigen nahe liegen. Da bei den eingangs erwähnten Versuchen ein derartiger Resonator zur Verwendung gelangte, so können wir dem Vergleiche mit der Theorie eine einfach periodische Particulärlösung zu Grunde legen. Wir werden im Folgenden zeigen, dass sich ein derartiges Integral der Maxwell'schen Gleichungen in Form einer convergenten Reihe für ein gewisses Gebiet aufstellen lässt. Bei der Discussion der Lösung werden wir insbesondere auf die Verteilung von Strom und Ladung längs des Leiters, sowie auf die Energieströmungen im Felde eingehen.

§ 2. Mathematische Formulirung des Problems.

Das elektromagnetische Feld, auf das sich die folgenden Untersuchungen beziehen, sei symmetrisch zur Axe des Leitungsdrahtes, in der Weise, dass die elektrischen Kraft- und Stromlinien in Meridianebenen verlaufen, während die magnetischen Kraftlinien in Kreisen den Leiter umschlingen. Die elektrischen und magnetischen Kräfte eines solchen Feldes lassen sich aus einer einzigen Function A folgendermaassen ableiten.[1])

Es werde die Meridianebene durch zwei orthogonale Curvenschaaren $u = \text{const.}$, $v = \text{const.}$ in unendlich kleine Rechtecke zerlegt, sodass sich das Quadrat des Linienelementes in der Form darstellen lässt:

$$(1) \qquad ds^2 = \frac{du^2}{U^2} + \frac{dv^2}{V^2}.$$

Es seien X, Y die Componenten der elektrischen Feldintensität im Punkte (u, v), bezogen auf das, durch die Normalen der Curven $u = \text{const.}$, $v = \text{const.}$ gebildete Coordinatensystem, N die magnetische Kraft, ϱ die Länge des auf die Symmetrieaxe gefällten Lotes, ferner c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Störungen in dem von ponderabler Materie freien Raume, K und μ die Dielektricitätsconstante und magnetische Permeabilität des den Draht umgebenden Isolators. Dann hat man zu setzen:

$$(2) \qquad N = \frac{A}{\varrho}, \quad \frac{K}{c}\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{V}{\varrho}\frac{\partial A}{\partial v}, \quad \frac{K}{c}\frac{\partial Y}{\partial t} = -\frac{U}{\varrho}\frac{\partial A}{\partial u}.$$

1) M. Abraham, Wied. Ann. **66.** § 1. p. 440. 1898.

Dieses Kräftesystem befriedigt die Maxwell'schen Gleichungen, wenn die Function A der partiellen Differentialgleichung genügt:

$$(2a)\quad \frac{\mu . K}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = UV\left[\varrho\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{\varrho}\frac{U}{V}\frac{\partial A}{\partial u}\right)+\varrho\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\varrho}\cdot\frac{V}{U}\frac{\partial A}{\partial v}\right)\right].$$

Wie aus der ersten der Gleichungen (2) hervorgeht, giebt $2\pi A$ das Integral der magnetischen Kraft längs einer, die Axe umschlingenden Kraftlinie an.

Im vorliegenden Falle nun bestimmen wir, um die Grenzbedingungen des Problems in einfacher Weise formuliren zu können, die Lage eines Punktes in der Meridianebene durch zwei Schaaren confocaler Parabeln:

$$x = \text{const.} \quad \text{bez.} \quad y = \text{const.}$$

Die Scheitelpunkte der zur ersten Schaar gehörenden Parabeln liegen auf der Verlängerung der Drahtaxe, im Abstande x vom Brennpunkte, die Scheitelpunkte der zweiten Schaar auf der Drahtaxe selbst, im Abstande y vom Brennpunkte. Die Parabel $x = x_0$ bilde den Längsschnitt der Oberfläche des Leitungsdrahtes. Dann erhält man alle Punkte des Feldes, wenn man die Parameter (x, y) in den Grenzen variiren lässt:

$$x_0 \leqq x < \infty, \quad 0 \leqq y < \infty.$$

Wählen wir den gemeinsamen Brennpunkt aller Parabeln zum Anfangspunkt eines Systems cartesischer Coordinaten (z, ϱ), so können wir setzen:

$$(3)\quad z = x - y, \quad \varrho = 2\sqrt{x\,.\,y}, \quad r = \sqrt{z^2+\varrho^2} = x + y.$$

Durch die Variabeln (x, y) drückt sich demnach das Quadrat des Linienelementes folgendermaassen aus:

$$(3a)\quad ds^2 = dz^2 + d\varrho^2 = \left(\frac{x+y}{x}\right)dx^2 + \left(\frac{x+y}{y}\right)dy^2.$$

Identificirt man die Parameter (x, y) mit den orthogonalen Coordinaten (u, v) der Gleichung (1), so hat man zu setzen:

$$(3b)\quad U = \sqrt{\frac{x}{x+y}}, \qquad V = \sqrt{\frac{y}{x+y}}.$$

Demgemäss nimmt die Differentialgleichung (2a) die Form an:

$$(3c)\quad \frac{\mu . K}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \frac{1}{x+y}\cdot\left[x\cdot\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + y\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right].$$

Gehen die Schwingungen in Luft vor sich, so ist, mit genügender Annäherung, $K = \mu = 1$ zu setzen. Ist ferner die Schwingung einfach harmonisch, und λ die Wellenlänge ebener Wellen derselben Frequenz, so setzen wir:

$$\varkappa = \frac{2\pi}{\lambda}, \tag{3d}$$

und erhalten eine, diesen Voraussetzungen entsprechende Lösung von (3c) in Form eines Productes:

$$A = e^{\varkappa \cdot i \cdot c \cdot t} \cdot f(x) \cdot g(y), \tag{4}$$

dessen Factoren den folgenden, gewöhnlichen, linearen Differentialgleichungen zu genügen haben:

$$f''(x) + \varkappa^2 f(x) + \frac{2\varkappa i\vartheta}{x} \cdot f'(x) = 0, \tag{4a}$$

$$g''(y) + \varkappa^2 g(y) - \frac{2\varkappa i\vartheta}{y} \cdot g(y) = 0. \tag{4b}$$

Hier stellt $(i\vartheta)$ eine, zunächst beliebige, complexe Constante dar. Wie aus (2) folgt, werden die Componenten der elektrischen und magnetischen Kraft angegeben durch die reellen Teile der Functionen:

$$\left\{\begin{aligned} N &= e^{\varkappa \cdot i \cdot c \cdot t} \cdot \frac{f(x) \cdot g(y)}{\varrho}, \\ X &= -\frac{i \cdot V}{\varkappa \varrho} \cdot e^{\varkappa \cdot i \cdot c \cdot t} \cdot f'(x) \cdot g'(y), \\ Y &= \frac{i \cdot U}{\varkappa \varrho} \cdot e^{\varkappa \cdot i \cdot c \cdot t} \cdot f'(x) \cdot g(y). \end{aligned}\right. \tag{5}$$

Wir begrenzen das Feld durch drei Parabeln:

I. Die Parabel $x = x_0$, die den Meridianschnitt der Drahtoberfläche bildet. Hier muss die tangentielle Componente Y der elektrischen Kraft verschwinden, da der Draht als vollkommen leitend angesehen wird. Der Abstand x_0 von Brennpunkt und Scheitelpunkt der Grenzparabel soll so klein sein gegen die Wellenlänge λ, dass Grössen von der Ordnung $\varkappa x_0 = 2\pi x_0/\lambda$ nicht zu berücksichtigen sind, wohl aber solche von der Ordnung $-1/\log \mathrm{nat}(\varkappa x_0)$. Der Radius des Drahtes ist nicht constant, sondern wächst mit wachsender Entfernung (y) vom freien Ende, gemäss der Gleichung: $\varrho = 2\sqrt{x_0 y}$. Da es

uns darauf ankommt, Schwingungen dünner Drähte zu untersuchen, so werden wir das Feld ferner begrenzen

II. durch eine auf dem Drahte senkrecht endigende Parabel $y = y_0$. Der Abstand y_0 ihres Scheitelpunktes vom freien Ende sei so gewählt, dass $\varrho_0 = 2\sqrt{x_0 y_0}$ klein gegen die Wellenlänge ist; da $2\pi x_0/\lambda$ verschwindend klein war, so lässt es sich mit dieser Bedingung sehr wohl vereinbaren, dass y_0 einer Anzahl von Wellenlängen gleich ist.

III. Den dritten Teil der Begrenzung bildet eine beliebige Parabel $x = x'$; durch dieselbe hindurch sollen sich Wellen nur nach aussen hin fortpflanzen, wodurch dem Felde fortgesetzt Energie entzogen wird.

Dieser Bedingung wird, wie wir sehen werden, Genüge geleistet, wenn wir für $f(x)$ dasjenige particuläre Integral von (4a) setzen, das sich mit wachsendem x asymptotisch der Function $(x^{\vartheta} . e^{-\varkappa i x})$ anschmiegt, und somit die Gleichung erfüllt:

$$\lim_{x=\infty} (f''(x) + \varkappa i f(x)) = 0 . \tag{5a}$$

Wir haben dieses Integral der Bedingung

$$f'(x_0) = 0 \tag{5b}$$

anzupassen, welche nach (5) besagt, dass die elektrischen Kraftlinien senkrecht auf dem Leiter endigen. Durch die Bedingungen (5a), (5b) ist, wie wir im nächsten Abschnitte sehen werden, die Constante ϑ eindeutig, das zugehörige Integral $f(x)$ bis auf eine multiplicative Constante bestimmt.

Bei der Integration der Gleichung (4b) ist zu beachten, dass für $y = 0$, d. h. auf der Verlängerung der Drahtaxe, die Feldintensitäten endlich bleiben müssen. Da die Componenten N und Y den Abstand ϱ von der Axe im Nenner enthalten, so haben wir für $g(y)$ das für $y = 0$ von der ersten Ordnung verschwindende Integral von (4b) zu setzen. Es ist also:

$$g(0) = 0, \quad g'(0) \text{ endlich.} \tag{5c}$$

Durch die Bedingungen (5c) ist die Endlichkeit der Kräfte gesichert; wir werden in den §§ 4, 5 das entsprechende Integral $g(y)$ aufstellen. Ist dieses geschehen, so ist die Verteilung der Kräfte in dem gesamten, von den drei Parabeln begrenzten Felde bekannt.

§ 3. Erfüllung der Grenzbedingungen.

Wie wir im vorigen Abschnitte festsetzten, hat das Integral der Differentialgleichung (4a)

$$f''(x) + \varkappa^2 f(x) + \frac{2\varkappa i\vartheta}{x} \cdot f(x) = 0 \tag{6}$$

folgenden beiden Bedingungen zu genügen:

$$\text{für } x = x_0 \text{ soll } f'(x) = 0 \text{ sein,} \tag{6a}$$

und es soll die asymptotische Gleichung gelten:

$$\lim_{x=\infty} \left(f'(x) + \varkappa i f(x)\right) = 0. \tag{6b}$$

Wir werden sehen, dass sich diese Bedingungen durch ein convergentes Verfahren der successiven Approximation erfüllen lassen.

Setzen wir:

$$f(x) = y_1, \qquad f'(x) = y_2,$$

so können wir die Gleichung (6) durch die beiden Differentialgleichungen erster Ordnung ersetzen:

$$\frac{dy_2}{dx} = -y_1\left(\varkappa^2 + \frac{2\varkappa i\vartheta}{x}\right), \qquad \frac{dy_1}{dx} = y_2. \tag{7}$$

Dieselben gehören zu einer Klasse von Differentialgleichungen, für welche die Voraussetzungen eines Satzes von Hrn. Poincaré[1]) zutreffen, den wir, mit etwas veränderter Bezeichnungsweise, folgendermaassen aussprechen können. Sei

$$\frac{dy_1}{dx} = \Phi_1(y_1, y_2, x, \vartheta), \qquad \frac{dy_2}{dx} = \Phi_2(y_1, y_2, x, \vartheta)$$

ein System von Differentialgleichungen, das, für $\vartheta = 0$, das im Intervalle $x_0 \leqq x \leqq x'$ stetige Integralsystem besitzt:

$$y_1 = f_0(x), \qquad y_2 = f_0'(x);$$

ferner seien Φ_1, Φ_2 in Reihen entwickelbar, die nach aufsteigenden Potenzen von ϑ, $y_1 - f_0(x)$, $y_2 - f_0'(x)$ fortschreiten, und deren Coefficienten in jenem Intervalle stetige Functionen

1) H. Poincaré, „Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste“ 1. p. 48ff. 1892; E. Picard, „Traité d'Analyse“ 3. p. 161. 1896.

von x sind. Alsdann sind die Integrale im Intervalle $x_0 \leqq x \leqq x'$ stetig, und in Reihen entwickelbar, die, nach Potenzen von ϑ, $(y_1)_{x=x'} - f_0(x')$, $(y_2)_{x=x'} - f_0'(x')$ fortschreitend, für hinreichend kleine absolute Beträge dieser Grössen convergiren. Die Voraussetzungen dieses Satzes sind in dem vorliegenden Falle erfüllt; denn die Functionen Φ_1, Φ_2 genügen denselben, und für $\vartheta = 0$ befriedigen wir die Bedingung (6b) durch das für endliche x stetige Integralsystem:

$$f_0(x) = e^{-\varkappa i x}, \quad f_0'(x) = -\varkappa i . e^{-\varkappa i x}. \tag{8}$$

Können wir nun den Gleichungen (6), (6b) formal durch eine Reihe genügen

$$f(x) = f_0(x) + \vartheta . f_1(x) + \ldots + \vartheta^\nu . f_\nu(x) + \ldots, \tag{8a}$$

und stellt sich der aus der Grenzbedingung (6a) zu berechnende Wert der Constanten ϑ als hinreichend klein heraus, so folgt aus dem obigen Satze, dass die Reihe (8a) für endliche $x > x_0$ convergirt. Wir werden später genauer angeben, wie die Coefficienten $f_\nu(x)$ der Bedingung (6b) gemäss zu bestimmen sind. Zunächst wird es notwendig sein, zu beweisen, dass, für einen beliebig kleinen Wert des Parameters x_0, die Grenzbedingung (6a) in der That zu einem beliebig kleinen Werte von ϑ führt; ist dieses geschehen, so ist die Convergenz der Reihe (8a), wenigstens für sehr gestreckte Formen der den Leiter begrenzenden Parabel $x = x_0$, gesichert.

Die allgemeine Theorie der linearen Differentialgleichungen lehrt nun folgendes. Erstens wird (6) befriedigt durch die Reihe:

$$F(x) = x . \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n . x^n, \tag{9}$$

deren Coefficienten aus den Recursionsformeln zu bestimmen sind:

$$\begin{cases} 2\alpha_1 + 2\varkappa i \vartheta \alpha_0 = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ n.(n+1)\alpha_n + \varkappa^2 \alpha_{n-2} + 2\varkappa i \vartheta \alpha_{n-1} = 0. \end{cases} \tag{9a}$$

Sodann stellt sich das allgemeine Integral von (6) in der Form dar:

$$f(x) = F(x) . \log(x) + \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n . x^n; \tag{10}$$

die Coefficienten β_n sind durch die Recursionsformeln verknüpft:

$$(10a)\quad \begin{cases} \alpha_0 + 2\varkappa i\vartheta\,\beta_0 = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ (2n+1)\,\alpha_n + n\,.\,(n+1)\,\beta_{n+1} + 2\varkappa i\vartheta\,\beta_n + \varkappa^2\beta_{n-1} = 0. \end{cases}$$

Mit Hülfe der Formeln (9a), (10a) sind sämtliche Coefficienten α_n, β_n aus den beiden Integrationsconstanten β_0, β_1 zu berechnen. Aus dem Umstande, dass das gesuchte Integral $f(x)$ sowohl in der Form (8a), wie in der Form (10) darstellbar ist, schliessen wir, dass die einzelnen Coefficienten α_n, β_n sich in Reihen entwickeln lassen:

$$(10b)\qquad \alpha_n = \sum_{\nu=0}^{\infty} \alpha_{n\nu}\,.\,\vartheta^\nu, \qquad \beta_n = \sum_{\nu=0}^{\infty} \beta_{n\nu}\,.\,\vartheta^\nu.$$

Insbesondere ist nach (8):

$$(10c)\quad \alpha_{n0} = 0, \quad \beta_0 = 1 + \beta_{01}\,\vartheta + \ldots + \beta_{0\nu}\,\vartheta^\nu + \ldots$$

$$(10d)\qquad \beta_1 = -\varkappa i + \beta_{11}\,\vartheta + \ldots + \beta_{1\nu}\,\vartheta^\nu + \ldots$$

Wir sind jetzt in der Lage, den aus der Grenzbedingung (8a) resultirenden Wert der Constanten ϑ abzuschätzen. Es folgt aus (10):

$$f'(x) = F'(x)\log(x) + \frac{F(x)}{x} + \sum_{n=1}^{\infty} n\,.\,\beta_n\,.\,x^{n-1}.$$

Für $x = x_0$ erhält man, wenn man Grössen von der Ordnung x_0 sowie $x_0\,.\log x_0$ vernachlässigt:

$$f'(x_0) = \alpha_0 \log(x_0) + \alpha_0 + \beta_1,$$

oder, nach (10a):

$$(11)\qquad f'(x_0) = -2\varkappa i\vartheta\,\beta_0\,(1 + \log x_0) + \beta_1.$$

Wir haben zu untersuchen, für welche Werte von ϑ die rechte Seite von (11) verschwindet. Im allgemeinen wird dieselbe, infolge des Factors $\log x_0$, sehr gross werden. Berücksichtigt man (10c), (10d), so erkennt man, dass sie einen endlichen Wert $(-\varkappa i)$ annimmt für $\vartheta = 0$, und dass sie für

$$\vartheta = \frac{-1}{2\,.\log(x_0)}, \quad \text{wie} \quad \frac{+\varkappa i}{\log(x_0)}$$

verschwindet.

Es wird also in der That der aus der Grenzbedingung $f'(x_0) = 0$ *resultirende Wert der Constanten* ϑ *verschwindend*

klein mit verschwindendem Parameter x_0; wir können demnach die Convergenz der Reihe (8a) *erreichen, indem wir den Wert des Parameters x_0 der den Leiter begrenzenden Parabel hinhinreichend klein wählen.*

Es war zur Ableitung dieses Resultates nicht erforderlich, den genauen Wert der Constanten β_0, β_1 zu kennen. Eine von diesen kann bis zu einem gewissen Grade willkürlich gewählt werden, da durch die Bedingungen der Aufgabe die Lösung nur bis auf eine multiplicative Constante bestimmt ist, die wiederum von ϑ abhängen kann. Wir werden im Folgenden festsetzen, dass:

$$\beta_0 = 1\,, \quad \text{also } \beta_{0\nu} = 0 \text{ für } \nu \geqq 1 \tag{12}$$

sein soll. Dann folgt aus (11), dass in der Reihe:

$$f'(x_0) = \sum_{\nu=0}^{\infty} f'_\nu(x_0)\,\vartheta^\nu$$

nur der zweite Coefficient $f'_1(x_0)$ den Factor $\log(x_0)$ enthält, dass aber alle anderen Coefficienten endliche Werte besitzen, ein Resultat, das wir später verwerten werden.

Nach diesen Vorbereitungen gehen wir zur Berechnung des Integrals $f(x)$ über. Setzen wir die Reihe (8a) in die Differentialgleichung (6) ein, so erhalten wir für die Coefficienten $f_\nu(x)$ die Recursionsformeln:

$$\left\{\begin{array}{l} f''_0(x) + \varkappa^2 f_0(x) = 0 \\ f''_1(x) + \varkappa^2 f_1(x) = -\,2\varkappa i \dfrac{f_0(x)}{x} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f''_\nu(x) + \varkappa^2 f_\nu(x) = -\,2\varkappa i \dfrac{f_{\nu-1}(x)}{x}\,. \end{array}\right. \tag{13}$$

Die Bedingung (6b) wird ersetzt durch:

$$\lim_{\nu=\infty} \left(f'_\nu(x) + \varkappa i f_\nu(x)\right) = 0. \tag{13a}$$

Die Bedingung (12) endlich ist den folgenden Gleichungen äquivalent:

$$f_0(0) = 1,\ f_1(0) = f_2(0) = \ldots = f_\nu(0) = 0. \tag{13b}$$

Wie wir bereits oben bemerkten, ist

$$f_0(x) = e^{-\varkappa i x} \tag{14}$$

zu setzen.

Die übrigen Functionen $f_\nu(x)$ den obigen Bedingungen gemäss recurrirend zu berechnen, bietet keine Schwierigkeiten dar. Es ist:

$$f_\nu'' \cdot f_0 - f_0'' \cdot f_\nu = -2\varkappa i \cdot \frac{f_0 \cdot f_{\nu-1}}{x}.$$

Man befriedigt zugleich die Bedingung (13a), wenn man diese Gleichung integrirt durch:

$$f_\nu' \cdot f_0 - f_0' f_\nu = 2\varkappa i \int_x^\infty \frac{dx}{x} \cdot f_0 \cdot f_{\nu-1}. \tag{14a}$$

Hieraus folgt, mit Rücksicht auf (13b) und (14):

$$f_\nu(x) = 2\varkappa i \cdot e^{-\varkappa i x} \cdot \int_0^x du \cdot e^{2\varkappa i u} \int_u^\infty \frac{dv}{v} \cdot e^{-\varkappa i v} \cdot f_{\nu-1}(v). \tag{14b}$$

Wir sind somit im stande, die Functionen $f_\nu(x)$ recurrirend zu berechnen. Wir werden dieses nur so weit durchführen, als es für unsere Zwecke notwendig erscheint.

Nach (14b) ist:

$$f_1(x) = 2\varkappa i \cdot e^{-\varkappa i x} \cdot \int_0^x du \cdot e^{2\varkappa i u} \int_u^\infty \frac{dv}{v} \cdot e^{-2\varkappa i v}. \tag{15}$$

Die Ableitung $f_1'(x)$ berechnet man am einfachsten mit Hülfe der aus (14a) folgenden Beziehung:

$$f_1'(x) = -\varkappa i f_1(x) + 2\varkappa i \cdot e^{\varkappa i x} \cdot \int_x^\infty \frac{dv}{v} \cdot e^{-2\varkappa i v}. \tag{15a}$$

Wir wollen das Integral auf der rechten Seite von (15) umformen; beachten wir, dass:

$$2\varkappa i \cdot e^{2\varkappa i u} = -\frac{d}{du}(1 - e^{2\varkappa i u})$$

ist, so erhalten wir durch partielle Integration:

$$\left\{ f_1(x) = e^{-\varkappa i x}\left[-(1 - e^{2\varkappa i x}) \int_x^\infty \frac{dv}{v} \cdot e^{-2\varkappa i v} + \int_0^x \frac{(1 - e^{-2\varkappa i v})}{v} dv \right]. \right. \tag{15b}$$

Nun beweist man unschwer die folgende Formel[1]):

$$(16) \qquad \int_0^{2\varkappa x} \frac{dv}{v}(1-\cos v) = \log(2\varkappa\gamma x) + \int_{2\varkappa x}^{\infty} \frac{\cos v}{v}\,dv,$$

in der $\log\gamma = 0{,}577$ die Euler'sche Constante bezeichnet; ferner ist:

$$(16a) \qquad \int_0^{2\varkappa x} \frac{dv}{v}\sin v = \frac{\pi}{2} - \int_{2\varkappa x}^{\infty} \frac{\sin v\,dv}{v},$$

und demnach:

$$(16b) \qquad \int_0^{x} \frac{dv}{v}(1-e^{-2\varkappa i v}) = \log(2\varkappa\gamma x) + \frac{\pi i}{2} + \int_x^{\infty} \frac{dv}{v}\cdot e^{-2\varkappa i v}.$$

Mit Hülfe dieser Formel kann man für (15b) schreiben:

$$(17) \qquad f_1(x) = e^{-\varkappa i x}\left[\log(2\varkappa\gamma x) + \frac{\pi i}{2} + e^{2\varkappa i x}\int_x^{\infty} \frac{dv}{v}\cdot e^{-2\varkappa i v}\right],$$

oder auch:

$$(17a) \qquad \begin{cases} f_1(x) = (e^{-\varkappa i x} - e^{+\varkappa i x})\left(\log 2\varkappa\gamma x + \frac{\pi i}{2}\right) \\ \qquad + e^{\varkappa i x}\int_0^{x} \frac{dv}{v}(1-e^{-2\varkappa i v}). \end{cases}$$

Indem man das Integral auf der rechten Seite von (17) nach fallenden Potenzen von x entwickelt, erkennt man, dass $f_1(x)$ in Richtung der wachsenden x forteilenden Wellenzügen entspricht.

Wir gehen nun dazu über, den der Grenzbedingung $f'(x_0) = 0$ entsprechenden Wert der Constanten ϑ zu berechnen.

Bei Vernachlässigung von Grössen der Ordnung $\varkappa x_0$ und $\varkappa x_0 . \log(\varkappa x_0)$ erhält man aus (15a) und (17a):

$$(17b) \qquad f_1'(x_0) = 2\varkappa i . \int_{x_0}^{\infty} \frac{dv}{v}\cdot e^{-2\varkappa i v},$$

---

1) Vgl. etwa M. Abraham, Wied. Ann. 66. p. 461. 1898.

und dieses ergiebt nach (16b), mit derselben Annäherung:

$$f_1'(x_0) = -2\varkappa i\left(\log(2\varkappa\gamma x_0) + \frac{\pi i}{2}\right), \tag{17c}$$

Ferner ist nach (14):

$$f_0'(x_0) = -\varkappa i,$$

und die Functionen $f_2'(x) \ldots f_\nu'(x)$ nehmen, wie wir nachwiesen, für $x = x_0$ endliche Werte an. Es sei etwa:

$$f_\nu'(x) = c_\nu, \quad \nu \geqq 2. \tag{17d}$$

Dann können wir die Grenzbedingung (6a), welche das Verschwinden der zum Leiter tangentiellen Componente der elektrischen Kraft ausspricht, erfüllen, indem wir ϑ aus der Gleichung berechnen:

$$\left\{\begin{array}{l} 0 = f'(x_0) = -\varkappa i - 2\varkappa i\vartheta\left(\log 2\varkappa\gamma x_0 + \frac{\pi i}{2}\right) \\ \quad + c_2\vartheta^2 + \ldots + c_\nu\vartheta^\nu + \ldots \end{array}\right. \tag{18}$$

Multipliciren wir dieselbe mit $\varepsilon/-\varkappa i$, nachdem wir

$$\varepsilon = \frac{1}{2\,.\log\left(\frac{1}{2\varkappa\gamma x_0}\right)} = \frac{-1}{2\,.\log(2\varkappa\gamma x_0)} \tag{18a}$$

gesetzt haben, so erhalten wir:

$$0 = \varepsilon + \vartheta(-1 + \pi i\varepsilon) + \frac{\varepsilon}{-\varkappa i}(c_2\vartheta^2 + \ldots + c_\nu\vartheta^\nu + \ldots). \tag{18b}$$

Wir suchen (18b) durch eine Reihe zu befriedigen:

$$\vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_1\varepsilon + \vartheta_2\varepsilon^2 + \ldots + \vartheta_\nu\varepsilon^\nu + \ldots; \tag{18c}$$

setzen wir dieselbe in (18b) ein, und bringen die Coefficienten der einzelnen Potenzen von ε zum Verschwinden, so erhalten wir:

$$\vartheta_0 = 0, \quad \vartheta_1 = 1, \quad \vartheta_2 = \pi i.$$

Diese Coefficienten sind von den Grössen $c_2 \ldots c_\nu$ unabhängig. Wenn man jedoch die höheren Glieder in der Reihe (18c) berechnen will, muss man die Werte jener Grössen kennen. Für unsere Zwecke wird es genügen, die ersten Glieder in Rechnung zu ziehen, und weiterhin zu setzen:

$$\vartheta = \varepsilon + \pi i\varepsilon^2. \tag{19}$$

Wir werden im Folgenden, wenn Grössen von der Ordnung ε beibehalten, aber solche von der Ordnung ε^2 vernachlässigt werden, von einer ersten Näherung, wenn auch solche

von der Ordnung ε^2 berücksichtigt werden, von einer zweiten Näherung sprechen. Aus (14) und (17a) folgt, dass, in erster Annäherung, das Integral $f(x)$ der Differentialgleichung (4a) dargestellt wird durch:

$$(19a)\quad \begin{cases} f(x) = e^{-\varkappa i x} + \varepsilon (e^{-\varkappa i x} - e^{+\varkappa i x}) \left(\log 2 \varkappa \gamma x + \frac{\pi i}{2} \right) \\ \qquad + \varepsilon . e^{\varkappa i x} . \int_0^x \frac{dv}{v} (1 - e^{-2\varkappa i v}) . \end{cases}$$

Der Ermittelung des Integrals $g(y)$ der Gleichung (4b) in erster und zweiter Annäherung sind die beiden folgenden Abschnitte gewidmet.

§ 4. Strom- und Ladungsphasen.

Der auf der Oberfläche des Leiters herrschende Schwingungszustand wird durch die Function $g(y)$ bestimmt, deren Argument y den, längs der Axe gemessenen, Abstand vom freien Ende anzeigt. In der That bringen die Bedingungen (12) es mit sich, dass $f(x_0)$ nur um von der Ordnung $(\varkappa x_0)$ oder $\varkappa x_0 . \log (\varkappa x_0)$ verschwindende Grössen von 1 verschieden ist, und somit ergeben die Gleichungen (5) die folgenden Werte der Componenten an der Oberfläche des Drahtes:

$$(20)\quad \begin{cases} N = \frac{e^{\varkappa i c t}}{\varrho} \cdot g(y), \\ X = - i e^{\varkappa i c t} . \frac{V}{\varkappa \varrho} \cdot g'(y) . \end{cases}$$

Die Function N bestimmt die magnetische Kraft, die senkrecht zu den durch die Drahtaxe gelegten Ebenen schwingt. *Die Intensität des im Drahte fliessenden Stromes* wird in elektromagnetischem Maasse gegeben durch den $4\pi^{\text{ten}}$ Teil des Integrals der magnetischen Kraft längs des den Querschnitt begrenzenden Kreises, also durch den reellen Teil der Function:

$$(20a)\qquad J = \tfrac{1}{2} \varrho N = \tfrac{1}{2} . e^{\varkappa i c t} . g(y) .$$

Die Function X stellt die zum Leiter normale Componente der elektrischen Kraft dar; somit wird *die Ladung pro Längeneinheit des Drahtes* bestimmt durch

$$E = \frac{1}{4\pi} (2\pi \varrho X) \frac{dl}{dy} = - \tfrac{1}{2} \frac{i}{\varkappa} \cdot e^{\varkappa i c t} . g'(y) . V . \frac{dl}{dy} .$$

Hierbei bezeichnet dl/dy den Quotienten aus dem Längenelement dl der den Draht begrenzenden Parabel, und dessen Projection dy auf die Drahtaxe; nach den Festsetzungen der Gleichungen (3a), (3b) ist $dl/dy = 1/V$ zu setzen. Demnach erhält man:

$$E = -\tfrac{1}{2} \cdot \frac{i}{\varkappa} \cdot e^{\varkappa i c t} \cdot g'(y). \tag{20b}$$

Es wird also, um die Verteilung von Strom und Ladung längs des Leiters zu ermitteln, nur erforderlich sein, die Function $g(y)$ zu bestimmen. Dieselbe hatte der Differentialgleichung (4b) zu genügen und der Bedingung (5c): $g(y) = 0$ für $y = 0$, welche nach (20a) besagt, dass am freien Ende des Drahtes die Stromintensität gleich Null ist.

Wir suchen die Gleichung (4b) durch eine Reihe zu erfüllen:

$$g(y) = g_0(y) + \vartheta\, g_1(y) + \ldots + \vartheta^\nu g_\nu(y) + \ldots \tag{21}$$

Da für $\vartheta = 0$ die Bedingungen der Aufgabe durch das für endliche y stetige Integral:

$$g_0(y) = \sin \varkappa y \tag{21a}$$

befriedigt werden, so folgt aus dem im vorigen Abschnitte erwähnten Satze von Hrn. Poincaré, dass die Reihe (21) für endliche y und hinreichend kleine Werte von ϑ convergirt. Für die Coefficienten der Reihe gelten, nach (4b), die Recursionsformeln:

$$\begin{cases} g_0''(y) + \varkappa^2 g_0(y) = 0, \\ g_1''(y) + \varkappa^2 g_1(y) = 2\varkappa i \dfrac{g_\nu(y)}{y}, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ g_\nu''(y) + \varkappa^2 g_\nu(y) = 2\varkappa i \dfrac{g_{\nu-1}(y)}{y}. \end{cases} \tag{21b}$$

Hierzu treten noch die Bedingungen:

$$g_\nu(0) = 0, \quad \nu \geqq 0. \tag{21c}$$

Es bleibt in der Function $g(y)$ eine multiplicative Constante willkürlich, die von ϑ abhängen kann, und über die wir durch die Festsetzung verfügen:

$$g_0'(0) = \varkappa, \quad g_\nu'(0) = 0 \text{ für } \nu \geqq 1. \tag{21d}$$

Die den Gleichungen (21 b, c, d) genügende Function $g_0(y)$ war bereits in (21 a) angegeben worden. Um die übrigen Functionen $g_\nu(y)$ zu ermitteln, benutzen wir die aus (21 b) folgenden Gleichungen:

$$(22)\quad \begin{cases} g_\nu''(y) \cdot \sin \varkappa y + \varkappa^2 g_\nu(y) \cdot \sin \varkappa y = 2\varkappa i \cdot \dfrac{\sin \varkappa y}{y} \cdot g_{\nu-1}(y), \\ g_\nu''(y) \cdot \cos \varkappa y + \varkappa^2 g_\nu(y) \cdot \cos \varkappa y = 2\varkappa i \cdot \dfrac{\cos \varkappa y}{y} \cdot g_{\nu-1}(y). \end{cases}$$

Man genügt denselben, und zugleich den Bedingungen (21 c, d), durch die integrirten Gleichungen:

$$(22\,a)\quad \begin{cases} g_\nu'(y) \sin \varkappa y - \varkappa \cdot g_\nu(y) \cdot \cos \varkappa y = 2\varkappa i \int_0^y dy \cdot \dfrac{\sin \varkappa y}{y} \cdot g_{\nu-1}(y), \\ g_\nu'(y) \cos \varkappa y + \varkappa \cdot g_\nu(y) \cdot \sin \varkappa y = 2\varkappa i \int_0^y dy \cdot \dfrac{\cos \varkappa y}{y} \cdot g_{\nu-1}(y). \end{cases}$$

Hieraus folgt:

$$(22\,b)\quad \begin{cases} g_\nu(y) = 2i \cdot \sin \varkappa y \cdot \int_0^y dy \cdot \dfrac{\cos \varkappa y}{y} \cdot g_{\nu-1}(y) \\ \qquad - 2 \cdot i \cos \varkappa y \cdot \int_0^y dy \cdot \dfrac{\sin \varkappa y}{y} \cdot g_{\nu-1}(y), \end{cases}$$

eine Relation, die es gestattet, alle Functionen $g_\nu(y)$ recurrirend zu berechnen. Wir werden, wenn wir uns mit einer ersten Näherung begnügen, mit Rücksicht auf den in Gleichung (19) angegebenen Wert der Constanten ϑ:

$$(23)\qquad g(y) = g_0(y) + \varepsilon g_1(y)$$

zu setzen haben, während wir, in zweiter Annäherung, erhalten:

$$(23\,a)\qquad g(y) = g_0(y) + \varepsilon g_1(y) + \varepsilon^2 (\pi i g_1(y) + g_2(y)).$$

In diesem Paragraphen werden wir uns auf die Berechnung der ersten Näherung beschränken, und im Folgenden zu der Discussion der zweiten übergehen.

Nach (21a), (22b) ist:

$$g_1(y) = 2i \sin \varkappa y \int_0^y dy \cdot \frac{\cos \varkappa y \cdot \sin \varkappa y}{y}$$

$$- 2i \cos \varkappa y \int_0^y dy \cdot \frac{\sin^2 \varkappa y}{y}.$$

Führen wir die reellen positiven Functionen ein:

$$(24) \qquad S(y) = \int_0^{2\varkappa y} dy \cdot \frac{\sin y}{y} = 2 \int_0^y dy \cdot \frac{\cos \varkappa y \cdot \sin \varkappa y}{y},$$

$$(24a) \qquad C(y) = \int_0^{2\varkappa y} dy \cdot \frac{(1 - \cos y)}{y} = 2 \int_0^y dy \cdot \frac{\sin^2 \varkappa y}{y},$$

so erhalten wir:

$$(24b) \qquad g_1(y) = i \cdot \sin \varkappa y \, S(y) - i \cos \varkappa y \cdot C(y),$$

$$(24c) \qquad g_1'(y) = \varkappa i \cdot \cos \varkappa y \, S(y) + \varkappa i \sin \varkappa y \cdot C(y).$$

Somit folgt aus (20a, b), (21a) und (23):

$$(25) \qquad 2J = e^{\varkappa i c t} \left[\sin \varkappa y + \varepsilon i \left(\sin \varkappa y \, S(y) - \cos \varkappa y \cdot C(y) \right) \right],$$

$$(25a) \qquad \begin{cases} 2E = - i e^{\varkappa i c t} \left[\cos \varkappa y + \varepsilon i \left(\cos \varkappa y \, S(y) \right. \right. \\ \qquad \left. \left. + \sin \varkappa y \cdot C(y) \right) \right]. \end{cases}$$

Die so bestimmten Functionen J, E stellen, in erster Annäherung, die Verteilung von Strom und Ladung längs des Leiters dar.

Man kann die Ausdrücke (25), (25a) zerlegen in zwei Glieder, von denen das eine die Zeit t nur in der Verbindung $(ct + y)$, das andere nur in der Verbindung $(ct - y)$ enthält, die also zum freien Ende hin, bez. von dort forteilenden Wellen entsprechen; es schreiten indessen diese Wellen nicht mit constanter Amplitude und Phase fort[1]), *vielmehr ändert sich die Phase bei der Fortpflanzung in einer von der Schwingungs-*

1) Vgl. auch M. Abraham, Wied. Ann. **66.** p. 458. 1898, wo das gleiche Verhalten für die Eigenschwingungen des stabförmigen Leiters nachgewiesen wird.

dauer abhängigen Weise. Zerlegen wir nun eine beliebige Stromcurve nach dem Fourier'schen Satze, so pflanzen sich die einzelnen Partialschwingungen in verschiedener Weise fort, *die Stromcurve wird demnach beim Fortschreiten eine Verzerrung erfahren.*

Wir gehen hierauf nicht näher ein, sondern beschränken uns auf die Discussion der Gleichung (25), welche die durch Superposition jener beiden Wellen resultirende Stromverteilung angiebt; hierbei ist zu beachten, dass in diesem Abschnitte Grössen von der Ordnung ε^2 nicht zu berücksichtigen sind. Zur Zeit $t = 0$ stellt sich die Stromverteilung folgendermaassen dar. Bei

$$y = y_\nu = \frac{\nu\pi}{2\varkappa} = \frac{\nu\lambda}{4}$$

liegen Minima und Maxima des Stromes; in den ersteren (ν gerade) beträgt die Amplitude $\varepsilon \,.\, C(y_\nu)$, die Phase $(\nu - 1) \,.\, \pi/2$, in den Maximis (ν ungerade) dagegen beträgt die Amplitude 1, die Phase $(\nu - 1)\pi/2 + \varepsilon S(y_\nu)$. *Es sind also die Stromphasen am Orte der Maxima und Minima um etwa* $^1/_4$ *Schwingungsdauer verschieden.* Die Verteilung der Stromphase (φ) längs des ganzen Leiters wird dargestellt durch die Gleichung

$$\text{(25 b)} \qquad \operatorname{tg}\varphi = \varepsilon[S(y) - \operatorname{cotg}(\varkappa y) \,.\, C(y)].$$

Schreitet man, vom freien Ende ($y = 0$) ausgehend, längs des Leiters fort, so bleibt die Phase auf einer Strecke von nahezu einer halben Wellenlänge annähernd constant; nur beim Durchgang durch die Minima des Stromes ($\sin \varkappa y_\nu = 0$) nimmt die Phase sprungweise um einen Betrag von fast einer halben Schwingungsdauer zu. Da nun mit der Zeit die Schwingungsphasen sich im ganzen Felde gleichmässig ändern, so wird ein bestimmter Phasenwert um so schneller von einem Punkte des Leiters zu einem benachbarten sich fortpflanzen, je geringer die Differenz der zur Zeit $t = 0$ an den beiden Punkten herrschenden Phasenwerte war. *Demgemäss eilen die Phasen auf einer Strecke von nahezu einer halben Wellenlänge mit sehr grosser Geschwindigkeit fort, um, am Orte der Minima angelangt, während einer halben Schwingungsdauer stille zu stehen, und dann dasselbe Spiel von neuem zu beginnen.* Ganz ähnliche

Folgerungen kann man in Bezug auf die Verteilung der Ladung und die Fortpflanzung der Ladungsphasen aus Gleichung (25a) ziehen. Die Maxima des Stromes fallen in erster Annäherung mit den Minimis der Ladung zusammen, und umgekehrt. Die Phasen der Ladung eilen fort an den Orten, wo die des Stromes stillstehen, sie stehen still, wo jene forteilen. *Die Phasendifferenz zwischen Strom und Ladung beträgt im allgemeinen etwa $^1/_4$ Schwingungsdauer, nur am Orte der Maxima und Minima sind Strom und Ladung in nahezu derselben Phase.*

Die bisher discutirten Verhältnisse entsprechen im wesentlichen den bei den Schwingungen von Röhren mit offenen Enden herrschenden.[1]) Nur in einem Punkte tritt ein principieller Unterschied hervor. Bei den longitudinalen Schwingungen der offenen Röhre bedingt das Mitschwingen des äusseren Luftraumes eine Verschiebung sämtlicher Knoten und Bäuche nach dem offenen Ende hin. Hier dagegen zeigt sich, dass, in erster Annäherung, der erste Strombauch genau in der Mitte zwischen dem freien Ende und dem nächsten Strommaximum liegt. Um eine etwaige Verschiebung der Knoten und Bäuche festzustellen, müssen wir daher zu einer zweiten Annäherung übergehen.

§ 5. Verschiebung der Maxima und Minima.

Wir wollen zunächst einige, auf die durch (24), (24a) definirten Functionen $S(y)$, $C(y)$ bezügliche Formeln zusammenstellen. Schon oben fanden wir [Gleichung (16), (16a)]:

$$(26) \qquad S(y) = \int_0^{2\varkappa y} dy \cdot \frac{\sin y}{y} = \frac{\pi}{2} - \int_{2\varkappa y}^{\infty} dy \cdot \frac{\sin y}{y},$$

$$(26a) \qquad C(y) = \int_0^{2\varkappa y} dy \frac{(1 - \cos y)}{y} = \log(2\varkappa\gamma y) + \int_{2\varkappa y}^{\infty} dy \cdot \frac{\cos y}{y}.$$

Die hier auftretenden Integrale lassen sich durch partielle Integration auf die Form bringen:

---

1) H. v. Helmholtz, l. c.; Ges. Werke **1.** p. 346 ff.

$$(26\,b)\qquad \int_{2\varkappa y}^{\infty} dy \,.\, \frac{\cos y}{y} = +\cos 2\varkappa y \,.\, B_2(y) - \sin 2\varkappa y \,.\, B_1(y),$$

$$(26\,c)\qquad \int_{2\varkappa y}^{\infty} dy \,.\, \frac{\sin y}{y} = \sin 2\varkappa y \,.\, B_2(y) + \cos 2\varkappa y \,.\, B_1(y),$$

wobei B_1, B_2 die folgenden, semiconvergenten Reihen darstellen

$$(26\,d)\qquad \begin{cases} B_1(y) = \dfrac{1}{2\varkappa y} - \dfrac{2!}{(2\varkappa y)^3} + \dfrac{4!}{(2\varkappa y)^5} \cdots, \\ B_2(y) = \dfrac{1}{(2\varkappa y)^2} - \dfrac{3!}{(2\varkappa y)^4} + \dfrac{5!}{(2\varkappa y)^6} \cdots \end{cases}$$

Somit nähern sich mit wachsendem Argumente die Functionen S, C asymptotisch den Werten:

$$S(y) = \frac{\pi}{2}, \qquad C(y) = \log(2\varkappa\gamma y);$$

$\log\gamma = 0{,}577$ stellt, wie oben erwähnt, die Euler'sche Constante vor.

Wir schreiten jetzt zur Berechnung einer zweiten Annäherung für die Verteilung von Strom und Ladung längs des Leiters. Nach (23a) war dieselbe bestimmt durch die Function:

$$(27)\qquad g(y) = g_0(y) + \varepsilon \,.\, g_1(y) + \varepsilon^2 \left(\pi i g_1(y) + g_2(y)\right);$$

hier ist nach (22b) zu setzen:

$$(27\,a)\qquad \begin{cases} g_2(y) = 2i \,.\, \sin\varkappa y \displaystyle\int_0^y dy \cdot \frac{\cos\varkappa y}{y} \cdot g_1(y) \\ \qquad\qquad - 2i\cos\varkappa y \displaystyle\int_0^y dy \cdot \frac{\sin\varkappa y}{y} \cdot g_1(y), \end{cases}$$

und somit

$$(27\,b)\qquad \begin{cases} g_2'(y) = 2i\varkappa \,.\, \cos\varkappa y \displaystyle\int_0^y dy \cdot \frac{\cos\varkappa y}{y} \cdot g_1(y) \\ \qquad\qquad + 2i\varkappa \sin\varkappa y \displaystyle\int_0^y dy \cdot \frac{\sin\varkappa y}{y} \cdot g_1(y). \end{cases}$$

Führt man unter dem Integralzeichen den in (24b) für $g_1(y)$ erhaltenen Wert ein, und setzt, zur Abkürzung,

$$(27c)\quad Q(y) = \int_0^y dy \cdot \frac{\sin 2\varkappa y}{y} \cdot S(y) - \int_0^y dy \cdot \frac{(1+\cos 2\varkappa y)}{y} \cdot C(y),$$

$$(27d)\quad R(y) = \int_0^y dy \cdot \frac{(1-\cos 2\varkappa y)}{y} \cdot S(y) - \int_0^y dy \cdot \frac{\sin 2\varkappa y}{y} \cdot C(y),$$

so kann man für (27a), (27b) schreiben:

$$(27e)\quad g_2(y) = \cos \varkappa y \cdot R(y) - \sin \varkappa y \cdot Q(y),$$

$$(27f)\quad g_2'(y) = -\varkappa\left(\sin \varkappa y \cdot R(y) + \cos \varkappa y \cdot Q(y)\right).$$

Mit Rücksicht auf (24), (24a), kann man (27c), (27d) auf die Form bringen:

$$(28)\quad Q(y) = \frac{S^2(y) + C^2(y)}{2} - 2\int_0^y \frac{dy}{y} \cdot C(y),$$

$$(28a)\quad R(y) = -S(y) \cdot C(y) + 2 \cdot \int_0^y dy \cdot C(y) \cdot S(y).$$

Führt man die im vorigen Abschnitte erhaltenen Werte von $g_0(y)$, $g_1(y)$, sowie die in (27e), (27f) angegebenen von $g_2(y)$, $g_2'(y)$ in (27) ein, so erhält man:

$$(29)\quad \begin{cases} g(y) = \sin \varkappa y + \varepsilon . i\left(\sin \varkappa y . S(y) - \cos \varkappa y . C(y)\right) \\ \qquad\qquad + \varepsilon^2\left[\cos \varkappa y \left(R(y) + \pi\, C(y)\right)\right. \\ \qquad\qquad \left. - \sin \varkappa y \left(Q(y) + \pi\, S(y)\right)\right], \end{cases}$$

$$(29a)\quad \begin{cases} \frac{1}{\varkappa} \cdot g'(y) = \cos \varkappa y + \varepsilon . i\left(\cos \varkappa y\, S(y) + \sin \varkappa y . C(y)\right) \\ \qquad\qquad - \varepsilon^2\left[\cos \varkappa y \left(Q(y) + \pi\, S(y)\right)\right. \\ \qquad\qquad \left. + \sin \varkappa y \left(R(y) + \pi\, C(y)\right)\right]. \end{cases}$$

Mit Hülfe dieser Ausdrücke können wir die Verteilung von Strom und Ladung in 2ter Annäherung berechnen. Insbesondere erhält man, mit Rücksicht auf (20), (20a), für die Quadrate der *Amplituden von Strom und Ladung* die Ausdrücke:

$$(29b)\quad \left\{ |J|^2 = \tfrac{1}{4}|g(y)|^2 = \tfrac{1}{4}\left\{\sin^2(\varkappa y) + \varepsilon^2\left(L(y).\sin^2\varkappa y + 2\,M(y).\sin\varkappa y.\cos\varkappa y + C^2(y)\cos^2\varkappa y\right)\right\},\right.$$

$$(29c)\quad \left\{ |E|^2 = \frac{1}{4\varkappa^2}|g'(y)|^2 = \tfrac{1}{4}\left\{\cos^2\varkappa y + \varepsilon^2\left(L(y).\cos^2\varkappa y - 2\,M(y).\sin\varkappa y.\cos\varkappa y + C^2(y)\sin^2\varkappa y\right)\right\},\right.$$

wenn man, zur Abkürzung, setzt:

$$(29d)\qquad L(y) = S^2(y) - 2\,Q(y) - 2\pi S(y),$$

$$(29e)\qquad M(y) = R(y) + \pi C(y) - S(y).C(y).$$

Die Lage der Maxima und Minima bestimmt sich demnach aus den Wurzeln der Gleichungen:

$$(30)\quad \left\{ 0 = \frac{4}{\varkappa}\frac{d}{dy}|J^2| = \sin 2\varkappa y + \varepsilon^2\left(L(y).\sin 2\varkappa y + 2\,M(y).\cos 2\varkappa y - C^2(y).\sin 2\varkappa y + \frac{1}{2\varkappa}.L'(y)(1-\cos 2\varkappa y) + \frac{1}{\varkappa}.M'(y).\sin 2\varkappa y + \frac{1}{\varkappa}.C.C'(1+\cos 2\varkappa y)\right)\right.$$

und

$$(30a)\quad \left\{ 0 = \frac{4}{\varkappa}\frac{d}{dy}|E^2| = -\sin(2\varkappa y) + \varepsilon^2\left(-L(y).\sin 2\varkappa y - 2\,M(y).\cos 2\varkappa y + C^2(y).\sin 2\varkappa y + \frac{1}{2\varkappa}.L'(y)(1+\cos 2\varkappa y) - \frac{1}{\varkappa}.M'(y).\sin 2\varkappa y + \frac{1}{\varkappa}.C(y).C'(y)(1-\cos 2\varkappa y)\right).\right.$$

In erster Annäherung lagen die Wurzeln dieser Gleichungen bei $2\varkappa y = \nu\pi$; die ungeraden Werte von ν ergaben die Maxima der Stromintensität und zugleich die Minima der Ladung, die geraden Werte von ν die Minima des Stromes, und zugleich die Maxima der Ladung. In zweiter Annäherung mögen die Wurzeln der Gleichung (30) liegen bei:

$$(30b)\qquad 2\varkappa y_\nu = \nu\pi + \eta_i.\varepsilon^2,$$

die der Gleichung (30a) bei:

$$(30c)\qquad 2\varkappa y_\nu = \nu\pi + \eta_e.\varepsilon^2.$$

Wir bestimmen die Lage der Knoten und Bäuche mit der gewünschten Annäherung, indem wir in die von dem Factor ε^2 freien Glieder von (30), (30a) die Ausdrücke (30b) bez. (30c) einführen, in den mit jenem Factor behafteten aber einfach ($2\varkappa y_\nu = \nu\pi$) setzen. Wir haben daher zunächst die Werte von $L'(y)$, $M'(y)$, $C'(y)$ für $2\varkappa y_\nu = \nu\pi$ zu berechnen. Differenzirt man (29d), (29e), nachdem man für Q, R die Ausdrücke (27c), (27d) eingesetzt hat, und beachtet, dass

$$\sin 2\varkappa y_\nu = \sin \nu\pi = 0, \quad \cos 2\varkappa y_\nu = \cos \nu\pi = (-1)^\nu$$

zu setzen ist, so erhält man:

$$L'(y_\nu) = 2\,(1+(-1)^\nu)\cdot\frac{C(y_\nu)}{J_\nu}, \quad M'(y_\nu) = \pi\, C'(y_\nu) = \pi\,\frac{(1-(-1)^\nu)}{y_\nu}.$$

Die Verschiebungen der Maxima und Minima des Stromes nach dem freien Ende hin bestimmen sich demnach aus der Gleichung:

$$0 = (-1)^\nu\,\eta_i + 2\,M(y_\nu)\cdot(-1)^\nu$$

zu

$$\Delta y_{\nu i} = -\frac{\eta_i\,\varepsilon^2}{2\varkappa} = +\frac{M(y_\nu)}{\varkappa}\cdot\varepsilon^2, \tag{30d}$$

und die der Ladungsmaxima und -Minima aus

$$0 = -(-1)^\nu\cdot\eta_e - (-1)^\nu\cdot 2\,M(y_\nu) + 4\,\frac{C(y_\nu)}{\varkappa y_\nu}$$

zu

$$\Delta y_{\nu e} = -\frac{\eta_e\cdot\varepsilon^2}{2\varkappa} = +\frac{M(y_\nu)}{\varkappa}\cdot\varepsilon^2 - 2\cdot(-1)^\nu\cdot\frac{C(y_\nu)}{\varkappa^2 y_\nu}\cdot\varepsilon^2. \tag{30e}$$

Die Verschiebung der Maxima und Minima des Stromes stimmt also nicht genau mit der der Minima und Maxima der Ladung überein. Vielmehr sind die Ladungsmaxima etwas weniger, die Ladungsminima etwas mehr nach dem freien Ende hin verschoben, als die entsprechenden Stromminima und Strommaxima; *die Abweichung ist jedoch eine um so geringere, je mehr man sich vom freien Ende entfernt.*

Da die genaue Bestimmung des Wertes von $M(y_\nu)$ recht umständlich wäre, und es hier nur auf die Abschätzung der Grössenordnung der zu erwartenden Verschiebungen ankommt, so mag es genügen, den asymptotischen Wert von $M(y_\nu)$ anzugeben, welcher für die Verschiebung der entfernteren Knoten und Bäuche von Strom und Ladung maassgebend ist. Aus

(28a) folgt nun, da $C'(y)$ und $S(y)$ stets positiv sind, und $S(y)$ sich mit wachsendem y dem Werte $\pi/2$ nähert, dass $R(y)$ sich asymptotisch der Function $(\pi/2)\,C(y)$, und somit nach (26a), und (29e) $M(y)$ sich der Function $M(y) = \pi \,.\, \log(2\,\varkappa\,\gamma\,y)$ anschmiegt. Es ist somit die *Verschiebung der entfernteren Knoten und Bäuche nach dem freien Ende hin*:

$$\Delta y_\nu = \frac{\lambda}{2} \cdot \log(\gamma\,\nu\,\pi)\,.\,\varepsilon^2; \tag{31}$$

diese Formel erweist sich für $\nu \lesseqgtr 3$ als brauchbar; sie lehrt folgendes. *Je mehr man sich vom freien Ende entfernt, desto grösser wird die Verschiebung der Maxima und Minima. Der Abstand zweier aufeinander folgender Knoten oder Bäuche dagegen nähert sich mit wachsender Ordnungszahl* (ν) *seinem normalen Werte* ($\lambda/2$). *Ebenso nimmt die relative Zunahme des Knotenabstandes vom freien Ende*

$$\frac{\Delta y_\nu}{y_\nu} = 2\,\varepsilon^2 \,.\, \frac{\log(\gamma\,\nu\,\pi)}{\nu} \tag{31a}$$

mit wachsender Ordnungszahl beständig ab.

Es entsteht nun die Frage, ob die durch unsere Theorie geforderten Knotenverschiebungen mit den von den Herren Sarasin und de la Rive[1]) bei zwei parallelen Drähten beobachteten der Grössenordnung nach übereinstimmen. Der Querschnitt der Drähte hatte bei jenen Versuchen einen Radius von 0,9 mm; setzen wir an seine Stelle ein Paraboloid, das an dem Orte des zweiten Ladungsbauches ($\nu = 3$, $y_\nu = 3\lambda/4$) denselben Querschnitt besitzt, und stellen den so berechneten Verschiebungen dieses Bauches die beobachteten gegenüber, so erhalten wir folgende Tabelle:

λ	800 cm	600 cm	400 cm	300 cm
$\frac{\Delta y_3}{y_3}$ ber.	$1{,}8 \,.\, 10^{-3}$	$1{,}9 \,.\, 10^{-3}$	$2{,}1 \,.\, 10^{-3}$	$2{,}3 \,.\, 10^{-3}$
$\frac{\Delta y_3}{y_3}$ beob.	$5{,}5 \,.\, 10^{-2}$	$6{,}0 \,.\, 10^{-2}$	$7{,}0 \,.\, 10^{-2}$	$8{,}2 \,.\, 10^{-2}$

Die beobachteten Verschiebungen sind demnach erheblich grösser als die berechneten, sie können also nicht den hier

1) E. Sarasin und L. de la Rive, Arch. de Genève (3) **23.** 1890.

berücksichtigten Einflüssen zugeschrieben werden, ebensowenig der unvollkommenen Leitfähigkeit des Drahtes.[1]) Dass die Abweichungen nicht etwa durch Störungen bedingt sind, die von dem Resonator ausgehen, zeigen neuere Versuche von Hrn. L. de Forest[2]), der, ohne einen Resonator zu benutzen, bei der Reflexion am freien Ende zweier Paralleldrähte gleichfalls einen erheblichen Phasenverlust constatirte. Dagegen ergeben, wenn sich die Angaben der Herren Sarasin und Birkeland[3]) als zutreffend erweisen, bei einem einzigen Drahte Potentialmessungen auf dem Drahte selbst, in Uebereinstimmung mit der Theorie, keinen merklichen Rückgang der Knoten.

Dass die Verhältnisse in dem Felde zweier Paralleldrähte den bei den akustischen Schwingungen offener Röhren herrschenden ähnlicher sind, als die des hier behandelten Falles, hängt damit zusammen, dass dort das Feld keine Symmetrieaxe besitzt und daher die Strahlung in Richtung der verlängerten Drähte nicht notwendig verschwindet. *Gerade das Fehlen der Ausstrahlung in Richtung der Symmetrieaxe und die hierdurch bedingte Geringfügigkeit der Knotenverschiebungen bei den Schwingungen eines einzigen Drahtes bildet ein Kriterium für die Transversalität der elektromagnetischen Wellen, d. h. für das von der Maxwell'schen Theorie geforderte Verschwinden der Divergenzen der Schwingungsvectoren.*[4]) Daher dürfte bei Experimenten, deren Ziel es ist, durch Vergleichung der Knotenlagen bei Luft- und Drahtwellen die exacte Gültigkeit der Maxwell'schen Theorie nachzuweisen, einem einzigen, frei endigenden Drahte der Vorzug zu geben sein.

§ 6. Energieströmungen.

Wir haben die Functionen $g(y)$, $f(x)$, welche das elektromagnetische Feld bestimmten, durch Reihen dargestellt, welche

1) A. Sommerfeld, Wied. Ann. **67**. p. 277. 1899.

2) L. de Forest, Americ. Journ. of science **8**. p. 58. 1899; Physikalische Zeitschrift **1**. p. 193. 1900.

3) E. Sarasin u. K. Birkeland, Compt. rend. **117**. p. 621. 1893.

4) Dass aus dem Verschwinden der Divergenz eines Schwingungsvectors im Verein mit der allgemeinen Schwingungsgleichung die Hertz'schen Grundgleichungen folgen, zeigt vielleicht auf dem einfachsten Wege ein vom Verfasser (Mathematische Ann. **52**. p. 88—90. 1899) angegebener Beweis.

nach Potenzen der Constanten ϑ oder der durch (18a) definirten Grösse ε fortschreiten. Nun kann man zwar, wie wir nachwiesen, die Convergenz dieser Reihen für endliche Werte von x und y dadurch erreichen, dass man die Constante ε verkleinert, d. h. die Parabel, die den Draht begrenzt, immer gestrecktere Formen annehmen lässt. Wir sehen aber z. B. aus Gleichung (31), dass in den Reihen Coefficienten vorkommen, welche mit wachsendem Abstande vom freien Ende logarithmisch unendlich werden; andererseits können wir den Querschnitt des Leiters nicht fortgesetzt verkleinern, ohne schliesslich zu einem Punkte zu kommen, wo die zu Grunde gelegten Annahmen über die Wirkungsweise desselben unzutreffend werden. Wird der Draht nämlich so dünn, dass die Erregung nicht auf eine oberflächliche Schicht beschränkt bleibt, sondern bis zur Drahtaxe vordringt, so wird, wie Hr. Sommerfeld gezeigt hat[1]), die Art der Fortpflanzung von Wellen wesentlich geändert. Es ist daher, um die Convergenz der Reihen zu sichern, notwendig, das Gebiet durch zwei Parabeln $y = y_0$ und $x = x'$ nach der Seite der wachsenden x, y hin abzugrenzen, wie in § 2 festgesetzt wurde. In dem so begrenzten Gebiete werden die Reihen für $f(x)$, $g(y)$ und somit auch die aus den Gleichungen (5) für die Componenten der elektrischen Kraft resultirenden convergiren. Wir wollen in diesem letzten Abschnitte die Vorgänge im Felde, die der erhaltenen Lösung entsprechen, discutiren.

Die magnetische Kraft wird nach (5) dargestellt durch den reellen Teil der Function:

$$N = e^{\varkappa i c t} \cdot \frac{f(x) \cdot g(y)}{\varrho}. \tag{32}$$

Man erhält einen Ueberblick über die Art des Schwingungsvorgangs, wenn man für $f(x)$, $g(y)$ die ersten Glieder der Ausdrücke (19a) und (29) einsetzt. Dann wird:

$$N = e^{\varkappa i (c t - z)} \cdot \frac{\sin \varkappa y}{\varrho}. \tag{32a}$$

Die rechte Seite verschwindet für:

$$y = \frac{\nu \pi}{\varkappa} = \frac{\nu \cdot \lambda}{2};$$

1) A. Sommerfeld, Wied. Ann. 67. p. 233—290. 1899.

die Parabeln $y = v \cdot \lambda / 2$ sind daher Knotenlinien der magnetischen Kraft. Dass die Knotenlinien in der That eine nach dem freien Ende zu concave Form besitzen, geht aus den eingangs citirten Versuchen der Herren Sarasin und Birkeland hervor.

Man kann für (32a) auch schreiben:

$$N = \frac{1}{2i \cdot \varrho} \cdot \left[e^{\varkappa i (ct - x + y)} - e^{\varkappa i (ct - x - y)} \right]. \tag{32b}$$

Nun gab nach (3) $z = x - y$ den Abstand von einer zur Drahtaxe senkrechten Ebene, $r = x + y$ den Abstand vom freien Ende an. *Demgemäss stellt der Ausdruck* (32b) *die Summe zweier Wellen dar, von denen die eine, dem Drahte parallel, zum freien Ende hineilt, während die andere vom freien Ende auszugehen scheint.* Insofern entspricht unser Resultat der Schlussfolgerung der Herren Sarasin und Birkeland, dass am freien Ende eine Ausstrahlung stattzufinden scheine. Indessen ist eine Aequivalenz mit einer solchen Strahlung nur in Bezug auf die Lage der Wellenflächen vorhanden. Eine dem Abstand von der Symmetrieaxe umgekehrt proportionale Amplitude ist bei Wellen, die Erregungscentren in der Nähe des freien Endes entsprechen, schon aus dem Grunde unmöglich, weil dieselbe in der Axe unendlich würde. Es kommt überhaupt den beiden Gliedern von (32b) nur in ihrer Verbindung eine physikalische Bedeutung zu; *daher kann man aus der durch* (32b) *angezeigten Kräfteverteilung nicht auf einen Energieverlust durch Ausstrahlung am freien Ende schliessen,* denn bei der Superposition zweier Wellensysteme superponiren sich die Energieströme keineswegs; vielmehr ist für den Verlauf der Energieströmungen der durch Interferenz der beiden Wellen resultirende Schwingungszustand maassgebend.

Für die Untersuchung der Energiewanderung ist nun die durch (32a) gegebene Näherung nicht ausreichend. Man erkennt dieses durch folgende Ueberlegung. Die Parabeln $y = v \lambda / 2$ sind nach (32a) Knotenlinien der magnetischen Kraft; fällt nun die das Feld begrenzende Parabel $y = y_0$ mit einer solchen zusammen, so findet durch dieselbe hindurch nach dem Satze von Poynting keine Energiezufuhr statt. Andererseits entziehen forteilende Wellen durch die Parabel $x = x'$ hindurch dem Felde fortgesetzt Energie. Da dieses mit der stationären Natur des Vorganges unvereinbar ist, *so folgt aus*

dem Energieprincip, dass die Knotenlinien unscharf sind. Wir erhalten nur dann eine von diesem Widerspruch freie Lösung, wenn wir Grössen von der Ordnung ε berücksichtigen; aus diesem Grunde haben wir die so zu erhaltende Annäherung die erste genannt.

Nun war in erster Annäherung, nach (19a), (24), (24a):

$$f(x) = \cos \varkappa x - i . \sin \varkappa x + \varepsilon \Big[- 2 i . \sin \varkappa x \Big(\log 2 \varkappa \gamma x + \frac{\pi i}{2} \Big) + (\cos \varkappa x + i . \sin \varkappa x) \, (C(x) + i S(x)) \Big],$$

und nach (21a), (24b):

$$g(y) = \sin \varkappa y + \varepsilon i \, (\sin \varkappa y . S(y) - \cos \varkappa y . C(y)) .$$

Man hat diese Werte in (5) einzuführen, um die complexen Ausdrücke der Componenten zu erhalten. Setzen wir:

$$(33) \qquad \begin{cases} f(x) . g(y) = N_1 + i . N_2 , \\ \frac{-i}{\varkappa} \cdot f(x) . g'(y) = X_1 + i . X_1 , \\ \frac{+i}{\varkappa} \cdot f'(x) . g(y) = Y_1 + i . Y_2 , \end{cases}$$

so sind die sechs reellen Functionen $N_1 \ldots Y_2$ durch die angegebenen Werte von $f(x)$, $g(y)$ bestimmt. Wir erhalten mit Hülfe derselben aus den Gleichungen (5) für die reellen Componenten der magnetischen und elektrischen Kraft die Werte:

$$(33a) \qquad \begin{cases} R(N) = \frac{1}{\varrho} (N_1 . \cos \varkappa c t - N_2 . \sin \varkappa c t) , \\ R(X) = \frac{V}{\varrho} (X_1 . \cos \varkappa c t - X_2 . \sin \varkappa c t) , \\ R(Y) = \frac{U}{\varrho} (Y_1 . \cos \varkappa c t - Y_2 . \sin \varkappa c t) . \end{cases}$$

Die Componenten der Energieströmung senkrecht auf den Parabeln $x = \text{const.}$, $y = \text{const.}$ sind nach dem Satze von Poynting:

$$(33b) \qquad E_x = \frac{c}{4\pi} \cdot R(Y) . R(N), \quad E_y = - \frac{c}{4\pi} \cdot R(X) . R(N) ,$$

und somit ihre Mittelwerte für eine Schwingungsdauer:

$$(33c) \qquad \begin{cases} \bar{E}_x = \frac{c . U}{4\pi . 2 \varrho^2} (Y_1 N_1 + Y_2 N_2) , \\ \bar{E}_y = - \frac{c . V}{4\pi . 2 \varrho^2} (X_1 N_1 + X_2 N_2) . \end{cases}$$

Die Ausrechnung ergiebt:

$$(34)\qquad \begin{cases} E_x = \dfrac{c \cdot U}{4\pi \cdot 2\varrho^2} \cdot \sin^2 \varkappa y \cdot (1 + 2\varepsilon \cdot \log 2\varkappa\gamma x), \\ E_y = -\dfrac{c \cdot V}{4\pi \cdot 2\varrho^2} \cdot \varepsilon \cdot C(y). \end{cases}$$

Mit Rücksicht auf den durch (18a) definirten Wert von ε kann man schreiben:

$$(34a)\qquad \begin{cases} E_x = \dfrac{c \cdot U}{4\pi\varrho^2} \cdot \varepsilon \cdot \sin^2 \varkappa y \cdot \log\left(\dfrac{x}{x_0}\right), \\ E_y = -\dfrac{c \cdot V}{8\pi \cdot \varrho^2} \cdot \varepsilon \cdot C(y). \end{cases}$$

Die erste Componente ist Null für $x = x_0$, d. h. an der Oberfläche des Leiters, sie verschwindet ferner in den Knotenlinien der magnetischen Kraft. Sonst ist sie überall positiv; *unsere Lösung befriedigt also in der That die Bedingung des § 2, welche verlangt, dass forteilende Wellen durch eine beliebige Parabel $x = x'$ hindurch dem Felde Energie entziehen sollen.* Was die zweite Componente anbelangt, so folgt aus dem stets positiven Werte von $C(y)$, dass die Energie durch die Parabeln $y = \text{const.}$ hindurch in Richtung der abnehmenden y, d. h. nach der Seite des freien Endes hin, strömt.

Wir wollen endlich die Energiemengen berechnen, die durch die das Feld begrenzenden Paraboloide $x = x'$ und $y = y_0$ hindurchströmen. Erstere ist im Mittel:

$$2\pi \cdot \int_0^{y_0} \varrho \frac{dy}{V} (E_x)_{x=x'} = \frac{c \cdot \varepsilon}{2} \cdot \log\left(\frac{x'}{x_0}\right) \cdot \int_0^{y_0} dy \cdot \frac{U}{\varrho V} \cdot \sin^2 \varkappa y;$$

nun war, nach (3a), (3b):

$$\frac{U}{\varrho V} = \frac{1}{2y},$$

somit folgt aus (24a):

$$(35)\qquad 2\pi \int_0^{y_0} \frac{\varrho \cdot dy}{V} (E_x)_{x=x'} = \frac{c \cdot \varepsilon}{8} \cdot \log\left(\frac{x'}{x_0}\right) \cdot C(y_0).$$

Andererseits strömt durch die, dem Paraboloide $y = y_0$ angehörende Grenzfläche die Energiemenge nach dem freien Ende hin:

$$(35a)\quad \left\{ \begin{aligned} 2\pi \int_{x_0}^{x'} \varrho \frac{dx}{U} (-E_y)_{y=y_0} &= \frac{c \cdot s}{4} \cdot C(y_0) \int_{x_0}^{x'} \frac{dx \cdot V}{U \varrho} \\ &= \frac{c \cdot s}{8} \cdot \log\left(\frac{x'}{x_0}\right) \cdot C(y_0). \end{aligned} \right.$$

Die Energiemengen (35) und (35a) sind gleich, wie es das Energieprincip verlangt. Es sind die zeitlichen Mittelwerte der Energiemengen, die durch Ausstrahlung durch die Parabel $x = x'$ hindurch verloren gehen, und durch Einstrahlung durch die Parabel $y = y_0$ hindurch gewonnen werden. Es ist bemerkenswert, dass diese Mengen, nach (24a), mit wachsendem y_0 zunehmen. *Man kann daher nicht sagen, es gehe ein bestimmter Bruchteil der Energie der einfallenden Welle bei der Reflexion am freien Ende verloren; vielmehr wird die elektromagnetische Energie von der unmittelbaren Umgebung des Leiters aus fortgesetzt in seitlicher Richtung ausgestrahlt.* Es erscheint somit erklärlich, dass die auf Messung eines bestimmten Reflexionscoefficienten hinzielenden Versuche der Herren Sarasin und Birkeland[1]) zu keinem widerspruchsfreien Ergebnisse geführt haben.

Januar 1900.

---

1) E. Sarasin u. K. Birkeland, Compt. rend. 117. p. 621. 1893.

(Eingegangen 26. März 1900.)

3. *Aenderung der Leitfähigkeit von Gasen durch einen stetigen elektrischen Strom;* von *J. Stark.*

I.

1. Die elektrischen Wanderungsgeschwindigkeiten[1]) der positiven und negativen Ionen eines Elektrolytes sind im allgemeinen voneinander verschieden. Infolge dessen bewirkt ein elektrischer Strom in einem Elektrolyt eine Aenderung der Concentration an den Elektroden, und zwar wird diese erniedrigt an der Elektrode, von welcher die schnelleren Ionen wegwandern, erhöht an derjenigen, gegen welche sie sich hinbewegen.

Von mehreren Forschern[2]) ist unter verschiedenen Versuchsbedingungen festgestellt worden, dass bei dem Durchgang der Elektricität durch Gase die Geschwindigkeit der negativen Ionen in der Regel grösser, in keinem Fall kleiner als die der positiven ist. Hieraus kann gefolgert werden, dass *der elektrische Strom beim Durchgang durch Gase die Zahl der leitfähigen Teilchen an den Elektroden verändert und zwar an der Kathode vermindert, an der Anode vermehrt.* Falls die Leitfähigkeit eines Gases proportional der Zahl der Teilchen ist, die für die Stromleitung in Betracht kommen, so kann man den eben ausgesprochenen Satz auch so formuliren: *Ein durch ein Gas gehender elektrischer Strom erniedrigt die specifische Leitfähigkeit des Gases an der Kathode und erhöht sie in der Nähe der Anode infolge der verschiedenen Geschwindigkeiten der positiven und negativen Ionen.*

2. Die experimentelle Bestätigung dieses Satzes ist mit gewissen Schwierigkeiten verbunden, da weitere Factoren, welche

1) G. Wiedemann, Die Lehre von der Elektricität 4. Aufl. 2. p. 572, 910, 926. Braunschweig 1894.

2) E. Rutherford, Phil. Mag. (5) 44. p. 422. 1897; 47. p. 145. 1899; Proc. Cambr. Phil. Soc. 9. p. 401. 1898; W. Wien, Wied. Ann. 60. p. 440. 1898; J. A. Mc Clelland, Phil. Mag. (5) 46. p. 29. 1898; J. Zeleny, l. c. p. 120; H. A. Wilson, Proc. Roy. Soc. 65. p. 120. 1899.

die Leitfähigkeit eines Gases beeinflussen und jene Wirkung verdecken können, nach Möglichkeit auszuschalten sind.

So kann ein unstetiger Strom für diesen Zweck nicht in Betracht kommen, da die in ihm von den elektrischen Kräften bewirkte Ueberführung des Gases in den leitfähigen Zustand die ins Auge gefasste Wirkung verschleiern kann. Es ist vielmehr ein Gasstrom anzuwenden, der entweder auf der ganzen Bahn durch Gas oder wenigstens an den Elektroden stetig fliesst. Dies erreicht man am ehesten dadurch, dass man das Gas nicht erst durch die Spannung des Stromes selbst ionisiren lässt, sondern diesem ein bereits dissociirtes und stetig leitfähiges Gas darbietet. Dies kann man dadurch bewerkstelligen, dass man das Gas sehr stark erhitzt oder wenigstens weissglühende Elektroden anwendet; im ersten Fall ist dann der Strom sehr wahrscheinlich auf seinem ganzen Weg stetig, im zweiten kann er wenigstens an den Elektroden ununterbrochen fliessen.

Für den angestrebten Zweck darf auch kein solcher Gasstrom verwendet werden, der von seinen Elektroden eine Strahlung aussendet, welche die Leitfähigkeit des Gases erheblich verändert.

Als Mittel, die Leitfähigkeit an der Kathode mit der an der Anode zu vergleichen, bietet sich die Untersuchung der Stärke des Stromes dar, den man transversal zu einem anderen durch ein Gas senden kann. Doch muss hierbei die gegenseitige Beeinflussung der zwei sich kreuzenden Ströme dadurch auf ein möglichst kleines Maass zurückgeführt werden, dass man die Oberfläche der Transversalelektroden klein wählt und sie einander sehr nahe bringt, sodass sie rings vom Längsstrom umspült sind.

3. In einer früheren Arbeit[1]) habe ich gezeigt, dass durch das verdünnte Gas einer Glühlampe, in welcher der Kohlenfaden intensiv weiss glüht, infolge der thermischen Dissociation des Gases schon eine kleine elektromotorische Kraft einen Strom unterhält. In jener Arbeit wurde auch folgender Versuch (p. 944) beschrieben. „In der Axe der doppelten Kohlenschleife einer grösseren Glühlampe wurden sich zwei Aluminium-

1) J. Stark, Wied. Ann. 68. p. 942. 1899.

stifte gegenübergestellt, die in Glasröhrchen staken und an ihrem Ende je einen 10 mm langen, horizontalen, unbedeckten metallischen Querbalken trugen. Diese Querbalken waren je etwa 5 mm vom Glühfaden entfernt; parallel zu ihnen, von dem einen 1 mm entfernt, wurden sich bis auf 1 mm Entfernung zwei Aluminiumstifte gegenübergestellt, die aus eng anliegenden Glasröhrchen nur bis auf 2 mm unbedeckt hervorragten. Die Querbalken wurden durch einen Commutator, einen Widerstand und eine Batterie von 100 Volt miteinander verbunden, die Aluminiumstifte durch einen Widerstand, ein Galvanometer und ebenfalls eine Batterie von 100 Volt. Es wurde also senkrecht zu dem Gasstrom zwischen den Querbalken (Longitudinalstrom) unmittelbar vor einer Elektrode desselben ein Transversalstrom durch das verdünnte erhitzte Gas geschickt. War der Longitudinalstrom unterbrochen, so besass der Transversalstrom eine gewisse (normale) Stärke. War jener geschlossen und der Querbalken, an dem der Transversalstrom vorbeiging, Kathode, so nahm dessen normale Stärke um mehrere Procent ab; sie nahm dagegen um mehrere Procent zu, wenn der Querbalken zur Anode gemacht wurde."

Diesen Versuch habe ich neuerdings mehrfach mit dem gleichen Erfolg wiederholt. Der Umstand, dass ich bei sehr starker Ueberspannung des Glühfadens, also bei starker Erhitzung des verdünnten Gases, die gleichen Resultate erhielt, veranlasst mich, die eine der zwei Erklärungen, die ich an jener Stelle als möglich zuliess, zu verwerfen und nur die andere beizubehalten, die ich l. c. p. 945 in folgenden Worten aussprach: „Indem der Gasstrom durch das verdünnte leitfähige Gas fliesst, ändert er die Concentration der leitfähigen Teilchen und zwar erhöht er sie an der Anode und vermindert sie an der Kathode, sodass für einen Transversalstrom die Leitfähigkeit an dieser kleiner ist als an jener."

In diesem Sinne ist auch folgender Versuch zu erklären. In eine 15—20 cm lange, ungefähr 2,5 cm weite cylindrische Röhre seien als Elektroden zwei gleiche, etwa 3 cm lange schmale Kohlenbügel eingeführt. In der Ebene des einen, 2—3 mm von seinem Kopf entfernt, seien symmetrisch zu ihm und senkrecht zur Röhrenaxe zwei Transversalelektroden eingeführt; diese sollen bis auf ein 2 mm langes freies Stück in

eng anliegenden Glasröhrchen stecken und mit ihren Enden 2 mm voneinander abstehen. Die Kohlenbügel sollen durch Batterien auf gleichen Glühgrad erhitzt werden können. Der Strom, den man bei weissglühenden Elektroden durch die evacuirte Röhre aus einer Hochspannungsbatterie sendet, soll schnell commutirt werden können und in der einen wie in der anderen Richtung die gleiche Stärke besitzen. Der Transversalstrom, den man mit Hülfe einer kleinen elektromotorischen Kraft zwischen den Transversalelektroden übergehen lassen kann, ist dann immer stärker, wenn der benachbarte Kohlenbügel Anode ist, als wenn er durch schnelles Commutiren des Längsstromes zur Kathode gemacht ist.

II.

1. Eine in einer cylindrischen Röhre enthaltene Gassäule habe den constanten Querschnitt q, diesen sollen auch die Elektroden haben. Die Axe der Röhre soll zur Coordinatenaxe l gewählt werden, deren Nullpunkt liege in der Oberfläche der Anode. V bezeichne das Potential, λ die specifische Leitfähigkeit, ϱ den specifischen Widerstand, i die Stromintensität.

Wie bekannt ist, gilt für einen stetigen Strom die Beziehung

$$i = -\lambda q \frac{dV}{dl}.$$

Es soll nun angenommen werden, dass der Strom, der durch die Röhre gesandt wird, stetig und constant sei; es sei also $i = \text{const.}$ Für Metalle ist $\lambda = \text{const.}$ und darum auch

$$\frac{dV}{dl} = \text{const.}$$

Ist jedoch innerhalb eines Leiters die spec. Leitfähigkeit ursprünglich überall gleich und wird sie von einem durchgehenden elektrischen Strom nur auf Grund der verschiedenen Geschwindigkeiten der positiven und negativen Ionen verändert, wie es hier für Gase vorausgesetzt werden soll, so kann λ nicht mehr als constant angesehen werden; es ist dann $\lambda = f(l)$. Bei stetigem, constantem Strom ist dann auch dV/dl nicht mehr constant innerhalb eines Gases. Wie sich indes auch λ und dV/dl verändern mögen, es muss immer

$$\varrho = c \frac{dV}{dl} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{\lambda} = c \frac{dV}{dl}$$

sein, wo c eine Constante ist. Durch Differentiation erhält man aus diesen zwei Gleichungen die folgenden

$$\frac{d\varrho}{dl} = c\frac{d^2V}{dl^2},$$

$$\frac{d\lambda}{dl} = -\lambda^2\frac{d^2V}{dl^2}.$$

Nennt man aus naheliegendem Grund d^2V/dl^2 Kraft-, $d\varrho/dl$ Widerstands-, $d\lambda/dl$ Leitgefälle, so kann man die zwei vorstehenden Gleichungen in folgenden Worten aussprechen. *In einem Gas, das von einem stetigen elektrischen Strom durchflossen ist, hat das Widerstandsgefälle immer das gleiche, das Leitgefälle das entgegengesetzte Zeichen wie das Kraftgefälle.*

2. Es soll nun die Abhängigkeit des ϱ von l auf Grund gewisser Annahmen dargestellt werden. Es bezeichne $d\varrho$ die Zunahme von ϱ im Punkte l beim Fortschreiten um die Strecke dl. $d\varrho$ sei proportional dl. Wenn k den spec. Widerstand bei gleichmässiger Verteilung der Leitfähigkeit bezeichnet, so ist $\varrho - k$ die Abweichung vom normalen spec. Widerstand k; $d\varrho$ soll nun auch proportional $\varrho - k$ sein. Unter richtiger Wahl des Vorzeichens kann man dann setzen ($\gamma = \text{const.}$)

$$d\varrho = -\gamma(\varrho - k)dl.$$

Durch Integration dieser Gleichung erhält man

$$\log(\varrho - k) = -\gamma l + C$$

oder

$$\varrho = k \pm \varkappa e^{-\gamma l}.$$

Der Constanten $\varkappa$ in der vorstehenden Gleichung ist das positive Vorzeichen zu geben, wenn $\varrho - k$ für $l = 0$ positiv ist, wenn also an der Elektrode eine Widerstandserhöhung statthat infolge davon, dass die von ihr wegwandernden Ionen eine grössere Geschwindigkeit haben als die zuwandernden, $\varkappa$ muss negativ gesetzt werden, wenn das Umgekehrte der Fall ist.

Eine ähnliche Gleichung wie für ϱ lässt sich für λ entweder direct oder aus ϱ ableiten. Für die letzte Möglichkeit hat man zu setzen

$$\lambda = \frac{1}{\varrho} = \frac{1}{k \pm \varkappa e^{-\gamma l}} = \frac{k \mp \varkappa e^{-\gamma l}}{k^2 - \varkappa^2 e^{-2\gamma l}}.$$

Vernachlässigt man $\varkappa^2 e^{-2\gamma l}$, so erhält man in erster Annäherung

$$\lambda = \frac{1}{k} \mp \frac{\varkappa}{k^2} e^{-\gamma l}$$

oder

$$\lambda = m \mp \mu e^{-\gamma l}.$$

Die abgeleiteten Formeln für ϱ und λ gelten für die Kathode wie für die Anode wenn man, wie im Folgenden stillschweigend vorausgesetzt wird, das Coordinatensystem entsprechend legt. Da in Gasen nach den vorliegenden Erfahrungen die Geschwindigkeit der negativen Ionen grösser als die der positiven ist, so gelten bei ihnen für ein Fortschreiten in das Gas an der Kathode die Formeln

$$\lambda = m - \mu e^{-\gamma l},$$

$$\varrho = k + \varkappa e^{-\gamma l}.$$

An der Anode gilt

$$\lambda = m + \mu e^{-\gamma l},$$

$$\varrho = k - \varkappa e^{-\gamma l}.$$

Nach diesen Formeln ist also in Gasen, die von einem stetigen Strom durchflossen sind, der specifische Widerstand in einem Querschnitt nahe einer Elektrode eine Function des Abstandes von der Elektrode. In der Nähe der Kathode ist er gross, nimmt aber von dieser weg erst rasch, dann langsam ab, um sich einem constanten Wert zu nähern; an der Anode ist er klein, nimmt von ihr weg zu, um dann ebenfalls constant zu werden.

3. Da der specifische Widerstand in einem Gas im allgemeinen variabel ist, so *gilt das Ohm'sche Widerstands-* ($w = \varrho\, l/q$) *und Stromgesetz* ($i = q(V_1 - V_2)/\varrho(l_2 - l_1)$) *für Gase* im allgemeinen *nicht.* Der Widerstand zwischen zwei Querschnitten in der Nähe einer Elektrode berechnet sich für den angenommenen Fall in folgender Weise. Der specifische Widerstand in einer zur Stromrichtung senkrechten, dl dicken Gasschicht sei ϱ, der Widerstand selbst sei proportional dl. Es ist dann

$$dw = \left\{\frac{\varrho\, dl}{q}\right\} = \frac{k \pm \varkappa e^{-\gamma l}}{q} dl.$$

Durch Integration erhält man hieraus

$$w_2 - w_1 = w = \frac{1}{q}\left[k\,(l_2 - l_1) \mp \frac{\varkappa}{\gamma}(e^{-\gamma l_2} - e^{-\gamma l_1})\right].$$

Legt man einen Querschnitt in die Oberfläche der Elektrode, so hat man

$$w = \frac{1}{q}\left[k\,l \pm \frac{\varkappa}{\gamma}\,(1 - e^{-\gamma l})\right].$$

Diese Formel hat für den hier ins Auge gefassten Fall an die Stelle des Ohm'schen Widerstandsgesetzes zu treten.

III.

1. Die im vorausgehenden Abschnitt angestellten Betrachtungen gelten nur unter den gemachten Voraussetzungen. Diese sind folgende: 1. Der Strom sei auf seinem ganzen Weg stetig; 2. die specifische Leitfähigkeit sei proportional der Anzahl der für die Stromleitung in Betracht kommenden Teilchen; 3. ausser der Verschiebung der leitfähigen Teilchen durch den Strom sollen keine weiteren Einflüsse den specifischen Widerstand ändern. Diese Annahmen wurden gemacht, um die oben behandelte Einwirkung des elektrischen Stromes auf die Leitfähigkeit ungestört für sich untersuchen zu können; sie treffen wohl auch in der Hauptsache bei den Versuchen zu, die oben zum Nachweis jener Einwirkung mitgeteilt wurden. Bei der Mehrzahl der Gasströme werden sie jedoch den Thatsachen nicht entsprechen. Aber wie auch in den einzelnen Fällen in Wirklichkeit die Verhältnisse liegen mögen, die behandelte Einwirkung wird neben anderen Einflüssen immer in dem dargelegten Sinne in Erscheinung treten und zur Erklärung gewisser Eigenschaften der Gasströme herangezogen werden müssen.

Von den drei gemachten Voraussetzungen soll die erste, die Stetigkeit des Gasstromes, auch für die folgenden Betrachtungen festgehalten, die zwei anderen jedoch in der nachstehenden Weise modificirt werden.

2. Die Voraussetzung, dass die specifische Leitfähigkeit proportional der Anzahl der für die Stromleitung in Betracht kommenden Teilchen sei, wird in Wirklichkeit nie genau zutreffen. Die obigen Formeln für den specifischen Widerstand an den Elektroden haben daher Constanten anzunehmen, die in keiner

oder wenigstens in einer sehr verwickelten Beziehung zu einander stehen. Sind k_1, $\varkappa_1$, γ_1; k_2, $\varkappa_2$, γ_2 voneinander unabhängige Constanten, so nimmt auf Grund der oben behandelten Wirkung der specifische Widerstand an der Kathode den Wert an:

$$\varrho_1 = k_1 + \varkappa_1 e^{-\gamma_1 l},$$

an der Anode:

$$\varrho_2 = k_2 - \varkappa_2 e^{-\gamma_2 l}.$$

3. Von den Ursachen, die ausserdem die specifische Leitfähigkeit eines Gases verändern können, ist zunächst folgende zu nennen. Da nach den neueren Untersuchungen der Ausgleich elektrischer Differenzen in einem Gas durch positive und negative Ionen ähnlich wie in einem Elektrolyten vermittelt wird, so ist zu erwarten, dass sich beim Durchgang eines Stromes durch ein Gas unmittelbar an der Oberfläche der Anode und Kathode Schichten von negativen bez. positiven Ionen bilden. Wenn auch diese durch den Strom an den Elektroden abgeschiedenen Ionen beständig wieder in den Gasraum zurückdiffundiren, so werden sie doch bei stetigem Strome an den Elektroden gegen den Normalzustand im Ueberschuss vorhanden sein und eine Schicht bevölkern, in der durch ihre Gegenwart der specifische Widerstand erhöht ist.

Wenn wir daher den specifischen Widerstand an einer Stelle in einem Gase als eine Summe verschiedener Summanden darstellen, so haben wir dem specifischen Widerstand an der Anode wie an der Kathode ein positives Glied auf Grund des Einflusses der Ionenschichten an den Elektroden beizufügen. Die obigen Formeln sind daher zu folgenden zu erweitern:

$$\varrho_1 = k_1 + \varkappa_1 e^{-\gamma_1 l} + f_1(l),$$
$$\varrho_2 = k_2 - \varkappa_2 e^{-\gamma_2 l} + f_2(l).$$

Zu beachten ist, dass $f_1(l)$ und $f_2(l)$ mit wachsendem l sehr rasch auf Null sinken und dass sowohl $df_1(l)/dl$ wie $df_2(l)/dl$ negativ sind und nicht positiv werden.

4. Weiter kann die specifische Leitfähigkeit eines Gases durch Strahlungen verändert werden, die unter Umständen ein Gasstrom an seinen Elektroden erregt. So wissen wir, dass zwar nicht von der Anode, wohl aber von der Kathode aus in gewissen Fällen Strahlen in ein Gas gesandt werden, die

seine Leitfähigkeit erhöhen. ϱ_1 ist darum ein weiteres und zwar negatives Glied beizufügen:

$$\varrho_1 = k_1 + \varkappa_1 e^{-\gamma_1 l} + f_1(l) - \varphi_1(l).$$

$d\varphi_1(l)/dl$ ist aus naheliegendem Grunde für alle Werte von l negativ.

5. Es wäre in die Formeln für ϱ_1 und ϱ_2 noch ein Glied einzuführen, das den Einfluss darstellt, den die Erhitzung infolge des Stromdurchganges auf die specifische Leitfähigkeit ausübt. Dieser müsste vor allem an den Elektroden sich zeigen. Doch wissen wir über ihn nichts näheres; er soll darum vorderhand nicht berücksichtigt werden.

6. Es soll nun die Variation des specifischen Widerstandes eines Gases in der Nähe der Elektroden unter Vernachlässigung des Einflusses der Temperatur untersucht werden. An der Kathode ist im allgemeinsten Falle der specifische Widerstand:

$$\varrho_1 = k_1 + \varkappa_1 e^{-\gamma_1 l} + f_1(l) - \varphi_1(l).$$

Setzt man für die erste Annäherung (a_1, α_1, b, c und g seien Constanten)

$$f_1(l) = a_1 e^{-\alpha_1 l}, \qquad \varphi_1(l) = \frac{b}{l+g} + \frac{c}{(l+g)^2},$$

so erhält man bei Differentiation nach l:

$$\frac{d\varrho_1}{dl} = -\varkappa_1\gamma_1 e^{-\gamma_1 l} - a_1\alpha_1 e^{-\alpha_1 l} + \frac{b}{(l+g)^2} + \frac{2c}{(l+g)^3}.$$

ϱ_1 hat für denjenigen Wert von l ein Minimum bez. Maximum, für den gilt:

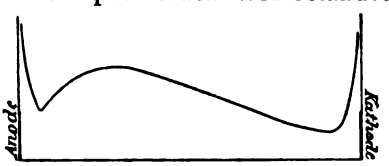
$$\frac{b}{(l+g)^2} + \frac{2c}{(l+g)^3} = \varkappa_1\gamma_1 e^{-\gamma_1 l} + a_1\alpha_1 e^{-\alpha_1 l}.$$

Eine eingehende mathematische Betrachtung ergiebt, dass die zwei Curven, welche den zwei Seiten der vorstehenden Gleichung entsprechen, im Endlichen für positive Werte von l nur dann und nur *einen* reellen Schnittpunkt haben, wenn für $l = 0$ die rechte Seite grösser als die linke ist. *Der specifische Widerstand kann darum bei stetigem Strom in der Nähe der Kathode nur einen singulären Wert haben und zwar ein Minimum,* wie eine einfache Ueberlegung ergiebt.

In ähnlicher Weise lässt sich zeigen, dass *der specifische Widerstand auch an der Anode im allgemeinsten Fall nur ein relatives Minimum haben kann.*

Zwischen dem Minimum an der Kathode und dem an der Anode kann bei stetigem Strom nur ein Maximum des specifischen Widerstandes liegen. Für grössere Werte von l wird nämlich $\varrho_1 = k_1 - \varphi_1(l)$, $\varrho_2 = k_2$; es ist also dann $d\varrho_2/dl$ unveränderlich gleich Null und $d\varrho_1/dl$ hat nach dem oben Bemerkten immer dasselbe Vorzeichen.

Will man auf Grund der vorstehenden Betrachtungen die typische Curve für den Verlauf des specifischen Widerstandes zwischen der Anode und der Kathode zeichnen, so hat man zu beachten, dass mutmaasslich $f_2(l)$ viel rascher Null wird als $\varkappa_2 e^{-\varkappa_1 l}$, ferner, dass $\varphi_1(l)$ noch in grösserer Entfernung von der Kathode einen von Null erheblich verschiedenen Wert besitzt. Man wird dann eine Curve erhalten, die den Charakter der vorstehenden besitzt.



Die Ordinaten in dieser Curve bezeichnen den specifischen Widerstand, als Abscissenaxe ist die Verbindungslinie zweier homologer Randpunkte der Elektroden gewählt.

Die vorstehende Curve giebt für einen stetigen Gasstrom, dessen thermische Wirkung auf die Leitfähigkeit vernachlässigt werden kann, den allgemeinsten Fall der Variation des specifischen Widerstandes in einem durchströmten Gas.

Die vorstehenden Betrachtungen haben, wie ausdrücklich wiederholt werden soll, die Voraussetzung, dass der elektrische Strom im Gas von derselben Art wie in Metallen und Elektrolyten stetig sei und bei seinem Eintritt das Gas in einem gleichmässig leitfähigen Zustand vorfinde. In einer später erscheinenden Abhandlung sollen mit Rücksicht auf die wirklich beobachteten Verhältnisse aus der vorliegenden Untersuchung gewisse Folgerungen gezogen und im Anschluss daran soll der Verlauf der durch Messungen ermittelten Curve des Spannungsgefälles und scheinbaren Widerstandes besprochen werden.

München, Phys. Inst. d. Univ., Februar 1900.

(Eingegangen 8. Februar 1900.)

4. *Ueber eine Methode objectiver Darstellung der Eigenschaften des polarisirten Lichtes; von N. Umow.*

(Hierzu Taf. I, Figg. 1—5.)

(Mit Zusätzen abgedruckt aus der Zeitschr. f. phys. Chem. 30. p. 711. 1899.)

Die Methode beruht auf den Erscheinungen, welche die Reflexion des polarisirten Lichtes an der Grenze eines durchsichtigen Mediums und eines in denselben eingetauchten Polyeders begleiten. Denken wir uns einen solchen grossen oder kleinen Körper, dessen Oberfläche aus mehreren reflectirenden Flächen gebildet ist, in den Weg eines linear polarisirten Bündels paralleler Lichtstrahlen eingeschaltet: das reflectirte Licht wird im allgemeinen einen pyramidalen Raum mit variabler Intensität ausfüllen. Das Minimum der Intensität wird augenscheinlich für solche Meridionalebenen gelten, welche die Richtung der Lichtschwingung und die Normale der reflectirenden Fläche enthalten. Dieses Minimum wird von der Grösse des Polarisationswinkels an der Grenze der zwei sich berührenden Stoffe abhängen. Man kann auf diese Weise auch Farbenerscheinungen erhalten; es können daher trübe Medien, welche sehr kleine suspendirte reflectirende Körperchen enthalten, im polarisirten Lichte in verschiedenen Richtungen auch verschiedene Farben zeigen. Ein solches suspendirtes Körperchen spielt die Rolle eines Analysators.

Ich werde hier einige Experimente beschreiben, welche aus diesen einfachen Ueberlegungen folgen und zum ersten Male im vorigen Winter in der Sitzung der Kaiserlichen Gesellschaft der Naturforscher zu Moskau demonstrirt wurden.

Zur Erhaltung eines polarisirten Bündels diente die in Fig. 1 dargestellte Anordnung. Die elektrische Lampe trägt ein grosses Foucault'sches Prisma P, welches an seinem vorderen Ende mit einem Diaphragma mit runder Oeffnung versehen ist. Das Bild dieser Oeffnung wird mit dem Projectionsapparat S in gewünschter Entfernung entworfen. In

den Weg der linearpolarisirten Strahlen, welche aus *S* heraustreten, werden verschiedene Apparate eingeschaltet.

1. Ein polirter Kegel aus Glas, dessen Oeffnung ungefähr 68° beträgt, wird mit Wachs an einen Kork befestigt, welcher seinerseits an einen weissen Schirm angeklebt ist. Dieser Kork wird mit einem zweiten auf der anderen Seite des Schirmes verbunden, welcher in einem Halter befestigt ist. Man stellt den Kegel in den Weg des linearpolarisirten Lichtbündels auf solche Weise, dass die Axe des Bündels mit der Axe des Kegels und das Bild der runden Oeffnung des Diaphragmas

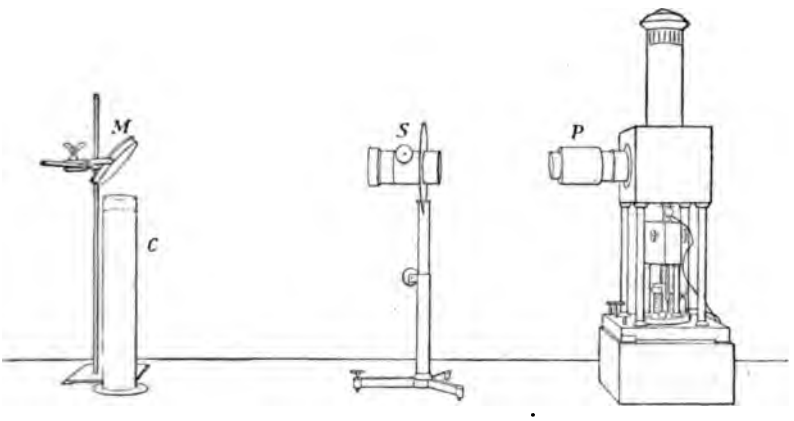


Fig. 1.

mit der kreisförmigen Basis des Kegels zusammenfallen. Zwischen *S* und dem Glaskegel wird ein Diaphragma, welches das diffuse Licht abblendet, eingesetzt. Fig. 1, Tafel I zeigt die Erscheinung. Man sieht in der Mitte den Glaskegel, welcher von einem runden Schatten umgeben ist; es folgt dann der reflectirte breite Lichtfleck, welcher von zwei diametral gegenüber liegenden dunklen Büscheln durchsetzt ist. Der Durchmesser des Fleckes, welcher die Büschel der Länge nach halbirt, zeigt die Richtung der Lichtschwingungen an. Der Glaskegel spielt also die Rolle eines Analysators.

2. Wir stellen in den Weg des linear polarisirten Strahles zwischen *P* und *S* eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte: der Kegel reflectirt dann ein glänzendes farbiges Bild.

Eine linksdrehende (rote) Quarzplatte giebt z. B. zwei angrenzende Felder, in denen die Reihenfolge der Farben mit dem Sinne der Bewegung des Uhrzeigers zusammenfällt: rot, orange, gelb, grün, blau, violett, purpur, rot, orange, gelb, grün, blau, purpur, rot (Fig. 2). Die Reihenfolge wird umgekehrt für eine rechtsdrehende Quarzplatte. Eine doppelte Quarzplatte giebt bei passender Orientirung zwei angrenzende Felder mit umgekehrten Reihenfolgen der Farben. Die Methode giebt also eine sehr übersichtliche Demonstration der Drehung der Polarisationsebene des Lichtes; der Kegel ersetzt also gewisse rotirende Polarisationsapparate.

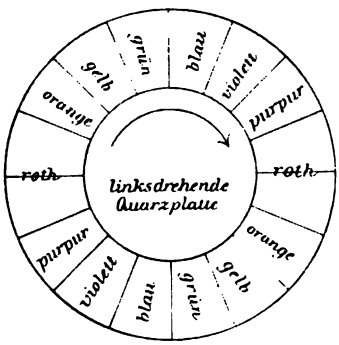


Fig. 2.

Ein Babinet'scher Compensator, zwischen P und S eingeschaltet, giebt farbige Curven, welche in Fig. 2, Tafel I abgebildet sind. Das Viereck ist das Bild des Compensators; die Richtung der Lichtschwingungen vor dem Eintritt in den Compensator fällt mit einer seiner Diagonalen zusammen. Die farbigen Curven sind durch die Reflexion derjenigen Strahlen gebildet, welche bei dem Austritt aus dem Compensator denselben Schwingungszustand besitzen. Man überzeugt sich leicht davon, wenn man vor dem Glaskegel ein Drahtgitter einstellt, dessen Drähte den brechenden Kanten der Compensatorkeile parallel sind: Der Verlauf der Schatten dieser Drähte stimmt dann mit den Conturen der farbigen Curven. Die Fig. 3, Tafel I stellt dar die Abbildung des Experimentes. Die Strahlen, welche aus dem Compensator heraustreten, fallen einerseits auf eine kleine Glastafel, und werden von dieser auf den Schirm in Form eines halbelliptischen, von den Streifen des Compensators durchsetzten Lichtfleckes (links oben) reflectirt. Der übrige Teil der Strahlen geht durch ein Gitter, dessen Drähte parallel den Streifen des Lichtfleckes eingestellt sind. Man erhält auf diese Weise auf dem Schirme scharf ausgedrückte reflectirte Schatten der Drähte, welche mit breiteren farbigen Curven zusammenfallen.

Man kann auch den Glaskegel für subjective Beobachtung

benutzen: es wird zu diesem Zwecke ein kleiner Kegel auf eine mattgeschliffene Glasplatte, welche in der Focalebene eines Oculares befestigt ist, mit einem Tropfen Asphaltlack angeklebt.

3. Mit Kegeln aus Metallpapier oder mit Glaskegeln, welche mit verschiedenen Stoffen (z. B. Fuchsin) überzogen sind, kann man andere Erscheinungen demonstriren. Man erhält eine sehr interessante und lichtstarke Erscheinung, wenn man, beim Einsetzen einer Quarzplatte zwischen *P* und *S*, in der Strecke *SM* einen Flüssigkeitsstrahl (1,5 m lang) mit einem Pulverisator erzeugt und schräg in der Richtung des Strahles blickt (Fig. 3). Man sieht längs des Strahles prachtvolle stahl-

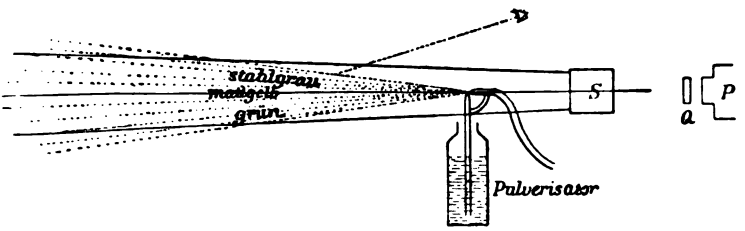


Fig. 3.

graue oder gelbe, grüne etc. Farben, welche den Eindruck einer Metallreflexion machen. Die Farben wechseln mit der Drehung des Polarisators.

4. Ich komme jetzt zu der Beschreibung der Erscheinungen, welche man bei Beleuchtung der trüben Medien mit polarisirtem Lichte beobachtet. Die Idee, in ein trübes Medium einen polarisirten Lichtstrahl zu werfen, gehört G. Stokes. Es kam unserem ehemaligen Praktikanten Hrn. Abels die Idee, in den Gang eines solchen Strahles Quarzplatten einzuschalten, und in einer trüben Rohrzuckerlösung einen spiralförmigen Lichtstrahl zu erhalten. Entsprechende Experimente wurden von dem Assistenten des Physikalischen Cabinets, Hrn. Ussagin, mit Erfolg ausgeführt.

Die Anordnung der Apparate ist aus der Fig. 1 ersichtlich. Das Lichtbündel *PSM* wird von einem Metallspiegel *M* vertical nach unten zurückgeworfen und auf den Experimentirtisch ein vergrössertes Bild der Diaphragmaöffnung erhalten. Die Strahlen gehen im Inneren eines hohen Glascylinders *C*,

welcher mit einer Flüssigkeit bis zu der Höhe von 48 cm gefüllt ist.

Das Experiment von G. Stokes besteht im Folgenden. Als Flüssigkeit wird Wasser genommen, welchem man eine sehr kleine Menge einer Lösung von Colophonium in Alkohol beimischt, bis es schwach opalisirend wird. Man sieht dann im Gefässe eine verticale Lichtsäule, deren Mantel auf zwei gegenüberliegenden verticalen Streifen dunkel ist. Die Ursache davon ist dieselbe wie diejenige der dunklen Büschel in dem Experimente mit dem Glaskegel. Die Schar paralleler verticaler Ebenen, welche den dunklen Streifen entspricht, giebt die Richtung der Schwingungsebene des einfallenden Lichtes; jedes suspendirte Colophoniumteilchen spielt die Rolle eines Analysators. Bei Einschaltung in den Gang der Lichtstrahlen zwischen *P* und *S* einer senkrecht zur Axe geschnittenen Quarzplatte erhalten wir dieselbe Erscheinung, wie die im Punkte 2 beschriebene, wenn wir den flachen Schirm in einen conischen oder cylindrischen verwandelten. Der Mantel des Lichtbündels in der Flüssigkeit überzieht sich scheinbar mit verticalen farbigen Streifen, deren Reihenfolge derselben Regel wie im Punkte 2 folgt (Fig. 4). Man erhält dieselbe Erscheinung, wenn das Gefäss *C* mit weissen Wolken des Salmiaks gefüllt wird. Blickt man ins Gefäss von oben, schräg gegen die Richtung der Strahlen, so sieht man viel lebhaftere Farben. Steht das Gefäss *C* auf einer Glastafel, so erscheint das reflectirte Bild der Lichtsäule in lebhaften complementären Farben.

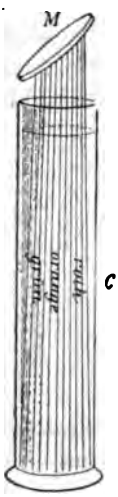


Fig. 4.

5. Wollen wir dasselbe Gefäss *C* mit einer Rohrzuckerlösung füllen, deren Dichte ungefähr 1,3 bei 20° C. ist, und welcher eine kleine Quantität der obengenannten Colophoniumlösung beigemengt ist. Die Quarzplatte ist weggenommen. Im monochromatischen Lichte muss man folgende Erscheinung erwarten. Die eindringende Lichtschwingung giebt in der obersten, unendlich dünnen horizontalen Flüssigkeitsschicht zwei unendlich kurze, gegenüberliegende verticale dunkle Streifen, deren Verbindungslinie der Schwingungsrichtung der einfallenden Lichtstrahlen parallel ist. Bei weiterem Eindringen des

Strahles in die Flüssigkeit dreht sich die Schwingungsrichtung, daher drehen sich mit dieser auch die dunklen Streifen. Wir erhalten offenbar auf dem Mantel des Lichtbündels zwei dunkle Spiralen, welche gegeneinander um zwei rechte Winkel verschoben sind, und deren Windungen, von oben gesehen, eine Richtung gegen die Bewegung des Uhrzeigers haben. Die Fig. 4, Taf. I zeigt die Abbildung des Phänomens im grünen Lichte (bei Einschaltung eines grünen Glases bei *P*). Man sieht drei Windungen — am oberen Ende, in der Mitte und am Boden des Gefässes. Wegen Absorption wird die Lichtsäule dunkler, je mehr man sich dem Boden des Gefässes nähert. Fig. 5, Taf. I zeigt das Phänomen im weissen Lichte. Ein Faden, der auf den Cylinder aufgewickelt ist, zeigt die Richtung der Spiralwindungen; die Farben, die diesen Windungen folgen, sind mit Buchstaben bezeichnet. Ihre Reihenfolge von oben nach unten ist die folgende: braun, grau, violett, indigo, blau, grün, gelb, orange, rot, purpurgrau, grau-grün. Die Erscheinung ist gebildet durch das Aufeinanderlagern farbiger Felder mit variabler, spiralförmig verteilter Intensität. Die dunklen Spiralen haben für alle Farben zwei gemeinschaftliche Ausgangspunkte auf der Oberfläche der Flüssigkeit; ihre Windungshöhen sind aber verschieden. Je mehr wir uns dem Boden des Gefässes nähern, desto mehr gehen die Windungen verschiedener Spiralen auseinander, und die Erscheinung wird verwaschener.

Man demonstrirt leicht, dass wir es hier mit einem Phänomen der Circularpolarisation zu thun haben. Es erübrigt nur, bei *P* in die Strahlen eine Platte von einer Viertelwellenlänge in passender Orientirung einzuschalten: das Spiralphänomen verschwindet.

(Eingegangen 19. Februar 1900.)

5. *Ueber magnetische Schirmwirkung; von H. du Bois und A. P. Wills.*

Fünfter Teil.[1]

Dreischalige Cylinder- und Kugelpanzer.

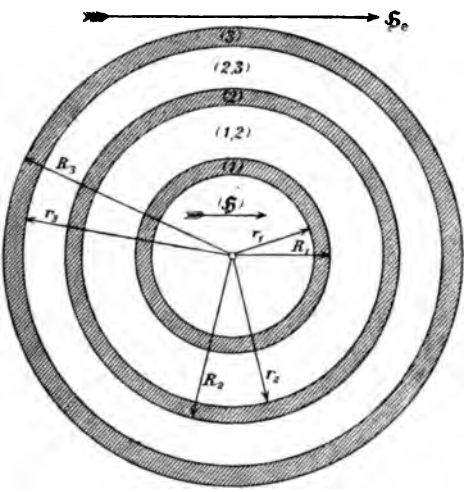
§ 42. Wenngleich in vielen Fällen ein genügender Schutz von Galvanometern und anderen Apparaten schon mit Doppelpanzern erreicht werden dürfte, kann doch beim Auftreten sehr erheblicher Störungen die Anwendung einer dreischaligen Panzerung geboten erscheinen. Es erübrigt daher auch diesen Fall im Folgenden einer theoretischen und experimentellen Untersuchung zu unterziehen. Das rein mathematische Problem der Schirmwirkung sphärischer und cylindrischer trilamellarer Panzer lässt sich auf Grund des Principes von der Erhaltung des Inductionsflusses in analoger Weise behandeln wie der bilamellare Fall; diese Verallgemeinerung wurde bereits in § 10 angedeutet. Es bedarf langwieriger rechnerischer Operationen, um zu den expliciten Endgleichungen zu gelangen; diese mathematischen Entwickelungen hat der Eine von uns bereits an anderer Stelle veröffentlicht[2]), sodass wir uns hier auf die Wiedergabe der Resultate, sowie auf ihre experimentelle Prüfung und praktische Anwendung beschränken.

§ 43. Im Anschluss an die Tabelle des § 3 seien folgende abgekürzte Bezeichnungen eingeführt (vgl. dazu die Figur). Ferner sei die als constant vorauszusetzende Permeabilität wie üblich mit μ, die *inneren* Schutzverhältnisse der einzelnen Schalen wieder mit g_1, g_2 und g_3, dasjenige der Gesamtpanzerung mit g bezeichnet; nach § 18 ist das *äussere* Schutzverhältnis dem entsprechenden inneren unter allen Umständen gleich.

1) Teil I—IV: H. du Bois, Wied. Ann. Jubelbd. **63.** p. 348. 1897; **65.** p. 1. 1898.

2) A. P. Wills, Physical Review **9.** p. 193. 1899.

Nr.	der Schale	Hohlkugeln		Hohlcylinder	
(1)	Innere Schale	$\mathfrak{p}_1 = \frac{r_1^3}{R_1^3}$	$\mathfrak{m}_1 = 1 - \frac{r_1^3}{R_1^3}$	$\mathfrak{q}_1 = \frac{r_1^2}{R_1^2}$	$\mathfrak{n}_1 = 1 - \frac{r_1^2}{R_1^2}$
(2)	Mittlere Schale	$\mathfrak{p}_2 = \frac{r_2^3}{R_2^3}$	$\mathfrak{m}_2 = 1 - \frac{r_2^3}{R_2^3}$	$\mathfrak{q}_2 = \frac{r_2^2}{R_2^2}$	$\mathfrak{n}_2 = 1 - \frac{r_2^2}{R_2^2}$
(3)	Aeussere Schale	$\mathfrak{p}_3 = \frac{r_3^3}{R_3^3}$	$\mathfrak{m}_3 = 1 - \frac{r_3^3}{R_3^3}$	$\mathfrak{q}_3 = \frac{r_3^2}{R_3^2}$	$\mathfrak{n}_3 = 1 - \frac{r_3^2}{R_3^2}$
(1,2)	Luftraum zw. (1) u. (2)	$\mathfrak{p}_{12} = \frac{R_1^3}{r_2^3}$	$\mathfrak{m}_{12} = 1 - \frac{R_1^3}{r_2^3}$	$\mathfrak{q}_{12} = \frac{R_1^2}{r_2^2}$	$\mathfrak{n}_{12} = 1 - \frac{R_1^2}{r_2^2}$
(2,3)	Luftraum zw. (2) u. (3)	$\mathfrak{p}_{23} = \frac{R_2^3}{r_3^3}$	$\mathfrak{m}_{23} = 1 - \frac{R_2^3}{r_3^3}$	$\mathfrak{q}_{23} = \frac{R_2^2}{r_3^2}$	$\mathfrak{n}_{23} = 1 - \frac{R_2^2}{r_3^2}$



§ 44. Die strenge Endgleichung kann nun erstens in folgender Form ausgedrückt werden, zunächst für drei Hohlkugeln:

$$(\mathrm{III}) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{g} - 1 = {} & \tfrac{2}{9} \frac{(\mu-1)^2}{\mu} \Big\{ (1 - \mathfrak{p}_1 \mathfrak{p}_2 \mathfrak{p}_3) \\ & + \tfrac{1}{81} \frac{(2\mu+1)^2 (\mu+2)^2}{\mu^2} \mathfrak{m}_1 \mathfrak{m}_{12} \mathfrak{m}_2 \mathfrak{m}_{23} \mathfrak{m}_3 \\ & + \tfrac{1}{9} \frac{(2\mu+1)(\mu+2)}{\mu} \big[(\mathfrak{m}_1 \mathfrak{m}_3 + \mathfrak{m}_1 \mathfrak{m}_2 - \mathfrak{m}_1 \mathfrak{m}_2 \mathfrak{m}_3) \mathfrak{m}_{12} \\ & + (\mathfrak{m}_1 \mathfrak{m}_3 + \mathfrak{m}_2 \mathfrak{m}_3 - \mathfrak{m}_1 \mathfrak{m}_2 \mathfrak{m}_3) \mathfrak{m}_{23} - \mathfrak{m}_1 \mathfrak{m}_3 \mathfrak{m}_{12} \mathfrak{m}_{23} \big] \Big\} . \end{aligned} \right.$$

Sodann für drei Hohlcylinder:

$$(\mathrm{III}^*)\quad \begin{cases} g-1 = \frac{1}{4}\frac{(\mu-1)^2}{\mu}\Big\{(1-q_1\,q_2\,q_3)+\frac{1}{16}\frac{(\mu+1)^4}{\mu^2}\,n_1\,n_{12}\,n_2\,n_{23}\,n_3 \\ \qquad +\frac{1}{4}\frac{(\mu+1)^2}{\mu}\big[(n_1\,n_3+n_1\,n_2-n_1\,n_2\,n_3)\,n_{12} \\ \qquad +(n_1\,n_3+n_2\,n_3-n_1\,n_2\,n_3)\,n_{23}-n_1\,n_3\,n_{12}\,n_{23}\big]\Big\}. \end{cases}$$

Obige Gleichungen entsprechen den bilamellaren Gleichungen (I) und (I*) des § 6.

§ 45. Auch im vorliegenden Falle empfiehlt es sich ebenso wie dort, eine weitere Transformation vorzunehmen; man erhält dann zweitens, entsprechend den Gleichungen (7) und (7*) des § 9, für Hohlkugeln:

$$(\mathrm{IV})\quad \begin{cases} g=\Big\{\Big(\frac{2}{9}\frac{(\mu-1)^2}{\mu}m_1+1\Big)\Big(\frac{2}{9}\frac{(\mu-1)^2}{\mu}m_2+1\Big)\Big(\frac{2}{9}\frac{(\mu-1)^2}{\mu}m_3+1\Big)\Big\} \\ \quad +\frac{2}{9}\frac{(\mu-1)^3}{\mu}\cdot\frac{(2\mu+1)(\mu+2)}{9\mu}\Big\{\frac{(2\mu+1)(\mu+2)}{9\mu}m_1\,m_2\,m_3\,p_{12}\,p_{23} \\ \quad -\frac{2}{9}\frac{(\mu-1)^2}{\mu}(m_1\,m_2\,m_3\,p_{12}+m_1\,m_2\,m_3\,p_{23}) \\ \quad -(m_1\,m_2\,p_{12}+m_2\,m_3\,p_{23}+m_1\,m_3\,p_{12}\,p_{23})\Big\}. \end{cases}$$

Hierbei ist das erste Glied einfach gleich dem Producte $g_1\,g_2\,g_3$ (vgl. Gl. (II), § 9); dasselbe trifft bei der folgenden Gleichung für Hohlcylinder ebenfalls zu:

$$(\mathrm{IV}^*)\quad \begin{cases} g=\Big\{\Big(\frac{1}{4}\frac{(\mu-1)^2}{\mu}n_1+1\Big)\Big(\frac{1}{4}\frac{(\mu-1)^2}{\mu}n_2+1\Big)\Big(\frac{1}{4}\frac{(\mu-1)^2}{\mu}n_3+1\Big)\Big\} \\ \quad +\frac{1}{16}\frac{(\mu^2-1)^2}{\mu^2}\Big\{\frac{(\mu+1)^2}{4\mu}n_1\,n_2\,n_3\,q_{12}\,q_{23} \\ \quad -\frac{1}{4}\frac{(\mu-1)^2}{\mu}(n_1\,n_2\,n_3\,q_{12}+n_1\,n_2\,n_3\,q_{23}) \\ \quad -(n_1\,n_2\,q_{12}+n_2\,n_3\,q_{23}+n_1\,n_3\,q_{12}\,q_{23})\Big\}. \end{cases}$$

Sämtliche vier Gleichungen sind dritten Grades nach μ dabei überwiegt das Glied mit μ^3, zumal wenn die Schalen durch weitere Luftzwischenräume getrennt sind. Da somit der Gesamtschutz im letzteren Falle fast proportional der dritten Potenz der Anfangspermeabilität wächst, ist die Benutzung hochpermeabelen Materiales praktisch von grosser Wichtigkeit. Die Gleichungen zeigen eine symmetrische Grup-

pirung der Bestimmungsstücke, welche der inneren und äusseren Schale entsprechen, während die mittlere eine Sonderstellung einnimmt; anders ausgedrückt, sind die Indices 1 und 3 gleichwertig und vertauschbar.

§ 46. Lässt man die Wandstärke einer dieser beiden Schalen schwinden, so erhält man die entsprechenden bilamellaren Gleichungen, welche sich weiter auf die unilamellaren Ausdrücke reduciren, falls die Dicke zweier Schalen gegen Null convergirt (§ 7). Aehnlich wie bei den Doppelpanzern (§§ 8, 9) kennzeichnen auch hier die *additiven* zweiten und dritten Glieder zwischen { } in (III) und (III*) den günstigen Einfluss der Luftzwischenräume. Dagegen entspricht in (IV) und (IV*) das überwiegend *subtractive* zweite Glied wieder der ungünstigen magnetischen Wechselwirkung zwischen den einzelnen Schalen. Sie bestimmen auch hier den Betrag, um welchen man noch von der idealen Multiplicirung der drei Schutzverhältnisse entfernt ist, welche streng genommen erst bei unendlich weiten Zwischenräumen zulässig werden würde.

Die mitgeteilten strengen Gleichungen sind ohne irgendwelche Vernachlässigung erhalten worden. Sofern etwa $\mu > 200$, wie es bei gutem Material zutrifft, dürfte der Zahlenaddend oder Subtrahend 1 bez. 2 gegen μ wohl meistens zu vernachlässigen sein. Ferner vereinfachen sich die Formeln für sehr dünne Schalen, deren Wandstärke etwa von der Ordnung $^1/_{100}$ ihres Radius ist; betreffs dieser Reductionen möge ein Hinweis auf § 11 genügen.

§ 47. Durch die in §§ 23—26 beschriebenen Versuche wurden die bilamellaren Gleichungen einer eingehenden experimentellen Prüfung unterzogen; die Uebereinstimmung der beobachteten und berechneten Werte von g erwies sich als durchaus befriedigend. Die damals untersuchten, aus aufgerolltem Transformatorblech bestehenden drei Cylinder (vgl. Tab. 3, § 24) wurden sowohl einzeln, wie auch in den drei möglichen bilamellaren Combinationen geprüft; auch wurde für den vollständigen trilamellaren Satz das Schutzverhältnis experimentell ermittelt und $g = 71$ gefunden, während das Product $g_1\, g_2\, g_3$ den Wert 181 aufwies. Eine nachträgliche Berechnung nach Gleichung (IV*) ergiebt nun $g = 86$, also nur eine rohe Annäherung an den Versuchswert.

Behufs Erzielung einer besseren Uebereinstimmung haben wir nochmals Messungen mit teilweise neuen Cylindern angestellt und zwar nach dem in § 23 beschriebenen Verfahren; nur überschritt das „künstliche Störungsfeld" jetzt niemals 0,01 C.G.S., während früher der obere Grenzwert 0,05 C.G.S. eingehalten wurde. Es hatte sich inzwischen herausgestellt, dass das Bereich constanter Anfangspermeabilität gerade bei den brauchbarsten Eisenblech- und Stahlgusssorten, die hohe Werte jener Grösse aufweisen, kaum über ersteren Wert hinaus gilt.

§ 48. In Tab. 6 geben wir eine Uebersicht der Resultate (vgl. hierzu Tab. 4, § 26); durch Einsetzen des Productes $g_1 g_2 g_3 = 91{,}2$, der q und n, sowie des geometrischen Mittelwertes der Permeabilität $\mu = \sqrt[3]{\mu_1 \mu_2 \mu_3} = 151$ in Gleichung (IV*) ergab sich $g = 60{,}2$, während beobachtet wurde $g = 64{,}6$; es dürfte also auch für trilamellare Panzer die im Vorhergehenden entwickelte Theorie als durch die Erfahrung genügend bestätigt zu erachten sein.

Tabelle 6.

Nr.	d (Centimeter)	r (Centimeter)	R (Centimeter)	$\frac{r}{R}$	q	n	g beob.	g ber.	μ
(1)	0,270	2,285	2,555	0,896	0,803	0,197	9,8	—	180
(2)	0,180	4,080	4,260	0,959	0,920	0,080	3,7	—	137
(3)	0,180	7,876	8,056	0,978	0,956	0,044	2,5	—	140
(1, 2, 3)	—	—	—	—	—	—	64,6	60,2	151

§ 49. Die Bestimmung derjenigen Anordnung einer trilamellaren Panzerung, bei der ihr Schutzverhältnis mit Bezug auf das erforderliche Eigengewicht ein maximales ist, führt im allgemeinen auf complicirtere Rechnungen als die früher für bilamellare Panzer mitgeteilten (§§ 13—15). Zur Erläuterung der Anwendbarkeit der allgemeinen Gleichungen hat der Eine von uns unter bestimmten Voraussetzungen mehrere Specialfälle ein-, zwei- und dreischaliger Cylinder- und Kugelpanzer graphisch discutirt.[1]) Es wurde bereits betont (§ 13), dass es sich nicht empfiehlt, die relative Wandstärke der Einzelpanzer über ein gewisses — ziemlich geringes — Maass hinaus zu steigern, bei Hohlcylindern etwa 15 Proc., bei Hohl-

1) A. P. Wills, l. c. p. 210.

kugeln etwa 10 Proc. des mittleren Radius. Da andererseits die Herstellung allzu dünner Schalen, zumal aus Stahlguss praktische Schwierigkeiten bietet, so gelangt man dazu, Schalen vom angegebenen Dimensionsverhältnis als Constructionselemente einzuführen.[1]) Legt man solche zu Grunde, so ergiebt eine verallgemeinerte Discussion wieder ein relatives Schutzmaximum, wenn die Radienverhältnisse der Lufträume für Cylinder den Wert 1,5 bis 1,6, für Kugeln 1,3 bis 1,4 aufweisen; die gleiche Bedingung wurde für Doppelpanzer bereits in strenger Weise hergeleitet (§ 15).

§ 50. Die dargelegten Gesichtspunkte sind bei der Verwendung dreischaliger Panzer neben dem bereits früher (§§ 30, 31) Ausgeführten zu beachten. Die meisten der dort als erstrebenswert bezeichneten Materialeigenschaften wurden seitdem bei einigen Stahlgusssorten von dem Einen von uns vorgefunden, insbesondere Anfangswerte der Permeabilität über 300; solches Material ist daher meistens vorzuziehen. Bei Stahlgusspanzern von der oben angegebenen Wandstärke und Anordnung ist in diesem Falle das Schutzverhältnis einer ein-, zwei- und dreischaligen Panzerung etwa von der Ordnung 10, 100 bez. 1000.

Nach der vorliegenden Untersuchung erscheint nunmehr die Frage der Panzerung von Galvanometern, auch von astatischen, in einem wesentlich günstigeren Lichte als bisher anzunehmen statthaft war. Aeltere Instrumente lassen sich nach den erörterten Grundsätzen nachträglich schützen; was insbesondere die von Hrn. Rubens und dem Einen von uns früher angegebenen Galvanometer betrifft, so wurde zur Erzielung der besten Resultate bei der neuen Ausführungsform die Panzerung von vornherein bei der Construction mit einbegriffen, wie in nachstehendem Aufsatz beschrieben werden soll.

Berlin, März 1900.

1) Das schliesst nicht aus, dass man — behufs Erhaltung leichterer Aussenpanzer — in manchen Fällen die Wandstärke füglich etwas langsamer wachsen lässt als der Proportionalität mit dem Radius entspricht.

(Eingegangen 22. März 1900.)

6. *Panzergalvanometer;* *von H. du Bois und H. Rubens.*

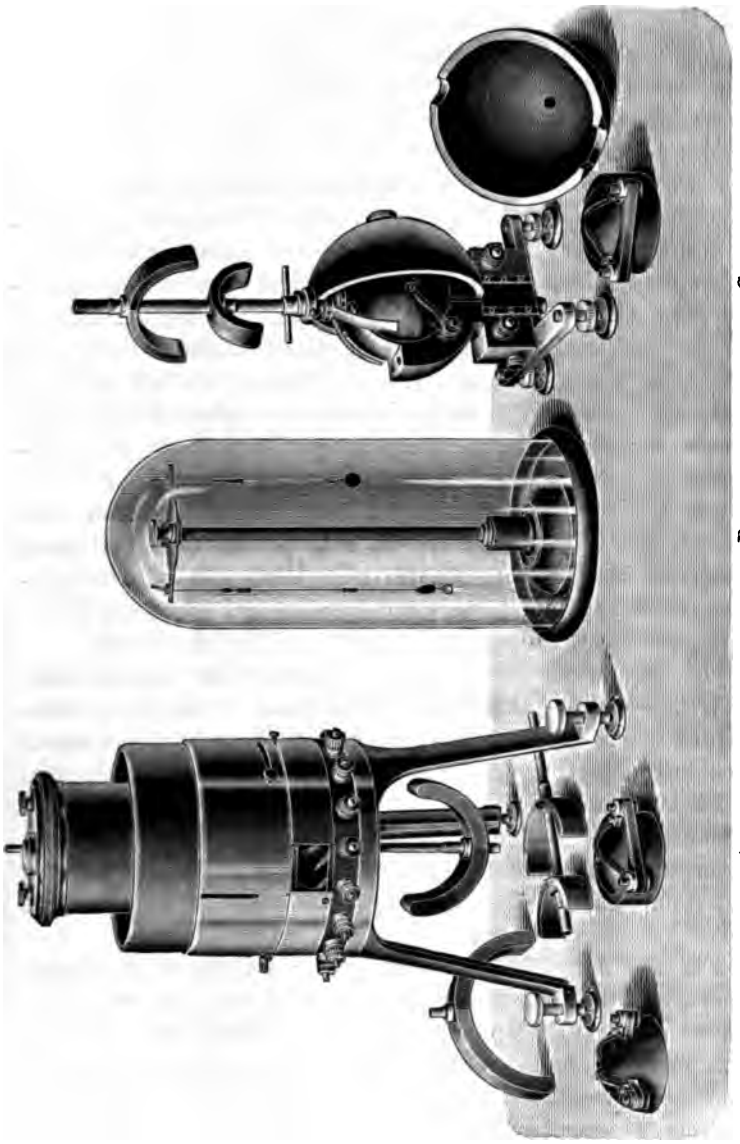
Astatisches Panzergalvanometer[1]) (vgl. Figur, *A*). Auf einem Dreifuss ist die Grundplatte drehbar bez. in jeder Lage fixirbar. Sie trägt in üblicher Weise acht kupferne Doppelklemmen, sowie zwei Messingsäulen, auf welchen die Deckplatte leicht abnehmbar befestigt wird. Deckel und Grundplatte tragen je eine nach oben bez. nach unten ragende Messingstange zur Führung je eines oder zweier Astasirungsmagnete. Der innere Cylinderpanzer ist beliebig drehbar und hat bei nur 0,5 cm Wandstärke einen inneren Durchmesser von 9 cm und eine Höhe von 16 cm, während die Entfernung der oberen und unteren Spulencentren 7 cm beträgt, sodass beide Punkte sich im Bereiche des vollen Schutzes des Panzers befinden.[2]) Letzterer ist in einigem Abstand von einem Messingschutzrohr umgeben, welches zufällige äussere Berührung mit Magneten bez. Stahlwerkzeugen und dergleichen verhindern soll. Zwischen den Tragsäulen befindet sich eine dicke Hartgummiplatte mit acht kupfernen Gleitcontactstiften, auf welche die vier Spulen ähnlich wie bei unseren früheren Instrumenten möglichst leicht aufgesteckt werden können. Ein kleiner drehbarer Galgen trägt eine centrirte federnde Hülse zur Aufnahme eines Knöpfchens, an welches der das Magnetgehänge tragende Quarzfaden gekittet wird.

Der äussere Cylinderpanzer hat bei 0,75 cm Wandstärke eine Höhe von nur 10 cm; es kann ihm durch ein Hebewerk mit Schneckengang eine Verticalbewegung von 1,8 cm zu beiden Seiten seiner symmetrischen Normallage erteilt werden. Durch

1) Vgl. hierzu H. du Bois u. H. Rubens, Wied. Ann. **48.** p. 236. 1893; Elektrotechn. Zeitschr. **15.** p. 321. 1894. — Eine ausführlichere Beschreibung nebst Gebrauchsanweisung erscheint demnächst in der Zeitschr. f. Instrumentenk. **20.** p. 65. 1900.

2) Vgl. § 28 der mit vorstehehenden Aufsatz abschliessenden Reihe von Arbeiten über Schirmwirkung (im Folgenden als „l. c." bezeichnet).

„Differentialastasirung" lassen sich Verschiedenheiten der magnetischen Momente des oberen und unteren Magnetbündels bis



(Etwa $^1/_6$ nat. Grösse.)

zu 15 Proc. compensiren; an einem Teilkreisbogen kann die relative Höhe des äusseren Panzers gegenüber den Spulen-

centren abgelesen werden. Mittels zweier runder Messingknöpfchen lassen sich die durch das Beobachtungsfenster sichtbaren Dämpfer von aussen her beliebig einstellen. Das Gewicht des astatischen Galvanometers ohne Dreifuss beträgt 12 kg, wovon nur etwa 5 kg auf die Panzer entfallen.

Kugelpanzer-Galvanometer (Figur, *C*). Beim Entwurf dieses Modelles haben wir unser Augenmerk namentlich auf einfache Construction, Leichtigkeit und bequeme Transportfähigkeit bei immerhin recht erheblichem Schutz gegen Störungen gerichtet. Ein Rundteil aus Hartgummi trägt drei Fussschrauben und vier kupferne Doppelklemmen; ausserdem vier Gleitcontactstifte zum Aufstecken der beiden Spulen. In der Abbildung erscheint der eine Halbkugelpanzer abgenommen, was durch Lösen einer einzigen kurzen Kordenschraube ermöglicht wird. Es werden dadurch die beiden inneren schwachen Astasirungsmagnete sichtbar, deren Einstellung sich einzeln oder zusammen in leicht übersichtlicher Weise von aussen her durch die mit Querstiften versehenen Knöpfe bewirken lässt. An erheblich gestörten Orten ist im allgemeinen die Benutzung gepanzerter Spulen vorgesehen; eine solche ist im Galvanometer selbst abgebildet, während daneben eine Spule in Hornguммihülle liegt, die ebenfalls auf die Gleitstifte passt.

Die gepanzerte Spule bildet zusammen mit der äusseren Kugelschale einen sphärischen Doppelpanzer, dessen Dimensionirung nach den früher entwickelten theoretischen Grundsätzen angeordnet ist (l. c. §§ 13—15); sein Gewicht beträgt nur 2,3 kg, während der von ihm gewährte Schutz ein mehr als hundertfacher ist. Wie aus der Figur, *C*, ersichtlich, stehen die verticalen Trennungsebenen zwischen den beiden Hälften bei der inneren und äusseren Kugelschale in Azimuten, welche um 90° verschieden sind.

Für das Kugelpanzer-Galvanometer ist ein cylindrisches Transportgehäuse aus Stahlguss von etwa 8 kg Gewicht vorgesehen; dieses trägt ein passendes offenes Beobachtungsfenster, sodass es auch beim Gebrauch den Apparat dauernd in sich aufnehmen kann; der magnetische Schutz wird dadurch ein fast tausendfacher.

Die für beide Galvanometertypen passenden Teile sind nach gleichen Lehren gearbeitet und daher auswechselbar. Es

ist eine Reihe von vier verschieden starken kreisbogenförmigen Astasirungsmagneten vorgesehen, deren äussere Sehnen bez. 7, 9, 11 und 14 cm betragen, wie in der Figur abgebildet; diese müssen viel kräftiger sein als die bei ungepanzerten Instrumenten üblichen. Um ausserdem die Benutzung beliebiger Stahlmagnete von rundem, quadratischem oder rechteckigem Profil innerhalb gewisser Grenzen zu ermöglichen, wird ein Universal-Magnetträger beigegeben, welcher zwei V-Nuten zu ihrer Aufnahme besitzt und auf die Führungsstangen passt. Die freie Länge des Quarzfadens ist für beide Instrumente auf 40 mm normirt, selbstverständlich mit einigem Spielraum.[1]) Infolge dessen liegt der „Aufhängepunkt" im Instrumente 50 bis 70 mm über dem Schwerpunkt. Diese Entfernung spielt bekanntlich eine Rolle bei der erschütterungsfreien Aufstellung der Galvanometer auf dem von Hrn. W. H. Julius construirten Trifilarstativ.

Spulen. Diese sind für beide Galvanometer auswechselbar, sodass Zusatz oder Ersatz derselben ohne weiteres möglich ist. Im allgemeinen sind allerdings für das astatische Instrument Spulen in Horngummi, für das zweispulige Galvanometer dagegen solche in Stahlgussschalen vorgesehen.

Die Drahtkörper werden durch einen geeigneten Isolirkitt zusammengehalten; sie füllen im wesentlichen einen kugeligen Raum von 6 cm Durchmesser aus, mit Ausnahme einer von zwei Ebenen im Abstande von 2,5 mm begrenzten Luftschicht. In der Regel sind für jede Spule je nach ihrem grösseren oder geringeren Widerstande zwei bis vier Zonen mit verschiedenen Drahtdicken vorgesehen. Die Forderungen der Theorie sind in dieser Weise mit denjenigen einer nicht allzu complicirten Wickelungstechnik möglichst in Einklang gebracht; im übrigen verweisen wir auf unsere früheren Ausführungen über diesen Punkt. Die Luftdämpfer in den Spulen konnten bei den vorliegenden Instrumenten in Wegfall kommen; sie sind durch kupferne Kernstücke ersetzt, welche sich nach aussen concav conisch erweitern und den elektromagnetisch

1) Behufs bequemeren Ankittens der Fäden in normaler Länge kann eine spiegelnde Kittunterlage beigegeben werden, ebenso ein Vorrat Quarzfäden von passender Länge.

unwirksameren Windungsraum ausfüllen.[1]) Die freiliegenden Begrenzungsebenen der Drahtkörper sind behufs Vermeidung elektrostatischer Wirkungen mit Stanniol beklebt. Als Spulenwiderstände sind zunächst wieder solche von 5, 100 und 2000 Ohm normirt.[2]) Sämtliche Spulen von gegebenem Widerstande sind gleichwertig, gleichsinnig und auswechselbar; sie können daher hinten, vorne, oben oder unten nach Belieben aufgeschoben werden, was bei unseren früheren Galvanometern nicht der Fall war.

Magnetgehänge. Deren Construction bietet nichts Neues und beruht auf allgemein bekannten Grundsätzen; bei allen befindet sich der Spiegelhalter am unteren Ende und ist nicht um die Axe drehbar; es entspricht dies der infolge der Panzerung notwendigen niedrigen und unveränderlichen Lage der Beobachtungsfenster. Anstatt wie früher drei, haben wir nunmehr für jedes Galvanometer im allgemeinen nur zwei Magnetgehänge vorgesehen.

A. *Schweres astatisches Magnetgehänge.* Gewicht ungefähr 300 mg; Gewicht des Planspiegels von 8 mm Durchmesser etwa 50 mg. Jedes Magnetbündel besteht aus 2×7 Stahllamellen von 0,25 mm Stärke in Form eines Rechtecks von 6×5 mm angeordnet. Oberhalb des Spiegels befindet sich ein zu ihm senkrechter runder Dämpfer von 12 mm Durchmesser. Auf diesen lassen sich gegebenenfalls zur Vergrösserung des Trägheitsmomentes in üblicher Weise Aluminiumbügel hängen.

B. *Leichtes astatisches Magnetgehänge.* Gewicht ungefähr 60 mg; Gewicht des 0,2 mm starken Planspiegels von 3 mm Durchmesser etwa 3 mg. Jedes Magnetbündel besteht aus 2×5 Lamellen von 0,15 mm Stärke aus künstlich gealtertem glasharten Wolframstahl in Form eines Rechtecks von $4 \times 2{,}5$ mm angeordnet; die Lamellen sind wie bisher)(-förmig voneinander abgebogen, wodurch die gegenseitige Entmagnetisirung verringert wird.

---

1) H. du Bois u. H. Rubens, Wied. Ann. 48. p. 240. 1893; vgl. auch F. Wadsworth, Phil. Mag. (5) 38. p. 553. 1894.

2) Man erhält damit bei verschiedener Schaltung folgende Gesamtwiderstände: *Vierspulig*: 1,25, 5, 20, 25, 100, 400, 500, 2000, 8000 Ohm. *Zweispulig*: 2,5, 10, 50, 200, 1000, 4000 Ohm. Ausserdem können passende Nebenschlusswiderstände beigegeben werden.

Die zwei entsprechenden unastatischen Magnetgehänge für das Kugelgalvanometer sind ganz ähnlich angeordnet und wiegen etwas über die Hälfte der astatischen.

Der Bequemlichkeit halber empfiehlt sich die Benutzung eines Gestelles unter einer Glasglocke, an welchem sämtliche Gehänge sich anbringen lassen (Figur, *B*). Damit ein Magnetgehänge möglichst erschütterungsfrei sei, muss es von vornherein sorgfältig symmetrisch angefertigt sein; etwa entstandene Verbiegungen des Aluminiumträgers müssen nachträglich corrigirt werden. Sodann ist der Quarzfaden genau centrisch anzukitten, zu welchem Zwecke die Kittfläche mit einer Strichmarke versehen ist; schon eine geringe Abweichung von diesen Vorschriften beeinträchtigt die Ruhelage des Gehänges wesentlich, wie wir früher ausführlich dargelegt haben. Die fabrikmässige Herstellung empfindlicherer Gehänge halten wir nach wie vor nicht für empfehlenswert, u. a. wegen der Schwierigkeit des Transportes. Indessen bietet es keine allzu grossen Schwierigkeiten, im Laboratorium noch leichtere Gehänge für das Galvanometer passend anzufertigen.[1])

Prüfung. Beide Galvanometer wurden einer experimentellen Prüfung bezüglich ihres Verhaltens gegen Störungen, sowie ihrer Empfindlichkeit unterzogen. Was ersteres betrifft, so hat der Eine von uns (l. c. § 23) mehrere Verfahren angegeben, mittels derer man das „Schutzverhältnis“ ϱ einer Panzerung bestimmen und daraus die Anfangspermeabilität μ herleiten kann. Indem das Kugelpanzergalvanometer in dieser Weise als Permeameter benutzt wurde, fanden wir folgende Zahlen, bei denen die Indices 1, 2, 3 sich auf die von innen

---

1) Praktische Anweisungen hierzu, welche auf allgemein bekannten Grundsätzen der Galvanometrie fussen, haben wir früher (Wied. Ann. **48**. p. 247. 1893) gegeben und zugleich die Bedingungen für die Erschütterungsfreiheit von Gehängen discutirt. Fast gleichzeitig hat dann Hr. F. Paschen (Wied. Ann. **48**. p. 272. 1893; **50**. p. 415. 1893) hochempfindliche Gehänge von 5 mg Gewicht hergestellt, deren Magnetlamellen 1 mm lang sind. Hr. Vernon Boys hatte übrigens früher unastatische Magnetgehänge von 2 mg Gewicht und 0,3″ freier Periode im Erdfelde angefertigt. In den unten erwähnten Tabellen der Herren Ayrton und Mather sind u. A. auch die Trägheitsmomente einer grossen Zahl verschiedener Gehänge angeführt.

nach aussen zu gezählten Teilpanzer beziehen und d die Wandstärke bedeutet:

Nr.	Bezeichnung	g	μ	d
1	Innerer Kugelpanzer	$g_1 = 13{,}3$	$\mu_1 = 239$	$d_1 = 0{,}28$ cm
2	Aeusserer Kugelpanzer	$g_2 = 16{,}6$	$\mu_2 = 247$	$d_2 = 0{,}64$ „
3	Cylindrisches Gehäuse	$g_3 = 10{,}9$	$\mu_3 = 228$	$d_3 = 0{,}76$ „
(2, 3)	Panzer 2 und 3	$g_{23} = 98$	$g_2 g_3 = 181$	—
(1, 3)	Panzer 1 und 3	$g_{13} = 105$	$g_1 g_2 = 145$	—
(1, 2)	Panzer 1 und 2	$g_{12} = 120$	$g_1 g_2 = 221$	—
(1, 2, 3)	Vollständige Panzerung	$g_{123} = 900$	$g_1 g_2 g_3 = 2420$	—

Sämtliche Panzer waren aus derselben Stahlgussorte gefertigt; die berechneten Werte von μ zeigen gute Uebereinstimmung und sind recht hoch; dies ist überaus wichtig, da der Gesamteffect fast proportional mit μ^3 wächst (l. c. § 45). Er wird dementsprechend durch einen hohen Wert von g_{123} dargestellt, wie er für eine derart leichte Schutzhülle bisher kaum für möglich erachtet wurde. Sofern die Trennungsflächen zwischen den beiden Hälften eines Kugelpanzers rostfrei und diese fest aufeinander gepresst waren, erwies sich das Schutzverhältnis merklich unabhängig davon, ob die Störungscomponente senkrecht oder parallel zur verticalen Trennungsebene gerichtet war. Für die drei bilamellaren und die eine trilamellare Combination sind die Producte der einzelnen Schutzverhältnisse vergleichshalber angeführt; es ergiebt sich daraus der Betrag, um den das resultirende Schutzverhältnis infolge der Wechselwirkung der einzelnen Schalen hinter dem überhaupt möglichen Höchstwerte zurückbleibt (l. c. §§ 9, 46).

Bei diesen Versuchen betrug das „künstliche Störungsfeld" nicht mehr als 0,015 C.G.S., weil für intensivere Felder die Permeabilität des Stahlgusses bereits zu veränderlich wird. Die in der Praxis vorkommenden Störungen sind in der Regel bedeutend schwächer, etwa von der Ordnung 0,001 C.G.S.

Beim astatischen Galvanometer betrug das Schutzverhältnis des 0,50 cm dicken cylindrischen Innenpanzers $g = 12{,}6$, entsprechend $\mu = 246$. Der Aussenpanzer ergab in der Mitte einen etwa fünffachen Schutz, dessen Variation längs der Axe

vor der endgültigen Fertigstellung in Form einer Curve ermittelt wurde (vgl. Fig. 7, l. c. § 28). Daraus ergiebt sich die günstigste Höhe des Panzers derart, dass jede möglicherweise vorkommende Differenz zwischen dem oberen und unteren Magnetbündel compensirbar ist, ohne dass eine allzu präcise Einstellung der Höhenlage erforderlich würde. Bei dem untersuchten Exemplar entsprach ein zehntel Millimeter Hebung oder Senkung des Aussenpanzers einer Differenz der Momente von $^1/_{25}$ Proc. Damit völlige Compensation erreicht werde, muss das magnetische Moment jedes Magnetbündels genau proportional dem Werte von g für den von ihm eingenommenen Axenpunkt sein (l. c. § 31).

Die Empfindlichkeit unserer Galvanometer hatten wir im Anschluss an die Herren Ayrton, Mather und Sumpner gekennzeichnet und insbesondere auch einen Scalenabstand von 2000 Scalenteilen zu Grunde gelegt.[1]) Dagegen hatten schon die Herren Lummer und Kurlbaum[2]) den freilich näherliegenden Wert 1000 angenommen; infolge Abmachungen des Einen von uns mit Hrn. Ayrton ist dieser Wert dann endgültig in Vorschlag gebracht[3]) und hat letzterer seine früheren Zahlenangaben sämtlich *halbirt.* Wir gestatten uns zu bemerken, dass es nun recht erwünscht wäre, wenn folgende darauf basirten Definitionen allgemein als Norm angenommen würden.

Die *Stromempfindlichkeit* S_s ist die dauernde Ablenkung in Scalenteilen pro Mikroampère, wenn der Scalenabstand 1000 Teile, die (volle ~) Periode 10 sec beträgt.

Die *ballistische Empfindlichkeit* S_b ist der Ausschlag in Scalenteilen pro Mikrocoulomb, wenn der Scalenabstand 1000 Teile, die (volle ~) Periode 10 sec. beträgt.

Der Widerstand R der Spulen wird eliminirt durch die Einführung der *normalen Empfindlichkeit* $\mathfrak{S}$ eines Galvano-

---

1) W. Ayrton, T. Mather u. W. Sumpner, Phil. Mag. (5) **30.** p. 58. 1890.

2) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Wied. Ann. **46.** p. 206. 1892.

3) W. Ayrton u. T. Mather, Phil. Mag. (5) **46.** p. 350. 1898; H. du Bois, Verhandl. d. Abth. Physik d. Naturf.-Vers. zu Düsseldorf, 22. Sept. 1898; bei dieser Gelegenheit erhob sich kein Widerspruch gegen die vorgeschlagene Normirung der Empfindlichkeitsangaben.

meters vom Gesamtwiderstand 1 Ohm, definirt durch die Gleichungen

$$\mathfrak{S}_s = \frac{S_s}{\sqrt{R}} \quad \text{und} \quad \mathfrak{S}_b = \frac{S_b}{\sqrt{R}}.$$

In ihrer letzten Arbeit geben die Herren Ayrton und Mather ein reichhaltiges Tabellenmaterial, in dem die Bestimmungsstücke, vor allem die Empfindlichkeit einer grossen Anzahl der verschiedensten Galvanometer in übersichtlicher Weise enthalten sind. Ferner berechnen sie den Grenzwert der überhaupt erreichbaren Empfindlichkeit als Function der halben Länge b der Magnetbündel (in Centimetern); sie finden dafür (bezogen auf 1000 Scalenteile, 10 sec, 1 Ohm) auf Grund mehr oder weniger plausibeler Annahmen

$$\lim \mathfrak{S}_s = \frac{158}{b^2\sqrt{b+0{,}1}}.$$

Die Gleichung ergiebt z. B. für $b = 0{,}15$ cm $\lim \mathfrak{S}_s$ gleich 14000. Wir haben gegen diese an sich sehr instructive Rechnung indessen einen Einwand zu erheben: es sind naturgemäss für alle in Betracht kommenden Bestimmungsstücke obere Grenzwerte angesetzt, u. a. auch für die permanente magnetische Induction der Stahllamellen; und zwar ist für diese der Wert $\mathfrak{B} = 5000$ C.G.S. angenommen, der uns aber für die relativ sehr kurzen Magnetbündel zu hoch gegriffen erscheint.

Die remanente Induction völlig geschlossener Stahlmagnete kann höchstens ca. 10000 C.G.S. betragen. Sobald aber der mittlere Entmagnetisirungsfactor $\bar{N}$, wie im vorliegenden Falle, etwa den Wert 0,2 übertrifft, weicht die remanente Magnetisirung $\mathfrak{J}_R$ nicht allzusehr ab von dem Werte

$$\mathfrak{J}_R = \frac{\mathfrak{H}_C}{\bar{N}},$$

der jedenfalls ihre obere Grenze bildet.[1]) Darin bedeutet $\mathfrak{H}_C$ die Coercitivintensität, die für massive Stäbe aus bestem Wolframstahl bei durchaus kunstgerechter Behandlung 80 C.G.S. nicht übertrifft; bei anderen Stahlsorten, etwa Uhrfederstahl, oder bei Abweichungen von dem besten Härtungs- und Alterungs-

1) H. du Bois u. E. Taylor Jones, Elektrotechn. Zeitschr. **17.** p. 543. 1896, insbesondere Fig. 4.

verfahren — wie sie bei dünnen Lamellen fast unvermeidlich sind — kann $\mathfrak{H}_C$ unter Umständen nur die Hälfte jenes Wertes aufweisen; hieraus erhellt zur Genüge die grosse Wichtigkeit geeigneten Stahlmateriales für empfindlichere Gehänge. Rechnet man mit einem mittleren Werte $\mathfrak{H}_C = 60$ C.G.S. und nimmt etwa $\bar{N} \leqq 0{,}5$ an, was bei der üblichen Anordnung zutreffen dürfte, so wird $\mathfrak{I}_R \geqq 120$ oder $\mathfrak{B}_R \geqq 1500$. Ungefähr diesen Wert ergab uns in der That eine rohe magnetometrische Bestimmung eines frisch magnetisirten Magnetbündels an einem unserer Gehänge. Bei Gehängen mit sehr kurzen Lamellen dürfte der Inductionswert zwischen 500 und 1000 C.G.S schwanken, unter Umständen also nur den zehnten Teil des von den Herren Ayrton und Mather angenommenen betragen. In gleichem Maasse verringert sich aber der überhaupt zu erzielende Höchstwert der Empfindlichkeit; es kann daher nicht Wunder nehmen, wenn leichte Magnetgehänge durchaus nicht an jene theoretischen Grenzwerte heranreichen; wie l. c. p. 373 bemerkt, kann das nur bei „Oscillographen" der Fall sein, weil diese kurze Eisennadeln enthalten, welche in einem kräftigen äusseren Felde schwingen.

Der Hauptgrundsatz für die Construction empfindlicher Magnetgehänge lautete von jeher: $\mathfrak{M}/K$ soll ein Maximum sein, wenn $\mathfrak{M}$ das magnetische Moment, K das Trägheitsmoment eines Magnetbündels bezeichnet; nach dem Vorgange Lord Kelvin's hat man zur Erreichung dieses Zieles das Letztere stets derart angeordnet, dass es aus vielen kurzen, einander nicht zu nahen Lamellen besteht. Unter der Voraussetzung, der Magnet sei ein Rotationsellipsoid von der Dichtigkeit D, von gegebener Queraxe $2a$ und veränderlicher Längsaxe $2ma$, findet man, wenn vom trägen Ballast des Stieles und Spiegels abgesehen wird,

$$\frac{\mathfrak{M}}{K} = \frac{5\,\mathfrak{H}_C}{D\,a^2}\,\frac{1}{N(1+m^2)}.$$

Aus den bekanten Formeln für N folgt, dass der Ausdruck $N(1+m^2)$ ein flaches Minimum erst dann erreicht, wenn das Axenverhältnis m schon etwas unter 1 gesunken ist, der Magnet also schon zum Sphäroid gekürzt erscheint. Die Lösung dieses Specialfalles hat nur insofern einen praktischen Wert, als sie

aus Gründen der Analogie zum Schlusse berechtigt, dass auch bei Berücksichtigung der entmagnetisirenden Wirkung an den hergebrachten Construktionsgrundsätzen nichts zu ändern ist. Nur wird bei Verkürzung von Magneten mit *gegebenem Querschnitt* die Empfindlichkeit nicht wie die $-{}^5/_2$-te Potenz ihrer Länge zunehmen, sondern erheblich langsamer, und schliesslich eine weitere Steigerung nicht mehr erfahren. Bei Verkleinerung eines Magnetbündes, indem es sich selbst *ähnlich* bleibt, variirt freilich $\mathfrak{M}/K$ umgekehrt proportional dem Quadrat der Linear-dimensionen; in diesem Falle erreicht indessen die Lamellenstärke praktisch bald eine untere Grenze.

Das Verhältnis $\mathfrak{M}/K$ bildet demnach das Hauptbestimmungsstück für die Güte eines Magnetbündels; sofern letzteres nur den Raum einnimmt, innerhalb dessen das Spulenfeld merklich gleichförmig ist, wird cet. par. die Stromempfindlichkeit — bei Vernachlässigung der Fadentorsion — direct proportional mit $\mathfrak{M}/K$. Bei *unastatischen* Gehängen lässt sich dieser Quotient einfach aus der freien Schwingung im Erdfelde ermitteln; bezeichnet man deren Periode mit τ, die Horizontalintensität mit $\mathfrak{H}_H$, so wird

$$\frac{\mathfrak{M}}{K} = \frac{4\pi^2}{\mathfrak{H}_H \tau^2}, \quad \text{oder} \quad \frac{\mathfrak{M}}{K} = \frac{200}{\tau^2},$$

wofern $\mathfrak{H}_H = 0{,}197$ C.G.S. gesetzt wird, was meistens genügend nahe zutreffen wird.

Die mit den beiden untersuchten Panzergalvanometern thatsächlich erreichten normalen Empfindlichkeiten sind in nachstehender Tabelle angeführt, und zwar wurden die Werte unter Benutzung der Spulen von 5 Ohm beobachtet.

Art des Gehänges		$\mathfrak{S}_a$	$\mathfrak{S}_b$
Unastat. Kugelpanzer-Galvanometer	Schweres Gehänge	80	50
	Leichtes „	800	500
Astatisches Panzergalvanometer	Schweres „	160	100
	Leichtes „	1000	630

Es sind abgerundete Zahlen — auf 1000 Scalenteile, 10 sec und 1 Ohm bezogen — angegeben, da selbstverständlich verschiedene nach demselben Muster reproducirte Magnetgehänge

niemals identische Leistungen aufweisen. Es ist ferner der theoretische Wert $\mathfrak{S}_b = 0{,}628\,\mathfrak{S}_e$ angeführt, unter Vernachlässigung etwaiger Dämpfung. Das leichte unastatische Gehänge hatte im Erdfelde eine Periode von 0,50 sec, daher ist nach dem vorigen $\mathfrak{M}/K = 800$; zufällig sind also $\mathfrak{S}_e$ und $\mathfrak{M}/K$ nicht nur proportional, sondern numerisch gleich; man kann daher solche Gehänge einfach auf ihre normale Empfindlichkeit prüfen, ohne dabei eines Galvanometers zu bedürfen.

Beim leichten astatischen Gehänge haben wir jetzt den Wert von $\mathfrak{S}_e$ gegen früher verdoppelt. Wenn man von den Oscillographen absieht, beträgt der höchste bisher von Hrn. F. Paschen mit einem selbstgefertigten Gehänge erhaltene Wert 3900, übertrifft unseren also um das Vierfache. Andere Vergleichswerte sind in der Ayrton-Mather'schen Zusammenstellung nachzusehen.

Die weitere Anfertigung der Panzergalvanometer hat die Firma Siemens & Halske A.-G. in Berlin übernommen, welche auch die untersuchten Exemplare nach unseren Werkzeichnungen baute.

Berlin, März 1900.

(Eingegangen 22. März 1900.)

7. *Rotirendes Magnetfähnchen;* *von G. Jaumann.*

(Aus den Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien. Mathem.-naturw. Klasse 108. Abth. IIa. December 1899.)

I.

Der folgende sehr einfache Apparat, welcher mit den Unipolarinductionsapparaten verwandt ist, hat zunächst den Zweck, den magnetischen Quirl im Innern eines stromdurchflossenen Leiters in directer Weise anzuzeigen.

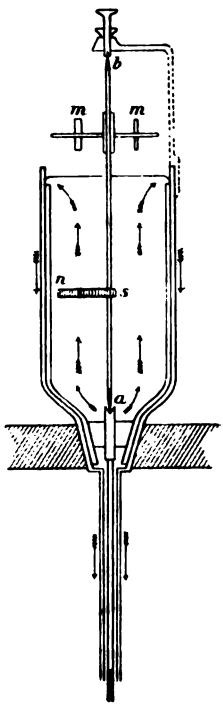
Ob in einer stationär strömenden *Flüssigkeit* ein Quirl vorhanden ist, erkennt man am leichtesten mit einer sehr kleinen Windfahne. Eine solche hat, entsprechend der Strömungscomponente, welche senkrecht zu ihrer Axe gerichtet ist, zwei Gleichgewichtslagen. Dreht man sie in die Nähe der labilen Lage und kehrt sie dann nach mehreren Schwingungen in die stabile Lage zurück, so hat die Strömung an dieser Stelle und in der Richtung der Drehungsaxe der Windfahne keinen Quirl. Dreht sich hingegen die Windfahne, einmal aus der labilen Lage gebracht, continuirlich in einem bestimmten Sinne, wenn auch mit ungleichförmiger Geschwindigkeit, so wird hierdurch der Sinn und die Stärke der Quirlcomponente angezeigt, deren Richtung in die Drehungsaxe des Fähnchens fällt.[1])

Eine Magnetnadel, welche unsymmetrisch auf ihrer Drehungsaxe sitzt, möge ein *magnetisches Fähnchen* genannt werden. Ein solches Fähnchen wird durch den magnetischen Kraftfluss, wenn auch *aus ganz anderen Ursachen*, so doch geometrisch in ähnlicher Weise bewegt wie ein Windfähnchen durch eine Flüssigkeitsströmung und kann den *Quirl der magnetischen Kraft*, wie er im *Innern* stromdurchflossener Leiter vorhanden ist, durch eine *continuirliche Drehung* anzeigen.

1) Ein Mühlrad, welches man ganz in den Fluss versenkt, würde sich dennoch drehen und damit einen Quirl der Strömung anzeigen, dessen Richtung horizontal und auf der Flussrichtung senkrecht ist. Derselbe kommt dadurch zu stande, dass der Fluss unten langsamer als an seiner Oberfläche strömt.

Ausserhalb des Stromleiters wird sich hingegen das Magnetfähnchen wie eine gewöhnliche Magnetnadel in die Richtung der magnetischen Kraft *einstellen*.

Die nebenstehende Figur stellt etwas schematisch den kleinen Apparat dar, mit welchem man die continuirliche Rotation des Magnetfähnchens im Innern eines elektrischen Stromes zeigen kann. Das Magnetfähnchen besteht aus einem Magnetstab *n s* von 35 mm Länge und 6 mm Durchmesser[1]), welcher knapp an einem Ende durchbohrt und mit dieser Bohrung auf die *gläserne* Axe *a b* festgesteckt ist, an deren Enden kurze Stahlspitzen *a*, *b* gekittet sind, und welche noch einen Querarm mit den Laufgewichten *m* trägt, welche den Auftrieb eben aufheben, sodass sich das Fähnchen sehr leicht in seinen Lagern *a*, *b* dreht.



Der elektrische Strom fliesst in verticaler Richtung aufwärts durch einen mit Quecksilber überfüllten Glasbecher (in dessen Axe das Fähnchen angebracht ist), fliesst über den Rand des Glasbechers in einen äusseren kupfernen Becher[2]) und durch diesen wieder nach abwärts. Auch die Zuleitungen unten sind conaxial angeordnet.[3]) Hiermit ist erreicht, dass im Quecksilber ein nahezu homogenes magnetisches Quirlfeld, im ganzen Luftraum jedoch überhaupt keine magnetische Kraft des Stromes vorhanden ist.

1) Der Querschnitt des Magnetstäbchens war kreisförmig, er sollte jedoch schiffförmig genommen werden, damit das Fähnchen leichter durch das Quecksilber schneidet.

2) Der innere Rand desselben muss vernickelt oder mit Platin belegt sein.

3) Man kann zwar auch den Kupferbecher weglassen und den Strom von der Quecksilberoberfläche einfach durch einen eingetauchten Draht ableiten, doch ist dann die Drehung des Magnetfähnchens keine

Zu einem speciellen Zwecke war ferner der ganze Apparat um seine Axe drehbar.

Man hebt zunächst durch Richtmagnete die erdmagnetische Kraft im Innern des Quecksilbers annähernd auf, neigt sodann den ganzen Apparat ein wenig und bewirkt durch eine Verschiebung der Laufgewichte m in radialer Richtung, dass das Magnetfähnchen auch bei schiefer Drehungsaxe in jeder Orientirung in Ruhe bleibt. Dann stellt man den Apparat wieder aufrecht und vervollständigt die Astasirung des Fähnchens durch eine kleine Verschiebung der Richtmagnete.[1])

Nachstehende Tabelle giebt die beobachtete Umlaufszeit T des Magnetfähnchens als Function der Stromstärke J an.

Stromstärke J	1,3	2,0	2,6	4,4	6,2	8,5	11,0	15,0 Amp.
Umlaufszeit T	78	50	39	25	19	16	14,5	13,5 sec.

Der Umlaufssinn ist jener der magnetischen Kraftlinien des Stromes, wenn das Magnetstäbchen an seinem freien Ende den Nordpol hat. Die Drehungsrichtung kehrt sich um, wenn man den Strom umkehrt oder wenn man das Magnetfähnchen entgegengesetzt magnetisirt.

Das Magnetstäbchen hat eine achtmal bessere Leitfähigkeit als das Quecksilber und sammelt also die Stromlinien ziemlich stark. Noch sicherer tritt dies ein bei einem vor dem Eintauchen in das Quecksilber blank verzinnten Magnetstäbchen. Bestreicht man dasselbe hingegen mit Eisenlack, so weichen ihm nun die Stromlinien aus. Nichtsdestoweniger wird ein lackirtes Magnetstäbchen *ganz ebenso* im Strome gedreht wie ein blankes und ein mit Zinnamalgam überzogenes Magnetstäbchen.

Die Drehung des Magnetstäbchens erfolgt auch, wenn die Drehungsaxe nicht in die Axe des Stromes fällt, bei seitlicher und schiefer Orientirung derselben, jedoch in diesem Falle *nicht mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit.*

ganz gleichmässige, und es bleibt bei geringen Stromstärken in gewissen Orientirungen, welche von der Form des äusseren Stromkreises abhängen, leicht stehen.

1) Für manche feinere Versuche empfiehlt es sich, zwei gleichmagnetisirte Fähnchen auf derselben Axe zu einem astatischen Paare zu vereinigen.

Der Versuch gelingt auch recht gut, wenn man das Quecksilber durch einen Elektrolyten, z. B. fünffach normale Kalilauge ersetzt, doch ist hierbei die eintretende Elektrolyse lästig.

II.

Die beträchtliche Arbeit, welche zur Ueberwindung des Bewegungswiderstandes, welchen der Magnet im Quecksilber findet, nötig ist, wird durch die gegenelektromotorische Kraft, welche das rotirende Fähnchen inducirt, dem Strome entzogen.

Die Grösse dieser unipolar inducirten elektromotorischen Kraft lässt sich hier sehr leicht vorausberechnen, falls das *magnetische Moment M* und der *Polabstand r* des Magnets bekannt ist. Nehmen wir der Einfachheit wegen an, dass die isolirende Drehungsaxe $\overline{ab}$ (vgl. Figur) sehr dünn sei und gerade durch den einen Pol des Magnetes gehe. Dann ist das Drehungsmoment D, welches der Strom auf den Magnet ausübt:

$$D = 2 J M \frac{r}{R^2},$$

worin J die Stromstärke und R der Radius der cylindrischen Quecksilbermasse ist.

Die Arbeit, welche pro Secunde vom Strome durch die Drehung des Magnetes geleistet wird, lässt sich durch folgende zwei Ausdrücke darstellen:

$$EJ = \omega D,$$

worin E die zu berechnende elektromotorische Kraft und ω die Winkelgeschwindigkeit des Magnetes ist.

Da die äusseren Teile des Stromkreises (der Kupferbecher) keine Kraft auf den Magnet ausüben können, so muss diese Kraft von dem Quecksilber ausgeübt werden. Dieses erfährt also hierbei das entgegengesetzte Drehungsmoment $(-D)$ und wird unter dem Einflusse desselben mit der Winkelgeschwindigkeit ω' rotiren. Kann man diese Rotation des Quecksilbers nicht vernachlässigen, so hat man also obige Gleichung für die pro Secunde geleistete Arbeit richtiger in folgender Weise zu schreiben:

$$EJ = (\omega - \omega') D.$$

Man erhält sonach:

$$E = 2 M \frac{r}{R^2} (\omega - \omega').$$

Der Factor von $(\omega - \omega')$ ist eine Constante, welche leicht ausgewertet werden kann. Es muss also die inducirte elektromotorische Kraft der *relativen* Winkelgeschwindigkeit proportional sein, mit welcher sich der *Magnet* und das *Quecksilber* gegeneinander bewegen.

Das magnetische Moment M des Magnetes wurde zu 198 (C.G.S.) und sein Polabstand $r = 2{,}6$ cm bestimmt. Ferner ist $R = 3{,}5$ cm. Es berechnet sich also:

$$E = 84\,(\omega - \omega')\ (\text{C.G.S.}) = 0{,}84\,(\omega - \omega').10^{-6}\ \text{Volt}.$$

Es wurde ein empfindliches aperiodisches Galvanometer mit kleinem Widerstand und kurzer Schwingungsdauer anstatt der Accumulatoren eingeschaltet. Dasselbe gab einen Teilstrich Ausschlag für $2{,}15 \times 10^{-6}$ Volt.

Anstatt der Laufgewichte m (vgl. Figur) wurde eine Rolle von 2 cm Radius an der Drehungsaxe des Magnetes befestigt und derselbe durch Anschluss an einen kleinen Wassermotor möglichst plötzlich in gleichmässige Rotation versetzt. Die folgende Tabelle giebt die beobachtete elektromotorische Kraft E als Function der Tourenzahl des Magnetes:

Tourenzahl pro Secunde	ω sec^{-1}	$E.10^6$ Volt beobachtet	$\frac{E}{\omega}.10^6$
2,2	13,8	10,6	0,77
5,7	35,7	26,8	0,75
10,3	64,5	46,6	0,72
		Mittel:	0,75

Die Ursache, warum sämtliche elektromotorische Kräfte etwas kleiner (im Verhältnis 0,75 : 0,84) beobachtet wurden, als oben berechnet wurde, liegt darin, dass sie nur unmittelbar nach Beginn der Rotation des Magnetes den seiner Winkelgeschwindigkeit ω entsprechenden Wert haben und sehr bald absinken, weil das Quecksilber eine immer grössere Winkelgeschwindigkeit ω' abnimmt und also die Relativrotation $(\omega - \omega')$ langsamer wird.

Schon nach kurzer Zeit sinkt der Galvanometerausschlag, und zwar allmählich bis nahezu auf Null herab, ein Zeichen,

dass das Quecksilber nahezu dieselbe Winkelgeschwindigkeit wie der Magnet angenommen hat.

Hält man jetzt den Magnet plötzlich an, so zeigt das Galvanometer sofort wieder den vollen Ausschlag, aber jetzt im entgegengesetzten Sinne, weil jetzt die relative Winkelgeschwindigkeit $-\omega$ ist, da das Quecksilber mit der Winkelgeschwindigkeit $+\omega$ rotirt und der Magnet stillsteht. Auch dieser Ausschlag sinkt sehr bald ab und wird endlich Null, weil das Quecksilber allmählich seine Rotation verliert.

Die inducirten Ströme haben, wie nicht anders zu erwarten war, stets die entgegengesetzte Richtung, wie sie ein Strom haben müsste, damit er die gleiche Relativrotation des Magnetes gegen das Quecksilber erzeugt.

(Eingegangen 24. März 1900.)

8. *Ueber die Wärmeleitung verdünnter Gase; von E. Gehrcke. Mit einer Einleitung von E. Warburg.*

§ 1. Ein Körper A befinde sich in einer kälteren Hülle B, der Zwischenraum zwischen A und B sei mit einem Gase gefüllt. A kühlt sich ab durch Strahlung und Leitung, wobei die Wirkung der letzteren durch Wärmefortführung erhöht wird. Ist aber der Gasdruck und die Dicke der Gasschicht zwischen A und B nicht zu gross, so wird die Wärmefortführung unmerklich, und man kann aus der Abkühlungsgeschwindigkeit von A, wenn die Strahlung zu eliminiren ist, die Wärmeleitung durch das Gas finden. Dieselbe ergiebt sich innerhalb weiter Grenzen des Druckes von diesem unabhängig[1]), ein Resultat, das durch die kinetische Gastheorie vorausgesagt war.

§ 2. Von einem gewissen kleinen Druck an aber bemerkt man, dass die Wärmeleitung mit diesem abnimmt. Die nächstliegende Erklärung dafür scheint zu sein, dass die Wärmeleitungsconstante des Gases hier nicht mehr vom Druck unabhängig ist. Wäre dem so, dann müsste das Verhältnis der bei zwei verschiedenen Drucken übergeleiteten Wärmemengen von den Dimensionen des Gasraumes unabhängig sein. Doch hat Hr. v. Smoluchowski[2]) gezeigt, dass die Wärmeleitung bei um so höherem Druck anfängt mit diesem abzunehmen, je kleiner die Dicke der wärmeleitenden Gasschicht ist. Da nun die Wärmeleitungsconstante des Gases von den Dimensionen des Gasraumes nicht abhängen kann, so ist jene Erklärung unzulässig, und es wird ein Vorgang an der Wand als Ursache der erwähnten Thatsache wahrscheinlich.

Was hier über die Wärmeleitung eines Gases gesagt ist, gilt mutatis mutandis in gleicher Weise für die Reibung, auch

1) J. Stefan, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien (2) **65.** p. 45. 1872; A. Kundt u. E. Warburg, Pogg. Ann. **155.** p. 177. 1875.

2) M. v. Smoluchowski, Wied. Ann. **64.** p. 101. 1898.

ist die Erklärung in beiden Fällen die analoge.[1]) Sowie nämlich nach der Gastheorie die Wand und das sie berührende Gas bei der Reibung eine verschiedene Translationsgeschwindigkeit besitzen, so besitzen sie bei der Wärmeleitung eine verschiedene Temperatur. In der That wird die der Wand anliegende Gasschicht aus Molecülen gebildet, welche teils von der Wand fort, teils zu ihr hinfliegen. Ist nun die Wand wärmer als das Gas, so haben jene höchstens die Temperatur der Wand, diese, von tiefer liegenden Gasschichten ausgesandt, eine tiefere, also ist die Temperatur der Schicht tiefer als die der Wand. Ist, wie es aus den Versuchen von Hrn. v. Smoluchowski hervorzugehen scheint, die Temperatur der erstgenannten Molecüle tiefer als die der Wand, so wird die Temperaturdifferenz, der Temperatursprung zwischen Wand und Gas noch grösser. Dieser Temperatursprung kann durch eine Länge γ bestimmt werden, nämlich durch *den* Abstand von der Wand hinter derselben, in welchem die Temperatur des Gases gleich der der Wand werden würde, wenn der Temperaturgradient von der Wand an constant bliebe. Die Wirkung des Temperatursprunges auf die Wärmeleitung kommt bei kleiner Dicke der wärmeleitenden Gasschicht einer Vergrösserung dieser Dicke um 2γ gleich. Nimmt man hinzu, dass γ der mittleren Weglänge direct, also dem Druck umgekehrt proportional ist, so ergiebt sich die Erklärung dafür, dass die Wärmeleitung mit abnehmendem Druck um so schneller abnimmt, je kleiner die Dicke der leitenden Gasschicht ist.

Die erwähnten Beziehungen bleiben gültig, solange die mittlere Weglänge λ klein gegen die Dicke der leitenden Gasschicht ist. Das Verhältnis γ/λ ist experimentell zu bestimmen.

§ 3. Zum ersten Male wurde eine solche Bestimmung von Hrn. v. Smoluchowski[2]) im hiesigen Institut ausgeführt, und zwar durch Messung der Abkühlungsgeschwindigkeit eines cylindrischen Thermometers in einer conaxialen cylindrischen gläsernen Hülle, die in schmelzendes Eis tauchte (Fig. 1). Er fand für

	Luft	Wasserstoff
γ	1,70 λ	6,96 λ

1) A. Kundt u. E. Warburg, l. c. p. 178.
2) M. v. Smoluchowski, l. c.

Doch mussten bei der Berechnung der Versuche gewisse Vernachlässigungen gemacht werden, deren Einfluss auf das Resultat zum Teil nicht zu beurteilen ist. Sehr einfach läge die Sache, wenn A und B vollkommene Wärmeleiter und die einander gegenüberstehenden Oberflächen von A und B parallel und einander sehr nahe wären. Allein in dem Apparat des Hrn. v. Smoluchowski war die zweite Bedingung nur für den cylindrischen Teil von A erfüllt, die Wärmeleitung zwischen den Endflächen von A und der Hülle B kann nur angenähert berechnet werden. Ferner sind A und B keineswegs vollkommene Wärmeleiter, daher hat insbesondere die innere Grenzfläche des Gases eine tiefere Temperatur, als die vom Thermometer angegebene; diese Differenz, welcher Hr. v. Smoluchowski nur unter vereinfachenden Voraussetzungen Rechnung tragen konnte, wächst mit zunehmender Abkühlungsgeschwindigkeit, was für die Berechnung von γ von grosser Bedeutung ist. Später hat zwar Hr. v. Smoluchowski[1]) den Temperatursprungscoefficienten γ nach einer ganz anderen Methode beim stationären Wärmefluss gemessen; allein so interessant diese Versuche auch sind, so stehen doch nach der eigenen Angabe des Autors die aus ihnen abgeleiteten Resultate den früheren an Genauigkeit erheblich nach. Aus diesen Gründen ist die Untersuchung im hiesigen Institut fortgesetzt worden.

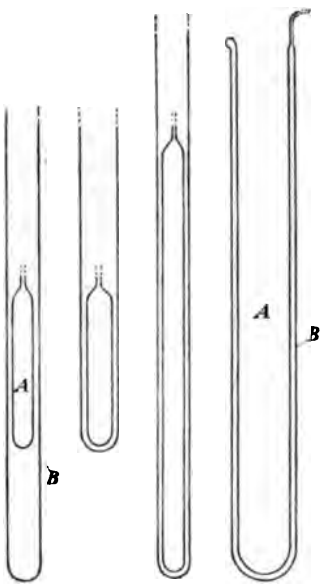


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

§ 4. Zunächst hat Frl. M. Keith die Versuche mit dem Apparat des Hrn. v. Smoluchowski wiederholt, erstens nachdem das äussere Gefäss B so verkürzt war, dass es der unteren Thermometeroberfläche nahe gegenüberstand (Fig. 2); zweitens

1) M. v. Smoluchowski, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien (2) **108**. p. 5. 1899.

nachdem die das Gas begrenzenden Oberflächen von A und B versilbert waren. Drittens wurden die Versuche mit einem Thermometer angestellt, dessen cylindrischer Teil beinahe die dreifache Länge des von Hrn. v. Smoluchowski benutzten hatte (Fig. 3). Es ergaben sich unter Ausschluss aller Correctionsrechnungen[1]) folgende Werte von γ/λ:

	App. 1 Sm.	App. 1 K.	App. 1 vers.	App. 2 vers.
Luft	1,53	1,44	1,55	1,49
Wasserstoff	6,57	5,53	4,60	3,55
Kohlensäure	—	1,71	1,88	1,42
$\frac{k_{\text{Wasserstoff}}}{k_{\text{Luft}}}$	—	6,42	6,35	4,81

Die erhaltenen Werte der Grösse γ/λ stimmen für Luft leidlich überein, keineswegs für den Wasserstoff. Als mittels der Apparate das relative Wärmeleitungsvermögen des Wasserstoffs bezüglich der Luft bestimmt wurde, ergaben sich die in der Tabelle verzeichneten Werte, von denen besonders der letzte viel zu klein ist, indem nach A. Winkelmann[2]) jenes Verhältnis für 11° 6,89 ist. Der Grund dieser Discrepanz schien mir besonders darin zu liegen, dass die Wärmeleitung im Thermometer im Vergleich zu der im Wasserstoff zu klein ist. Dies veranlasste mich, die von Hrn. v. Smoluchowski benutzte Anordnung gänzlich zu verlassen und einen anderen Apparat zu construiren.

§ 5. Der Körper A ist hier (Fig. 4) eine Wassermasse in einem dünnwandigen Reagenzglase, welche durch einen von einem Elektromotor betriebenen Rührer in Bewegung gehalten wird. B ist eine conaxiale, mit A oben verschmolzene Glashülle, welche in schmelzendes Eis taucht; die Temperatur des Wassers wird thermoelektrisch bestimmt. Mit diesem Apparat fand Frl. Keith für Wasserstoff $\gamma/\lambda = 2{,}00$, $k_{\text{Wasserstoff}}/k_{\text{Luft}} = 3{,}83$.

Einen Grund dieses Misserfolges fand ich in der mangelhaften Wärmeleitung des Glases. Bildet nämlich das Gas vom Wärmeleitungsvermögen k eine planparallele Schicht von der Dicke d zwischen parallelen planparallelen Platten von den

1) M. v. Smoluchowski, Wied. Ann. **64.** p. 128. 1898.
2) A. Winkelmann, Wied. Ann. **44.** p. 456. 1891.

Dicken d_1, d_1', vom Wärmeleitungsvermögen k_1, und ist die Temperaturdifferenz der äusseren, vom Gase abgekehrten Begrenzungsflächen dieser Platten u_0, so ist der Temperaturgradient im Gase, welcher für $k/k_1 = 0$ u_0/d ist,

$$\frac{u_0}{d} \cdot \frac{1}{1 + \frac{d_1 + d_1'}{d} \cdot \frac{k}{k_1}}.$$

Setzt man nun $d_1 = d_1' = 0{,}05$ cm, $d = 0{,}1$ cm, ferner nach H. Meyer[1]) für Crownglas $k_1 = 0{,}00163$, nach A. Winkelmann[2]) bei 11° für Luft $k = 0{,}0000567$, für Wasserstoff 0,000390, so ergiebt sich der Gradient für Luft $0{,}958 \cdot u_0/d$, für Wasserstoff $0{,}770 \cdot u_0/d$. Es ist folglich $k_{\text{Wasserstoff}}/k_{\text{Luft}}$ gleich dem Verhältnis der Wärmeflüsse in diesen Gasen multiplicirt mit $\frac{958}{770} = 1{,}24$.

Ich liess daher die Röhren aus Messing machen, das mit dem Wärmeleitungsvermögen 0,2 gegenüber den Gasen als vollkommener Wärmeleiter betrachtet werden kann. Die Messingröhren waren oben durch einen eingekitteten Ebonitring luftdicht verbunden, die Wärmeleitung durch das Ebonit wurde zusammen mit der Strahlung durch einen Versuch eliminirt, bei welchem der Raum zwischen den Röhren möglichst gut evacuirt ward.

§ 6. Mit diesem Apparat hat Hr. Dr. Wendell die Versuche fortgesetzt. Derselbe fand, dass zum Ausgleich der Temperatur in der Wassermasse bei Wasserstoff eine sehr grosse Geschwindigkeit des Rührers angewandt werden musste, indem die Abkühlungsgeschwindigkeit des Wassers mit der Rührergeschwindigkeit erheblich stieg. Offenbar ist eine um so grössere Rührergeschwindigkeit erforderlich, je grösser die Abkühlungsgeschwindigkeit. Um diese zu verkleinern, liess ich den Apparat in erheblich grösseren Dimensionen bauen, da das Wasservolumen schneller wächst als die abkühlenden Oberflächen. Mit diesem Apparat fand Hr. Wendell

$$k_{\text{Wasserstoff}}/k_{\text{Luft}} = 6{,}12,$$

also schon ein erheblich besseres Resultat. Er fand auch übereinstimmende Werte von γ/λ bei verschiedenen Drucken

1) H. Meyer, Wied. Ann. **34.** p. 602. 1888.
2) A. Winkelmann, l. c.

für Wasserstoff, dagegen nicht für Luft. Wegen seiner Abreise musste er die Versuche aufgeben. Diese sind nun von Hrn. Gehrcke zu einem guten Ende geführt worden, wie nachstehend beschrieben wird.

E. Warburg.

I. Beschreibung des Apparates und der Versuchsanordnung.

§ 7. Als Körper, dessen Abkühlungsgeschwindigkeit gemessen wird, dient eine Wassermasse *a b c d* (vergl. Fig. 5), enthalten in einem verticalen, unten halbkugelförmig verschlossenen Messingcylinder *ABCD*; in den engen Hohlraum zwischen beiden wird das Gas durch den Glashahn *H* eingeführt. Die das Gas begrenzenden Metallflächen sind blank versilbert. Bringt man also den ganzen Apparat in schmelzendes Eis, so kühlt sich das Wasser im Innern, das zu Anfang des Versuches eine Temperatur von ca. 14° hatte, ab, indem seine Wärme durch das Gas hindurch nach aussen strömt.

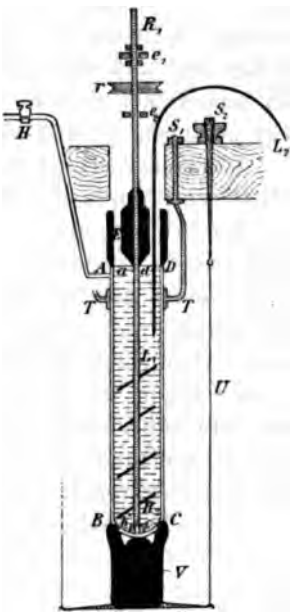


Fig. 5.

Die beiden Metallcylinder werden fest in derselben relativen Lage zu einander gehalten durch einen am Boden des Zwischenraumes bei *BbcC* liegenden schmalen Ring aus Fiber. Am oberen Ende sind sie durch einen Ebonitring *E* abgeschlossen, der fest mit Chattertonasphaltkitt aufgekittet ist.

Die Dimensionen des Apparates sind:

$$AB = 20 \text{ cm},$$
$$AD = 2R = 4{,}2016 \text{ cm},$$
$$ad = 2r = 4{,}0014 \text{ cm}.$$

Die Dicke der Gasschicht ist sonach = 1,001 mm.

Die Temperatur des Wassers wird durch das Thermoelement $L_1 L_2$ gemessen. Dasselbe besteht aus drei hinterein-

ander verbundenen Eisen-Constantanelementen; die ausserhalb des Wassers befindliche Lötstelle taucht in schmelzendes Eis. Zur Strommessung dient ein d'Arsonvalgalvanometer von Siemens & Halske; 1° C. entsprach einem Ausschlag von 16 Scalenteilen (Doppelmillimeter).

Der Rührer $R_1 R_2$ besteht aus einer Schraubenfläche von Messing und läuft unten bei R_2 auf einer Spitze, während er oben durch die Lager l_1 und l_2 gehalten wird; das Rühren geschieht durch einen Elektromotor mit Schnurübertragung auf die Rolle r. Es befindet sich noch bei E an der Axe des Rührers ein cylindrisches Ebonitstück, das den Zweck hat, ein etwaiges Spritzen des Wassers nach Möglichkeit unschädlich zu machen, und das zugleich den Wasserspiegel vor Strahlung von aussen her bewahren soll. — Die Rührergeschwindigkeit liegt zwischen 10 und 25 Umdrehungen pro Secunde.

Das den Apparat umgebende Bad aus schmelzendem Eis enthält eine durch die Hand betriebene Rührvorrichtung.

Die Aufhängung des Apparates geschieht durch drei an den äusseren Cylinder angelötete Messingträger T (in der Figur ist nur einer gezeichnet), die oben durch ein Holzbrett gehen und darauf mit den Schrauben S_1 aufgeschraubt sind. Die feinere Justirung des Apparates bewirken drei Schrauben S_2 (in der Figur ist wieder nur eine gezeichnet), welche durch eine Drahtübertragung U einen hohlen Ebonitcylinder V zu richten vermögen, der an drei nur kleinen Berührungsstellen mit dem äusseren Messingcylinder an diesen fest angekittet ist.

§ 8. Die untersuchten Gase sind Luft und Wasserstoff. Die Luft wurde dem Zimmer entnommen, durch Natronlauge von Kohlensäure befreit, strich dann durch conc. H_2SO_4 und endlich über Phosphorsäureanhydrid. — Der Wasserstoff wurde in einem Kipp'schen Apparat aus Zink I (Kahlbaum) und reiner verdünnter H_2SO_4 entwickelt. Er wurde zweimal durch Kaliumpermanganatlösung geleitet und gelangte von da über Natronkalk und Phosphorsäureanhydrid in den Apparat. — Die einzelnen Teile der Gasleitung waren durch Schliffe mit Quecksilberabschluss miteinander verbunden und hielten völlig luftdicht.

Die nötigen Verdünnungen wurden nach Vorpumpen mit der Wasserstrahlpumpe mit einer Kahlbaum'schen Queck-

silberpumpe hergestellt. Zur Bestimmung der höheren Drucke diente ein Quecksilbermanometer von 17 mm Rohrdurchmesser; die Differenz der Menisken wurde mit einem Bamberg'schen Kathetometer gemessen, wobei immer mindestens drei unabhängige Ablesungen gemacht wurden, die um höchstens 0,03 mm voneinander abwichen. Zur Bestimmung der kleineren Drucke diente ein Macleodmanometer. Das benutzte Temperaturintervall lag zwischen 14° und 7° C. und betrug 112 Scalenteile. Der Zeitpunkt des Anfanges und des Endes desselben wurde auf verschiedene Weise bestimmt. Bei den kurzen Abkühlungszeiten des Wasserstoffs (bis 5 Minuten) wurde direct der Moment des Durchganges des Zeigers beobachtet und an der dicht an der Scala hängenden Uhr abgelesen; bei den längeren Abkühlungszeiten jedoch, wo der Secundenzeiger der Uhr eine wesentlich schnellere Bewegung hatte als der Glühlampenfaden auf der Scala, wurde umgekehrt der Stand desselben zu verschiedenen Zeiten notirt — in der Nähe des Einsetzens und Aufhörens der Messung von 10 zu 10 Secunden — und daraus durch Interpolation der wahre Zeitmoment bestimmt.

II. Untersuchung der Fehlerquellen.

§ 9. *Rührwärme.* Zur Bestimmung derselben wurde der ganze Apparat in ein grosses Becken mit Wasser gesetzt; dann hatten am folgenden Tage beide Lötstellen des Thermoelementes genau dieselbe Temperatur, sodass das Galvanometer keinen Ausschlag gab, wenn der Stromkreis geschlossen wurde. Jetzt wurde der Rührer in Thätigkeit gesetzt. Es zeigte sich, dass bei den kleineren Rührgeschwindigkeiten, wie sie besonders in den nachfolgend beschriebenen Versuchen mit Luft angewendet wurden, überhaupt kein deutlich wahrnehmbarer Galvanometerausschlag bei beliebig langem Rühren erzielt wurde, sodass es nicht möglich war, die Grösse des kleinen durch die Rührwärme bedingten Fehlers zu bestimmen. Von der Anbringung einer Correction wegen der Rührwärme wurde deshalb Abstand genommen. Erst wenn mit der schnellsten erreichbaren Geschwindigkeit gerührt wurde, stellte sich in mehreren Versuchen ein deutlicher Ausschlag von noch nicht ganz 1 Scalenteil nach einer Viertelstunde heraus; dem entsprechen z. B.

für 141 sec (Normalabkühlungszeit für Wasserstoff) 0,16 Scalenteile. Von einer Correction kann also auch bei diesen grossen Rührgeschwindigkeiten abgesehen werden.

§ 10. *Rührgeschwindigkeit.* Schon von Hrn. Wendell wurde eine grosse Zahl von Versuchen angestellt über den Einfluss der Rührgeschwindigkeit auf die Abkühlungszeit. Ich konnte das gefundene Resultat nur bestätigen. Es zeigte sich nämlich, dass z. B. die Abkühlungszeit des Wasserstoffs bei Normaldruck mit steigender Rührgeschwindigkeit abnahm. Diese Abnahme erreichte aber eine Grenze, und von einer bestimmten Geschwindigkeit an stellte sich eine merkliche Constanz der Abkühlungszeit ein; es ist also dann die Rührgeschwindigkeit ausreichend, um die kalte Wasserschicht von der Metallwand zu entfernen. Wurde endlich die Rührgeschwindigkeit weiter über ein gewisses Maass hinaus gesteigert, so nahm infolge der sich jetzt bemerkbar machenden Rührwärme die Abkühlungszeit wieder ein wenig zu.

Die Messungen wurden alle innerhalb des constanten Bereichs der Abkühlungszeit ausgeführt. Dieses constante Gebiet wurde bei Luft schon bei kleineren Rührgeschwindigkeiten erreicht als beim Wasserstoff, entsprechend der viel längeren Abkühlungszeit bei Luft als im Vergleich zum Wasserstoff. — Als ungefähres Maass für die Rührgeschwindigkeit diente ein kleines, auf die Welle des Rührers aufgesetztes Gyroskop; bei den grossen Geschwindigkeiten, bei welchen das Gyroskop nicht mehr ausreichte, konnte der Hin- und Hergang der Schnur, mit welcher der Motor den Rührer betrieb, für eine bestimmte Zeit gezählt werden, so dass auf diese Weise eine ausreichende Beurteilung der Rührgeschwindigkeit erzielt wurde.

III. Resultate.

§ 11. Nach v. Smoluchowski[1]) ist der Temperatursprungscoefficient:

$$\gamma = \frac{\log \frac{R}{r}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r}} \cdot \left(\frac{L_0}{L} - 1 \right), \tag{1}$$

1) M. v. Smoluchowski, Wied. Ann. 46. p. 110. 1898.

wo r und R die Radien der beiden die Gasschicht begrenzenden Cylinderflächen bedeuten und

$$\frac{L_0}{L} - 1 = \frac{t_s}{t_0} \cdot \frac{t - t_0}{t_s - t}$$

ist; t_s, t_0, t sind bezüglich die Abkühlungszeiten im Vacuum, in dem Druckbereich (Normaldruck), wo noch kein Temperatursprung stattfindet, und bei dem gemessenen Druck p.

Bedeutet λ die mittlere Weglänge der Gasmolecüle beim Druck p, λ_0 diejenige bei Normaldruck, so ist:

$$(2) \qquad \frac{\gamma}{\lambda} = \frac{\log \frac{R}{r}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r}} \cdot \frac{p}{760\,\lambda_0} \cdot \frac{t_s}{t_0} \cdot \frac{t - t_0}{t_s - t}.$$

Dieser Ausdruck ist nach der Gastheorie eine Constante, vorausgesetzt, dass λ gegen die Wanddistanz $R - r$ der Cylinder zu vernachlässigen ist.

Es wurde gesetzt:

für Luft $\lambda_0 = 95 \cdot 10^{-6}$ mm
für Wasserstoff $\lambda_0 = 186 \cdot 10^{-6}$ mm.

Für die Abkühlungszeit im Vacuum t_s wurde gefunden 5715 sec.

§ 12. Die folgenden Tabellen [vgl. p. 112 u. 113, a) Luft, b) Wasserstoff] enthalten die beobachteten Abkühlungszeiten und die daraus nach Gleichung (2) berechneten Werte von γ/λ.

§ 13. Aus diesen Tabellen ergeben sich folgende Schlüsse:

1. Die Normalabkühlungszeit ergiebt sich für Luft zwischen den Drucken von 120 bis 740 mm zu $t_0 = 839$ sec, für Wasserstoff zwischen den Drucken 300 bis 350 mm zu $t'_0 = 141$ sec. Daraus folgt mit $t_s = 5715$ das Verhältnis der Wärmeleitungsconstanten

$$\frac{\varkappa'}{\varkappa} = \frac{t_s - t'_0}{t'_0} \cdot \frac{t_0}{t_s - t_0} = 6{,}80.$$

Für eine mittlere Temperatur des Gases von 11° findet Winkelmann hierfür 6,89.

2. Für Luft ergiebt sich das Verhältniss γ/λ zwischen den Drucken 3,68 und 0,469 mm oder den Weglängen

a) Luft.

p (mm)	t (Secunden) gefunden	Mittelwert	$\frac{\gamma}{\lambda}$	λ (mm)
740	835			
200	837			
	841			
	839	$t_0 = 839$	—	—
120	836			
	840			
	841			
3,68	891	893	1,95	0,0196
	895			
3,08	899	902	1,85	0,0234
	905			
1,91	936	933	1,77	0,0378
	930			
1,49	968	965	1,87	0,0485
	962			
0,85	1033	1037	1,74	0,0849
	1041			
0,4694	1205	1202	1,78	0,1538
	1198			
0,1124	2005	2008	1,64	0,657
	2010			
0,0499	2685	2658	1,40	1,45
	2630			
0,0132	4200	4200	1,38	5,47

$\lambda = 0{,}0196$ und 0,154 mm innerhalb der Beobachtungsfehle vom Druck unabhängig und zwar im Mittel $= 1{,}83$.[1]) Fü Wasserstoff ergiebt sich das Verhältnis γ/λ zwischen de Drucken 5,68 und 1,80 mm oder den Weglängen 0,0249 un 0,0785 mm ebenfalls innerhalb der Beobachtungsfehler vo Druck unabhängig, und zwar im Mittel $= 5{,}70$.[1]) Mit de von mir benutzten Apparat fand Hr. Dr. Wendell für Druck von 11,6 bis 1,5 mm im Mittel für Wasserstoff $\gamma/\lambda = 5{,}7$

1) In der Tabelle ist dieses Gebiet durch einen Strich nach unt abgegrenzt.

b) Wasserstoff.

p (mm)	t (Secunden) gefunden	Mittelwert	$\frac{\gamma}{\lambda}$	λ (mm
330	141	$t_0 = 141$	—	—
	141			
300	142			
350	141			
5,68	180	180	5,74	0,0249
	179			
4,57	191	190	5,84	0,0309
	189			
3,26	203	206	5,52	0,0434
	209			
2,57	225	226	5,71	0,0550
	227			
1,80	260	261	5,68	0,0785
	262			
0,960	353	353	5,45	0,1472
	352			
0,4365	567	567	5,18	0,324
	567			
0,0964	1570	1564	4,74	1,47
	1558			
0,0261	3135	3128	4,32	5,42
	3120			

Die von Hrn. v. Smoluchowski gefundenen Werte von γ/λ stelle ich mit den von mir gefundenen zusammen:

	Luft	Wassertoff
v. Smoluchowski	1,70	6,96
Gehrcke	1,83	5,70

Der von mir für Wasserstoff gefundene Wert ist erheblich kleiner als der von Smoluchowski; jener bezieht sich auf eine blanke Silberoberfläche, dieser auf eine Glaswand, doch möchte ich hieraus keineswegs schliessen, dass die Constante γ/λ von der Natur der Wand abhängig ist.

3. Die Entfernung der beiden das Gas begrenzenden Flächen beträgt 1 mm. Wird die mittlere Weglänge λ für Luft kleiner als 0,1538 mm, für Wasserstoff kleiner als 0,1472 mm, so nimmt γ/λ mit abnehmendem Druck oder wachsender Weglänge ab. In der That kann, wenn die mittlere Weglänge nicht mehr klein ist gegen die Dicke der Gasschicht, von einem Temperatursprungscoefficienten nicht mehr geredet werden. Dass aber γ/λ, nach Gleichung (2) berechnet, hier mit abnehmendem Drucke abnimmt, ist mit der Gastheorie in Uebereinstimmung.

Berlin, Phys. Inst., 26. März 1900.

(Eingegangen 27. März 1900.)

9. *Deformation durch Erwärmung als Ursache für die thermische Veränderung der Empfindlichkeit von Waagen; von Theodor Middel.*

(Auszug aus einer Greifswalder Inaugural-Dissertation.)

I. Einleitung.

Bei ihrer auf der Spandauer Citadelle ausgeführten Bestimmung der Gravitationsconstante und der mittleren Dichtigkeit der Erde[1]) beobachteten Richarz und Krigar-Menzel starke Schwankungen der Empfindlichkeit ihrer Waage.

Für drei längere Perioden, während deren an den Schrauben zur Regulirung der Empfindlichkeit und auch sonst an der Waage nichts geändert wurde, haben die Verfasser die Temperaturen und den Tageswert ω eines Scalenteiles in Milligrammen, also das Reciproke der Empfindlichkeit, in einer Tabelle zusammengestellt.[2]) Dabei sind die einzelnen Tageswerte von ω gruppenweise zu Mitteln zusammengefasst und die Gruppen in erster Linie nach den Temperaturen, bei gleichmässig sich verändernden Temperaturen für möglichst gleiche Anzahl von Einzeltagen abgeteilt.

I. Periode.

Zeit	Zahl der Tage	Temperatur	Mittelwert von ω in 10^{-6} mg
11.—13. X. 1892	3	11,7°	3483
24. I. bis 18. II. 1893	7	5,0—6,3	3278
21. II. bis 14. III. 1893	6	6,5—6,7	3325
II. Periode.			
18.—25. V. 1893	4	7,4—7,8°	3229
26.—31. V. 1893	3	7,9	3245
6.—23. VII. 1893	4	8,0—8,5	3318
28. IX. bis 5. X. 1893	4	10,9—11	3618
7. u. 9. X. 1893	2	11,1	3650

1) F. Richarz u. O. Krigar-Menzel, Anh. zu den Abhandlungen d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1898.

2) F. Richarz u. O. Krigar-Menzel, l. c. p. 38—40; ferner Zeitschr. f. Instrumentenk. 19. p. 54—55. 1899.

Zeit	Zahl der Tage	Temperatur	Mittelwert von ω in 10^{-5} mg
10.—19. X. 1893	5	11,2°	3714
24. u. 29. XI. 1893	2	9,8—9,7	3622
21.—28. II. 1894	4	7,3—7,2	3320
2. III. bis 11. IV. 1894	11	7,3—7,5	3389
21. VI. bis 23. VII. 1894	4	8,7—9,8	3503
4.—25. VIII. 1894	6	10,3—10,8	3582
4.—19. IX. 1894	7	11,0	3665
5.—22. XI. 1894	4	10,4—10,2	3707
3.—15. XII. 1894	3	9,8—9,2	3682
15.—26. I. 1895	6	8,1	3567
29. I. bis 9. II. 1895	5	7,6—6,6	3505
20. II. bis 7. III. 1895	7	6,1—6,3	3431
	III. Periode.		
21. u. 22. VI. 1895	2	8,5—8,6°	3597
2. u. 4. VII. 1895	2	9,1	3630
6. u. 10. VII. 1895	2	9,2	3645
15. u. 16. VII. 1895	2	9,4	3615
20. u. 22. VII. 1895	2	9,5—9,6	3682
25. u. 27. VII. 1895	2	9,7—9,8	3700
30. VII. u. 1. VIII. 1895	2	10,0	3740
14.—28. X. 1895	5	11,1—10,0	3775
29. X. bis 7. XII. 1895	5	9,9—9,1	3599
12. XII. 1895 bis 24. I. 1896	4	9,0—7,4	3534
28. I. bis 10. II. 1896	5	7,3—7,1	3508

Die Tabelle zeigt deutlich eine Zunahme von ω, also eine Abnahme der Empfindlichkeit $1/\omega$ mit steigender Temperatur. Sie beträgt für das Temperaturintervall von 5—12° etwa $^1/_{10}$ vom Ganzen.

Die Verfasser suchen die Erklärung dieses Verhaltens in der Annahme, dass die Oberseite des Waagebalkens einen grösseren thermischen Ausdehnungscoefficienten habe als die Unterseite und stützen diese Annahme durch folgende Ueberschlagsrechnung.

Die Entfernung zwischen Spiegel und Scala betrug rund 5 m, der Ausschlag für 1 mg etwa 30 mm, die halbe Balkenlänge 117 mm, die Gesamtmasse von Balken, Gehängen und Gewichten rund 4000 g; daraus folgt der Abstand des Schwerpunktes unter der Mittelschneide zu etwa 0,01 mm.

Eine Balkenhälfte bilde ein Dreieck von der vertical stehenden Basis d, der oberen Seite l_1 und der unteren l_2. Dann beträgt die Senkung s der Spitze unter dem Mittelpunkt der Basis

$$s = \frac{1}{2d}(l_1^2 - l_2^2),$$

und es wird, mit Rücksicht darauf, dass l_1 und l_2 nahe gleich l sind, die Aenderung von s auf eine Temperaturerhöhung Δt gefunden:

$$\Delta s = \frac{l^2}{d}(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot \Delta t,$$

wenn α_1 und α_2 die beiderseitigen Temperaturcoefficienten sind. Nun müsste für $\Delta t = 7^0$ nach den obigen Beobachtungen

$$\Delta s = \frac{0{,}001}{10} = 0{,}0001 \text{ cm}$$

betragen. In die Formel ist einzusetzen $l = 11{,}7$ und d gleich etwa 4 cm. Hieraus würde folgen $\alpha_1 - \alpha_2 = 4.10^{-7}$.

Nach Lavoisier und Laplace[1]) beträgt $\alpha_1 - \alpha_2$ für gehämmertes gegen gegossenes Messing $2{,}3.10^{-7}$, nach Smeaton[2]) für gezogenes gegen gegossenes $5{,}8.10^{-7}$, wo jedesmal der Guss sich schwächer ausdehnt. Der postulirte Wert 4.10^{-7} liegt in der Mitte zwischen beiden.

Mit dieser Annäherung von $\alpha_1 - \alpha_2$ an andere Bestimmungen desselben Wertes wird die obige Erklärung der Abnahme der Empfindlichkeit in der That schon wahrscheinlich. Es kann zufällig die Oberseite des Waagebalkens stärker gehämmert worden sein als die Unterseite. Um aber ganz sicher zu sein, erübrigte es noch, den experimentellen Beweis für die thatsächlich stattfindende Senkung der Balkenenden bei Temperaturerhöhung zu liefern.

Diesen Beweis habe ich in vorliegender Arbeit zu bringen versucht.

II. Methode.

Die Senkung der Balkenenden, oder, was dasselbe ist, die Senkung der Verbindungslinie der Endschneiden unter die

1) A. L. Lavoisier u. P. S. Laplace, Marbach's physik. Lexikon 1. p. 99. 1835; Winkelmann's Handb. d. Phys. (II) 3. p. 47. 1896.

2) J. Smeaton, Marbach's physik. Lexikon 1. p. 99. 1835; Müller-Pouillet's Lehrb. d. Phys., alte Ausgabe 2. p. 447. 1853.

Mittelschneide durch lineare Messung bestimmen zu wollen, wäre bei ihrer verschwindenden Grösse von vornherein aussichtslos gewesen. Auf einem Umwege lässt sich diese Messung ausführen, wenn man die Formveränderung betrachtet, welche der Waagebalken unter dem Einflusse der Temperatur erleidet. Mit der Senkung der Balkenenden ist nämlich eine *Krümmung* des ganzen Balkens gegeben.

Man stelle sich eine Balkenhälfte als einen Rahmen von der Form eines Rechteckes vor. Diese Darstellungsweise entspricht weit eher der wirklichen Form des Waagebalkens als die unter I. zum Zwecke der Ueberschlagsrechnung gemachte Annahme. Es muss dann der Balken infolge der ungleichen Ausdehnung seiner oberen und unteren Seite im erwärmten Zustande eine von der Mitte nach den Enden zu continuirlich verlaufende Krümmung aufweisen.

Der Waagebalken bildet, wenn wir seine Höhe vernachlässigen, nach der thermischen Krümmung den Bogen eines Centriwinkels α, der sich bestimmt durch:

(1) $$\alpha = \frac{2\,l}{r},$$

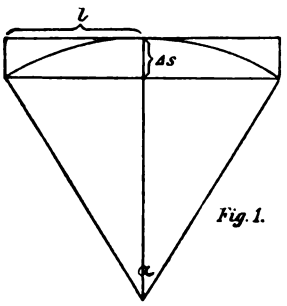


Fig. 1.

wo l die halbe Balkenlänge, r den Radius des Vollkreises, von dem $2\,l$ ein Teil ist, bezeichnet. Dieser Winkel α ist, sofern er sehr kleine Werte nicht überschreitet, und das findet im vorliegenden Falle statt, proportional der Senkung der Balkenenden, und zwar ist er dies durch Vermittlelung von r.

Zur Bestimmung von r kann man aus Fig. 1 die Gleichung herleiten:

$$\Delta s\,(2\,r - \Delta s) = l^2$$

woraus folgt:

(2) $$r = \frac{l^2}{2\,\Delta s}.$$

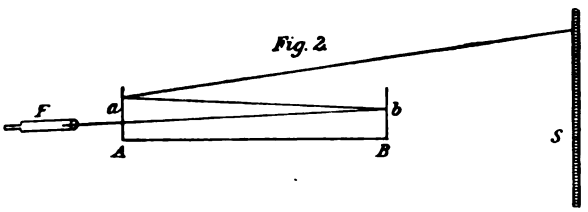
Setzt man diesen Wert für r in (1) ein, so folgt:

(3) $$\alpha = \frac{4\,\Delta s}{l}.$$

Diesen Winkel α zu messen war denkbar nach einer von Helmholtz zum Zwecke der Bestimmung des Elasticitätsmoduls angegebenen, von A. König beschriebenen Methode.[1])

Auf den beiden Enden *A* und *B* des Balkens waren vom Mechaniker Stückrath in Friedenau bei Berlin zwei kleine Spiegel *a* und *b*, mit den reflectirenden Flächen gegeneinander gekehrt, angebracht. Die von einer etwa 4,50 m entfernten beleuchteten Scala *S* entsandten Strahlen werden nach je einmaliger Reflexion an den beiden Spiegeln des in horizontaler Lage aufgestellten Balkens in einem an der gegenüberliegenden Seite befindlichen Fernrohre *F* aufgefangen. Fig. 2 zeigt die Anordnung in schematischer Darstellung.

Fig. 2.



Bei Krümmung des Balkens wird eine Neigung der Spiegel zu- oder voneinander eintreten, je nachdem sich die Balkenenden heben oder senken. Jede derartige Neigung wird sich bei hinreichender Empfindlichkeit im Fernrohre durch einen Scalenausschlag bemerkbar machen, dessen Grösse ein Maass für die stattfindende Krümmung ist. Um der Methode eine hinreichende Empfindlichkeit zu geben, haben wir noch den besonderen Kunstgriff angewendet, dass wir die Strahlen erst nach *mehrmaligem Hin- und Hergange zwischen den Spiegeln* ins Fernrohr gelangen liessen. Zur Unterscheidung des zweiten Scalenbildes, d. h. des durch zweimaligen Hin- und Hergang der Strahlen entstandenen Bildes, von dem ersten Bilde hat man verschiedene Mittel. Zunächst ist es bedeutend lichtschwächer als das erste Bild. Um deutlich ablesen zu können, muss die Scalenbeleuchtung sehr intensiv sein. Ich habe mich bei meinen Versuchen transparenter ölgetränkter, auf einem dünnen Glasstreifen aufgeklebter Papierscalen bedient, deren

1) A. König, Verhandl. d. physik. Gesellsch. zu Berlin 4. p. IV und p. 59. 1885; Wied. Ann. 28. p. 108. 1886.

Beleuchtung durch eine dahinter gestellte elektrische Glühlampe geschah. Ferner unterscheidet sich das zweite Bild von dem ersten dadurch, dass es dem Auge als von vier Spiegelrändern umrahmt erscheint, während das erste Bild nur zwei derartige Rahmen aufweist. Ein drittes Unterscheidungsmerkmal besteht darin, dass man das Fernrohrocular näher an das Objectiv schrauben muss, wenn man von einer scharfen Einstellung auf das erste Bild zu einer solchen auf das zweite Bild gelangen will.

Bei den Vorversuchen gelang es immer, das zweite Bild im Fernrohre aufzufangen, bei den Versuchen des III. und IV. Teiles dagegen musste ich mich, infolge ungünstiger Veränderung der Spiegelstellung auf das erste Bild beschränken; bei den Versuchen des V. Teiles konnte aber wieder das zweite Bild benutzt werden.

Bei Zugrundelegung dieser Methode kann man mit Benutzung der unter I. mitgeteilten Daten *berechnen*, ob die zu untersuchende Krümmung nun auch wirklich von einer messbaren Grösse ist.

In der Spandauer Arbeit ist für das Temperaturintervall von 7° eine Krümmung bez. eine Senkung der Balkenenden von 0,001 mm angegeben. Nimmt man einen höheren Temperaturunterschied, z. B. von $105^0 = 15.7^0$, so wird bei einem solchen, Proportionalität des Vorganges vorausgesetzt, die Senkung $15.0{,}001 = 0{,}015$ mm betragen.

Setzt man diesen Wert für Δs in den oben für α abgeleiteten Ausdruck ein, so erhält man:

$$\alpha = \frac{4.\Delta s}{l} = \frac{4.0{,}015}{117} = 0{,}00051\,.$$

Jeder der beiden Spiegel erfährt eine Drehung um den Winkel $\alpha/2$. Bei der Beobachtung des nach je einmaliger Reflexion an jedem Spiegel zu stande kommenden Bildes erleiden die vom beobachteten Scalenteil ausgehenden Strahlen eine Drehung um den Winkel

$$4 \cdot \frac{\alpha}{2} = 2\alpha\,.$$

Dieser Ablenkung entspricht auf einer 4,50 m entfernten Scala ein Ausschlag von:

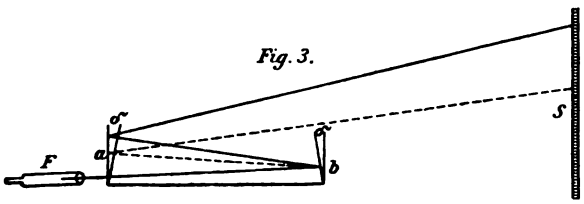
$$2.0{,}00051.4500 = 4{,}6 \text{ mm.}$$

Theoretisch ist hiermit die Möglichkeit einer Messung der Krümmung dargethan, schon für das erste Bild, a fortiori also für das zweite.

Die hier gegebene Berechnung der zu erwartenden Scalenablenkung ist nicht genau, weil die Wege von der Scala aus für die beiden Spiegel verschieden sind.

Bei der Krümmung mögen die Spiegel aus ihrer verticalen Stellung eine kleine Drehung je um den Winkel δ nach innen erfahren (Fig. 3). Der Abstand des Spiegels a von der Scala S sei D. Wir setzen dann voraus, dass die Strahlen senkrecht auf die Spiegel auffallen, was immer nahezu der Fall ist. In der Fig. 3 ist die Neigung der Strahlen übertrieben dargestellt.

Fig. 3.



Unter d sei die Entfernung der beiden Spiegel voneinander verstanden. Die gesamte auf S abzulesende Ablenkung ist dann $4\,\delta . D + 2\,\delta . d$ Scalenteile, während in der obigen Berechnung eine Ablenkung von nur $4\,\delta . D = 2\,\alpha . D$ Scalenteile angenommen wurde. Der berechnete Wert erhöht sich dadurch aber nur auf 4,7 mm.

Bei zweimaligem Hin- und Hergange der Strahlen ist der im Fernrohre zu beobachtende Ausschlag gleich $\delta(8\,D + 12\,d)$.

III. Verhalten des unbelasteten Waagebalkens beim Erwärmen.

Wurde der Waagebalken in einem Zimmer von gewöhnlicher Temperatur einer niedrigen Temperatur ausgesetzt, so war das Beschlagen der Spiegel nicht zu verhindern. Ich habe mich daher darauf beschränkt, sein Verhalten bei Temperaturerhöhung, mit der gewöhnlichen Zimmertemperatur als Anfangstemperatur, zu untersuchen. Bei späteren Versuchen, die weiter unten beschrieben sind, wurde allerdings unter Benutzung scharfer Winterkälte auch oft mit einer viel niedrigeren Anfangstemperatur begonnen.

Es sei bemerkt, dass die Spiegel an der Unterseite des Balkens angebracht waren — von der Lage gesprochen, welche er bei den Wägungen in Spandau hatte —, da eine an der Oberseite befindliche dachsparrenförmige Versteifung (vgl. Spandauer Abhandlung p. 29) die Beobachtung mit Beibehaltung der beim Wägen üblichen Lage unmöglich gemacht hätte. Die Lage des Balkens bei der jetzigen Beobachtung war also derart, dass die Seite mit dem vermutlich grösseren Wärmeausdehnungscoefficienten nach unten gekehrt war. Beim Erwärmen musste eine Neigung der Spiegel nach innen zu eintreten, was auf der Scala, die entsprechende Lage derselben vorausgesetzt, einen Ausschlag von höheren zu niederen Scalenteilen bewirkte.

Um dem Balken eine für die Beobachtung passende Lage zu geben, war auf seiner Mitte zwischen den beiden Spiegeln eine etwa 30 cm lange, am unteren Ende zum Zwecke der Befestigung horizontal umgebogene, flache Messingstange aufgeschraubt, die mit ihrem oberen Ende in ein festes Stativ eingeklemmt wurde.

Die Erwärmung geschah im Wasserbade, in welchem der Balken bis auf die Spiegel, die aus dem Wasser hervorragen mussten, vollständig untergetaucht wurde. Um die Spiegel vor dem zerstörenden Einfluss des Wassers zu schützen, hatte Hr. Stückrath unter jedem einen kleinen runden Teller angebracht. Durch eine auf der Oberfläche des Wassers ausgebreitete Oelschicht wurde das Aufsteigen von Wasserdampf, der eine Ablesung sehr erschwert hätte, verhindert.

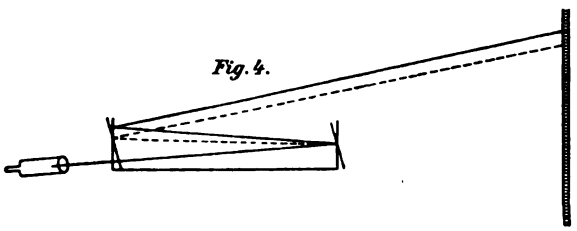
Schon bei den ersten Versuchen, die in der Weise angestellt wurden, dass das Bild der Scala nach je einmaliger Reflexion der Strahlen an jedem Spiegel im Fernrohre an der gegenüberliegenden Seite beobachtet wurde, trat immer ein Ausschlag in der im Falle der vermuteten Krümmung zu erwartenden Richtung von höheren zu niederen Scalenteilen ein. Aber es war damit noch nicht vollkommen sicher, ob dieser Ausschlag von der festzustellenden Krümmung herrührte. Ausser der Krümmung konnte der Waagebalken beim Erwärmen noch *Drehungen* erleiden infolge von thermischen Verzerrungen seiner Befestigung.

Zum Beispiel konnte eine mit der Temperatur zunehmende

Drehung, hervorgerufen durch ungleichmässige Ausdehnung der beiden Seiten des Messinghalters oder des Stativs, welches diesen hielt, eine Scalenablenkung in demselben Sinne herbeiführen wie die Krümmung.

Dies ist der Fall, wenn eine Senkung des dem Fernrohre zugekehrten Balkenendes eintritt, hervorgerufen durch eine etwaige stärkere Ausdehnung der zugewandten Seite des Halters. In Fig. 4 sind vom Balken in der Lage, die er nach erfolgter Drehung inne hat, nur die beiden Spiegel gezeichnet. Die Strahlen, die bei dieser Stellung der Spiegel — in der Fig. 4 sind sie durch die gestrichelten Linien bezeichnet — zur Beobachtung gelangen, kommen von einer tiefer gelegenen Stelle der Scala. Wir haben also einen Ausschlag in demselben

Fig. 4.



Sinne, wie ihn die Krümmung hervorbringt, ohne dass er in diesem Falle von einer solchen herrührt. Eine Drehung des Balkens im umgekehrten Sinne wird auch einen Ausschlag in entgegengesetzter Richtung zur Folge haben, d. h. einen Ausschlag von niederen zu höheren Scalenteilen. Eine gleichzeitig mit der Krümmung des Balkens stattfindende Drehung desselben wird den durch die Biegung bewirkten Ausschlag vermindern oder vergrössern, je nachdem die Drehung in dem einen oder in dem anderen Sinne erfolgt.

Diese durch Drehung des Balkens hervorgerufene Vergrösserung oder Verminderung des Ausschlages beträgt $d \cdot 2\varepsilon$ Scalenteile, wo d der Abstand der beiden Spiegel, ε die Drehung ist, welche jeder der beiden Spiegel erfährt. Wie bei der Berechnung des nur durch Biegung bewirkten Ausschlages auf die Entfernung der beiden Spiegel keine Rücksicht genommen zu werden brauchte, so kann man auch hier die Grösse $d \cdot 2\varepsilon$ vernachlässigen, gegen $D \cdot 2\varepsilon$, sofern ε kleine Werte nicht überschreitet. Dennoch war es wünschenswert,

bei den Veränderungen der Scaleneinstellung ganz sicher zwischen Biegung und Drehung unterscheiden zu können. Zu diesem Zwecke wurde folgende Versuchsanordnung gewählt.

Jedem Spiegel wurde in einer Entfernung von 4,50 m eine transparente beleuchtete Scala gegenübergestellt und die Strahlen derselben nach Reflexion an nur einem Spiegel in einem an derselben Seite des Balkens befindlichen Fernrohre aufgefangen. Fig. 5 zeigt, wie die Anordnung gemeint ist.

Bei Neigung beider Spiegel nach innen zu, wie es die Theorie bei Biegung verlangt, wird in beiden Fernrohren eine Ablenkung von höheren zu niederen Scalenteilen zu beobachten sein, während bei einer Drehung die Ablenkung in dem einen Fernrohre in entgegengesetzter Richtung vor sich geht wie in dem anderen.

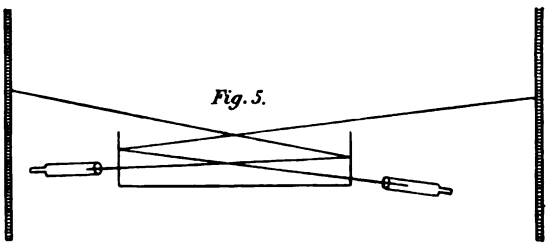


Fig. 5.

Diese beiden Fernrohre dienen also zur Controle der Form- und Lagenveränderungen, welche der Balken als Ganzes während des Versuches erleidet (*Controlfernrohre*). Durch ein drittes Fernrohr (*Hauptfernrohr*) wird das Bild einer der beiden Scalen, von beiden Spiegeln wie in Fig. 2 entworfen, oder auch erst nach zweimal doppelter Reflexion beobachtet.

In den Controlfernrohren giebt eine Drehung um ε eine Scalenablenkung von $2\varepsilon . D$. In die Ablesung am Hauptfernrohr geht dieselbe Drehung mit $2\varepsilon . d$ ein. D war rund das 20fache von d. Die Controlfernrohre geben bei allen Versuchen, wenn überhaupt Drehungen, so nur solche von einigen Scalenteilen an. Der Einfluss der Drehungen auf die Ablesung im Hauptfernrohr war also stets verschwindend.

Die in dieser Weise angestellten Versuche ergaben folgende *Resultate.*

Das Hauptfernrohr zeigte einen Ausschlag von höheren zu niederen Scalenteilen an; die Controlfernrohre liessen im allgemeinen Ausschläge in demselben Sinne beobachten. Die Ablenkung in dem Hauptfernrohr war nahezu gleich der Summe der Ablenkungen in den Controlfernrohren, ein Beweis, dass thatsächlich Neigung der Spiegel nach innen zu, herrührend von einer Krümmung des Balkens nach oben, eingetreten war, dass dagegen die Drehung, wenn überhaupt vorhanden, nur klein war. In der folgenden Tabelle sind die Resultate einer derartigen Versuchsreihe zusammengestellt. Die Controlfernrohre sind als rechtes und linkes unterschieden. Die Veränderungen der Scaleneinstellungen sind in Temperaturintervallen von 10° angegeben.

Die Anfangstemperatur ist die jeweilige Zimmertemperatur, meist 12°. Ueber 75° ist die Erwärmung nicht ausgedehnt. War die Temperatur vollständig wieder auf die ursprüngliche Temperatur vor dem Erwärmen zurückgegangen, so wurde nochmals abgelesen. Waren während der Erwärmung keine anderweitigen Störungen aufgetreten, so musste jedes Fernrohr die ursprüngliche Scaleneinstellung wieder anzeigen, was natürlich selten ganz genau der Fall war. Es wurden aber nur solche Versuchsreihen als zuverlässig betrachtet, bei welchen wenigstens nahezu Rückkehr zu den ursprünglichen Einstellungen eingetreten war. Die letzte Horizontalreihe in jeder Tabelle, durch einen Strich von den übrigen Ablesungen getrennt, giebt diese Scaleneinstellung an.

Die Tabellen lassen im allgemeinen ein der Zunahme der Temperatur nicht proportionales Wachsen der Krümmung erkennen. Dies erklärt sich folgendermaassen.

Die Länge l eines Metallstabes ist eine Function der Temperatur ϑ.

$$l = l_0(1 + \alpha . \vartheta + \beta . \vartheta^2 + \ldots .)$$

Wenn man vom „Ausdehnungscoefficienten" schlechtweg spricht, so meint man α und denkt sich die höheren als linearen Glieder der Entwickelung vernachlässigt. Unsere Krümmung war die Folge von sehr kleinen Differenzen in der

thermischen Ausdehnung. Es ist klar, dass für solche sehr kleinen Differenzen die Vernachlässigung der höheren als nach ϑ linearen Glieder durchaus unstatthaft ist. Dann wird auch die Krümmung, welche der Differenz der thermischen Ausdehnung proportional ist, keineswegs mehr der Temperatur proportional wachsen. Vielmehr kann der Fall eintreten, dass die Krümmung in dem einen Temperaturintervall schneller, in dem anderen langsamer als die Temperatur wächst, oder auch dass sie für einen Bereich constant bleibt, wie es in der That beobachtet wurde.

Die folgende Tabelle ist aus einer grossen Anzahl von Beobachtungen als Beispiel ausgewählt.[1])

Hauptfernrohr Scaleneinstellung		Controlfernrohre Scaleneinstellung links	rechts
13°	108	207	88
25°	105,0	205,9	87,2
35	105,0	205,9	87,2
45	105,0	205,9	87,2
55	103,3	205,3	86,7
65	101,2	205,3	84,2
75	100,7	204,7	84,2
13°	108	207	88
	Gesamtauschlag von 13—75° 7,3 Scalenteile	Teilausschläge von 13—75° 2,3 Scalenteile	von 13—75° 3,8 Scalenteile
		Summe: 6,1 Scalenteile	

Derartige Versuchsreihen wurden in grosser Anzahl gemacht.

Aus allen zuverlässigen Beobachtungsreihen ergiebt sich übereinstimmend, dass in der That die Temperaturerhöhung eine Krümmung des Balkens in dem Sinne bewirkt, wie er nach den in Spandau gemachten Erfahrungen und nach der von Richarz und Krigar-Menzel angenommenen Erklärung

1) Die Zahlen mehrerer anderer Versuchsreihen sind in der Dissertation angegeben. Die hier wiedergegebene ist die mit I bezeichnete auf p. 26 nach Anbringung von Reductionen auf den sonst stets gewählten Scalenabstand von 4,5 m.

derselben zu vermuten war. Was die Grösse der Krümmung angeht, so ist der im II. Teile für eine Temperaturerhöhung um 105° vorherberechnete Ausschlag von rund 5 Scalenteilen in den meisten Versuchsreihen schon für das Intervall von 13—75°, also für eine Erwärmung von 62°, mit einem Ausschlag von etwa 7 Scalenteilen übertroffen. Diese Nichtübereinstimmung von Berechnung und Versuch ist die Folge der bei der Vorherberechnung gemachten Annahme einer der Temperatur *proportional* erfolgenden Krümmung, welche Annahme sich jetzt als unzulässig erwies. Die von Richarz und Krigar-Menzel constatirte Abnahme der Empfindlichkeit gilt nur für das Temperaturintervall von 5—12°. Nach unseren Versuchen wäre diese Abnahme für dieselbe Differenz von 7° aber zwischen anderen Temperaturgrenzen verschieden ausgefallen. Ueber die wahrscheinliche Grösse der thermischen Krümmung war also von vornherein durch Rechnung nichts Bestimmtes auszusagen, da die Rechnung in diesem Falle auf die unerwiesene Voraussetzung einer proportional der Temperatur verlaufenden Krümmung gegründet werden musste. Aus diesem Grunde ist also auch die Nichtübereinstimmung der beobachteten Krümmung mit der berechneten völlig belanglos.

Uebrigens kann man die thermische Veränderung der Empfindlichkeit der Spandauer Waage auch grösser als zu $^1/_{10}$ vom Ganzen annehmen; z. B. folgt aus dem Maximum (3714) und dem Minimum (3229) der zweiten Periode (vgl. oben p. 115 u. 116) eine Veränderung von $^1/_7$ vom Ganzen, und zwar für eine Temperaturdifferenz von nur 3,6°. Daraus würde für unsere Versuche eine Ablenkung von 7,6 Scalenteilen bei der Erwärmung um 62° folgen, die mit der beobachteten fast genau übereinstimmt.

Als das Verhalten des Waagebalkens bei Belastung (vgl. folgendes Capitel) untersucht werden sollte zeigte sich die Erscheinung, dass der Balken im Verlaufe der zahlreichen Versuche die Eigenschaft, sich zu krümmen, fast vollständig verloren hatte. Da diese Versuche während einer Frostperiode angestellt wurden, so konnte man die Erwärmung mit einer niedrigeren Anfangstemperatur als der gewöhnlichen Zimmertemperatur beginnen. Das Beschlagen der Spiegel konnte jetzt

thermi-
kleine
linear
die K
dehn
prop
die
in d
auch
Tha

Be

chen die Endschneiden des Balkens gerade so stark belastet den, wie in den Spandauer Versuchen, stellte sich heraus, eine Vergrösserung der thermischen Krümmung nicht trat. Nach den Resultaten des vorigen Capitels war dieses ative Ergebnis zu erwarten. Auf die in Spandau beobachtete ümmung hat also die Belastung keinen merklichen Einfluss geübt. Von der rein elastischen Durchbiegung durch die Belastung ist in dieser Arbeit natürlich nie die Rede.

Die Versuchsanordnung war folgende:

Da der Balken bei den vorliegenden Versuchen die umgekehrte Lage hatte wie bei den Wägungen, so musste die Belastung der Seitenschneiden durch eine nach oben gerichtete Kraft geschehen. Zu diesem Zwecke waren nahe am oberen Ende des Messinghalters, mit welchem der Balken in das Stativ eingeklemmt wurde, zwei dem Balken parallele und nahezu ebenso lange Messingstreifen angebracht, der eine vor, der andere hinter dem Halter. Eine nahe am Ende der Streifen befindliche Querverbindung diente als Unterstützungspunkt eines Hebels, an dessen kürzerem Arme ein Draht befestigt war, der an seinem unteren Ende mittels einer Pfanne unter die Endschneide der betreffenden Seite griff. Am Ende des längeren Hebelarmes hing ein Gewicht von 200 g. Das Verhältnis der Hebelarme war 1 : 10; auf die beiden Seitenschneiden wirkte also je eine Kraft von 2000 g. Fast gerade so gross war die Belastung der Schneiden in den Spandauer Versuchen.

Die Versuche mit der Belastung wurden angestellt, als der Balken bereits die Fähigkeit, sich bei Erwärmung zu krümmen, eingebüsst hatte. Dass die Belastung ohne Einfluss sei, wird sich also in diesem Falle in der Weise bekunden, dass an der belasteten Waage bei Temperaturerhöhung ebenfalls kein oder nur ein geringer Ausschlag eintrat. Dies haben die Versuche in der That ergeben, bei denen zur Erhöhung der Sicherheit abwechselnd ohne Belastung und mit Belastung beobachtet wurde. Zur Erklärung der thermischen Krümmung des Balkens bleiben daher lediglich Structurverschiedenheiten der oberen und der unteren Seite des Waagebalkens in der Weise, dass die Oberseite sich stärker bei Erwärmung ausdehnt.

V. Thermische Krümmung zweier fest miteinander verbundener Stäbe, der eine aus gewalztem, der andere aus gegossenem Messing.

Die thermische Krümmung des Waagebalkens ist durch die Versuche des III. Teiles nachgewiesen. Die Structurverschiedenheiten seiner Ober- und Unterseite, die zur Erklärung angenommen werden müssen, sind als zufällige vorauszusetzen. Es schien nicht uninteressant, einen besonderen Apparat mit den postulirten Structurverschiedenheiten herzustellen, die Differenz der Ausdehnungscoefficienten zu bestimmen und die Krümmung des Apparates zu messen.

Dieser Apparat, der ebenfalls aus der Werkstatt des Hrn. Stückrath stammte, bestand aus zwei rectangulären flachen Messingstäben von je 165 mm Länge, 15 mm Breite, und 6,5 mm Dicke. Sie waren durch zwei starke Stahlschrauben in der Nähe ihrer Enden in einem Abstande von 3,5 mm parallel zu einander verbunden. Vor und hinter einer Schraube, mit dieser in derselben Querschnittsebene, befand sich je eine Stahlkugel zwischen den beiden Messingstäben, welche letzteren durch die beiden Schrauben auf die vier Kugeln unter Vermeidung jeder elastischen Biegung aufgepresst wurden.

Der obere Stab war weiches gegossenes Messing, der untere hart gewalztes. Auf den Enden des oberen Stabes waren wiederum zum Zwecke der Beobachtung zwei verticale Spiegel angebracht, während ein auf seiner Mitte aufsitzender Messinghalter ein passendes Einklemmen in ein festes Stativ ermöglichte. Zur Bestimmung der Ausdehnungscoefficienten der beiden flachen Messingstücke waren zwei dünne runde Stäbe von 10 cm Länge angefertigt aus je demselben Material. Die Bestimmung der Ausdehnungscoefficienten geschah mit dem Fühlhebelapparat von Fuess.[1]) Unter Beobachtung aller Vorsichtsmaassregeln erhielt ich die folgenden vier, ziemliche Uebereinstimmung miteinander zeigenden Bestimmungen. Mit α_1 ist der Ausdehnungscoefficient des härteren (gewalzten) Stabes bezeichnet (unterer Teil des Apparates), mit α_2 der des weicheren (gegossenen) Stabes (oberer Teil des Apparates).

1) P. Glatzel, Pogg. Ann. **160.** p. 497. 1877.

$$1.\ \left\{\begin{matrix}\alpha_1 = 0{,}0000\,204\\ \alpha_2 = 0{,}0000\,196\end{matrix}\right\} \quad 2.\ \left\{\begin{matrix}\alpha_1 = 0{,}0000\,205\\ \alpha_2 = 0{,}0000\,190\end{matrix}\right\}$$
$$3.\ \left\{\begin{matrix}\alpha_1 = 0{,}0000\,205\\ \alpha_2 = 0{,}0000\,193\end{matrix}\right\} \quad 4.\ \left\{\begin{matrix}\alpha_1 = 0{,}0000\,204\\ \alpha_2 = 0{,}0000\,196\end{matrix}\right\}.$$

Für $(\alpha_1 - \alpha_2)$ ergiebt sich im Mittel daraus der Wert $10{,}75 \cdot 10^{-7}$, ein Wert, der annähernd doppelt so gross ist, wie der von Smeaton für gezogenes gegen gegossenes Messing gefundene und annähernd dreimal so gross wie der von Richarz und Krigar-Menzel postulirte Wert. Von Interesse ist noch, dass auch der Ausdehnungscoefficient eines Stabes bestimmt wurde, der aus dem gewalzten Material gegossen wurde; wie vermutet, war der Ausdehnungscoefficient nahezu auf α_2 heruntergegangen.

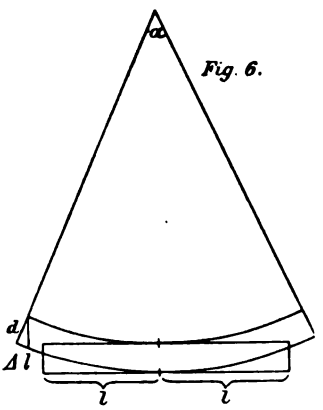


Fig. 6.

Da die untere Hälfte des Apparates den grösseren Ausdehnungscoefficienten besitzt, so wird bei Temperaturerhöhung, falls eine Krümmung der beiden Metallstäbe stattfindet, ebenso wie in den früheren Versuchen eine Neigung der Spiegel nach innen zu und dementsprechend wiederum eine Scalenablenkung von höheren zu niederen Scalenteilen eintreten.

Zur Berechnung des Ausschlages aus der Differenz der Ausdehnungscoefficienten hat man zunächst den Winkel zu bestimmen, den die Spiegel nach erfolgter Krümmung miteinander bilden.

Wie aus Fig. 6 zu ersehen ist, besteht zwischen der Entfernung d der beiden Metallstäbe (deren Dicke vernachlässigt ist), der durch die ungleiche Ausdehnung bewirkten Differenz ihrer halben Längen Δl und dem Winkel α die Beziehung:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2} = \frac{\Delta l}{d}$$

woraus folgt:

$$\alpha = \frac{2\,\Delta l}{d}.$$

Von den beiden zur Bestimmung von α dienenden Grössen ist d direct durch lineare Messung zu bestimmen. Was dabei

als Abstand der beiden Metallstäbe zu betrachten ist, ergiebt sich aus folgender Ueberlegung.

Man denke sich die Metallstäbe immer dünner werden in der Weise, dass man schliesslich zwei verschwindend dünne Metallstreifen bekommt, ein idealer Fall, wie er in Fig. 6 gezeichnet ist, wo die beiden Stäbe durch Linien dargestellt sind. Diesen beiden Metallstreifen, welche erwärmt denselben Ausschlag liefern, wie die beiden Metallstäbe von der angegebenen Dicke, ist etwa eine Entfernung zuzuschreiben, welche gleich ist der Entfernung der beiden Stabmitten voneinander. Für d ist also in die obige Gleichung die Entfernung der beiden Stabmitten, die nach Messung 10 mm betrug, einzusetzen.

Die Längendifferenz $2\,\Delta l$ der beiden Stäbe wird gefunden durch die Gleichung:

$$2\,\Delta l = 2\,l\,.\,(\alpha_1 - \alpha_2)\,.\,\Delta t\,.$$

Hier ist $2\,l$ die Länge eines der beiden Stäbe, gemessen zu 165 mm; Δt ist die Temperaturerhöhung, die bei 15° beginnend, bis zu 75° fortgesetzt wurde; $(\alpha_1 - \alpha_2)$ hat den oben angegebenen Wert $10{,}75\,.\,10^{-7}$.

Demnach ist:

$$2\,\Delta l = 165\,.\,10{,}75\,.\,10^{-7}\,.\,60 = 0{,}01 \text{ mm}.$$

Setzt man für d und $2\,\Delta l$ die Werte ein, so erhält man:

$$\alpha = \frac{0{,}01}{10} = 0{,}001\,.$$

Auf einer 4,50 m entfernten Scala wird bei Beobachtung des ersten durch je einmalige Reflexion an jedem Spiegel entstehenden Bildes eine Ablenkung von $2\,.\,4500\,.\,0{,}001 = 9$ Sct. entstehen, bei Beobachtung des zweiten Bildes eine solche von der doppelten Grösse, also von 18 Sct.

Die Versuchsanordnung war dieselbe wie früher, doch gelang es jetzt, das zweite Bild einer der beiden Scalen, durch zweimaligen Hin- und Hergang der Strahlen zwischen beiden Spiegeln entstehend, im Hauptfernrohr zu beobachten, während in den Controlfernrohren wie immer die Strahlen nach Reflexion an nur einem der beiden Spiegel aufgefangen wurden. Die folgende Tabelle giebt die erste derartige Versuchsreihe wieder.

Hauptfernrohr Scaleneinstellung		Controlfernrohre links	Scaleneinstellung	rechts
15°	265,5	65,5		186,8
25°	262	65		186
35	260	64,5		185,5
45	260	64,5		185,5
55	259	64		186
75	252	62		184,5
	Gesamtausschlag:	Teilausschläge:		
	13,5 Scalenteile	3,5 Scalenteile	2,3 Scalenteile	
		Summe: 5,8 Scalenteile		

Jetzt muss, da das zweite Bild im Hauptfernrohr beobachtet wird, im Gegensatz zu früher, die doppelte Summe der Teilausschläge nahezu den Gesamtausschlag im Hauptfernrohr ergeben. In allen folgenden Versuchsreihen stimmte dies weit besser als zufällig gerade in dieser ersten.[1]) Dass der Gesamtausschlag nur zu 13,5 gefunden wird, statt der 18 Scalenteile der Berechnung, liegt wohl hauptsächlich daran, dass bei letzterer die beiden Messingstreifen als verschwindend dünn betrachtet wurden.

Die sämtlichen Versuchsreihen beweisen zunächst, dass der Apparat auf Grund der jetzt wohlbekannten Structurverschiedenheiten zwischen seiner oberen und unteren Hälfte ebenfalls eine thermische Krümmung von annähernd der berechneten Grösse erleidet. Ein Vergleich der durch das Hauptrohr angegebenen Gesamtausschläge der einzelnen Versuchsreihen zeigte sodann, dass ebenfalls wieder eine fortschreitende Abnahme dieser Krümmung eintrat. Bezüglich der Erklärung dieser letzteren Erscheinung verweise ich auf den III. Teil, wo gegen Schluss das zum Verständnis Erforderliche gesagt ist. Jetzt zeigten aber nur die drei ersten Versuchsreihen eine schnelle Abnahme der Krümmung, während die späteren von einer solchen Abnahme nichts mehr erkennen liessen. Es ist von vornherein als sicher anzunehmen, dass die gänzliche

1) Vgl. die Tabellen in der Dissertation.

Beseitigung der Structurverschiedenheiten an diesem Apparate höhere Temperaturen und eine längere Zeit erfordern würde, als am Waagebalken, wo diese Structurverschiedenheiten als zufällige geringer waren und infolge dessen auch leichter herabgesetzt werden konnten.

VI. Kurze Zusammenfassung.

1. Die von Richarz und Krigar-Menzel beobachtete Abnahme der Empfindlichkeit ihrer Waage bei steigender Temperatur beruhte auf einer im III. Teil der vorliegenden Arbeit nachgewiesenen thermischen Krümmung des Balkens, bedingt durch Structurverschiedenheiten zwischen Ober- und Unterseite desselben.

2. Diese Structurverschiedenheiten, die als zufällige anzunehmen waren, nahmen durch wiederholtes Erwärmen und Abkühlen bedeutend ab, sodass schliesslich nur mehr eine geringe Krümmung beim Erwärmen eintrat, die durch eine sehr empfindliche optische Beobachtungsmethode kaum noch nachzuweisen war.

3. Die in der Spandauer Arbeit angewandte Belastung hat auf die Grösse der thermischen Krümmung keinen nennenswerten Einfluss gehabt. (IV. Teil der vorliegenden Arbeit.)

4. An zwei in passender Weise miteinander verbundenen Metallstäben, mit denselben Structurverschiedenheiten, wie sie für den Spandauer Waagebalken anzunehmen waren, lässt sich sowohl die thermische Krümmung als auch die Abnahme derselben bei Anstellung öfterer Beobachtungen nachweisen. (V. Teil dieser Arbeit.)

Greifswald, Physik. Inst. d. Univ., März 1900.

(Eingegangen 30. März 1900).

10. *Ueber die Additivität der Atomwärmen; von Stefan Meyer.*

Hr. F. Richarz[1]) hat vor einiger Zeit auf Grund kinetischer Betrachtungen und in Verfolgung eines von Hrn. L. Boltzmann[2]) dargelegten Gedankenganges die Gesichtspunkte angegeben, von denen aus die Abweichungen der Atomwärmen von der Dulong und Petit'schen Constante gedeutet werden können.

Kürzlich hat nun Hr. U. Behn[3]) zuverlässiges, sorgfältig discutirtes Beobachtungsmaterial für die Atomwärmen einer Reihe von Elementen und insbesondere auch die Curven, welche deren Abhängigkeit von der Temperatur zeigen, beigebracht. Er fand die von Hrn. Richarz begründeten Beziehungen bestätigt und legte bei dieser Gelegenheit den Zusammenhang zwischen Atomwärme und Atomvolumen klar, der von Lothar Meyer bloss angedeutet und von Hrn. Richarz weiter verfolgt worden war.

Ein ähnlicher Zusammenhang zwischen Atommagnetismus und Atomvolumen hatte mich veranlasst[4]), den Molecularmagnetismus von Verbindungen unter Berücksichtigung der Volumenverhältnisse zu betrachten und das erwartete Resultat ergeben, dass Volumencontractionen bez. Volumendilatationen Vermehrung bez. Verminderung der magnetischen Susceptibilität hervorrufen.

Analoge Betrachtungen lassen sich nun auch für die Molecularwärme von Verbindungen anstellen.

Zusammentreffen von kleinem Atomgewicht und kleinem Atomvolumen lässt nach Hrn. Richarz Abweichungen vom Dulong und Petit'schen Gesetze erwarten. Bei Verbindungen

1) F. Richarz, Wied. Ann. **48.** p. 708. 1893.

2) L. Boltzmann, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien (II) **63.** p. 731. 1871.

3) U. Behn, Wied. Ann. **66.** p. 237. 1898; Ann. d. Phys. **1.** p. 257. 1900.

4) St. Meyer, Ann. d. Phys. **1.** p. 668. 1900.

addirt sich die Masse, das Volumen kann aber auch grösser oder kleiner werden als die Summe der Atomvolumina.

Im Falle von Contractionen wären also Abweichungen von der Additivität — dem Joule-Kopp-Neumann'schen Gesetze — zu vermuten und zwar in dem Sinne, dass grössere Abhängigkeit von der Temperatur auftritt und ferner, dass dann die Werte für die Molecularwärmen kleiner ausfallen, als der Summe der Atomwärmen bei gleicher Temperatur entspricht. Bei Dilatationen wäre Vergrösserung oder auch Additivität der Molecularwärmen zu erwarten.

Für die erste Annahme (Abhängigkeit von der Temperatur) unzweideutige Anhaltspunkte aus den vorliegenden Angaben von Molecularwärmen zu finden, gelingt nur unvollkommen wegen des leider sehr spärlichen verlässlichen Beobachtungsmateriales.[1])

Bessere Vergleiche ermöglichen die absoluten Werte bei nahe gleicher (Zimmer-)Temperatur.

So zeigen das erwartete Verhalten bei starker Contraction die Substanzen[2]):

Substanz	Molecular-gewicht μ	Dichte γ	Molecular-volumen α	Summe der Atom-volumina $\Sigma \alpha_a$	Specifische Wärme c	Molecular-wärme a	Summe der Atom-wärmen Σa_a
Sb_2S_3	336,2	4,6	73,1	< 82,9	0,084	28,2	< 29,2
FeS_2	120,1	4,9	24,5	< 38,6	0,128	15,4	< 17,6
MnS	87,1	4,0	21,8	< 22,6	0,139	12,1	< 12,5
$PbBr_2$	366,8	6,6	55,6	< 71,9	0,053	19,4	< 21,4
KBr	119,1	2,7	44,0	< 72,3	0,113	13,5	< 14,1

1) Immerhin scheinen z. B. die von Bellati und Lussana bei Cu_2S (einer Substanz vom Molecularvolumen 28,5 gegenüber der Summe der Atomvolumina 29,4) erhaltenen Resultate für die specifischen Wärmen bei 50° (0,122), 100° (0,134) und 190° (0,145) dafür zu sprechen.

2) Die Werte für die specifischen Wärmen und für die Dichten sind den Tabellen von Landolt und Börnstein 1894 entnommen, für die Atomwärmen, wo Angaben vorhanden sind, diejenigen von U. Behn benutzt; die Atomgewichte sind nach den Festsetzungen der Deutschen chem. Gesellschaft 1898 angenommen.

Bei geringer Volumenvermehrung verhalten sich die meisten Stoffe bezüglich der Atomwärmen nahe additiv. Als Beispiele mögen hierfür dienen:

Substanz	μ	γ	α	$\Sigma\alpha_e$	c	a	Σa_e
PbS	238,0	7,5	31,7	33,8	0,050	11,9	12,0
FeS	88,1	4,7	18,7	22,0	0,136	12,0	11,9
NiS	90,8	4,6	19,7	22,4	0,128	11,6	11,9
ZnS	97,5	4,1	23,8	24,8	0,123	12,0	11,8

Umgekehrt findet sich bei Dilatation Vergrösserung der Molecularwärme, wie z. B. bei:

Substanz	μ	γ	α	$\Sigma\alpha_e$	c	a	Σa_e
Cu_2J_2	380,9	4,4	86,8	> 65,4	0,069	26,3	> 25,2
AgJ	234,8	5,6	42,0	> 35,8	0,061	14,3	> 12,8

Und wieder nahe erfüllte Additivität, wo die Volumenänderung gering ist:

Substanz	μ	γ	α	$\Sigma\alpha_e$	c	a	Σa_e
HgS	232,4	7,7	30,1	29,8	0,052	12,1	12,4
PbJ_2	460,6	6,2	74,3	69,3	0,043	19,8	19,8

Hingegen findet sich, wenn auch ganz vereinzelt, das entgegengesetzte Verhalten, wie bei:

SnS_2	182,6	4,5	40,6	47,7	0,119	21,7	18,1

Ob hier die specifische Wärme ungenau bestimmt ist (etwa infolge vernachlässigter chemischer Processe zwischen 12° und 95° während der Bestimmung von c) oder die Regel versagt, bleibt wohl noch zu entscheiden.

Die besten Bestimmungen für specifische Wärmen liegen für die Oxyde vor, doch tritt hier die Schwierigkeit ein, dass weder für das Atomvolumen noch für die Atomwärme des festen Sauerstoffs derzeit direct gefundene Angaben möglich sind. Man muss hier also mit einer gewissen Willkür vor-

gehen. Da aber auch sonst die Angaben für die Dichten sowohl als für die specifischen Wärmen erheblich voneinander abweichen und hier nur relativ grosse Unterschiede als beweiskräftig gelten können, vermag diese Willkür das Gesamtresultat nicht zu beeinträchtigen.

Für das Atomvolumen lässt sich aus der allgemeinen Curve für die Atomvolumina der Elemente mit einiger Wahrscheinlichkeit für Sauerstoff der Wert 8 annehmen.

Für die Atomwärme hat Kopp als Mittelwert, aus einer grossen Reihe von Oxyden additiv berechnet, die Zahl 4,0 angegeben. Da aber die Mehrzahl der Oxyde unter Volumencontraction gebildet wird, lässt sich im Sinne der obigen Anschauung nicht an diesem Wert festhalten. Berechnet man die Atomwärme von Sauerstoff aus solchen Oxyden, die keine erhebliche Volumenveränderung erleiden, so erhält man thatsächlich eine beträchtlich grössere Zahl.

Als solche Verbindungen können gelten:

Substanz	Molecularwärme	Hieraus Atomwärme von O
Sb_2O_3	26,8	5,0
As_2O_3	25,3	4,6
PbO	11,4	5,2
Cu_2O	15,9	4,3
MnO	11,2	5,5
MoO_3	22,2	5,3
HgO	11,5	4,9
WO_3	20,6	4,8
		Mittel 4,9

Dieser Mittelwert 4,9 ist der folgenden Tabelle zu Grunde gelegt.[1])

Substanz	μ	γ	a	Σa_e	c	a	Σa_e
Al_2O_3	102,2	3,9	26	< 45	0,185	18,9	$< 26,1$
Sb_2O_3	288,0	5,2	55	$\doteq 59$	0,093	26,8	$\doteq 26,5$
As_2O_3	198,0	3,7	54	$\doteq 50$	0,128	25,3	$\doteq 26,1$

1) Das Zeichen $\doteq$ bedeutet: in erster Annäherung gleich.

Substanz	μ	γ	a	Σa_e	c	a	Σa_e
BeO	25,1	3,1	8	< 13	0,247	6,2	< 8,8
PbO	222,9	9,2	24	± 26	0,051	11,4	± 11,1
CeO_2	172,0	6,7	26	< 37	0,088	15,1	< 16,1
Cr_2O_3	152,2	5,0	30	< 39	0,177	26,9	< 27,3
Fe_3O_4	232,0	5,2	45	< 54	0,156	36,2	< 37,9
Fe_2O_3	160,0	5,1	31	< 38	0,156	25,0	< 26,9
GeO_2	176,0	4,7	37	> 29	0,129	22,6	> 15,3
In_2O_3	276,0	7,2	38	< 55	0,081	22,4	< 27,7
Cu_2O	143,2	5,9	24	± 22	0,111	15,9	± 16,5
CuO	79,6	6,4	12	< 15	0,128	10,2	< 10,7
La_2O_3	324,0	6,4	51	< 69	0,075	24,3	< 27,1
MgO	40,4	3,4	12	< 22	0,244	9,9	< 10,8
MnO	71,0	5,1	14	± 15	0,157	11,2	± 11,6
Mn_2O_3	158,0	4,5	35	< 38	0,162	25,6	< 28,1
MnO_2	87,0	5,0	15	< 30	0,159	13,8	< 16,5
MoO_3	144,0	4,4	33	± 35	0,154	22,2	± 21,0
HgO	216,3	11,1	20	± 22	0,053	11,5	± 11,5
SiO_2	60,4	2,7	22	< 27	0,186	11,2	< 15,0
TiO_2	80,1	4,3	19	< 27	0,172	13,8	< 15,2
WO_3	232,0	6,8	34	± 34	0,089	20,6	± 21,0
ZnO	81,5	5,6	15	< 17	0,125	10,2	< 10,9
SnO_2	150,5	6,9	22	< 32	0,089	13,4	< 16,1
ZrO_2	122,6	5,7	22	< 38	0,108	13,2	< 15,8

Die ganze Tabelle bestätigt die Erwartungen und zwar besonders auffallender Weise bei Al_2O_3, In_2O_3, MnO_2, SiO_2, ZnO, ZrO_2 (Contraction) einerseits und bei GeO_2 (Dilatation) andererseits.

Doch finden sich gleichfalls bei den Oxyden auch Ausnahmen von der aufgestellten Regel und zwar:

Substanz	μ	γ	a	Σa_e	c	a	Σa_e
B_2O_3	70,0	1,8	39	32	0,088	15,1	16,1
Bi_2O_3	465,0	8,1	57	66	0,061	28,4	27,1

Es erscheint aber nicht ausgeschlossen, dass hier die vorliegenden Werte nicht ganz verlässlich sind.[1])

Jedenfalls wird man nach dem Gesagten additives Verhalten der Atomwärmen zur Molecularwärme, d. h. genaue Erfüllung des Joule-Kopp-Neumann'schen Gesetzes nur dort erwarten dürfen, wo auch, mindestens annähernd, Additivität der Atomvolumina zum Molecularvolumen besteht.

Wien, Physikal. Institut d. Universität, März 1900.

1) Beimengungen anderer Oxydationsstufen würden zur Erklärung hinreichen.

(Eingegangen 2. April 1900.)

11. *Photometrische Messungen der Strahlung schwarzer Körper; von H. Wanner.*

Hr. F. Paschen und ich haben gezeigt[1]), dass es möglich ist, allein auf photometrischem Wege die Constante der Exponentialfunction der Wien-Planck'schen Formel

$$J = c_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} \tag{I}$$

zu bestimmen. Zugleich können Messungen dieser Art dazu dienen, die genannte Formel experimentell in gewissem Umfange zu bestätigen. Nachdem Hr. F. Paschen neuerdings durch Messungen mit dem Bolometer die Gültigkeit des obigen Gesetzes innerhalb der Wellenlängen 9,2 μ bis 0,7 μ und im Temperaturbereich von 100—1300° C. unter Anwendung verschiedener schwarzer Körper als wahrscheinlich erkannt hat, war mir die Aufgabe gestellt, innerhalb möglichst weiter Temperaturgrenzen mit dem Spectralphotometer ebenfalls die Richtigkeit der Gleichung (I) zu prüfen.

Aus (I) folgt unter Anwendung Brigg'scher Logarithmen

$$\log J = \gamma_1 - \gamma_2 \frac{1}{T}, \tag{II}$$

wo

$$\gamma_1 = \log (c_1 \lambda^{-5}),$$

$$\gamma_2 = \frac{c_2}{\lambda} \log e.$$

Hiernach müsste $\log J$ eine lineare Function von $1/T$ sein und die Neigung der Geraden, welche von Hrn. Paschen nach dem Vorgange von Nichols als isochromatische Linie bezeichnet ist, ergiebt c_2.

Um die gesamten Messungen überblicken zu können, sollen hier auch die bereits veröffentlichten[2]) wiedergegeben werden.

1) F. Paschen u. H. Wanner, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin (2) **108**. p. 5—11. 1899.

2) Vgl. l. c.

Die tiefste Temperatur, bei der photometrische Messungen mit den zur Verfügung stehenden Apparaten möglich waren, war 990° (abs.), die höchste durch das Thermoelement messbare etwa 1570°; die grösste Wellenlänge war 0,6678 μ, die kleinste 0,4861 μ. Als Strahlungsquellen dienten: A. ein elektrisch geglühter Platinstreif in der Mitte einer spiegelnden Hohlkugel, B. ein grösserer Porzellanhohlraum in der von den Herren O. Lummer und F. Kurlbaum beschriebenen Art, C. ein kleiner Platinhohlraum, gebildet durch einen glühenden, innen mit Eisenoxyd bedeckten Platintiegel.[1])

Der Strahlungskörper wurde so vor den Spalt eines Spectralphotometers gesetzt, dass die Linse des Collimators durch das Licht gleichmässig erfüllt wurde. Die richtige Justirung von Strahlungskörper und Photometer ist ausserordentlich wichtig. Der Spalt des Photometers und seine Ocularblende waren jedesmal gleich weit. Als Vergleichslicht diente das durch eine Mattscheibe durchscheinende Licht einer Glühlampe, welche von einer Accumulatorenbatterie von grosser Capacität gespeist wurde. Sie blieb selbst von einem Tage zum anderen hinreichend constant, sodass die innerhalb dieser Zeit beobachteten Curven annähernd zusammenfielen. Die Temperatur der Strahlungskörper wurde mittels eines Platin-Rhodium-elementes durch Compensirung der elektromotorischen Kraft gemessen. Es war von Hrn. Holborn geaicht worden. Hr. F. Paschen war so liebenswürdig, die Temperaturmessungen zu besorgen, da der sonst unvermeidliche grelle Lichtwechsel die photometrischen Messungen beeinträchtigt hätte.

Die Wellenlängen wurden direct mit Hülfe der Natriumflamme oder Geissler'scher Röhren mit Helium, Wasserstoff und Quecksilber bestimmt.

A. Platinstreif in spiegelnder Hohlkugel.

Zur Messung diente ein A. König'sches Spectralphotometer. Im Laufe der Versuche erwies es sich als zweckmässig, die 16kerzige Glühlampe des Vergleichslichtes durch

1) Das Nähere über diese Strahlungskörper sehe man bei F. Paschen, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin (2) 108. p. 963, 965—967. 1899.

Einschaltung eines Widerstandes zu schwächen. (Hierzu gehören die Tabellen b). Die Drehung des Ocularnicols wurde jedesmal zu beiden Seiten eines Auslöschungspunktes vorgenommen, das Mittel ergab die relative Intensität durch $\mathrm{tg}^2\alpha$. Die Temperaturmessung geschah vor und nach einer photometrischen Messungsreihe, hiervon ist in den Tabellen nur das Mittel angegeben, weil die Schwankungen in den meisten Fällen gering waren. Es bedeuten:

J die Strahlungsintensität des schwarzen Körpers, die des Vergleichslichtes gleich 1 gesetzt,

λ die mittlere Wellenlänge des untersuchten Spectralbezirkes in μ,

T die absolute Temperatur.

I. $\lambda = 0{,}6678\ \mu$.

a) Spaltbreite: ca. 0,0114 μ.

Nr.	log J	T
1	0,12840 − 1	1135,3
2	0,80122 − 1	1234,9
3	0,71170	1405,1
4	0,71560 − 1	1222,2
5	0,28332	1322,9
6	0,25078 − 1	1152,3

b) (Spaltbreite: ca. 0,0069 μ).

1	0,29308 − 1	1165,7
2	0,57570	1388,1
3	0,57138	1386,1
4	0,57578 − 1	1205,3

II. $\lambda = 0{,}5893\ \mu$.

a) Spaltbreite: ca. 0,006 μ.

Nr.	log J	T
1	0,41558 − 1	1183,7
2	0,40556 − 1	1180,9
3	0,04804	1271,6
4	0,03386	1270,8
5	0,36542 − 1	1176,4
6	0,45220	1333,9
7	0,39610 − 1	1177,9

b) (Spaltbreite: ca. 0,006 μ).

1	0,30328 − 1	1214,9
2	0,41744	1391,1
3	0,40112	1388,5
4	0,24866 − 1	1203,8

III. $\lambda = 0{,}5016\ \mu$.

Spaltbreite: ca. 0,0041 μ.

Nr.	log J	T
1	0,50146 − 2	1186,0
2	0,53278 − 1	1316,5
3	0,15238	1401,5
4	0,18086	1399,1
5	0,52928 − 1	1309,9
6	0,61174 − 2	1191,6

IV. $\lambda = 0{,}4861\ \mu$.

Spaltbreite: ca. 0,004 μ.

Nr.	log J	T
1	0,38658 − 1	1242,5
2	0,66322	1416,6
3	0,67458	1415,7
4	0,36348 − 1	1238,6

Die photometrischen Messungen des Lichtes von 0,4861 μ waren für mich sehr anstrengend, und da ausserdem die Temperaturen nicht sehr voneinander verschieden waren, wurden nur wenige Messungen in diesem Bereiche gemacht.

In der Fig. 1 ist für drei Wellenlängen $\log J$ als Function von $1/T$ aufgetragen. Die Messungen a und b sind aufein-

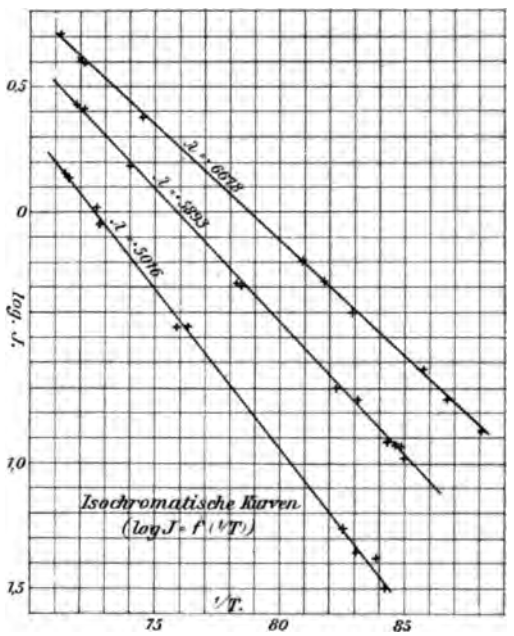


Fig. 1.

ander reducirt. Aus der Lage der Punkte ergiebt sich, dass für diesen Strahlungskörper die Formel (II) innerhalb der Beobachtungsgrenzen bestätigt ist.

Ein anderes Mittel zur Prüfung ihrer Richtigkeit ist, aus je zwei beobachteten Resultaten die Grösse c_2 zu berechnen. In den folgenden Tabellen giebt die erste Columne die Nummern der beiden Beobachtungen an, aus denen c_2 berechnet wurde. Da für die Berechnung des Mittels wegen der verschiedenen Entfernung der entsprechenden Punkte die einzelnen Werte nicht gleichberechtigt sind, wurden den Zahlen je nach der

Entfernung verschiedene Gewichte zuerteilt. Diese sind unter P vermerkt.

I a. $\lambda = 0{,}6678\ \mu$.

Nr.	c_2	P	Nr.	c_2	P
1, 2	14 567	1	3, 4	14 896	1
1, 3	14 395	3	3, 5	14 382	2
1, 4	14 221	2	3, 6	14 388	3
1, 5	14 418	1	4, 5	14 017	1
2, 3	14 273	2	4, 6	14 187	2
2, 4	13 762	1	5, 6	14 401	1
2, 6	14 581	1			

I b.

1, 2	14 348	3	2, 4	14 073	2
1, 3	14 383	3	3, 4	14 113	2

In ähnlicher Weise schwanken die Werte, welche man bei der Berechnung aus anderen Wellenlängen erhält. Für diesen Strahlungskörper wurde im Mittel erhalten für:

$\lambda = 0{,}6678$	$c_2 = 14\,322$	m. F. 62
0,5893	14 489	74
0,5016	14 467	143
0,4861	14 473	62

Das Gesamtmittel wird 14 440.[1])

In dem Photometer von A. König unterliegt das gemessene Licht einer wiederholten Schwächung hauptsächlich durch die beiden Nicols und das Biprisma. Daher wurde versucht, durch ein weniger lichtschwaches Photometer zu tieferen Temperaturen zu gelangen und so den Messungsbereich zu erweitern. Zu diesem Zwecke wurde ein Vierordt'sches Spectralphotometer in folgender Weise umgewandelt. Vor das Fernrohr wurde ein Biprisma gesetzt, welches von dem Doppelspalte zwei Bilder entwirft, wie in König's Photometer. Ein verstellbarer Ocularspalt diente dazu, einen engen Wellenlängenbereich zur Beobachtung durchzulassen. Vor dem Ocularspalt befand sich eine Ocularblende. Das Ocular selbst wurde entfernt. Das an der Blende befindliche Auge sieht dann die

1) Bis hierher waren die Resultate bereits l. c. mitgeteilt.

beiden Flächen des Biprismas durch das Licht je eines Spaltes erleuchtet. Soweit ist die Anordnung ebenso, wie sie von den Herren E. Hagen und H. Rubens[1]) neuerdings angewandt ist. Da aber das Vierordt'sche Photometer nur wenig voneinander verschiedene Intensitäten zu vergleichen gestattet, die Intensitäten bei den beabsichtigten Untersuchungen aber stark differiren, wurde noch ein Compensationsapparat hinzugefügt, welcher das Vergleichslicht in messbarer Weise abzuschwächen gestattete. Er bestand aus zwei vor dem Spalte angeordneten Linsen von gleicher Brennweite, zwischen denen sogenannte Rauchgläser eingeschoben werden konnten. In die Brennweite der einen Linse wurde das Vergleichslicht gestellt, in die der anderen der Photometerspalt, sodass die zur Beobachtung benutzten Strahlen zwischen den Linsen parallel gingen. Durch passende Wahl der Rauchgläser war es in den meisten Fällen möglich, das Vergleichslicht so weit abzuschwächen, dass der Vierordt'sche Spalt nur um kleinere Beträge bewegt zu werden brauchte.[2]) Die Oeffnung desselben betrug meistens 0,46 mm. Die Absorption der Ranchgläser in dem Linsenapparate wurde mit dem König'schen Photometer auf das sorgfältigste für jede benutzte Wellenlänge bestimmt. Die fünf Gläser sind mit Nummern bezeichnet. Sie waren über ihre ganze Ausdehnung hin gleichmässig, überdies wurden sie stets so eingeschoben, dass dieselben Stellen zur Wirkung kamen.

---

1) E. Hagen u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 1. p. 352. 1900.

2) Bei den tiefsten Temperaturen war es leider nicht möglich. Hr. D. W. Murphy (Astrophys. Journ. (VIII) 6. p. 1—24. 1897) hat durch theoretische und experimentelle Untersuchungen gezeigt, dass die vom Auge wahrgenommene Lichtintensität sich im allgemeinen nicht direct proportional der Spaltbreite ändert. Die Proportionalität gilt nur dann, wenn die Helligkeitscurve des Spectrums in dem beobachteten Wellenlängenbezirk sich einer geraden Linie nähert. Das ist nach Hrn. E. V. Capps (Astrophys. Journ. (XI) 1. p. 35. 1900) für 0,62 μ und 0,57 μ der Fall. Die Abweichungen sind am grössten im Rot und Blau und nehmen ab mit der Spaltbreite und wachsender Dispersion. Nach den von Hrn. Capps mitgeteilten Zahlen für die Spaltbreite 0,5 mm und ein Flintglasprisma dürften Fehler bis zu 4 Proc. zu erwarten sein, sobald der bewegliche Spalt erheblich schmäler ist, als der feste. (Ich verwendete ein schweres Flintglasprisma).

Bei der Bestimmung ihrer Absorption dienten zwei 16kerzige Glühlampen, vor welchen Mattscheiben standen als Lichtquellen. Da sie von derselben Accumulatorenbatterie gespeist wurden, dürfte das Verhältnis ihrer Lichtstärken für die Dauer einer Messung als constant angesehen werden. Bei einer teilweisen Nachprüfung am Schlusse der Arbeit benutzte ich einen Auerbrenner mit mattirtem Cylinder als eine Lichtquelle und sandte mit einem Hohlspiegel aus versilbertem Glas das Licht desselben Brenners in den Vergleichsspalt. Als Beispiel der Messungen dieser Art führe ich die des Glases II für $\lambda = 0{,}6563\ \mu$ an.

Ablesungen am Ocularnicol.

Mit Absorptionsglas		Ohne Absorptionsglas	
103° 39′	27° 57′	17° 40′	113° 28′
28	58	18 6	45
11	28 6	17 55	11
14	10	18 6	25
15	27 58	2	15
Mittlerer Winkel:	37° 40′		47° 44′

Hieraus ergiebt sich für den Logarithmus der aus dem Glase austretenden Intensität

$$\log \mathrm{tg}^2\, 37^\circ 40' - \log \mathrm{tg}^2\, 47^\circ 44' = 0{,}69218 - 1.$$

Zur Prüfung dieser Zahl wurde Glas I und II hintereinander eingeschaltet und die Absorption gemessen. Es ergab sich

$$\log J = 0{,}53262 - 1.$$

Für Glas I allein war gefunden

$$\log J = 0{,}83856 - 1,$$

für I und II berechnet sich demnach

$$\log J = 0{,}53074 - 1$$

oder für die Intensitäten selbst:

beobachtet: 0,3409 berechnet: 0,3394
Diff.: 0,0015.

Der Logarithmus der Intensität, welche durch die Gläser austrat, ist für sämtliche Gläser in der folgenden Tabelle angegeben.

log *J* der Absorptionsgläser.

λ =	I	II	III	IV	V
0,6563	0,8386 – 1	0,6922 – 1	0,7078 – 1	0,3760 – 1 [1]	0,0978 – 1 [1]
0,5893	0,8201 – 1	0,6518 – 1	0,6782 – 1	0,2910 – 1	0,9461 – 1
0,5461	0,8287 – 1	0,6933 – 1	0,6939 – 1	0,3730 – 1 [1]	0,0614 – 1 [1]
0,4861	0,8106 – 1	0,6829 – 1	0,6762 – 1	0,3248 – 1	0,0059 – 1

Da durch die Absorptionsgläser eine neue Fehlerquelle in die Messungen eingeführt wurde, benutzte ich bei höheren Temperaturen und genügender Strahlungsintensität wieder das König'sche Photometer. Das Temperaturintervall konnte so auf ca. 600° erweitert werden (990—1570°). Die kleinsten und grössten Intensitäten verhielten sich dabei etwa wie 1 : 8000.

Der Verlauf der Beobachtungen war folgender. Nachdem die Temperatur der Hohlkörper nahe constant geworden war, wurde sie gemessen, mit dem Photometer eine Reihe von Einstellungen gemacht und dann wieder die Temperatur gemessen. Zu zwei Temperaturbestimmungen und den dazwischen liegenden photometrischen Messungen wurden die Mittel berechnet und wenn zwei aufeinanderfolgende Mittel nicht sehr voneinander verschieden waren, wiederum hieraus das Mittel. Zur Uebersicht möge hier eine Beobachtungsreihe wiedergegeben werden:

$$\lambda = 0{,}6563\ \mu.$$

Breite des festen Spaltes: zwei Trommelumdrehungen gleich 0,46 mm = 200 part.

Das Vergleichslicht abgeschwächt durch die Absorptionsgläser V und VI auf 0,06520.

Die Ablesungen am beweglichen Spalt waren:

202,0 part.	204,8 part.	207,5 part.
204,5	201,6	203,3
202,4	209,0	204,3
204,0	208,8	—
206,7	209,4	—
Mittel: 203,9 part.	206,7 part.	205,0 part.

oder die Intensitäten, das abgeschwächte Vergleichslicht gleich 1 gesetzt:

1,0195 1,0335 1,0250.

1) Mittel aus zwei Messungen.

Setzt man das ungeschwächte Vergleichslicht gleich 1, so ergiebt sich für $\log J$:

0,8226 − 2 0,8286 − 2 0,8250 − 2

Mittel: 0,8254 − 2.

Aus den vor und nach jeder Reihe gemessenen Temperaturen

1203,5	1205,9	1203,5
1205,9	1203,5	1204,9

ergeben sich als Mittel für jede Reihe:

1204,7 1204,7 1204,2

Mittel: 1204,5.

Der nicht selten zu findende Gang in den photometrischen Einstellungen wird hauptsächlich durch Temperaturveränderungen des Hohlkörpers verursacht, da die völlige Constanz der Temperatur der Zeit- und Stromersparnis wegen nicht abgewartet wurde.

B. Porcellanröhrenhohlkörper.

Mit diesem wurden einige Messungen für $\lambda = 0{,}6563\ \mu$ und $0{,}5893\ \mu$ gemacht. Weil es wegen ungleichmässigen Glühens der Wände und der Reflexion des Lichtes an denselben nicht sicher schien, dass der Strahlungskörper den theoretischen Forderungen genügend entsprach, wurden die Messungen eingestellt. Die Werte für c_2 sind durchweg grösser als 15000.

C. Platinhohlkörper.

Während der Messungen wurde die Platinumhüllung, welche den Körper erhitzte, defect und musste durch eine andere ersetzt werden. Auf die Strahlung blieb dieser Wechsel ohne Einfluss. Indessen haften den ersten Messungen einige Unsicherheiten an, weil bei ihnen die Justirung des Hohlkörpers vor dem Spalte noch mangelhaft war. Der Winkel des aus der kleinen Oeffnung des Hohlraumes dringenden Lichtkegels reichte völlig aus, um das ganze Gesichtsfeld zu füllen. Doch lernte ich erst allmählich, die richtige Justirung des Strahlenganges vorzunehmen. Die letzten Messungen sind daher bei dem Gesamtmittel von c_2 anders gewertet. Die mit dem

König'schen Photometer erhaltenen Resultate sind durch ein (*K*) gekennzeichnet.

V. $\lambda = 0{,}6563\ \mu$.

	Nr.	log *J*	*T*
a)	1	0,82539 – 2	1204,5
	2	0,39215 – 3	1021,0
	3	0,57767 – 2	1167,1
	4	0,66464 – 1	1348,2
	5	0,77541 – 1	1867,7
	6	0,82995 – 1	1876,4
b)	1	0,66835 – 3	990,1
	2	0,07805 – 2	1033,6
	3	0,99706 – 1	1296,3
	4	0,03523	1303,0
	5	0,99291 – 2	1145,0
c)	1	0,82036 – 1	1344,5
(*K*)	2	0,62466 – 2	1155,4
	3	0,82938	1565,1
	4	0,76420 – 1	1332,8
d)	1	0,97574 – 1	1373,6
(*K*)	2	0,85812 – 2	1184,9
	3	0,93926	1590,8
	4	0,84352 – 1	1348,5
e)	1	0,94386 – 1	1333,8
(*K*)	2	0,96362	1555,1
	3	0,91344 – 1	1329,9
f)	1	0,81002 – 1	1349,1
(*K*)	2	0,69606	1539,5
	3	0,78198 – 1	1340,3

VI. $\lambda = 0{,}4861\ \mu$.

	Nr.	log *J*	*T*
a)	1	0,79435 – 3	1121,6
	2	0,78544 – 4	1027,8
	3	0,05076 – 3	1047,1
	4	0,98588 – 1	1372,3
	5	0,07115	1388,3
	6	0,99601 – 2	1245,7
b)	1	0,00360 – 1	1343,4
(*K*)	2	0,46782	1570,6
	3	0,57190 – 2	1283,2

VII. $\lambda = 5461\ \mu$.

	Nr.	log *J*	*T*
a)	1	0,56554 – 1	1354,0
(*K*)	2	0,83156 – 2	1246,0
	3	0,80108	1580,6
	4	0,51470 – 1	1345,7
b)	1	0,48726 – 1	1333,3
(*K*)	2	0,72270	1566,5
	3	0,46892 – 1	1339,0
c)	1	0,39104 – 1	1350,3
(*K*)	2	0,44278	1538,8
	3	0,32742 – 1	1341,1

In der Fig. 2 sind diese Werte auf eine gemeinsame Curve für jede Wellenlänge reducirt, $\log J$ als Ordinate, $\frac{1}{T}$ als Abscisse aufgetragen, und die Punkte liegen, mit Berücksichtigung der Beobachtungsfehler, auf einer Geraden. Zur besseren Uebersicht ist für $\lambda = 0{,}6563\ \mu$ und $c_2 = 14541$ beispielsweise nach der Formel II $\log J$ berechnet und neben die beobachteten Resultate gestellt.

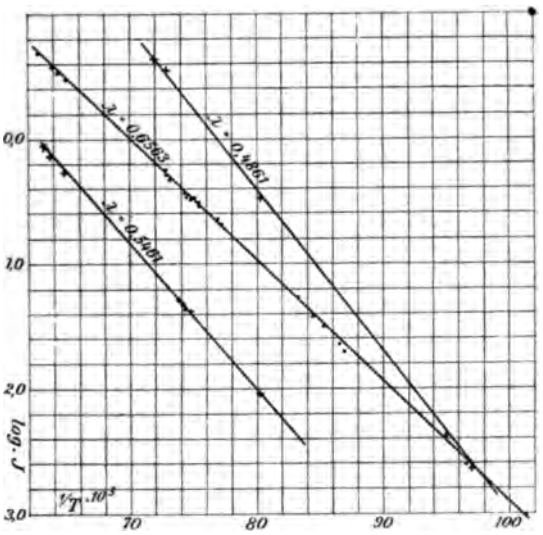


Fig. 2.

$\frac{1}{T}$	log J beob.	log J ber.	Δ	$\frac{1}{T}$	log J beob.	log J ber.	Δ
83019	−1,2701	1,2695	0,0006	86550	−1,6270	1,6097	0,0177
97942	−2,7034	2,7057	0,0023	63894	+0,5777	0,5794	0,0017
85687	−1,5178	1,5262	0,0084	75030	−0,4875	0,5006	0,0131
74174	−0,4309	0,4182	0,0127 [1]	72801	−0,2874	0,2861	0,0013
73114	−0,3201	0,3161	0,0040	84395	−1,4050	1,4019	0,0031
72656	−0,2656	0,2721	0,0065	62861	+0,6762	0,6706	0,0056
101000	−3,0170	3,0000	0,0170 [2]	74156	−0,4196	0,4164	0,0032
96750	−2,6073	2,6003	0,0070	74974	−0,4894	0,4952	0,0058
77146	−0,6882	0,7042	0,0160 [1]	64305	+0,5303	0,5317	0,0014
76747	−0,6501	0,6658	0,0157	75194	−0,5199	0,5164	0,0035
87335	−1,6924	1,6848	0,0076	74124	−0,4192	0,4074	0,0118
74377	−0,4313	0,4377	0,0064	64956	+0,4669	0,4690	0,0021
				74621	−0,4472	0,4612	0,0140

1) Temperatur während der Messung erheblich schwankend.
2) Die Breite des einen Spaltes nur 0,15 des anderen.

Die Werte für c_2 folgen hierunter:

V. $\lambda = 0{,}6563\ \mu$.

	Nr.	c_2	P	Nr.	c_2	P	Mittel	w. F.	P
a)	1, 2	14512	2	2, 5	14176	3	14433	70	2
	1, 4	14342	1	2, 6	14603	3			
	1, 5	14498	2	3, 4	14200	2			
	1, 6	14619	2	3, 5	14334	2			
	2, 3	14683	1	3, 6	14463	2			
	2, 4	14449	3						
b)	1, 2	14568	1	2, 4	14786	5	14765	8	2
	1, 3	14753	6	2, 5	14684	2			
	1, 4	14748	6	3, 5	14893	3			
	1, 5	14648	3	4, 5	14877	3			
	2, 3	14793	5						
c)	1, 2	14844	1	2, 4	14949	1	14701	48	1[1]
	1, 3	14546	1	3, 4	14454	1			
	2, 3	14706	2						
d)	1, 2	14567	1	2, 4	14544	1	14605	12	2
	1, 3	14649	1	3, 4	14660	1			
	2, 3	14605	2						
e)	1, 2	14444	1	2, 3	14541	1	14493	31	3[2]
f)	1, 2	14292	1	2, 3	14605	1	14449	106	3[2]

VI. $\lambda = 0{,}4861\ \mu$.

	Nr.	c_2	P	Nr.	c_2	P	Mittel	w. F.	P
a)	1, 2	13889	1	2, 6	14546	2	14582	44	2
	1, 3	13134	1	3, 4	14517	3			
	1, 4	15090	2	3, 5	14399	3			
	1, 5	14797	2	3, 6	14302	2			
	1, 6	15135	1	4, 6	14959	1			
	2, 4	15008	3	5, 6	14568	1			
	2, 5	14542	3						
b)	1, 2	15227	4	2, 3	14874	4	14914	99	2
	1, 3	13818	1						

1) Bei dieser Messung war der Ocularspalt $1\,^1/_2$ mal so breit, wie der Collimatorspalt.

2) Vgl. oben p. 149, Zeile 2 von unten.

VII. $\lambda = 0{,}5461\ \mu$.

	Nr.	c_2	P	Nr.	c_2	P	Mittel	w. F.	P
a)	1, 2	14415	1	2, 4	14447	1			
	1, 3	14674	2	3, 4	14646	2	14556	28	3[1])
	2, 3	14611	3						
b)	1, 2	14573	1	2, 3	14510	1	14542	21	3[1])
c)	1, 2	14567	1	2, 3	14596	1	14582	10	3[1])

Aus allen diesen Werten lässt sich weder ein Gang mit den Wellenlängen noch mit der Temperatur erkennen.

Da es von Wert ist, die Constante c_2 genau zu bestimmen, ist aus sämtlichen photometrisch erhaltenen Werten das Mittel gezogen. Mit Berücksichtigung der den einzelnen Mitteln erteilten Gewichte (P in den Tabellen) erhält man für den Platinhohlraum als Gesamtmittel $c_2 = 14577$. Für den in der spiegelnden Hohlkugel glühenden Platinstreifen war 14440 gefunden, also wird das Mittel aus sämtlichen Beobachtungen

$$c_2 = 14509$$

mit einem wahrscheinlichen Fehler von 20, während Hr. Paschen[2]) als sicherstes Mittel 14455 angiebt. Aus den Messungsresultaten ergiebt sich, dass das Wien'sche Gesetz bestätigt ist, soweit es durch diese Messungen überhaupt geprüft werden kann. Das Resultat ist kurz zusammengefasst: Innerhalb des Wellenlängenbereichs 0,486 μ bis 0,668 μ und des Temperaturintervalls 990° abs. bis 1570° abs. ist der Logarithmus der photometrisch gemessenen Intensität als eine lineare Function von $1/T$ gefunden, und aus der Neigung der geraden Linie folgt als Wert für die Constante c_2 des Gesetzes I 14509 in genügender Uebereinstimmung mit denjenigen Werten, welche durch Beobachtung im Ultrarot gefunden sind.

Dieses Resultat führt unter der Annahme der von Wien in seiner ersten Arbeit allgemein erwiesenen Gesetze über die Verschiebung der Wellenlängen und die Intensität des Maximums mit Notwendigkeit zu dem allgemeinen Gesetze I, p. 141. Da

1) Vgl. oben p. 149, Zeile 2 von unten.

2) F. Paschen, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 108. p. 976. 1899.

diese allgemeinen Gesetze der ersten Arbeit von Wien[1]) theoretisch und experimentell wohl begründet sind, ist damit auch für das sichtbare Gebiet die Gültigkeit des Gesetzes I in seinem ganzen Umfange sehr wahrscheinlich gemacht.

Die Länge der durch diese Messungen bestimmten isochromatischen Geraden lässt sich unter gewissen Annahmen auf etwa das Doppelte verlängern. Die Temperatur des elektrischen Bogenlichtes ist bereits nach verschiedenen Methoden mit ziemlich übereinstimmenden Resultaten bestimmt. Hr. Violle[2]) hat mit Hülfe der specifischen Wärme der Kohle diese Temperatur zu 3900° abs. beobachtet. Die Herren Wilson und Gray[3]) haben eine empirische Curve für das Strahlungsvermögen der Kohle bei wachsender Temperatur aufgestellt und daraus für das Bogenlicht den Wert 3600° gefunden. Hr. Frank W. Very[4]) hat das Maximum der Strahlungsenergie des Kohlebogens bei 0,74 μ aus einer Photographie von Abney und Fesling abgelesen und daraus 3900° berechnet unter Benutzung des Gesetzes $\lambda_{max} \times T = \text{const.}$ Endlich haben auf demselben Wege die Herren Lummer und Pringsheim[5]) durch Vergleich der Strahlung des Bogens mit der von Platin und der des schwarzen Körpers als Grenzen 3750° und 4200° gefunden.

Nimmt man den Wert 3900° als annähernd richtig an und setzt voraus, dass die Strahlung des positiven Kraters von der eines schwarzen Körpers im sichtbaren Spectrum nicht verschieden ist, so müsste die Energie des Bogens mit der aus Formel (II) für 3900° übereinstimmen oder umgekehrt die aus (II) für die Strahlung berechnete Temperatur etwa 3900° ergeben.

Dies habe ich mit folgender Anordnung untersucht.[6]) Der positive Krater des Bogenlichtes wurde durch den oben erwähnten Linsenapparat, der die Absorptionsgläser aufnahm,

1) W. Wien, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 6. p. 55. 1893.

2) J. Violle, Compt. rend. 120. p. 868. 1895.

3) W. E. Wilson u. P. L. Gray, Proc. Roy. Soc. 58. p. 35. 1895.

4) W. Very, Astrophys. Journ. 10. p. 208. 1899.

5) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. 1. p. 235. 1899.

6) Schon kurz in einer vorläufigen Mitteilung (Phys. Zeitschr. 1. p. 226—227. 1900) erwähnt.

auf dem Spalte des König'schen Spectralphotometers abgebildet und so viele Absorptionsgläser eingeschaltet, bis die Intensität der Strahlung mit der des Vergleichslichtes verglichen werden konnte. Als solches diente ein Auerbrenner mit gleichmässig mattirtem Cylinder, dessen Constanz nach einiger Brennzeit für die Dauer eines Versuches als hinreichend erkannt war.

Nachdem die Intensität des Bogens gemessen war, wurde eine auf den schwarzen Körper bezogene Lichtnormale an seine Stelle gesetzt. Es wäre zu umständlich und zeitraubend gewesen, den schwarzen Körper selbst sachgemäss anzuordnen und zu justiren. Diese Normale, deren Anwendung zu Temperaturmessungen dieser Art sich als zweckmässig erwies, bestand aus einer Mattscheibe, die fest mit einer Amylacetatlampe verbunden und von ihr durchleuchtet war; ein Flammenmaass diente zur Bestimmung der Flammenhöhe. Benutzt wurde ein kleines markirtes mittleres Stück der Mattscheibe, das innerhalb einer gleichmässig durchleuchteten Fläche derselben lag. Die Strahlung hat sich als sehr constant erwiesen. Sie wurde mit der eines schwarzen Körpers verglichen 1. indem die Mattscheibe ca. 2—3 cm vor dem Spalte stand, 2. indem sie durch das Linsensystem scharf auf dem Spalte abgebildet wurde. Bei der ersten Anordnung wurde durch je zwei Messungen festgestellt, dass die Normale Licht von 0,6563 μ aussandte, wie ein schwarzer Körper mit der Temperatur $T = 1387{,}5^0$ bez. $1387{,}7^0$, von 0,5461 μ mit $T = 1446{,}3^0$ bez. $1446{,}4^0$. Bei der zweiten Anordnung[1]) (Abbildung durch die Linsen) ergab sich die „scheinbare Temperatur" der beleuchteten Mattscheibe für:

	$\lambda = 0{,}6563\ \mu$	$\lambda = 0{,}5461\ \mu$
zu $T =$	1390,9	1446,2
	1391,7	1447,7.

Das durchscheinende Licht ist also weit von der Schwärze entfernt.

Zwei Arten von Kohlen wurden untersucht, die käufliche Dochtkohle und ein Stück Retortenkohle. Die erste brannte bei 70 Volt und 15 Amp. ziemlich ruhig, die letztere bei etwa 22 Amp., doch nicht ohne Flackern. Die

1) 3 Wochen später.

Dochtkohle zeigte unzweifelhaft eine niedere Temperatur positiven Kraters, als die Retortenkohle. Aenderungen Stromstärke um das $1^1/_2$ fache blieben ohne Einfluss. Ablesungen am Photometer schwankten indessen je nach Ausbildung des Kraters und der Abbildung desselben auf Spalte. Zur Temperaturberechnung wurden die am häufig abgelesenen Zahlen benutzt und die von maximaler Helligk Als Beispiel führe ich eine Messung für Dochtkohle an.

1. Vergleich zwischen Normale und Auerbrenner.

$\lambda = 0{,}6563\ \mu$		$\lambda = 0{,}5461\ \mu$	
91° 32′	40° 7′	82° 2′	50° 25′
91 41	39 57	81 50	50 12
91 40	39 50	82 0	50 14
91 42	40 5	82 5	50 24
	40 8	81 52	50 17
mittl. Winkel:	25° 49′		15° 50′

2. Vergleich zwischen Bogen und Auerbrenner mit den Absorption gläsern V und VI.

meistens	345° 30′	145° 15′	346° 0′	144°
maximal	345 10	145 30	345 30	145
sonst zwischen	345 30	145 15	345 40	144
und	346 0	144 30	346 30	148

Die Absorption der beiden Gläser V und VI betrug Rot 0,993350, für Grün 0,995018. Hieraus folgen unter nahme von $c_2 = 14500$ folgende Werte der absoluten T peraturen des Bogens:

1. Für die durchschnittlichen Ablesungen:

A. Dochtkohle.

$\lambda = 0{,}6563$	0,5461	benutzte Abs.-Gläser
3638°	3627°	IV, V, VI
3713	3685	V, VI[1])
	B. Retortenkohle	
3825°	3842°	IV, V, VI

1) Resultat des oben ausführlich angegebenen Messungssatzes.

2. Für die maximalen Ablesungen:

A. Dochtkohle

$\lambda = 0{,}6563$	0,5461	benutzte Abs.-Gläser
3700°	3660°	IV, V, VI
3739	3736	V, VI[1])
	B. Retortenkohle	
3875°	3895°	IV, V, VI

Der Unterschied der einzelnen Werte lässt sich zwanglos aus der Schwierigkeit der Messungen erklären. Wegen der guten Uebereinstimmung der erhaltenen Werte mit den nach anderen Methoden bestimmten, sowie der Wahrscheinlichkeit[2]) der oben gemachten Annahme über die Schwärze des positiven Kraters ist der Schluss berechtigt, dass das Wien'sche Gesetz im sichtbaren Gebiete bis 4000° gültig ist.

Aus den Untersuchungen ergiebt sich als praktische Anwendung eine neue, einfache und sehr sichere Bestimmung hoher und höchster Temperaturen. Bei der geschilderten Anordnung ist dieselbe wegen ihrer leichten Behandlung und der Bewegungsfreiheit der zu benutzenden Apparate den bis jetzt bekannten Methoden vorzuziehen. Auch für mittlere Temperaturen wird das Spectrophotometer in vielen Fällen in hervorragender Weise anwendbar sein. Die „scheinbare Temperatur der Himmelskörper" lässt sich ebenfalls auf diesem Wege bestimmen.

Als Beleg für die Genauigkeit solcher Bestimmungen möge hier noch die eines im Sauerstoffleuchtgasgebläse geglühten Zirkonplättchens angeführt werden. Das Gebläse wurde so gestellt, dass das Plättchen am hellsten glühte und als Temperatur wurde erhalten für $\lambda = 0{,}6563\ \mu$ 2356° abs. für $\lambda = 0{,}5461\ \mu$ 2363° abs. Demnach ist auch diese Strahlung wahrscheinlich schwarz.

Hannover, März 1900.

1) Resultat des oben ausführlich angegebenen Messungssatzes.

2) Die Annahme, dass der Lichtkrater, wenigstens für das sichtbare Spectrum, schwarz sei, wird gestützt 1. durch die Thatsache, dass alle festen Körper bei derselben Temperatur zu glühen anfangen; 2. durch die Uebereinstimmung der in obiger Tabelle für rote und grüne Strahlen gefundenen Werte.

(Eingegangen 29. März 1900.)

12. *Elektrodynamische Eigentümlichkeiten leitender Gase;* *von W. Kaufmann.*

1. Der Inhalt der folgenden Mitteilungen ist von mir zum Teil schon früher[1]) publicirt worden. Die dort gebotene Kürze der Darstellung war die Veranlassung zu einigen Unklarheiten, die verschiedentlich zu Missverständnissen geführt haben und die ich im Folgenden vermieden zu haben hoffe.

Der Ausgangspunkt der Untersuchung ist die Frage, ob gewisse, weiter unten noch näher zu präcisirende Eigentümlichkeiten leitender Gase bezüglich ihres elektrodynamischen Verhaltens sich unabhängig von jeglichen hypothetischen Vorstellungen über den Mechanismus der Stromleitung erklären lassen. Die in Frage kommenden Eigenschaften lassen sich kurz folgendermaassen beschreiben:

Einer stetigen Aenderung irgend einer der den Wert des stationären Stromes bestimmenden Grössen (elektromotorische Kraft der Stromquelle, äusserer Widerstand, Temperatur, Gasdruck etc.) entspricht an bestimmten Stellen eine unstetige Aenderung im Werte des Stromes, sowie der Spannung an den Enden der Gasstrecke. Diese unstetigen Aenderungen sind häufig mit einer gänzlichen Veränderung des Aussehens der Entladung verbunden.

Beispiele hierfür sind: Das Umspringen von Glimm- in Bogenentladung oder umgekehrt, das Erlöschen einer Entladung bei einem gewissen Minimalstrom, der plötzliche Eintritt der Entladung mit endlicher Stromstärke bei Erreichung des sogenannten „Entladungspotentiales".

Zu untersuchen ist zunächst, welche Beziehungen zwischen den Variablen bestehen müssen, damit irgend ein beliebig gewählter Stromwert stationär bestehen kann oder nicht.

2. Wir wollen annehmen, wir hätten einen geschlossenen Stromkreis, bestehend aus einer Elektricitätsquelle von der elektromotorischen Kraft E_0, einem Widerstande W und einer leitenden Gasstrecke. Die gesamte Selbstinduction sei L.

1) Vgl. W. Kaufmann, Göttinger Nachr. 1899. p. 243.

Als unabhängige Variable mögen einstweilen nur E_0 und W angenommen werden, während die übrigen Bestimmungsgrössen entweder constant sein sollen, oder mit der Stromintensität so verbunden, dass einem bestimmten Strome stets ein bestimmter Wert der Variablen entspricht. (So ist z. B. die Temperatur und der Druck im Inneren einer Geisslerröhre vom Strom abhängig. Dagegen kann man die Temperatur des Aussenraumes als gegebene Constante oder als unabhängige Variable betrachten; ebenso etwa den Gasdruck im Inneren für den stromlosen Zustand.)

Dann lässt sich die Beziehung zwischen der stationären Stromstärke J und der Spannung E an den Enden der Gasstrecke ausdrücken durch eine empirische Curve:

$$E = f(J), \tag{1}$$

welche als die „*charakteristische Curve*" der betreffenden Gasstrecke bezeichnet werden möge. Irgend eines der zu einem bestimmten stationären Strom $\bar{J}$ gehörigen unendlich vielen Wertepaare von E_0 und W ist zu ermitteln aus der Gleichung:

$$E_0 - \bar{J}W = \bar{E} = f(\bar{J}). \tag{2}$$

Wenn, was meistens der Fall sein wird, $f(J)$ nur als Curve, und nicht in Form irgend einer algebraischen Gleichung gegeben ist, so lässt sich Gleichung (2) am besten auf graphischem Wege lösen.

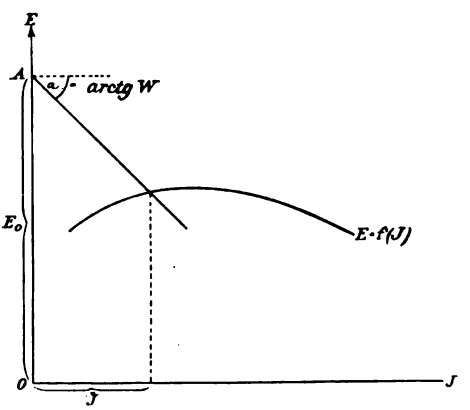


Fig. 1.

Wir tragen zu diesem Zwecke in einem rechtwinkligen Coordinatensystem J als Abscisse, E als Ordinate auf (Fig. 1). Dann finden wir ein zu $\bar{J}$ gehöriges E_0 und W, indem wir durch den zugehörigen Punkt der Curve eine beliebige Gerade ziehen, die die Ordinatenaxe in A schneiden möge; machen wir $E_0 = \overline{OA}$ und $W = \operatorname{tg} \alpha$, wobei α der Neigungswinkel der Geraden, so ist Gleichung (2) erfüllt.

3. Es ist nun zu untersuchen, wann das so ermittelte Wertepaar von E_0 und W einem *stabilen Gleichgewichtszustand* entspricht, wann nicht. Stabilität ist offenbar dann vorhanden, wenn jeder dem Werte $\bar{J}$ unendlich benachbarte Stromwert sich von selbst so verändert, dass die Abweichung sich verringert.

Nun ist im Falle eines veränderlichen Stromes:

$$E_0 - JW - E = L\frac{dJ}{dt}. \quad (3)$$ [1]

Setzen wir hierin für J den speciellen Wert

$$J = \bar{J} + \eta \quad (4)$$

ein, worin also η die Abweichung vom Gleichgewichtswert $\bar{J}$ bedeutet, so erhalten wir:

$$E_0 - [\bar{J} + \eta]W - [\bar{E} + \frac{\partial E}{\partial J}\eta] = L\left[\frac{d\bar{J}}{dt} + \frac{d\eta}{dt}\right]. \quad (5)$$

Da nun nach (2):

$$E_0 - \bar{J}W - E = 0 \quad \text{und} \quad \frac{d\bar{J}}{dt} = 0,$$

so erhält man durch Subtraction von (5)

$$L\frac{d\eta}{dt} = -\eta\left[W + \frac{\partial E}{\partial J}\right], \quad (6)$$

oder

$$\eta = \eta_0 e^{-\frac{1}{L}\left(W + \frac{\partial E}{\partial \bar{J}}\right)t} \quad (7)$$

wobei η_0 die anfängliche Abweichung vom Gleichgewicht bedeutet.

Man sieht, dass η mit wachsender Zeit nur dann verschwindet, wenn:

$$W + \frac{\partial E}{\partial \bar{J}} > 0 \quad (8)$$

ist; ist dagegen

$$W + \frac{\partial E}{\partial J} < 0,$$

so wird die Abweichung immer grösser, d. h. der Zustand ist *labil.*

1) Spätere Betrachtungen werden zeigen, dass an Stelle der wirklichen Selbstinduction im allgemeinen eine etwas andere Grösse tritt; die Gleichgewichtsbedingung wird hierdurch nicht alterirt, da sie L nicht mehr enthält.

Aus (8) geht hervor, dass *labiles* Gleichgewicht nur dann möglich, wenn $\partial E/\partial J$ negativ ist, d. h. *wenn mit zunehmender Stromstärke die Spannung an den Enden der Gasstrecke sinkt;* dies ist aber bei den eingangs erwähnten Fällen stets der Fall, sodass die Vermutung wohl berechtigt erscheint, die erwähnten unsteten Aenderungen der Stromstärken seien bedingt durch einen Uebergang aus dem Zustande des stabilen in einen solchen labilen Gleichgewichtes. Ein derartiger kritischer Punkt ist dann offenbar bestimmt durch die Bedingung, dass für ihn:

$$W + \frac{\partial E}{\partial J} = 0 \tag{9}$$

ist. In der oben skizzirten graphischen Darstellung bedeutet dies, *dass die Gerade* $(E_0 - JW)$ *die charakteristische Curve tangirt.*

Ferner ist unmittelbar ersichtlich, dass die unstetigen Stromänderungen nicht an bestimmte kritische Stromwerte gebunden sind, sondern dass an jedem Punkte der charakteristischen Curve, für den $\partial E/\partial J$ negativ ist, labiles Gleichgewicht eintreten kann; maassgebend hierfür ist das gewählte Wertepaar von E_0 und W. Ist W grösser als der grösste in der Curve vorkommende Wert von $(-\partial E/\partial J)$, so wird bei stetiger Aenderung von E_0 die ganze Curve stetig durchlaufen.

4. Einige Beispiele mögen dies erläutern: *Uebergang zwischen Glimm- und Bogenentladung.* Steigert man die Stromstärke einer Glimmentladung, wie sie etwa mit einer Hochspannungsbatterie zwischen Metallspitzen in freier Luft hervorgebracht werden kann, so weit, dass die Kathode an der Spitze zu verdampfen beginnt, so sinkt die Spannung, die bis dahin nur langsam mit wachsendem Strom abnahm, plötzlich sehr schnell von etwa 350 Volt auf etwa 30 Volt herunter, um dann bei weiterer Stromvermehrung wieder annähernd constant zu bleiben. Die charakteristische Curve hat demnach in der Nähe dieses Punktes etwa die in Fig. 2 angedeutete Gestalt.

Wenn wir E_0 constant halten und die Stromänderung durch Variiren von W hervorbringen, so können wir dies in der Figur durch Aenderung des Neigungswinkels α darstellen.

Sei J_1, entsprechend dem Schnittpunkt 1, der Anfangswert des Stromes; durch allmähliches Verkleinern des Widerstandes erzielen wir eine stetige Stromvermehrung bis J_2; hier wird der Zustand labil und der Strom wächst von selbst weiter bis J_3, welches wieder einem stabilen Zustand entspricht. Geht man nun wieder zurück, indem man W vergrössert, so verbleiben wir zunächst auf dem unteren Teil der Curve, d. h. nachdem die Bogenentladung einmal eingetreten, bleibt sie auch bei Vergrösserung des Widerstandes bestehen; der Zustand wird erst wieder labil, wenn wir nach J_4 gelangen, von wo der Strom plötzlich auf den kleineren Wert J_5 springt.

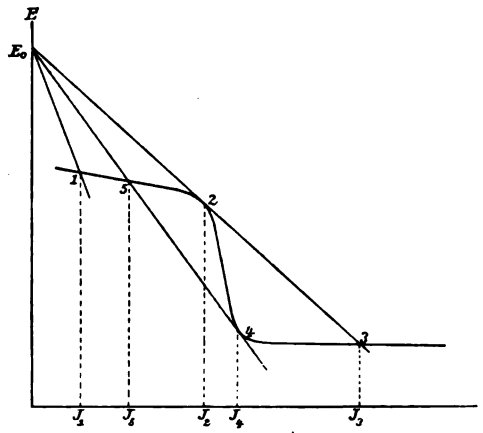


Fig. 2.

Etwas anders liegen die Verhältnisse, wenn E_0 kleiner ist, als das sogenannte Entladungspotential [1]), wenn man also den Lichtbogen durch Zusammenschieben der Elektroden oder durch einen Funken einleiten muss. Dann liegt auf der Geraden E_0 4 kein weiterer Schnittpunkt mit der Curve und der Strom verlischt gänzlich. Ich gebe im Folgenden die Resultate einiger orientirender Messungen am Lichtbogen.

Die Beobachtungen geschahen in der Weise, dass ein Lichtbogen zwischen Kohlen hergestellt wurde und bei rascher stufenweiser Vermehrung des Widerstandes eine Reihe von Strombestimmungen gemacht wurde bis zum Verlöschen des Bogens für $J = J_{\min}$. Ist E_0 die elektromotorische Kraft der Batterie, so bestimmt sich die Spannung am Bogen zu:

$$E = E_0 - J W \text{ [2])}$$

1) Vgl. weiter unten.

2) Die indirecte Spannungsmessung ist bequemer, weil dann blos ein Messinstrument abzulesen ist; die Widerstände sind an der Rheostatenkurbel direct ablesbar.

und die Differenzenquotienten

$$\frac{E_n - E_{n+1}}{J_n - J_{n+1}} = \frac{\Delta E}{\Delta J}$$

geben ein ungefähres Maass für den Differentialquotienten $\partial E/\partial J$. Die Bestimmungen müssen hierbei möglichst rasch gemacht werden, damit das Abbrennen der Kohlen während dieser Zeit vernachlässigt werden kann, denn die Bogenlänge ist als eine der constant zu haltenden unabhängigen Variablen anzusehen (p. 159).

Ist W_{max} der zu J_{min} zugehörige grösste Wert des Widerstandes, $(\partial E/\partial J)_{max}$ das zugehörige $(\partial E/\partial J)$, so muss im Moment des Verlöschens

$$W_{max} = -\left(\frac{\partial E}{\partial J}\right)_{max}$$

sein. Da nun bei der Beobachtung nur endliche Differenzen gemessen werden, und $-\partial E/\partial J$ mit abnehmendem Strom wächst, so ist zu erwarten, dass die beobachteten Werte stets etwas zu klein sein werden, wie aus der folgenden Tabelle thatsächlich zu ersehen.

Tabelle 1.

(Maasseinheiten: Ampère, Volt, Ohm) $E_0 = 180$.

J	$-\Delta J$	W	E	ΔE	$-\frac{\Delta E}{\Delta J}$
1,9		40	54		
	0,5			6	12
1,4		50	60		
	0,4			10	25
1,0		60	70		
	0,1			1,5	15
0,9		65	71,5		
	0,5			30,9	61,8
0,4[1])		69	102,4		

Es ist also

$$W_{max} = 69 \quad \text{und} \quad -\left(\frac{\Delta E}{\Delta J}\right)_{max} = 61{,}8\,,$$

während die Theorie verlangt, dass

$$W_{max} = -\left(\frac{\partial E}{\partial J}\right)_{max};$$

der Grund der Abweichung ist oben dargelegt.

1) J_{min}.

Ich teile noch eine zweite Reihe mit von wesentlich gleichem Verlauf:

Tabelle 2.

$E_0 = 180$.

J	$-\Delta J$	W	E	ΔE	$-\frac{\Delta E}{\Delta J}$
1,9		40	54		
	0,8			10	12,5
1,1		60	64		
	0,2			6,6	33
0,9		66	70,6		
	0,15			7,7	51,3
0,75		69	78,3		
	0,25			15,2	60,8
0,50[1])		73	93,5		

$$W_{max} = 73$$

$$-\left(\frac{\Delta E}{\Delta J}\right) = 60{,}8\,.$$

Am deutlichsten zeigt sich der Verlauf der Curven in der beifolgenden graphischen Darstellung (Fig. 3). Insbesondere sieht man deutlich, dass die Gerade $E_0 - J_{min} \cdot W_{max}$ die charakteristische Curve tangirt, wie es die Theorie verlangt.

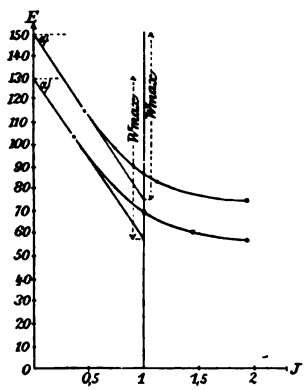


Fig. 3.

Da die Curven von Tab. 1 und 2 nahezu zusammenfallen, so sind die Ordinaten der letzteren um 20 Volt verschoben.

5. *Entladungspotential.* Verbindet man die Elektroden einer Gasstrecke ohne Zwischenschaltung eines Widerstandes mit einer variabeln elektromotorischen Kraft, die man allmählich steigert, so erhält man im allgemeinen zwei ganz verschiedene Teile der charakteristischen Curve, je nachdem E_0 kleiner oder grösser ist, als ein gewisser von der Natur der Gasstrecke abhängiger Wert E'.

Wenn $E_0 < E'$, steigt die Curve ausserordentlich steil an, d. h. man erhält ausserordentlich schwache Ströme, so schwach, dass ihre Existenz mit Sicherheit erst kürzlich durch die

1) J_{min}.

Untersuchungen der Herren Elster und Geitel[1]) festgestellt werden konnte. Erst wenn $E_0 = E'$, beginnt plötzlich ein viel rapideres Anwachsen des Stromes, und zwar je nach Umständen in Form der sogenannten Glimmentladung oder der Funkenentladung. Welche von beiden Entladungsformen eintritt, hängt nach unserer Theorie davon ab, ob die Curve unmittelbar hinter dem Knick bei E', dem sogenannten *„Entladungspotential"*, weiter steigt, oder fällt; denn wenn $W = 0$, so ist nach Gleichung (8) Stabilität (Glimmentladung) nur möglich, wenn $(\partial E/\partial J) > 0$. Den Eintritt einer Glimmentladung unmittelbar hinter dem Entladungspotential erhalten wir z. B. im allgemeinen, wenn die eine Elektrode eine Spitze und die andere eine ihr gegenüberstehende Platte ist. Thatsächlich ist hier auch $\partial E/\partial J$ positiv. Verkleinert man jedoch die Entfernung zwischen Spitze und Platte immer mehr, so kommt man schliesslich zu einer Entfernung, unterhalb welcher die Entladung stets in Form eines Funken einsetzt; wenn unsere theoretische Anschauung berechtigt ist, so muss der Wert von $\partial E/\partial J$ in unmittelbarer Nähe des Entladungspotentiales mit abnehmendem Spitzenabstand immer kleiner werden und bei dem kritischen Abstand, unterhalb dessen nur Funkenentladung möglich, gleich Null werden. Zur Prüfung dieser Beziehung diente folgende Versuchsreihe:

6. *Uebergang von Glimm in Funkenentladung.* Eine feine Spitze (S) (Fig. 4) ist mit einem Braun'schen Elektrometer (E), einer Leydener Flasche (F) und einer kleinen Wimshurstmaschine (M) verbunden; zwischen (E) und (F) befindet sich ein Ausschalter A. Der Spitze gegenüber steht eine Platte (P), deren Abstand von der Spitze stetig variirt werden kann, doch sei der Abstand stets klein gegenüber den Dimensionen der Platte, sodass nahezu der

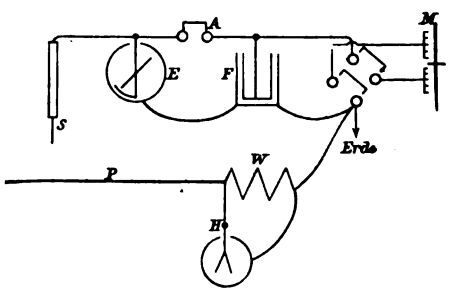


Fig. 4.

1) J. Elster u. H. Geitel, Physikal. Zeitschr. 1. p. 11. 1899.

ganze von der Spitze ausgehende Strom die Platte trifft (Durchmesser der Platte ca. 15 cm, Abstand der Spitze < 3 cm Die Platte sei durch einen Alkoholwiderstand (W) zur Erd geleitet und ausserdem mit einem Exner'schen Elektroskop verbunden, dessen Ausschlag ein Maass für den der Platt zufliessenden Strom giebt.

Es befinde sich anfangs die Spitze einige Centimeter vo der Platte entfernt; dann erhält man beim allmählichen Lade der Spitze einen messbaren Strom zwischen Spitze und Plat erst bei Erreichung des „Entladungspotentiales" E'. Dasselb wird am besten dadurch bestimmt, dass man nach Begin der Ausströmung die Verbindung bei A unterbricht und beo achtet, bis zu welchem Potential das Elektrometer rasch hera sinkt. Um einen willkürlich gewählten (aber bei allen Ve suchen gleichen) kleinen Strom J, entsprechend einer bestimmte Divergenz der Blättchen des Elektroskopes, zu erzielen, mu das Potential bis zu einem höheren Werte E_J gesteigert werde (Die gleichzeitig eintretende Potentialerhöhung der Platt welche nur etwa 50 Volt beträgt, ist hiervon abzuziehen.) Ma kann dann die Potentialerhöhung $E_J - E' = \Delta E$ proportion mit $(\partial E/\partial J)_{J=0}$ setzen. Macht man nun denselben Versuc mit immer geringeren Abständen zwischen Spitze und Platt so findet man, dass nicht nur die E', sondern auch die Δ immer kleiner werden; bei einer graphischen Auftragung vo ΔE als Function von E' findet man, dass ΔE fast linear a nimmt, sodass man durch Extrapolation einen Wert E_0' e mitteln kann, für den $\Delta E = 0$ wird. Von dieser Entfernun ab darf nur noch Funkenentladung möglich sein. Dieses the retische Ergebnis wird durch die Erfahrung durchaus bestätig Lädt man nämlich die Spitze bei anfänglich grösserer Ent fernung und schiebt dann nach Ausschaltung der Flasch durch Oeffnen von A (zur Schonung der Spitze gegen zu star Funken) Spitze und Platte langsam zusammen, so beobacht man ein ganz allmähliches Sinken des Elektrometers[1]), — en sprechend der Abnahme von E' —, bis plötzlich bei eine bestimmten Potential ein Funke zur Platte überschlägt. D

1) Ruckweise Bewegungen sind ein Anzeichen, dass die Spitze vo dorben ist.

auf diese Weise bestimmte „*Funkenpotential*“ [1]) stimmt aber mit dem durch Extrapolation gefundenen E_0' überein. Zum Beweise des Gesagten diene folgende Tabelle.

Tabelle 3.

(Spitze positiv.)

E'	E_J	ΔE beob.	
3250 Volt	4300	1050	
2900	3450	550	
2800	3200	400	$E_0' = 2400$ (beob.)
2700	3000	300	$E_0' = 2400$ (ber.)
2550	2700	150	

In Fig. 5 ist die Tabelle graphisch dargestellt. Der experimentell gefundene Wert von E_0' (Funkenpotential) schliesst sich der nur schwach gekrümmten Curve sehr gut an.

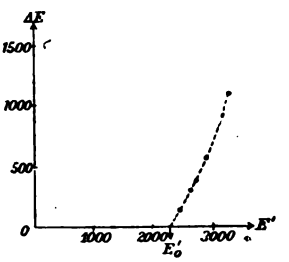


Fig. 5.

Bei negativ geladener Spitze erhält man qualitativ dieselben Ergebnisse, doch ist hier E_0' viel kleiner, gleich 1650 Volt.

Denkt man sich bei beliebigem Spitzenbestand den Strom immer weiter gesteigert, so muss unbedingt schliesslich $\partial E/\partial J$ negativ werden, d. h. $E = f(J)$ muss irgendwo ein Maximum haben; denn für einen Strom von mehreren Ampère würde man ja Bogenentladung bei niedriger Spannung erhalten. Die Vermutung liegt nahe, dass das Maximum von E bei um so kleineren Stromstärken liege, je kleiner $\partial E/\partial J$ schon für $J = 0$ ist. Diese Vermutung bestätigt sich durchaus:

Schiebt man nach der Bestimmung von E_0' die Spitze *ein wenig* zurück, sodass E' nur etwa 100 bis 200 Volt grösser als E_0', so erhält man bei langsamem Drehen der Maschine Glimm-, bei starkem Drehen Funkenentladung; eine gleichzeitige Beobachtung des Elektrometers ergiebt ein Steigen mit wachsender Stromstärke nur ganz im Anfang; für stärkere Ströme nähert sich $\partial E/\partial J$ dem Wert Null, bis dann bei

1) Die Entfernung zwischen Spitze und Platte beträgt hierbei etwa noch 2 mm.

beginnenden negativen Werten, die natürlich nicht mehr beobachtet werden können, der Funke eintritt.

Dies sind ja zum Teil längst bekannte Erscheinungen; das Neue, worauf es hier ankommt, ist nur die theoretische Verknüpfung der quantitativen Beziehungen.

7. *Potentialgefälle während der Funkenentladung.* Ist uns oben der Nachweis gelungen, dass entsprechend den Forderungen der Theorie eine Funkenentladung zwischen einer Spitze und einer Platte an die Bedingung geknüpft ist, dass

$$\frac{\partial E}{\partial J} \gtreqless 0,$$

so lässt sich der experimentelle Beweis hierfür bei der Entladung zwischen Kugeln nicht in derselben einfachen Weise erbringen. In letzterem Falle ist der Zustand bei jeder Entfernung der Kugeln labil, und Messinstrumente, welche im stande wären, den ausserordentlich schnellen Aenderungen von E und J zu folgen, haben wir nicht.

Man könnte nun auf Grund der allgemeinen Stabilitätsbedingung:

$$W + \left(\frac{\partial E}{\partial J}\right) > 0$$

annehmen, dass die Einfügung eines genügend grossen Vorschaltwiderstandes W die Funkenentladung in eine stetige Entladung überführen müsse. Thatsächlich erhält man hierdurch im allgemeinen nur eine Reihe schnell aufeinander folgender Partialfunken. Der Grund hierfür liegt, wie leicht zu sehen, in der Capacität der Elektroden; dieselben bilden mit ihren metallischen Zuleitungen für sich ein labiles System, in welchem $W = 0$ und $(\partial E/\partial J) < 0$; man kommt also nur dann zu dem gewünschten Ziel, wenn man den Vorschaltwiderstand an die Oberfläche der Gasstrecke selbst verlegt, d. h. wenn man die Elektroden nicht aus einem Metall, sondern aus einem schlechten Leiter herstellt.[1]) Es ist mir in der That gelungen, zwischen aus Holz gefertigten Kugelcalotten eine *völlig stetige* Glimmentladung hervorzurufen, welche sich von einer rasch intermittirenden Funkenentladung durch sehr wesentliche Merkmale unterscheidet.

1) Vgl. auch die Beobachtungen von M. Toepler, Wied. Ann. **66**. p. 660. 1898.

Die Versuchsanordnung ist folgende: Auf den Kugeln eines Funkenmikrometers werden zwei Calotten von möglichst homogenem Holze (ich benutzte Apfelholz) mit etwas Klebwachs befestigt. Die eine Kugel ist mit einer Influenzmaschine, einer grossen Leydener Flasche und einem Elektrometer verbunden; die andere durch ein Telephon zur Erde abgeleitet. Ladet man, nachdem die Kugeln in einen grösseren Abstand gebracht sind, die Flasche und schiebt dann die Kugel mässig rasch zusammen, so hört man bei einer gewissen Entfernung plötzlich ein Geräusch im Telephon, das bei weiterer Annäherung allmählich höher wird und dann *plötzlich* abbricht (der zuletzt hörbare Ton liegt dabei weit unter der Hörbarkeitsgrenze); gleichwohl zeigt das fortwährende Sinken des Elektrometers an, das nach wie vor ein Strom zwischen den Kugeln übergeht. Beobachtet man die Erscheinung im Dunkeln, so sieht man, solange das Telephon tönt, eine Art Büschel zwischen den Elektroden, und zwar sitzt der Stiel des Büschels auf der Kathode; in demselben Momente aber, in dem der Ton verschwindet, scheint sich der Stiel von der Kathode loszulösen, und das Büschel zieht sich in eine dünne, einen Teil der Anode bedeckende blaue Lichthaut zusammen, während die Kathode lichtlos ist.

Bei allmählicher Weiterentladung der Flasche wird entweder die Lichthaut immer kleiner und schwächer bis zum gänzlichen Verschwinden, oder es tritt nach einiger Zeit plötzlich wieder das Büschel auf, wobei gleichzeitig das Telephon wieder anspricht; durch weiteres Zusammenschieben kann man dann manchmal die stetige Entladung nochmals hervorrufen. Eine Schwierigkeit bei diesen Versuchen besteht in der raschen Veränderlichkeit der Calotten; nach einigen Minuten sind sie stets unbrauchbar, können jedoch durch Abreiben mit feinem Sandpapier wieder reparirt werden.

In den Fällen nun, in denen es gelingt, die stetige Glimmentladung bis zum völligen Verschwinden des Stromes zu erhalten, kann man direct $\partial E/\partial J$ bestimmen und zwar in ganz ähnlicher Weise, wie oben bei der Spitzenentladung. Man misst zu dem Zwecke das zu einem bestimmten Strom gehörige Potential E_J, sowie das Entladungspotential E'; zur Bestimmung des letzteren muss, wegen der ausserordentlich langsamen

Abnahme des Stromes unmittelbar vor dem Verlöschen eine etwas modificirte, bedeutend empfindlichere Methode benutzt werden: Das Elektroskop wird durch Zusammenschieben der Schutzbleche so eingerichtet, dass die Blättchen sich bei einer bestimmten Divergenz von selbst entladen; beobachtet man dann das Elektroskop bei aufgehobener Verbindung mit dem Alkoholwiderstand, so ladet sich das Elektroskop, solange $E > E'$, in ziemlich schnellen Intervallen; sowie aber die Differenz zwischen E und E' sehr klein wird, geschieht die Bewegung immer langsamer, bis sie schliesslich ganz aufhört; das in diesem Moment am Elektrometer abgelesene Potential ist das Entladungspotential E'; dasselbe ist, wie die nachherigen Beobachtungen zeigen werden, *durchaus identisch mit dem Entladungspotential (Funkenpotential) zwischen Metallkugeln von annähernd gleichem Krümmungsradius.*

Die Differenz $(E_J - E') = \Delta E$ giebt wieder ein Maass für $\partial E / \partial J$; doch ist hierin noch der Spannungsabfall in den Calotten selbst mit enthalten; um letzteren zu bestimmen, wird eine entsprechende Messung von E_J bei fest aneinander gepressten Elektroden gemacht und der hier gemessene Wert ΔE_0 von ΔE abgezogen; die Differenz $\Delta E - \Delta E_0$ giebt eine $\partial E / \partial J$ proportionale Grösse.

In Tab. 4 sind die Beobachtungsresultate zusammengestellt.

Tabelle 4.

(Radius der Calotten 1 cm.)

Abstand d. Calotten in mm	0,81	0,735	0,475	0,000
E_J in Volt	9400	8700	7800	5870
E' in Volt	3800	3600	2500	—
Funkenpotential nach Orgler[1]) in Volt	3850	3560	2550	—
$\Delta E = E_J - E'$	5600	5100	5300	5870
ΔE_0	5870	5870	5870	—
const. $\frac{\partial E}{\partial J} = \Delta E - \Delta E_0$	−270	−770	−570	—

Wenn nun auch die Zahlen der letzten Reihe als Differenzen zweier nahe gleichgrossen Zahlen nicht sehr genau

1) A. Orgler, Ann. d. Physik 1. p. 159. 1900.

sind, so dürfte doch mit Sicherheit aus ihnen hervorgehen, dass

$$\frac{\partial E}{\partial J} < 0$$

ist, in Uebereinstimmung mit den Folgerungen der Theorie.

8. *Verzögerung der Funkenentladung.* Wenn man eine Funkenstrecke so weit lädt, dass das Entladungspotential eben überschritten ist, so tritt häufig der Funke erst nach Verlauf einer gewissen Zeit ein, die von einem Bruchteile einer Secunde bis zu mehreren Minuten variiren kann.[1])

Ich glaube, dass man zu einer ganz annehmbaren Erklärung der Verzögerung selbst, sowie ihrer Aufhebung bez. Verminderung durch ultraviolettes Licht[2]), durch Röntgenstrahlen[3]) und Becquerelstrahlen[4]) gelangt, wenn man eine Grösse in die Betrachtungen einführt, die auch bei allen anderen Umwandlungsvorgängen eine wesentliche Rolle spielt, nämlich die „*Umwandlungsarbeit*".

Es sei also angenommen, dass eine gewisse Arbeit A aufzuwenden sei, um das Gas aus dem nichtleitenden Zustande in den dem Strome J entsprechenden zu verwandeln. (Im Sinne der elektrolytischen Hypothese würde A die „Ionisirungsarbeit" darstellen.)

Bezeichnet man mit K die Gesamtenergie des betrachteten Systems und schliesst man Energiezufuhr von aussen aus, so lässt sich das Energiegesetz in folgender Form schreiben:

$$(10) \quad \frac{dK}{dt} = 0 = -E_0 J + LJ\frac{dJ}{dt} + J^2 W + EJ + \frac{\partial A}{\partial J}\frac{dJ}{dt}$$

(die Bedeutung sämtlicher Zeichen ist dieselbe wie früher) und man erhält:

$$(11) \quad \frac{dJ}{dt} = \frac{E_0 - E - JW}{\left(L + \frac{1}{J}\frac{\partial A}{\partial J}\right)},$$

oder, falls $W = 0$ ist:

$$(12) \quad \frac{dJ}{dt} = \frac{E_0 - E}{L + \frac{1}{J}\frac{\partial A}{\partial J}}.$$

1) G. Jaumann, Wied. Ann. **55**. p. 656. 1895.

2) E. Warburg, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin **105**. p. 228—236. 1896.

3) H. Starke, Wied. Ann. **66**. p. 1009—1013. 1898.

4) J. Elster, Verhandl. d. Deutsch. physik. Gesellsch. **2**. p. 7. 1900.

An Stelle der wirklichen Selbstinduction L, die viel klein ist, um die hohen Werte der Verzögerung[1]) zu erklä tritt jetzt also eine *„scheinbare Selbstinduction"* von der Grö

$$L' = L + \frac{1}{J}\frac{\partial A}{\partial J}. \tag{13}$$

Für sehr kleine Werte von J ist höchstwahrscheinl $\partial A/\partial J = \text{const.}$ (im Sinne der Dissociationshypothese w sowohl A als J im Beginne der Gesamtzahl der schon bildeten Ionen proportional, also $A/J = \partial A/\partial J = \text{cons}$ infolge dessen ist für $J = 0$, $L' = \infty$ und $dJ/dt = 0$; d. h. Verzögerung ist unendlich gross, wenn das Gas im Anfa ein vollkommener Nichtleiter ist. Dies ist aber, wie bereits o erwähnt (p. 164 u. 165) niemals der Fall; die neuesten Unt suchungen von J. Elster und H. Geitel[2]) haben mit Sich heit ergeben, dass die Luft stets eine geringe Leitfähigk besitzt; und von Hrn. H. Kreusler[3]) ist nachgewiesen word dass der photoelektrische Strom kurz unterhalb des Entladun potentiales zu ausserordentlich hohen Werten ansteigt, sod dort jede noch so schwache Lichtquelle schon eine Wirku giebt. (Nach den weiter oben gemachten Betrachtungen deutet dies, dass der Knick in der charakteristischen Cu beim Entladungspotential durch die Bestrahlung abgerun wird und dass das Maximum von E, das eigentliche *Funk potential*, mit zunehmender Bestrahlung immer weiter n rechts rückt. In Fig. 6 sind diese Verhältnisse schematis dargestellt.) Es ist also der Fall, dass für $t = 0$, $J = 0$ als nicht vorkommend auszuschliessen, sodass die Verzögeru stets nur einen endlichen Wert hat. Aus Gleichung (9) g nun unmittelbar hervor, *dass jeder Vorgang, der im stande einen Strom im Gase hervorzurufen*, bez. den schon vorhande zu vermehren, der also den Anfangswert von J vergrösse

1) d. h. derjenigen Zeit, die der Strom gebraucht, um bis z Sichtbarwerden der Entladung anzusteigen. Die Ansicht, dass schon der Verzögerungsperiode ein Strom vorhanden sei, ist schon von H E. Warburg (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin **106.** p. 1 1897) ausgesprochen worden.

2) J. Elster u. H. Geitel, Physik. Zeitschr. **1.** p. 11. 1899.

3) H. Kreusler, Verhandl. d. physikal. Gesellsch. zu Berlin 1 p. 86. 1898.

auch dJ/dt vergrössern, d. h. *die Verzögerung verringern muss.* Derartige Vorgänge sind aber die Bestrahlung mit ultraviolettem Licht bez. mit Röntgen- oder Becquerelstrahlen.

9. *Verwandlung von Funken- in Glimmentladung durch Bestrahlung.* Eine Funkenstrecke sei mit einer Elektrisirmaschine verbunden, die einen maximalen Strom J_0 liefere (Fig. 6). Ist J_0 so gewählt, dass es für die unbestrahlte Gasstrecke auf dem absteigenden, für die bestrahlte dagegen auf dem aufsteigenden Ast der charakteristischen Curve liegt, so muss

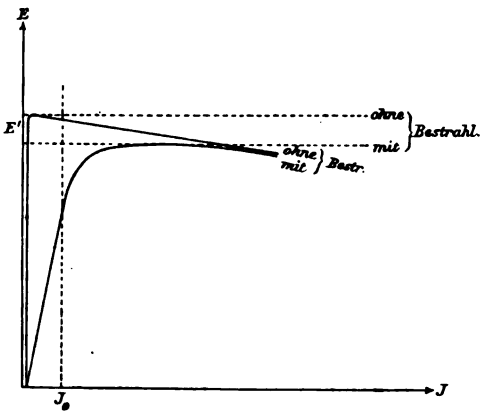


Fig. 6.

die Bestrahlung die anfängliche Funkenentladung in eine continuirliche Entladung verwandeln. Beobachtungen dieser Art sind gemacht von den Herren J. Elster u. H. Geitel.[1])

10. *Intermittirende Entladungen.* Der folgende Versuch einer Theorie der intermittirenden Entladungen möge nur als ein vorläufiger betrachtet werden; wenn ich denselben bereits jetzt publicire, so geschieht dies in der Erwartung, dass vielleicht damit die Anregung zu messenden Versuchen gegeben wird, an deren Ausführung ich selbst einstweilen durch andere Arbeiten verhindert bin. Die Möglichkeit für das Entstehen intermittirender Entladungen liegt offenbar dann vor, wenn zu einem die Gasstrecke enthaltenden Teile der Leitung Capacitäten parallel geschaltet sind, welche mit der Gasstrecke zusammen ein labiles System bilden. Da in leitenden Gasstrecken

1) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. **69.** p. 673. 1899.

fast stets räumliche Ladungen[1]) enthalten sind, so können die Intermittenzen unter Umständen auch auf eine zwischen zwei solchen Stellen starker räumlicher Ladung eingeschlossene Strecke des leitenden Gases beschränkt bleiben.

Im Folgenden soll zunächst untersucht werden, unter welchen Umständen der Strom in einer Gasstrecke continuirlich sein *kann*, wenn parallel zu ihr eine Capacität geschaltet ist. Hiervon durchaus zu trennen und gesondert zu behandeln ist die Frage, wann der Strom continuirlich sein *muss*.

Die Lösung der ersten Frage, die uns im Folgenden zunächst allein zu beschäftigen hat, kann offenbar auf die Weise geschehen, dass man für die aufzustellende Differentialgleichung des zeitlichen Stromverlaufes die einem stationären Zustand entsprechende particuläre Lösung aufstellt, und dann genau wie oben untersucht, unter welchen Bedingungen der durch diese Lösung definirte Zustand stabil ist.

Das betrachtete Leitersystem ist in Fig. 7 schematisch dargestellt. Eine Capacität C (im äussersten Falle die metallischen Elektroden der Gasstrecke) ist durch einen Widerstand W mit einer Stromquelle von der elektromotorischen Kraft gleich E_0 verbunden; die Selbstinduction dieses (äusseren) Stromkreises sei L, die Stromstärke J. Die Capacität entlade sich durch einen (inneren) Stromkreis, der eine Gasstrecke mit der charakteristischen Curve $E = f(i)$ enthält, dessen Selbstinduction gleich l ist und dessen Widerstand vernachlässigt werden kann. Endlich bezeichnet E_1 die jeweilige Potentialdifferenz der Capacität C. Dann haben wir folgende vier Gleichungen:

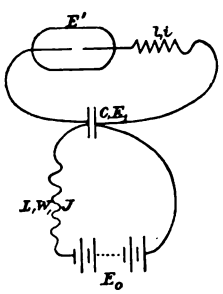


Fig. 7.

$$E = f(i), \tag{14}$$

$$E_1 - E - l\frac{di}{dt} = 0, \tag{15}$$

$$E_0 - E_1 - JW - L\frac{dJ}{dt} = 0, \tag{16}$$

$$C\frac{dE_1}{dt} - J + i = 0. \tag{17}$$

1) Vgl. z. B. die Arbeiten von E. Riecke, Wied. Ann. 63. p. 220 1897 und P. Graham.

Die particuläre Lösung für constante Stromstärke lautet:

$$\bar{i} = \frac{E_0 - \bar{E}}{W}, \tag{18}$$

wobei $\bar{E} = f(\bar{i})$ ist, und der Wert von $\bar{i}$ bei gegebenem E_0 und W aus der charakteristischen Curve mit Hülfe des in § 2 angegebenen graphischen Verfahrens ermittelt werden kann.

Aus Gleichung (1) bis (5) folgt unmittelbar, dass, im stationären Zustand:

$$E_1 = \bar{E} \tag{19}$$

und

$$\bar{J} = \bar{i} \tag{20}$$

ist. Zur Ermittelung der Stabilität des durch Gleichung (18) ausgedrückten Zustandes nehmen wir an, wir hätten einen Anfangszustand, in welchem statt $\bar{i}$ der unendlich benachbarte Wert $\bar{i} + \eta$ herrscht, während E_0, W und E_1 den Gleichungen (18) und (19) entspreche.

Dann ist der zeitliche Verlauf des Stromes aus den Gleichungen (14) bis (17) zu ermitteln. Da nur unendlich kleine Aenderungen betrachtet werden und im Stabilitätsfalle diese kleinen Aenderungen im Laufe der Zeit nur kleiner werden dürfen, so können wir in Gleichung (16) die Gegenkraft der Selbstinduction $L(dJ/dt)$ gegen den durch Widerstand erzeugten Spannungsabfall JW vernachlässigen und erhalten durch eine Reihe von Eliminationen die Gleichung:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \left[\frac{1}{CW} + \frac{1}{l}\frac{\partial E}{\partial i}\right]\frac{di}{dt} + \frac{1}{lC}\left[i - \frac{E_0 - E}{W}\right] = 0. \tag{21}$$

Nun ist in unserem Falle

$$i = \bar{i} + \eta,$$

und da, solange es sich um kleine Werte von η handelt, gesetzt werden kann:

$$E = \bar{E} + \frac{\partial E}{\partial i}\eta, \tag{22}$$

so geht das 3. Glied von Gleichung (21) über in

$$\frac{1}{lC}\left[\bar{i} + \eta - \frac{E_0 - \bar{E}}{W} + \frac{\frac{\partial E}{\partial i}}{W}\eta\right], \tag{23}$$

oder da nach (18):

$$\bar{i} - \frac{E_0 - \bar{E}}{W} = 0,$$

in:

$$\frac{1}{l\,C}\left(1 + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \bar{i}}\right)\eta, \tag{24}$$

und man erhält statt Gleichung (21):

$$\frac{d^2\eta}{d\bar{t}^2} + \left[\frac{1}{C\,W} + \frac{1}{l}\frac{\partial E}{\partial \bar{i}}\right]\frac{d\eta}{d\bar{t}} + \frac{1}{l\,C}\left(1 + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \bar{i}}\right)\eta = 0. \tag{25}$$

Das allgemeine Integral dieser Gleichung lautet:

$$\eta = e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{C\,W} + \frac{1}{l}\frac{\partial E}{\partial \bar{i}}\right]t}\left[K_1 e^{+\alpha t} + K_2 e^{-\alpha t}\right], \tag{26}$$

wobei K_1 und K_2 Integrationsconstanten sind, und

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{4}\left[\frac{1}{C\,W} + \frac{1}{l}\frac{\partial E}{\partial \bar{i}}\right]^2 - \frac{1}{l\,C}\left(1 + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \bar{i}}\right)}. \tag{27}$$

Die Stabilitätsbedingung lässt sich nunmehr so formuliren, dass für $t = \infty$ $\eta = 0$ werden muss. Diese Bedingung ist, wie leicht zu ersehen, *stets dann*, und *nur dann* erfüllt, wenn erstens:

$$\frac{1}{C\,W} + \frac{1}{l}\frac{\partial E}{\partial \bar{i}} > 0, \tag{28}$$

und zweitens

$$1 + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \bar{i}}\,W > 0, \tag{29}$$

oder

$$W + \frac{\partial E}{\partial \bar{i}} > 0$$

ist. (Die zweite Bedingung ist identisch mit unserer Stabilitätsbedingung für capacitätsfreie Stromkreise; wenn aber $C = 0$ so wird das erste Glied in Gleichung (28) ∞ und die Gleichung ist immer erfüllt, sodass nur die zweite Bedingung als notwendig und hinreichend übrig bleibt.)

Die Gleichungen (28) und (29) sind stets erfüllt, wenn

$$\frac{\partial E}{\partial \bar{i}} > 0,$$

d. h. *wenn die Spannung mit zunehmendem Strome steigt (und zwar von $i = 0$ bis zu dem grössten überhaupt möglichen Strom-*

wert), so ist der Zustand unbedingt stabil und Intermittenzen sind unmöglich.

Es ist nunmehr zu untersuchen, was eintritt, wenn eine der beiden Bedingungen (28) und (29) oder auch beide, nicht erfüllt sind.

Es bewirkt dann offenbar jede noch so kleine Störung eine mit der Zeit immer mehr wachsende Abweichung von dem stationären Zustande und zwar findet, je nach dem Werte der in Betracht kommenden Grössen, die Stromänderung entweder aperiodisch statt, oder periodisch in Gestalt einer Oscillationsbewegung um den Mittelwert $\bar{i}$ mit stetig wachsender Amplitude. Natürlich gilt, sowie die Abweichung erst gross geworden ist, die Gleichung (26) nicht mehr streng, da dann die in der Rechnung eingeführten Vernachlässigungen nicht mehr zulässig sind. In jedem Falle giebt die Gleichung (26) ein ungefähres Bild der Stromschwankung. Die Bewegung dauert in stetiger Form an, *bis ein Zeichenwechsel von i eintritt.* In diesem Moment muss E plötzlich eine rapide Aenderung von einem positiven zu einem negativen Wert erleiden und der Strom bleibt 0, wenn in diesem Moment E_1 (die Spannung an der Capacität C) kleiner ist als E. (Dieser Wert ist nicht etwa identisch mit dem Entladungspotential bei langsamer Ladung, da bei den hier zu betrachtenden schnellen Vorgängen der Zustand der Gasstrecke auch nach dem Authören des Stromes noch verändert ist. Er ist im allgemeinen kleiner als das „statische" Entladungspotential.)

Dieses Abbrechen des Stromes findet je nach Umständen nach irgend einer Anzahl von Zeichenwechseln von i statt.

Von da ab bleibt $i = 0$, bez. nahezu 0, so lange, bis der äussere Strom J die Elektroden wieder bis zu dem Entladungspotential geladen hat, das jedoch, wie soeben erwähnt, wegen der Nachwirkung der unmittelbar vorausgegangenen Entladung niedriger sein kann, als das statische Entladungspotential.

Wegen unserer Unkenntnis über den Verlauf dieser Nachwirkung (ohne eine solche würden ja oscillirende Entladungen gar nicht möglich sein), sowie über die Gestalt der charakteristischen Curve bei schnell veränderlichen Strömen ist es völlig zwecklos, Gleichungen für den Verlauf intermittirender Ströme

aufzustellen. Der experimentellen Prüfung zugänglich si deshalb vorerst nur die in Gleichung (28) und (29) aufgestell Stabilitätsbedingungen. Die Prüfung hätte demnach in Weise zu erfolgen, dass eine continuirliche Gasentladung zeugt wird und bei allmählicher Variation irgend einer Grössen l, C, W oder E_0 (wodurch sich natürlich E und i ändern) der Grenzwert bestimmt wird, bei welchem die E ladung in die intermittirende Form umschlägt. Für den Gre fall gilt dann offenbar:

$$\frac{1}{C W} + \frac{1}{l} \frac{\partial E}{\partial i} = 0 , \tag{30}$$

oder

$$W + \frac{\partial E}{\partial i} = 0 . \tag{31}$$

Quantitative Beobachtungen dieser Art liegen bis jetzt ni vor; dass Gleichung (28) in qualitativer Hinsicht durch Erfahrung bestätigt wird, geht hervor aus den Beobachtun Hittorf's [1], welcher zeigte, dass ein continuirlicher Strom einer Entladungsröhre sowohl durch Vergrössern des Wid standes als auch der Capacität in einen discontinuirlichen v wandelt werden konnte. Dass bei den von Hittorf beoba teten Entladungsformen wenigstens in einem Teil der Stro bahn

$$\frac{\partial E}{\partial i} < 0$$

ist, geht aus den späteren Beobachtungen von A. Herz [2] h vor. Ferner lässt sich ein Teil der von Hrn. M. Toeple beobachteten Erscheinungen als qualitative Bestätigung Theorie auffassen.

Göttingen, Physikal. Institut, April 1900.

1) W. Hittorf, Wied. Ann. 7. p. 553. 1879.
2) A. Herz, Wied. Ann. 54. p. 244. 1895.
3) M. Toepler, Wied. Ann. 66. p. 660. 1898.

(Eingegangen 10. April 1900.)

13. *Ueber den Extrastrom beim Unterbrechen eines elektrischen Stromkreises; von K. R. Johnson.*

In einem Aufsatze von Hrn. L. Arons[1]) ist eine analytische Darstellung des Oeffnungsstromes gegeben, „die sich — wenn auch nicht von Willkürlichkeiten frei — doch viel enger an die wirklichen Verhältnisse anschliesst als die bisherigen Ableitungen".

Die Voraussetzungen, auf welche der Verfasser seine Ableitung stützt, sind folgende:

1. Die elektromotorische Kraft wird nicht plötzlich aus dem Kreise ausgeschaltet, sondern wirkt noch während einer kurzen Zeit nach dem Oeffnen des Kreises.

2. Der Widerstand ist in äusserst kurzer Zeit auf Unendlich gebracht und für das Anwachsen des Widerstandes giebt der Verfasser die willkürliche Function

$$W' = \frac{W\tau}{\tau - t},$$

wo W' der Widerstand zur Zeit t nach dem Oeffnungsaugenblicke ist, W der Widerstand des geschlossenen Stromkreises und τ die Zeit, binnen welcher der Widerstand W' ins Unendliche wächst.

Die erste Annahme ist gewöhnlicher Anschauungsweise ganz entgegengesetzt, und es bedarf folglich keiner weiteren Erörterung darüber. Es ist aber die Annahme eines continuirlich wachsenden Widerstandes auch der Erfahrung entgegen, die dahin weist, dass der Widerstand sowohl eines Elektrolytes als eines Gases zwischen den Elektroden aus zwei Teilen besteht, deren einer Teil dem Abstande der Elektroden proportional ist und folglich von der Leitfähigkeit des Elektrolytes (oder des Gases?) abhängt. Der andere Teil ist

1) L. Arons, Wied. Ann. **63.** p. 177—182. 1897.

nahezu constant, wenn die Grenzflächen der Elektroden dieselben sind, variirt aber mit der Stärke oder der Spannung des Stromes; demselben werden verschiedene Namen als „Widerstand der Grenzfläche", „elektromotorische Gegenkraft" etc. beigelegt. Dieser „Widerstand der Grenzfläche" ist im allgemeinen sehr gross, wie es von dem Ausbleiben eines constanten Stromes bei schlechtem Contact sich ergiebt. Es scheint demnach, dass der Widerstand beim Oeffnen eines Stromkreises niemals als eine continuirliche Function der Zeit betrachtet werden kann. Demgemäss müssen wir das Anschliessen der Darstellung des Hrn. Arons als ein nicht hinlänglich enges ansehen.

Wäre die Intensität des Oeffnungsstromes $J_0 . e^{-W/L.t}$, wie sie im allgemeinen angenommen wird, so wäre die Erscheinung des Oeffnungsfunkens ganz einfach aufgeklärt; denn das Brechen des Stromes beim Oeffnen würde dann eine Ansammlung der Elektricität an der positiven Elektrode, deren Capacität unendlich klein ist, veranlassen. Demgemäss würde die Potentialdifferenz der Elektroden bis zum Ueberwinden des Widerstandes der Funkenstrecke gesteigert werden, und die oben erwähnten Voraussetzungen des Hrn. Arons sind somit überflüssig. Es ist aber aus der Erfahrung schon längst bekannt, dass der Oeffnungsstrom viel schneller verläuft als der Extrastrom beim Schliessen, und wir wollen demnach eine Erläuterung dieser Erscheinung versuchen, die unter Umständen wenigstens mit der Erfahrung übereinstimmt.

Zu diesem Zweck betrachten wir einen Stromkreis, der aus einer Inductionsrolle, einer Batterie nnd einem Condensator besteht. Neben der Batterie ist die Oeffnungstelle des Kreises und die Zuleitungsdrähte des Condensators sind an beiden Seiten der Oeffnungsstelle befestigt. Es sei E_0 die elektromotorische Kraft der Batterie, W der Widerstand des ganzen geschlossenen Kreises und L das Selbstpotential desselben. Es sei ferner J die Stromintensität des Kreises und E die Potentialdifferenz des Condensators zur Zeit t, vom dem Oeffnungsaugenblicke gerechnet. Die Capacität des Condensators wird mit C bezeichnet. Bei constantem Strome ist die Potentialdifferenz des Condensators Null, und beim Oeffnen des Stromkreises werden die Anfangsbedingungen somit $J = E_0/W$

und $E = 0$. Es ergiebt sich somit aus den bekannten Gesetzen der oscillatorischen Ladung des Condensators [1])

$$E = \frac{E_0}{C W \beta} \cdot e^{-\alpha t} \sin \beta t \tag{1}$$

und

$$J = \frac{E_0}{W \beta} \cdot e^{-\alpha t} [-\alpha \sin \beta t + \beta \cos \beta t], \tag{2}$$

wenn der Oeffnungsfunke völlig eliminirt ist. Die Constanten α und β sind wie bekannt durch die Gleichungen

$$\alpha = \frac{W}{2L}, \quad \beta = \frac{\sqrt{1 - \frac{C W^2}{4 L}}}{\sqrt{LC}}$$

bestimmt.

Wenn die Zuleitungsdrähte des Condensators kurz sind, so ist die Potentialdifferenz der Elektroden an der Oeffnungsstelle annäherungsweise dieselbe wie die des Condensators.

Aus den Gleichungen (1) und (2) des Oeffnungsstromes ergiebt sich, dass die Potentialdifferenz ein Maximum erreicht zur Zeit

$$t = \frac{1}{\beta} \cdot \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha},$$

und dieses Maximum E_m wird somit

$$E_m = \frac{E_0}{W} \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot e^{-\frac{\alpha}{\beta} \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}}. \tag{3}$$

Wenn dieses Maximum hinlänglich gross ist, was auf den Factor $E_0 / W \sqrt{L/C}$ am meisten ankommt, so muss ein Oeffnungsfunke entstehen; wenn es über einen bestimmten Wert („der Widerstand der Grenzfläche", „die elektromotorische Gegenkraft") nicht kommt, so wird der Funke unterdrückt.

Aus der Gleichung (3) lassen sich die technischen Maassregeln, den Oeffnungsfunken vermittelst eines grossen Widerstandes, eventuell mit Zurhülfenahme eines Condensators [2]) zu verhindern, leicht ableiten. Das Maximum der Potentialdifferenz E_m wird nämlich kleiner, wenn der Widerstand W

1) L. Robb, Phil. Mag. **34.** p. 290. 1892; Phys. Rev. **2.** p. 726. 1893; Tallqvist, Wied. Ann. **60.** p. 248. 1896.

2) Vgl. z. B. Silvanus P. Thompson, The Electromagnet p. 368 bis 377. 1892.

oder die Capacität C vergrössert werden, und wenn W u hinlänglich gross genommen werden, muss E_m unter Widerstand der Grenzfläche" sinken.

Wenn der Widerstand W und die Capacität C nicht länglich gross sind, um das Entstehen eines Oeffnungsfu zu verhindern, so wird der Verlauf des Oeffnungsstrome etwas complicirter. Die Gleichungen (1) und (2) gelten nur, bis die Potentialdifferenz einen gewissen Betrag („ele motorische Gegenkraft") erreicht hat, der gross genug um den Widerstand der Oeffnungsstelle zu brechen; dann die Funkenentladung von statten, und dadurch sinkt die tentialdifferenz wieder, aber wie viel? Wahrscheinlich ha Potentialdifferenz bei dem Ende des Funkens dieselbe Gr wie beim Beginnen der Entladung, d. h. eine Grösse, die sogenannten „elektromotorischen Gegenkraft" gleich ist. W die Zeit der Funkenentladung gross genug wäre, um eine n liche Veränderung des Abstandes der Elektroden zu ders Zeit zu erlauben, so würde die Potentialdifferenz am des Funkens etwas höher als die Differenz beim Begi werden, und es deutet eine Untersuchung von Hrn. Mi auf ein derartiges Verhältnis.[1]) Wir wollen zu diesem satz unten zurückkommen, und beschränken uns hier die nahme zu machen, dass die Potentialdifferenz am der Funkenentladung dieselbe ist wie beim Beginnen. Leitfähigkeit der Oeffnungsstelle ist dann wieder Null un oscillatorische Ladung und Entladung des Condensators ohne Hindernisse fortgesetzt vermittelst einer Elektric menge, die genau der Maximalspannung (gleich „ele motorischer Gegenkraft") der Oeffnungsstelle entspricht, die überschüssige Elektricitätsmenge vorher durch den Fu entladen worden ist.

Wir wollen nun den Fall betrachten, wo der Conden fortgelassen ist. Wir können dann von einer Betrachtun ausgehen, die von v. Helmholtz angegeben ist, und ver demgemäss die gesamte Capacität der Rolle an die E derselben.

Diese Capacität ist zwar ausserordentlich klein, wir kö

1) F. Mizuno, Phil. Mag. 45. p. 447. 1898.

sie aber bei Besprechung des Oeffnungsstromes nicht versäumen. Lassen wir die oben erwähnten Gesetze (1) und (2) während einer unendlich kurzen Zeit immer gelten, so steigt die Potentialdifferenz E während einer unendlich kleinen Zeit bis zum Funkenentladungspotential, weil die Capacität C des Stromkreises nahezu unendlich klein ist. Die Entladung erfolgt während einer Zeit, die etwas kürzer als

$$\frac{\pi}{\beta} = \frac{\pi\sqrt{LC}}{\sqrt{1-\frac{CW^2}{4L}}}$$

ist. Die übrig bleibende Elektricitätsmenge setzt sich zwar in Oscillationen um, sie ist aber so klein, dass diese Oscillationen vernachlässigt werden können.

Wahrscheinlich haben die Vorgänge beim Oeffnen eines Stromkreises im allgemeinen denselben Charakter, und wir können somit sagen, dass der Oeffnungsstrom in einer Umsetzung der fliessenden Elektricitätsmenge des Kreises zu Hertz'schen Wellen besteht, wobei die Wellenbewegung durch eine Funkenentladung plötzlich abgebrochen wird.

Eine experimentelle Bestätigung dieser Darstellung des Oeffnungsstromes findet man in den Strom- und Potentialcurven des Oeffnungsstromes, welche mittels eines von ihm erfundenen Indicators zu registriren Hrn. R. Franke gelungen ist.[1])

Im Vorhergehenden wurde angenommen, dass die Potentialdifferenz am Ende der Funkenentladung dieselbe wie beim Beginnen derselben ist, oder etwas höher, welche Annahme auf eine Untersuchung von Hrn. Mizuno[2]) gestützt wurde.

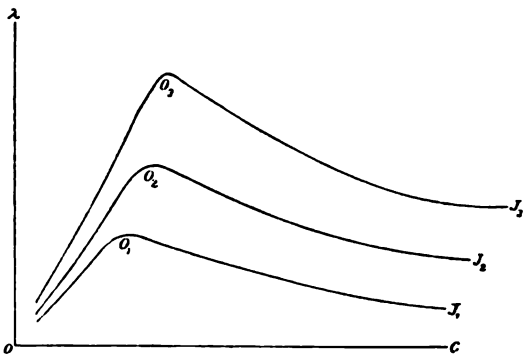
Um dieses verständlich zu machen, müssen wir daher seine Beobachtungen etwas näher begründen. Mizuno variirt die Capacität des primären Condensators eines Inductionsapparates und beobachtet die Maximilänge der secundären Funkenstrecke. Die Capacität (C) wird als Abscisse angenommen und die entsprechende Maximilänge des secundären Funkens als Ordinate aufgerichtet. Die so bei verschiedenen Strom-

1) R. Franke, Elektrotechn. Zeitschr. **20.** p. 807. 1899.
2) F. Mizuno, Phil. Mag. **45.** p. 447. 1898.

stärken ($J_1 < J_2 < J_3$ etc.) erhaltenen Curven sind in der Figur schematisch gezeichnet. Unter der Voraussetzung, dass die secundäre Rolle und ihre Funkenstrecke nur als ein Indicator der primären Maximalspannung betrachtet werden darf, so ergiebt sich von der Gleichung (3)

$$\lambda = a \,.\, E_m = \frac{k J_0}{\sqrt{C}}, \tag{4}$$

wenn λ das Maximum der Funkenlänge bezeichnet; und diese Gleichung wird auch von den von Hrn. Mizuno gefundenen Werten bestätigt, wenn man nur den herabsteigenden Teil jeder Curve betrachtet, d. h. den Teil, der dem Unterdrücken des primären Funkens entspricht.[1])



Dasselbe wird auch von folgenden Beobachtungen des Hrn B. Walter[2]) bestätigt:

C beob.	0,4	0,6	0,9	1,0	1,2
λ beob.	27	23	18	16,5	14,6
λ berech.	26,6	21,7	17,7	16,8	15,3

Das Optimum der Capacität war bei diesem Inductorium 0,23 bis 0,25 Mikrof., und die mittels der Gleichung (4) berechneten Werte der Maximilängen des Funkens weichen von den beobachteten nicht so beträchtlich ab.

Es sind aber die aufsteigenden Teile der Curven Mizuno's die uns hier näherinteressiren, d. h. die Teile, die zur Linken von den entsprechenden Optimumpunkten (O_1, O_2 etc.) der

1) K. R. Johnson, Phil. Mag. 49. p. 216. 1900.
2) B. Walter, Wied. Ann. 62. p. 302. 1897.

primären Capacität liegen. Bei einer gegebenen Capacität, die kleiner als der Optimumwert (O_1', O_2, O_3) jeder Curve ist, steigt die Funkenlänge λ von Curve zu Curve mit steigender Stromstärke; und demnach steigt auch das Maximum der primären Potentialdifferenz, dass nach der Funkenentladung übrig bleibt. Dieses kann, wie es mir scheint, nichts anderem zugeschrieben werden, als dass die primäre Funkenentladung bei grösserer Stromstärke länger dauert und der Abstand der Elektroden dadurch gleichzeitig vergrössert wird; dann muss auch der Widerstand der Oeffnungsstelle vergrössert werden und folglich eine grössere Potentialdifferenz am Ende der primären Funkenentladung übrig bleiben. Es ist daraus leicht einzusehen, dass die Potentialdifferenz am Ende der Funkenentladung im allgemeinen grösser sein muss als die Potentialdifferenz beim Beginnen des Funken, wenn das Brechen schnell von statten geht.

(Eingegangen 11. März 1900.)

14. *Brechungsexponenten normaler Salzlösungen von C. Bender.*

(III. Abhandlung.)

Die Chlorkaliumlösungen (H_α, H_β, H_γ).

Die Abhängigkeit des Brechungsexponenten der Lösung von Temperatur und Concentration bildet den Hauptgegenstand nachfolgender Untersuchungen. Da Salzlösungen durch Verdunstung ihre Concentration ändern, so bietet die Bestimmung des Brechungsexponenten derselben, besonders für Temperaturen über 40° C., einige Schwierigkeit. Diese Schwierigkeit wird noch durch den Umstand erhöht, dass bei dem Pulfrich'schen Refractometer, dessen ich mich bei allen Untersuchungen bediente, nur geringe Flüssigkeitsmengen angewendet werden. Ein das Versuchsgefäss abschliessender Deckel, welcher man durch einen belasteten Kautschukring noch etwas dichten kann, bietet gegen das Verdunsten keinen dauernden Schutz. Man wird also bei Temperaturen über 50° die Lösung in einem verschlossenen Gefäss zunächst auf die gewünschte Temperatur erhitzen und erst einfüllen, wenn auch der Apparat diese Temperatur vollständig angenommen hat, den Zeitpunkt und denjenigen der einzelnen Ablesungen notiren, den Versuch etwa eine Viertelstunde fortsetzen und aus diesen Angaben den mutmaasslichen Brechungsexponenten für den Augenblick des Einfüllens berechnen. Bei verdünnten Lösungen geht jedoch die Verdunstung so rapid vor sich, dass auch diese Methode keine zuverlässigen Resultate mehr giebt. Bei Temperaturen über 55° C. tritt noch der weitere Umstand störend auf, dass die Grenzlinien von ihrer Schärfe wesentlich einbüssen und namentlich die Beobachtung von H_γ recht schwierig wird. Ich neige mich der Ansicht hin, dass diese Erscheinung durch Flüssigkeitsströmungen bedingt werden.

Im Interesse eines allgemeinen Ueberblickes wurden nur Normallösungen (d. h. wie früher erwähnt solche, welche in 1 Liter bei 15° C. eine bestimmte Anzahl Grammmolecüle enthalten) dem Versuch unterworfen.

Die Abhängigkeit des Brechungsexponenten von der Temperatur lässt sich in Formeln mit der ersten und zweiten Potenz der Temperatur kleiden. Diese Formeln werden zunächst für jede einzelne Lösung abgeleitet und mit den beobachteten Werten, für welche eine Genauigkeit von $\pm$ 1 der vierten Decimale angenommen werden kann, verglichen. Es wird sich später zeigen, dass auch Formeln gefunden werden können, welche für alle Concentrationen gemeinsame mit der Temperatur verbundene Constanten besitzen. Auch die Abhängigkeit des Brechungsexponenten von der Concentration lässt sich durch einfache Formeln ausdrücken.

Die Lösungen wurden alle luftfrei dem Versuche unterworfen.

$KCl_{(\mu = 0{,}5)}$ (74,58 : 2 g in 1 Liter bei 15° C.).

$t°$	H_α	H_β	H_γ	$t°$	H_α	H_β	H_γ
9,0	1,33691	1,34301	1,34639	34,1	1,33449	1,34058	1,34382
14,5	1,33649	1,34261	1,34595	34,3	1,33445	1,34052	1,34386
20,4	1,33594	1,34209	1,34539	40,5	1,33360	1,33967	1,34302
25,9	1,33541	1,34147	1,34484	45,4	1,33299	1,33899	1,34256
30,4	1,33494	1,34098	1,34434				

Durch lineare Interpolation erhält man für die Temperaturen 10°, 15°, 20° etc. Werte, welchen nachstehende Formeln sich anpassen.

$$10-40^0 \begin{cases} H_\alpha = 1{,}3374890 - 0{,}0002771 \left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00002384 \left(\frac{t}{5}\right)^2 \\ H_\beta = 1{,}3436265 - 0{,}0002772 \left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00002625 \left(\frac{t}{5}\right)^2, \\ H_\gamma = 1{,}3469806 - 0{,}0002852 \left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00002412 \left(\frac{t}{5}\right)^2. \end{cases}$$

Nachstehende Uebersicht giebt Aufschluss über die Verwertbarkeit dieser Formeln. *Die Rubrik Δ enthält den Ueberschuss der berechneten über die gefundenen* (interpolirten) *Werte* in Einheiten der fünften Decimale.

t^0	H_α	ΔH_α	H_β	ΔH_β	H_γ	ΔH_γ	$H_\gamma - H_\alpha$
10	1,33683	+1	1,34294	+3	1,34632	−1	949
15	1,33644	0	1,34257	−1	1,34590	+1	946
20	1,33598	+2	1,34213	−3	1,34543	+2	945
25	1,33550	+1	1,34157	+1	1,34494	+1	944
30	1,33498	−1	1,34102	0	1,34438	+2	940
35	1,33436	+2	1,34044	−4	1,34377	+3	941
40	1,33367	−8	1,33975	−2	1,34309	+7	942

In guter Uebereinstimmung mit den beobachteten Werten stehen auch die allgemeinen Formeln.

$$10 - 40^0 \left\{ \begin{matrix} H_\alpha = 1{,}3375108 \\ H_\beta = 1{,}3436051 \\ H_\gamma = 1{,}3469494 \end{matrix} \right\} - 0{,}00005596\,t - 0{,}00000099\,0\,t$$

Für Temperaturen über 45° konnten bei dieser Lösung keine Bestimmungen ausgeführt werden.

Ich gebe nun das experimentelle Material nebst anschliessenden Formeln für die folgenden Lösungen genau in der vorhergehenden Darstellung wieder und kann somit bei diesen des verbindenden Textes entbehren.

$KCl_{\mu=1}$ (74,58 g in 1 Liter bei 15° C.).

t^0	H_α	H_β	H_γ	t^0	H_α	H_β	H_γ
14,7	1,34119	1,34747	—	46,6	1,33715	—	—
17,0	1,34105	1,34730	1,35058	47,4	1,33697	1,34316	1,3461
20,0	1,34071	1,34697	1,35039	51,3	1,33629	1,34248	1,3451
24,8	1,34019	1,34646	1,34985	55,8	1,33571	—	—
29,4	1,33964	1,34586	1,34934	56,0	1,33571	1,34177	1,3451
30,0	1,33956	1,34578	1,34925	64,4	1,33417	1,34032	1,3436
35,0	1,33890	1,34516	1,34857	68,6	1,33360	1,33956	1,3427
35,8	1,33886	1,34512	1,34853	70,5	1,33326	1,33928	1,3426
40,0	1,33821	1,34441	1,34781				

$$10\text{—}40^0 \begin{cases} H_\alpha = 1{,}3422598 - 0{,}00026695\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00003022\,7\left(\frac{t}{5}\right. \\ H_\beta = 1{,}3486012 - 0{,}00028715\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00002967\,1\left(\frac{t}{5}\right. \\ H_\gamma = 1{,}3521644 - 0{,}00035098\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00002293\,5\left(\frac{t}{5}\right. \end{cases}$$

$$40\text{—}70^0 \begin{cases} H_\alpha = 1{,}3441141 - 0{,}0007041\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00000481\left(\frac{t}{5}\right)^2, \\ H_\beta = 1{,}3508550 - 0{,}0007919\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00000190\left(\frac{t}{5}\right)^2, \\ H_\gamma = 1{,}3542444 - 0{,}0007683\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00000444\left(\frac{t}{5}\right)^2. \end{cases}$$

t^0	H_α	ΔH_α	H_β	ΔH_β	H_γ	ΔH_γ	$H_\gamma - H_\alpha$
10	1,34162	−1	1,34793	−2	1,35137	0	975
15	1,34117	+2	1,34745	+2	1,35090	1	973
20	1,34071	0	1,34697	+1	1,35039	0	968
25	1,34017	0	1,34643	+1	1,34983	0	966
30	1,33956	1	1,34578	+3	1,34925	0	969
35	1,33890	2	1,34516	−2	1,34857	+2	967
40	1,33821	−3	1,34441	0	1,34781	+7	960
40	1,33821	−4	1,34441	−1	1,34781	0	960
45	1,33739	0	1,34357	0*	1,34697	0	958
50	1,33652	+7	1,34273	+2	1,34613	−2	961
55	1,33582	−4	1,34192	−1	1,34525	+1	943
60	1,33495	+2	1,34109	−1	1,34439	0	944
65	1,33408	+7	1,34022	+2	1,34351	+1	943
70	1,33335	−4	1,33935	+4	1,34263	−1	928

$$10\text{—}40^0 \left\{ \begin{matrix} H_\alpha = 1{,}3423606 \\ H_\beta = 1{,}3486438 \\ H_\gamma = 1{,}3520435 \end{matrix} \right\} - 0{,}00006034\,t - 0{,}000001104\,t^2.$$

$$40\text{—}70^0 \left\{ \begin{matrix} H_\alpha = 1{,}3445272 \\ H_\beta = 1{,}3506686 \\ H_\gamma = 1{,}3540086 \end{matrix} \right\} - 0{,}00015095\,t - 0{,}000000149\,t^2.$$

KCl$_{(\mu=2)}$.

t^0	H_α	H_β	H_γ
9,6	1,35073	1,35727	1,36098
14,7	1,35019	1,35670	1,36038
20,4	1,34950	1,35608	1,35974?
25,9	1,34885	1,35539	1,35899
31,0	1,34829	1,35484	1,35838
34,0	1,34788	1,35436	1,35795
40,4	1,34699	1,35353	1,35714
45,4	1,34623	1,35273	1,35646
49,8	1,34556	1,35204	1,35565 (50,2)
55,5	1,34600	1,35109	1,35477 (55,4)
60,0	1,34390	1,35035	1,35386 (60,3)
65,0	1,34307	1,34942 (65,1)	1,35302 (65,1)
70,1	1,34210	1,34839	1,35206 (70,0)

$$10\text{—}40^{0}\begin{cases} H_\alpha = 1{,}3518203 - 0{,}0005481\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}0000045 \\ H_\beta = 1{,}3582602 - 0{,}0004993\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}0000099 \\ H_\gamma = 1{,}3619738 - 0{,}0005131\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}0000113 \end{cases}$$

$$40\text{—}70^{0}\begin{cases} H_\alpha = 1{,}3529694 - 0{,}0007036\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}0000043 \\ H_\beta = 1{,}3583442 - 0{,}0004459\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}0000188 \\ H_\gamma = 1{,}3614669 - 0{,}0003365\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}0000242 \end{cases}$$

t^0	H_α	ΔH_α	H_β	ΔH_β		ΔH_γ	H_γ
10	1,35069	+2	1,35722	0	1,36093	−3	1(
15	1,35015	−2	1,35667	0	1,36035	−2	1(
20	1,34955	0	1,35612	−2	1,35978	0	1(
25	1,34896	0	1,35550	+2	1,35912	−4	1(
30	1,34840	−3	1,35495	−4	1,35848	0	1(
35	1,34775	+1	1,35425	+3	1,35784	−2	1(
40	1,34705	+9	1,35358	+5	1,35719	−5	1(
40	1,34705	+1	1,35358	−1	1,35719	+4	1(
45	1,34629	0	1,35279	+2	1,35651	−3	1(
50	1,34553	−3	1,35200	0	1,35568	0	1(
55	1,34468	+3	1,35117	−1	1,35484	0	1(
60	1,34390	+1	1,35035	−6	1,35391	+3	1(
65	1,34307	+3	1,34943	−6	1,35304	0	1
70	1,34212	+15	1,34841	+1	1,35206	−5	1

$$10\text{—}40^{0}\left\{\begin{matrix} H_\alpha = 1{,}3517928 \\ H_\beta = 1{,}3583211 \\ H_\gamma = 1{,}3619496 \end{matrix}\right\} - 0{,}00010403\,t - 0{,}000000$$

$$40\text{—}70^{0}\left\{\begin{matrix} H_\alpha = 1{,}3520819 \\ H_\beta = 1{,}3585242 \\ H_\gamma = 1{,}3621671 \end{matrix}\right\} - 0{,}00009907\,t - 0{,}000000$$

KCl ($\mu = 3$).

t^0	H_α	H_β	H_γ
9,6	1,35924	1,36610	1,36990
14,8	1,35864	1,36543	1,36925
20,5	1,35787	1,36478	1,36858
25,9	1,35716	1,36405	1,36781

t^0	H_α	H_β	H_γ
31,0	1,35656	1,36340	—
34,0	1,35621	1,36303	1,36679
40,4	1,35525	1,36210?	1,36583
44,5	1,35475	1,36155	1,36538
45,3	1,35457	1,36143	—
49,0	1,35397	1,36079	1,36458
53,9	1,35324	1,35999 (53,8)	1,36378 (53,8)
56,7	1,35276	1,35948	1,36328
58,0	1,35249	1,35938 (57,9)	1,36308 (57,8)
60,4	1,35213	1,35884	1,36270 (60,2)
64,7	1,35150	1,35820 (64,5)	1,36200 (64,5)
71,4	1,35038	1,35704	1,36080

$$10\text{—}40^0\begin{cases} H_\alpha = 1{,}3604936 - 0{,}0006316\left(\frac{t}{5}\right) \\ H_\beta = 1{,}3672692 - 0{,}0006068\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00000329\left(\frac{t}{5}\right)^2, \\ H_\gamma = 1{,}3710506 - 0{,}0005816\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00000790\left(\frac{t}{5}\right)^2. \end{cases}$$

$$40\text{—}70^0\begin{cases} H_\alpha = 1{,}3616970 - 0{,}0007794\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00000092\left(\frac{t}{5}\right)^2, \\ H_\beta = 1{,}3680417 - 0{,}0006664\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00000708\left(\frac{t}{5}\right)^2, \\ H_\gamma = 1{,}3701633 - 0{,}0003689\left(\frac{t}{5}\right) - 0{,}00002055\left(\frac{t}{5}\right)^2. \end{cases}$$

t^0	H_α	ΔH_α	H_β	ΔH_β	H_γ	ΔH_γ	$H_\gamma - H_\alpha$
10	1,35919	+4	1,36605	−1	1,36985	+1	1066
15	1,35861	−1	1,36541	+1	1,36923	0	1061
20	1,35794	+3	1,36479	0	1,36863	−3	1069
25	1,35728	+6	1,36416	−1	1,36794	0	1066
30	1,35668	+2	1,36352	−1	1,36730	−2	1062
35	1,35606	+1	1,36289	−2	1,36664	−5	1058
40	1,35537	+7	1,36216	−4	1,36589	0	1052
40	1,35537	+3	1,36216	+9	1,36589	+1	1052
45	1,35464	−3	1,36148	−1	—	—	—
50	1,35380	+1	1,36063	+4	1,36442	0	1062
55	1,35302	−1	1,35978	−7	1,36357	+5	1055
60	1,35218	+3	1,35893	+9	1,36273	+5	1055
65	1,35145	−4	1,35812	+6	1,36191	−2	1046
70	1,36062	−1	1,35728	+4	1,36104	+5	1042

$$10—40^0 \begin{cases} H_\alpha = 1{,}3604068 \\ H_\beta = 1{,}3672817 \\ H_\gamma = 1{,}3710783 \end{cases} - 0{,}00012134\,t - 0{,}000000149\,t^2$$

$$40—70^0 \begin{cases} H_\alpha = 1{,}3608553 \\ H_\beta = 1{,}3676125 \\ H_\gamma = 1{,}3713753 \end{cases} - 0{,}00012098\,t - 0{,}000000381\,t^2$$

Trägt man die Temperaturen als Abscissen, die Brechungsexponenten als Ordinaten auf, so erscheinen alle Curven unterhalb 20° stärker gekrümmt, als oberhalb dieser Temperatur. Mit zunehmender Temperatur nimmt der Brechungsexponent ab, anfangs langsam, dann rascher und die Curven nähern sich der geraden Linie. Die Curven H_α sind etwas weniger gekrümmt, wie H_β und H_γ und die Dispersion nimmt mit der Temperatur langsam ab. Die Curven der concentrirten Lösungen sind etwas schwächer gekrümmt, wie diejenigen der verdünnten.

Allgemeine Gesichtspunkte.

Der Charakter sämtlicher Curven ist der gleiche. Die oben entwickelten Specialformeln lassen zwar kleine Verschiedenheiten derselben erkennen und den Brechungsexponenten jeder Lösung für jede Temperatur sehr genau berechnen, gestatten jedoch keinen allgemeinen Ueberblick. Um diesen zu erhalten muss man sich mit einer Genauigkeit von ± 2 der vierten Decimale begnügen. Es können dann Formeln abgeleitet werden, welche gleiche, mit t und t^2 verbundene Constanten besitzen und nicht nur für die Chlorkaliumlösungen, sondern auch für reines Wasser gelten. Ich gebe dieselben in nachfolgender Uebersicht.

		Wasser	$KCl_{(\mu = 0{,}5)}$	$KCl_{(\mu = 1)}$	$KCl_{(\mu =$
10—40°	$H_\alpha =$	1,3333066	1,3379343	1,3425880	1,351475
	$H_\beta =$	1,3388920	1,3440280	1,3488437	1,358009
	$H_\gamma =$	1,3422051	1,3473723	1,3522710	1,361638

$$\begin{matrix} KCl_{(\mu = 3)} \\ 1{,}3598437 \\ 1{,}3666794 \\ 1{,}3704651 \end{matrix} \Bigg\} - 0{,}00007685\,t - 0{,}000000853\,t^2$$

$$40\text{–}70^0 \begin{cases} & \text{Wasser} & \text{KCl}\,(\mu=1) & \text{KCl}\,(\mu=2) \\ H_\alpha = & 1{,}3338346 & 1{,}3431588 & 1{,}3520620 \\ H_\beta = & 1{,}3396083 & 1{,}3492974 & 1{,}3585031 \\ H_\gamma = & 1{,}3428174 & 1{,}3526401 & 1{,}3621511 \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} \text{KCl}\,(\mu=3) \\ 1{,}3604103 \\ 1{,}3671531 \\ 1{,}3709390 \end{matrix}\right\} - 0{,}00009868\,t - 0{,}000000631\,t^2$$

Man darf erwarten, dass diese allgemeinen Beziehungen auch für andere Lösungen bestehen und werde ich dahin zielende Versuche fortsetzen.

Abhängigkeit des Brechungsexponenten von der Concentration.

Verlangt man von den berechneten Werten keinen grösseren Grad der Genauigkeit als ± 2 der vierten Decimale, so können die Beziehungen des Brechungsexponenten zur Concentration (unter Concentration die Anzahl (μ) Grammmolecüle in 1 Liter der Lösung bei 15° verstanden) ebenfalls durch einfache Formeln für alle Temperaturgrade von 15—70° angegeben werden. In den nachfolgenden Formeln ist die von μ unabhängige Constante, der Brechungsexponent des Wassers für die entsprechende Temperatur und die entsprechende Wasserstofflinie.

$$15\text{–}70^0 \left\{\begin{matrix} n_{H_\alpha} = \text{Wasser}_{H_\alpha} + 0{,}0096895\,\mu - 0{,}00025820\,\mu^2 \\ n_{H_\beta} = \text{Wasser}_{H_\beta} + 0{,}0101226\,\mu - 0{,}00031855\,\mu^2 \\ n_{H_\gamma} = \text{Wasser}_{H_\gamma} + 0{,}0102895\,\mu - 0{,}00031761\,\mu^2 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \mu = 0 \\ \text{bis} \\ \mu = 3. \end{matrix}$$

Von 15° abwärts erfahren die Curven, welche die Abhängigkeit des Brechungsexponenten von der Temperatur darstellen, eine starke Krümmung, sodass dieses Gebiet einer speciellen Untersuchung bedarf. Vorstehende Formeln passen daher auch nicht gut für solche Temperaturen und geben beispielsweise für $\mu = 2$ um fünf bis sechs Einheiten und für $\mu = 3$ um sechs bis acht Einheiten der vierten Decimale zu niedrige Werte.

Molecularrefraction.

Ausdrücke von der Form

$$\frac{n-1}{d}, \quad \frac{n^2-1}{d}, \quad \frac{n^2-1}{(n^2+1)\,d}, \quad \frac{n^2-1}{(n^2+2)\,d},$$

in welchen n den Brechungsexponenten und d die Dichte einfachen oder zusammengesetzten Körpers bedeuten, h wie bekannt, additive Eigenschaften. Das Product d Brechungsconstanten mit dem Moleculargewicht (Atomgew des betreffenden Körpers wird Molecularrefraction (A refraction) genannt. Eine Anwendung der Constanten unsere Lösungen wird gestatten: die Molecularrefraction Chlorkaliums, den Brechungsexponenten desselben und, s möglich, die Atomrefraction, sowie den Brechungsexpon des metallischen Kaliums zu berechnen.

Bezeichnet q das Gewicht des Lösungsmittels (Wa in Grammen, m das Moleculargewicht des gelösten Kö (KCl = 74,58), μ die Anzahl der Grammmolecüle, welch der Volumeneinheit der Lösung (1 Liter bei 15° C.) enth sind, Q das Gewicht dieser Volumeneinheit in Grammen bedeuten r, ϱ, R die oben bezeichneten Brechungsconst der Lösung, des Lösungsmittels und des gelösten Körper findet die Gleichung statt

$$(q + \mu \,.\, m)\, r = q \,.\, \varrho + \mu \,.\, m \,.\, R,$$

woraus die Molecularrefraction des festen Körpers

$$m\,R = \frac{Q\,r - q \,.\, \varrho}{\mu}$$

berechnet wird.

Die Resultate dieser Berechnungen sind in nachfolge Tabellen enthalten.

Tabelle 1.

(Auf H_α und 15° C. bezogen.)

μ	$\frac{m\,(N-1)}{D}$	$\frac{m\,(N^2-1)}{D}$	$\frac{m\,(N^2-1)}{(N^2+1)\,D}$
0,5	18,28	45,90	13,88
1	19,39	48,51	14,84
2	19,19	48,00	14,74
3	19,11	47,79	14,63

Tabelle 2.

$\left(\frac{m(N^2-1)}{(N^2+2)D}\right.$ für H_α, H_β, H_γ bei 15° C.$\left.\right)$.

μ	H_α	H_β	H_γ
0,5	10,72	10,94	11,30
1	11,42	11,66	11,83
2	11,30	11,53	11,76
3	11,25	11,49	11,64

Tabelle 3.

$\left(\frac{m(N^2-1)}{(N^2+2)D}\right.$ für H_α bei 25° C.$\left.\right)$.

μ	H_α
1	11,47
2	11,39
3	11,29

Tabelle 1 und 2 deuten an, dass die Molecularrefraction des gelösten Körpers mit der Concentration zunächst etwas zu-, dann aber wieder langsam abnimmt. Aus Tab. 3 können wir entnehmen, dass die Molecularrefraction von der Temperatur wenig beeinflusst wird.

Berechnet man aus Tab. 2 die Brechungsexponenten des festen Chlorkaliums, specifisches Gewicht 1,977, so resultirt für H_α und 15° C.

μ =	0,5	1	2	3
N =	1,4802	1,5175	1,5109	1,5082

Einfache Beziehungen dieser Werte zur Contraction des Salzes beim Lösen bestehen nicht. Insbesondere nimmt die auf die Volumeneinheit des gelösten Salzes bezogene Contraction mit der Concentration fortwährend ab, während die Brechungsexponenten innerhalb der untersuchten Concentrationsgrenze ein Maximum aufweisen. Auch auf die von Pulfrich[1]) aufgestellten Beziehungen der Dichten und Brechungsexponenten von Lösungen und Lösungsgemischen lassen sich obige Werte nicht anwenden.

1) C. Pulfrich, Handbuch der Physik von Winkelmann 2. p. 340. 1894.

Atomrefraction.

A. Haagen[1]) fand für die Atomrefraction des Chlors

$$\frac{35{,}5\,(n-1)}{d} = 9{,}79$$

bei H_α. In Verbindung mit den entsprechenden Werten der Tab. 1 berechnete sich die Atomrefraction des metallischen Kaliums (specifisches Gewicht gleich 0,87), sowie der Brechungsexponent desselben:

$\mu =$	0,5	1	2	3	
Atomrefraction des Kaliums	8,49	9,60	9,40	9,32	für H_α.
Brechungsexponent des Kaliums	1,1890	1,2137	1,2093	1,2075	

Für die Natriumlinie hat Brühl[2]) die Atomrefraction des Chlors

$$\frac{35{,}5\,(n^2-1)}{(n^2+2)\,d} = 5{,}78$$

gefunden. Meine früheren Untersuchungen[3]) gestatten den Brechungsexponenten der Chlorkaliumlösungen für diese Linie zu berechnen:

$\mu =$	0	1	2	3	
Brechungsexp. der Lös.	1,33322	1,34310	1,35210	1,36058	für die Natriumlinie
Molecularrefr. des KCl	—	11,56	11,40	11,33	
Brechungsexp. des KCl	—	1,5249	1,5164	1,5126	
Atomrefr. des K	—	5,78	5,62	5,55	
Brechungsexp. des K	—	1,2013	1,1954	1,1929	

Nach den Angaben der Tab. 2 hätte man den Brechungsexponenten des metallischen Kaliums für die Natriumlinie etwas grösser finden sollen, wie für die H_α-Linie.

Vorstehende Betrachtungen wollen nur als eine vorläufige Excursion in das Gebiet der Molecular- und Atomrefraction angesehen werden.

---

1) A. Haagen, Jahresber. f. Chem. p. 100. 1867; Pogg. Ann. 131. p. 127. 1867; A. Naumann, Handbuch der allg. u. physik. Chem. p. 786. 1877.

2) J. H. van't Hoff, Vorlesungen über theoret. und physik. Chem. 3. Heft. p. 73. 1900.

3) C. Bender, Wied. Ann. 39. p. 89. 1890.

(Eingegangen 17. April 1900.)

15. *Werte der erdmagnetischen Elemente zu Potsdam für das Jahr 1899; von M. Eschenhagen.*

(Mitgeteilt vom Magnetischen Observatorium des Königl. Preuss. Meteorologischen Institutes.)

Wie in früheren Jahren, so sind auch für das Jahr 1899 die Mittelwerte des Jahres aus den stündlichen Werten aller Tage der photographisch registrirten magnetischen Elemente, Declination, Horizontalintensität und Verticalintensität abgeleitet worden:

Element:	Werte für 1899:	Aenderungen gegen 1898:
Declination:	10° 0,7′ West	− 4,3′
Horizontalintensität:	0,18818 C.G.S.	+ 0,00024 C.G.S.
Verticalintensität:	0,43392 C.G.S.	− 0,00016 C.G.S.
Inclination:	66° 33,3′ Nord	− 2,0′
Totalintensität:	0,47297 C.G.S.	− 0,00005 C.G.S.

Die zu den Messungen dienenden Instrumente haben keine Aenderung erfahren. Die angegebenen Zahlen besitzen mit Ausnahme der für Inclination und die daraus abgeleiteten Elemente angegebenen eine befriedigende Sicherheit; durch Anwendung eines neuen Erdinductors wird es hoffentlich in Zukunft gelingen, auch den Inclinationswerten grössere Sicherheit zu verschaffen.

Magnetische Störungen von längerer Dauer und erheblichem Betrage (Charakter 4 oder 5 der Scala, in welcher 0 ganz ruhige Curven, 5 stärkste Störungen bedeuten) fanden statt an folgenden Tagen:

18., 28. u. 29. Januar, 12., 23. u. 28. Februar,
10., 11., 21., 22. u. 23. März, 18. u. 19. April, 4. u. 5. Mai,
28., 29. u. 30. Juni, 23. October.

Die Zahl der Stunden, an welchen überhaupt Störungen einschliesslich der von kürzerer Dauer auftraten (Charakter 3–5 der obigen Scala), betrugen in Declination 746, in Horizontalintensität 1471, in Verticalintensität 440. Diese

Zahlen zeigen, dass die Zunahme der Störungen gegen das Vorjahr fortdauert.

Die magnetische Landesaufnahme erstreckte sich im Sommer 1899 auf 37 Stationen, die zumeist in Ost- und Westpreussen gelegen sind. Dabei wurden in dem Schlosse zu Marienburg einige Zeit hindurch photographisch registrirende Variationsinstrumente aufgestellt, wie sie bereits beschrieben worden sind.[1])

Ueber die im Vorjahre erwähnten Untersuchungen zur Feststellung des Einflusses der vagabundirenden Ströme elektrischer Bahnen ist eine Arbeit durch Hrn. Edler fertig gestellt.[2])

Das Ergebnis, welches auf eine gewisse Gesetzmässigkeit in der Ausbreitung dieser Ströme schliessen lässt, dürfte keinen Anlass bieten, den für magnetische Observatorien geforderten Schutzkreis einzuschränken.

1) Vgl. M. Eschenhagen, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. 1. p. 147 ff. 1899.

2) J. Edler, Elektrotechn. Zeitschr. 21. p. 193 ff. 1900.

(Eingegangen 12. April 1900.)

16. *Bemerkungen zu einem Versuche des Hrn. Mathias Cantor; von E. Pringsheim.*

Ueber die Absorption des Lichtes in elektrisch leuchtenden ısen hat Hr. Cantor[1]) jüngst einen Versuch mitgeteilt, welcher ı zu dem Ergebnisse führt, dass durch elektrische Entlungen zum Leuchten gebrachte Gase trotz ihrer bedeuten- n Emission das Licht nicht merklich zu absorbiren vermögen.

Versuche mit negativem Resultat können niemals beweisen, ss eine Erscheinung nicht existirt, sondern nur, dass sie ıen gewissen, der Beobachtung zugänglichen Minimalwert nicht reicht. Wie gross dieser Grenzwert ist, unter welchem nach n Versuchen des Hrn. Cantor die Absorption der elektrisch ıchtenden Gase liegen muss, ist aus den von ihm angegebenen ıten nicht ersichtlich. Aber schon eine oberflächliche Schätzung igt, dass ein positives Ergebnis seiner Versuche von vornrein kaum zu erwarten war.

Erstens ist zu berücksichtigen, dass die Entladung eine ermittirende ist, dass also das Gas nur einen Bruchteil der obachtungszeit in demjenigen Zustande sich befindet, in lchem es leuchtet und in dem also nach dem Kirchhoff'- ıen Gesetze eine Absorption zu erwarten wäre. Den übrigen il der Zeit muss das Licht der Bogenlampe, auch wenn das rchhoff'sche Gesetz für das leuchtende Gas gelten würde, absorbirt hindurchgehen.

Zweitens sind die Spectrallinien des Geissler'schen hres sehr homogen, eine Absorption nach dem Kirchhoff'- ıen Gesetz ist daher nur für einen sehr engen Spectral- ırk zu erwarten. Um sie nachweisen zu können, müsste ın ein Spectrum von so grosser Dispersion und einen so gen Spalt benutzen, dass an derjenigen Stelle, an welcher ı untersuchte Spectrallinie liegt, auch im continuirlichen ectrum der Bogenlampe nur Licht von der dieser Linie zu-

1) M. Cantor, Ann. d. Phys. 1. p. 462. 1900.

gehörigen Wellenlänge vorhanden ist, kein Licht von bena barten Wellenlängen. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, kann nur ein kleiner Teil des im Spectrum der Bogenlar an der Stelle der betreffenden Spectrallinie erscheinen Lichtes überhaupt der Absorption unterliegen. Dass di Bedingung bei Hrn. Cantor nicht erfüllt war, zeigt seine merkung, dass die Grösse E/J (E bedeutet die Emission Gases, J die der Bogenlampe) sehr klein gegen 1 war.

Aus diesen Gründen scheinen mir die Versuche des H Cantor nicht beweiskräftig zu sein. Wenn die von ihm handelte Frage mit geeigneten Mitteln untersucht würde, würde sich höchst wahrscheinlich ergeben, dass die elektri leuchtenden Gase für diejenigen Wellenlängen, welche sie a senden, ein merkliches Absorptionsvermögen besitzen, w auch ein erheblich kleineres, als sich aus dem Kirchho schen Gesetze ergeben würde, wenn man als die Tempera des leuchtenden Gases diejenige der Geissler'schen Rö betrachtet.

Uebrigens haben schon Liveing und Dewar[1]) die U kehrung der Wasserstofflinien C und F in einer Geissler'sc Röhre bei grosser Verdünnung und die Umkehrung der Lini beim Uebergang eines Inductionsfunkens durch Wasserstoff 2 bis 3 Atm. Druck beobachtet.

Berlin, März 1900.

1) G. D. Liveing und J. Dewar, Chem. News **47**. p. 122. 18 Beibl. **7**. p. 371. 1883.

(Eingegangen 27. März 1900.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

1900. № 6.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 2.

1. *Elektrische Wellen an zwei parallelen Drähten; von Gustav Mie.*

Eine exacte Theorie der elektrischen Drahtwellen ist bisher nur für den Fall geliefert, dass die Axe des Drahtes eine Symmetrieaxe ist, und zwar von J. J. Thomson[1]) und A. Sommerfeld.[2]) Da der elektrische Strom stets geschlossen ist, muss eine Hin- und eine Rückleitung vorhanden sein. Thomson nimmt als Rückleiter einen Hohlcylinder an, der mit dem Draht coaxial ist, eine Anordnung, die man als concentrisches Kabel bezeichnet. Es zeigt sich aber, dass dieser leitende Hohlcylinder im allgemeinen nicht die ganze Rückleitung darstellt. Es kann vielmehr ein Teil der elektrischen Kraftlinien von einem Punkt der Drahtoberfläche zu einem anderen gehen ohne den äusseren Leiter zu schneiden und somit in dem Isolator ein zum Draht paralleler Verschiebungsstrom entstehen, der einen Teil der Rückleitung besorgt. Dieser allgemeine Fall führt zu einer transcendenten Gleichung für Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Dämpfungscoefficient, welche sich sehr schwer lösen und jedenfalls nicht gut discutiren lässt. Thomson hat sich deswegen auf den Fall beschränkt, wo der Radius des äusseren Leiters im Verhältnis zur Wellenlänge so klein ist, dass die Verschiebungsströme im Isolator parallel zum Draht gleich Null gesetzt werden dürfen, sodass der Hohlcylinder die einzige Rückleitung darstellt. Im Gegensatz hierzu hat Sommerfeld den schwierigeren Fall discutirt, wo alle Leiter soweit von dem Draht entfernt sind, dass die Rückleitung ganz im Isolator erfolgt.

1) J. J. Thomson, Recent Researches in Electricity and Magnetism p. 262 ff. 1893.

2) A. Sommerfeld, Wied. Ann. 67. p. 233 ff. 1899.

Diese Untersuchungen habe ich nun in der folgenden Arbeit dadurch ergänzt, dass ich für eine aus zwei parallelen, gleichen Drähten bestehende Leitung erstens den Fall genau durchgerechnet habe, wo die Verschiebungsströme im Isolator parallel zur Leitung unmerklich sind, und zweitens die Zwischenfälle (Verschiebungsstrom und metallische Rückleitung) für die experimentell möglichen Anordnungen durchdiscutirt habe.

Es scheint mir dies von besonderem Wert zu sein, da man bei sehr raschen Schwingungen immer die Lecher'sche Anordnung mit zwei parallelen Drähten wählt. Es könnte daher die im Folgenden gebrachte allgemeine Theorie zu genaueren Methoden für die Ermittelung der specifischen Leitfähigkeit der Metalle bei hochfrequenten Wechselströmen führen, was die neueren Anschauungen über die Elektricitätsleitung in Metallen[1]) im höchsten Grade wünschenswert machen.

Sehr langsame Schwingungen.

1. Für sehr langsame Schwingungen lässt sich bekanntlich Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Dämpfung in höchst einfacher Weise berechnen aus:

1. dem Widerstand der Leitung pro Längeneinheit $\mathfrak{W}$,
2. der Selbstinduction „ „ „ „ $\mathfrak{L}$,
3. der Capacität „ „ „ „ $\mathfrak{C}$,
4. dem Isolationswiderstand pro Längeneinheit, dessen reciproken Wert wir bezeichnen wollen als die Ableitung $\mathfrak{A}$.

Ist nämlich $\mathfrak{J}$ die Stromstärke und $\mathfrak{P}$ das Linienintegral der elektrischen Kraft zwischen den beiden Leitern (Spannung), ferner t die Zeit und z der Abstand eines beliebigen Punktes der Leitung von einem als Coordinatenanfang gewählten Punkt der Leitung, so müssen die beiden Gleichungen[2]) bestehen:

$$(1)\qquad \begin{cases} -\frac{d\mathfrak{J}}{dz} = \mathfrak{C}\cdot\frac{d\mathfrak{P}}{dt} + \mathfrak{A}\cdot\mathfrak{P}, \\ -\frac{d\mathfrak{P}}{dz} = \mathfrak{L}\cdot\frac{d\mathfrak{J}}{dt} + \mathfrak{W}\cdot\mathfrak{J}. \end{cases}$$

Alle Grössen sind hier vorausgesetzt als gemessen im elektromagnetischen C.G.S.-System. Die beiden Gleichungen (1),

1) E. Riecke, Wied. Ann. **66**. p. 353. 1898; P. Drude, Physikal. Zeitschr. **1**. p. 161. 1899.

2) V. Wietlisbach, Handbuch der Telephonie p. 317. 1899.

welche aussagen, dass erstens der elektrische Strom in geschlossenen Curven verläuft und zweitens das Linienintegral der elektrischen Kraft um eine geschlossene Curve gleich der zeitlichen Aenderung des von der Curve umschlossenen magnetischen Kraftflusses ist, sind nichts anderes als die Maxwell'schen Gleichungen in einer dem speciellen Problem angepassten, sehr vereinfachten Form.

Macht man nun den Ansatz:

$$\mathfrak{F} = C_1 \cdot e^{2\pi i n t - \left(\frac{2\pi}{l} - \varkappa i\right) i \cdot z},$$

$$\mathfrak{P} = C_2 \cdot e^{2\pi i n t - \left(\frac{2\pi}{l} - \varkappa i\right) \cdot i \cdot z},$$

wo n die Schwingungszahl, l die Wellenlänge, $\varkappa$ den Dämpfungscoefficienten bedeuten, so liefert die Gleichung (1):

$$\left(\frac{2\pi}{l} - \varkappa i\right)^2 = -(\mathfrak{W} + 2\pi i n \mathfrak{L}) \cdot (\mathfrak{A} + 2\pi i n \mathfrak{C}). \tag{2}$$

Indem man die reellen und die imaginären Teile der beiden Seiten von (2) für sich einander gleich setzt, erhält man $\varkappa$ und l.

Allerdings muss man bei diesem Verfahren die Berechnung der Grössen $\mathfrak{W}$, $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{C}$ als bekannt ansehen, während die vollständigen Maxwell'schen Gleichungen zu Formeln für sie führen.

Bezeichnen wir den Radius der beiden Drähte mit a, den Abstand der Drahtaxen mit $2a$, das Leitvermögen des Drahtes mit λ_i, das des Isolators mit λ_a, die Dielektricitätsconstante des Isolators mit ε, nehmen wir ferner an, dass die Permeabilität im Draht und im Isolator gleich, und zwar μ ist, so gelten die Formeln:

$$\left\{\begin{aligned} \mathfrak{W} &= \frac{2}{\pi \cdot a^2 \cdot \lambda_i}, \\ \mathfrak{L} &= 4\mu \cdot \ln \frac{2a}{a} + \mu^{1}), \\ \mathfrak{A} &= \frac{\pi \cdot \lambda_a}{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - a^2}}{a}}, \\ \mathfrak{C} &= \frac{1}{9 \cdot 10^{20}} \cdot \frac{\varepsilon}{4 \cdot \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - a^2}}{a}}. \end{aligned}\right. \tag{3}$$

1) J. C. Maxwell, Lehrbuch p. 391. Deutsche Uebersetzung. 1882. Die Formeln (2_1) und (2_2) gelten nicht, wie man aus Maxwell's Worten

Diese Werte sind nur dann zu gebrauchen, wenn die Schwingungen so langsam erfolgen, und die Drahtdicke so gering ist, dass man den Draht als ganz gleichmässig vom Strom erfüllt betrachten darf.

Wir werden sehen, dass, solange der Verschiebungsstrom im Isolator parallel zu den Drähten unmerklich ist, die Formel (2) bestehen bleibt, dass ferner die Werte der Ableitung $\mathfrak{A}$ *und der Capacität* $\mathfrak{C}$ *durch Formel (3) dargestellt bleiben, dass dagegen zu* $\mathfrak{W}$ *und* $\mathfrak{L}$ *bei schnelleren Schwingungen Zusatzglieder hinzuzufügen sind, die von n abhängen, hauptsächlich wegen der Verringerung des leitenden Querschnittes, bei hohen Zahlen n aber auch wegen einer anderen Anordnung der magnetischen Kraftlinien ausserhalb der Leiter.*

Wirkt dagegen der Verschiebungsstrom wesentlich mit bei der Rückleitung, so wird dadurch nicht nur $\mathfrak{L}$, *sondern auch* $\mathfrak{A}$ *und* $\mathfrak{C}$ *beeinflusst, und ausserdem ist in der Formel (2), die im übrigen auch jetzt noch bestehen bleibt, die imaginäre Einheit i durch eine sehr benachbarte complexe Einheit zu ersetzen.*

Für den Fall der axialen Symmetrie sind wenigstens den im ersten Absatz ausgesprochenen analoge Resultate bekannt. Doch ist deswegen ihre Gültigkeit für zwei parallele Drähte noch keineswegs selbstverständlich. Denn wie wir sehen werden, muss in diesem Falle der elektrische Strom ausser der zur Axe parallelen und der radialen Componente auch noch eine die Axe umkreisende Componente besitzen, und eine entsprechende Componente muss natürlich im elektrischen Felde vorhanden sein. Die Form der die beiden Drähte verbindenden elektrischen Kraftlinien muss also von der elektrostatischen Anordnung abweichen und man sollte daraus schliessen, dass Capacität und Ableitung sich ändern. Wir werden aber sehen, dass, wenn der parallele Verschiebungsstrom unendlich klein ist, auch diese tangentiale Componente der elektrischen Kraft verschwindend klein sein muss, woraus sich dann leicht unser Resultat erklärt.

---

schliessen könnte, für beliebiges Material. Sie sind nur dann genau, wenn $\mu_0 = \mu = \mu'$, weil bei ihrer Ableitung auf die Brechung der magnetischen Kraftlinien keine Rücksicht genommen ist. In welcher Weise hierdurch die Selbstinduction geändert wird, zeigt die in Nr. 13 dieser Abhandlung für Eisendrähte hergeleitete Formel (57).

Die Maxwell'schen Gleichungen in Bipolarcoordinaten.

2. Wir denken uns zunächst ein rechtwinkliges, rechtsdrehendes Coordinatensystem durch die Leitung gelegt, dessen z-Axe die Mittellinie zwischen den beiden Drahtaxen ist und dessen y-Axe zwei Punkte der beiden Drahtaxen verbindet.

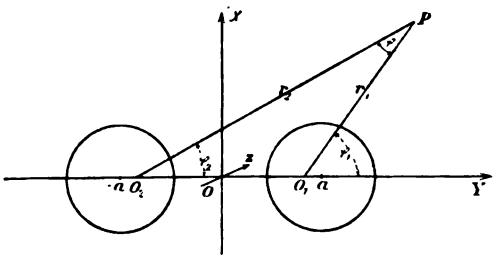


Fig. 1.

Sei, wie oben, a der halbe Abstand der Drahtaxen, α der Radius des Drahtquerschnittes, ferner $\sqrt{a^2 - \alpha^2} = b$. Wir tragen zunächst von O aus b auf beiden Seiten der y-Axe ab, die Endpunkte der Strecken seien O_1 und O_2. Wir verbinden nun den beliebigen Punkt P mit O_1 und O_2 und nennen die beiden Verbindungslinien r_1 und r_2, die Winkel PO_1y und PO_2y φ_1 und φ_2. Es ist dann:

$$(4)\qquad \begin{cases} r_1 = \sqrt{x^2 + (y-b)^2}, & r_2 = \sqrt{x^2 + (y+b)^2}, \\ \varphi_1 = \operatorname{arctg}\dfrac{x}{y-b}, & \varphi_2 = \operatorname{arctg}\dfrac{x}{y+b}. \end{cases}$$

Wir werden im Folgenden als Coordinaten von P die drei Grössen:

$$(5)\qquad \varrho = \ln\frac{r_2}{r_1}, \quad \varphi = \varphi_1 - \varphi_2, \quad z,$$

verwenden. Die Curvenscharen $\varrho = \text{const.}$, $\varphi = \text{const.}$ auf einer Ebene $z = \text{const.}$ bilden zwei Systeme sich rechtwinklig schneidender Kreise, und zwar gehören die Drahtquerschnitte selbst zur ersten Schar. Auf der einen Drahtoberfläche ist nämlich:

$$(6)\qquad \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{a-b}{a+b}} = \frac{\alpha}{a+b} = \frac{a-b}{\alpha},$$

analog auf der anderen. Die Gleichungen der beiden I
oberflächen sind also:

$$\varrho_1 = \ln \frac{a+b}{\alpha}, \quad \varrho_2 = -\ln \frac{a+b}{\alpha}.$$

Die cartesischen Coordinaten von P sind ausgedrü
ϱ und φ:

$$x = \frac{b \cdot \sin\varphi}{ch\varrho - \cos\varphi}, \quad y = \frac{b \cdot sh\varrho}{ch\varrho - \cos\varphi}, \tag{7}$$

$$ch\varrho = \tfrac{1}{2}(e^{+\varrho} + e^{-\varrho}) = \frac{r_1^2 + r_2^2}{2 r_1 r_2},$$

$$sh\varrho = \tfrac{1}{2}(e^{+\varrho} - e^{-\varrho}) + \frac{r_2^2 - r_1^2}{2 r_1 r_2}.$$

Setzen wir die oft vorkommende Grösse:

$$\frac{r_1 \cdot r_2}{2b} = \frac{b}{ch\varrho - \cos\varphi} = h, \tag{8}$$

so bemerken wir zunächst, dass auf den Drahtoberfläche

$$h_1 = h_2 = \frac{a \cdot b}{a - \alpha \cdot \cos\varphi}. \tag{9}$$

Mit Hülfe dieser Grösse h ist es leicht, die drei L
elemente ds_1, ds_2, ds_3 zu berechnen, die man von
Punkt P ausgehend beschreibt, wenn man nur je ein
ordinate variirt, es ist nämlich:

$$ds_1 = h \cdot d\varrho, \quad ds_2 = h \cdot d\varphi, \quad ds_3 = dz. \tag{10}$$

Die Formeln (10) führen ohne Schwierigkeit zu den
well'schen Gleichungen in den Bipolarcoordinaten. Es
die Componenten der elektrischen Feldintensität in der Ric
ds_1, ds_2, ds_3 R, Φ, Z, und die entsprechenden Compon
der magnetischen Feldintensität P, Ψ, N, dann sind die b
Gleichungssysteme:

$$\begin{cases} A^2 \cdot \varepsilon \cdot \dfrac{dR}{dt} + 4\pi\lambda \cdot R = \dfrac{1}{h} \cdot \dfrac{\partial N}{\partial \varphi} - \dfrac{d\Psi}{\partial z}, \\ A^2 \cdot \varepsilon \cdot \dfrac{d\Phi}{dt} + 4\pi\lambda \cdot \Phi = \dfrac{\partial P}{\partial z} - \dfrac{1}{h} \cdot \dfrac{\partial N}{\partial \varrho}, \\ A^2 \cdot \varepsilon \cdot \dfrac{dZ}{\partial t} + 4\pi\lambda \cdot Z = \dfrac{1}{h^2} \cdot \left(\dfrac{\partial h \cdot \Psi}{\partial \varrho} - \dfrac{\partial h \cdot P}{\partial \varphi} \right). \end{cases} \tag{11a}$$

$$\begin{cases} \mu \cdot \dfrac{dP}{dt} = -\dfrac{1}{h} \cdot \dfrac{\partial Z}{\partial \varphi} + \dfrac{\partial \Phi}{\partial z}, \\ \mu \cdot \dfrac{d\Psi}{dt} = -\dfrac{\partial R}{\partial z} + \dfrac{1}{h} \cdot \dfrac{\partial Z}{\partial z}, \\ \mu \cdot \dfrac{dN}{dt} = -\dfrac{1}{h^2} \cdot \left(\dfrac{\partial h \cdot \Phi}{\partial \varrho} - \dfrac{\partial h \cdot R}{\partial \varphi} \right). \end{cases} \tag{11b}$$

Alle Grössen sind vorausgesetzt als gemessen im elektromagnetischen C.G.S.-System. A bedeutet die bekannte Constante $1/3 \cdot 10^{10}$, ε die Dielektricität, μ die Permeabilität, λ das Leitvermögen.

Unser Problem ist nun: die Gleichungen (11) so zu integriren, dass an den Grenzflächen:

$$\varrho = \pm \ln \frac{a+b}{a}$$

die ihnen parallelen Componenten der elektrischen und magnetischen Feldintensität keinen Sprung erleiden. Bezeichnen wir die innere und die äussere Seite der Grenzfläche durch die Indices i und a, so sind die Grenzbedingungen:

$$(12) \qquad \Phi_i = \Phi_a, \quad Z_i = Z_a, \quad \Psi_i = \Psi_a, \quad N_i = N_a.$$

Reduction auf zwei Unbekannte.

3. Wir machen nun den Ansatz:

$$(13) \qquad \begin{cases} R = R_0(\varrho, \varphi) \cdot e^{2\pi i n t - i \cdot c \cdot z}, \\ \Phi = \Phi_0(\varrho, \varphi) \cdot e^{2\pi i n t - i \cdot c \cdot z} \text{ etc.}, \end{cases}$$

wo der Kürze wegen gesetzt ist:

$$(14) \qquad \frac{2\pi}{l} - \varkappa \cdot i = c.$$

Wenn man nun die erste der Gleichungen (11a) nach t differentiirt und mit $h \cdot \mu$ multiplicirt und darauf mit Hülfe der zweiten Gleichung (11b) die Grösse Ψ eliminirt, so ergiebt sich mit Rücksicht auf (13):

$$(-A^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu \cdot 4\pi^2 n^2 + 8\pi^2 i n \lambda \mu + c^2) h \cdot R_0 = 2\pi i n \mu \cdot \frac{\partial N_0}{\partial \varphi} + i \cdot c \cdot \frac{\partial Z_0}{\partial \varrho}.$$

Das heisst: wenn N_0 und Z_0 gefunden ist, so hat man damit auch schon R_0. Dasselbe lässt sich für Φ_0, P_0, Ψ_0 zeigen.

Wir wollen nun die folgenden Abkürzungen einführen:

$$(15) \qquad A^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu \cdot 4\pi^2 n^2 - 8\pi^2 i \cdot n \cdot \lambda \mu = k^2.$$

$$(16) \qquad Z_0 = f(\varrho, \varphi), \qquad N_0 = g(\varrho, \varphi).$$

Dann ist:

$$(17)\quad \begin{cases} h\,.\,R_0 = -\frac{1}{k^2-c^2}\cdot\left(i\cdot c\cdot\frac{\partial f}{\partial \varrho}+2\pi i n\mu\cdot\frac{\partial g}{\partial \varphi}\right), \\ h\,.\,\Phi_0 = -\frac{1}{k^2-c^2}\cdot\left(i\cdot c\cdot\frac{\partial f}{\partial \varphi}-2\pi i n\mu\cdot\frac{\partial g}{\partial \varrho}\right), \\ h\,.\,P_0 = -\frac{1}{k^2-c^2}\cdot\left(i\cdot c\cdot\frac{\partial g}{\partial \varrho}+\frac{k^2}{2\pi i n\mu}\cdot\frac{\partial f}{\partial \varphi}\right), \\ h\,.\,\Psi_0 = -\frac{1}{k^2-c^2}\cdot\left(i\cdot c\cdot\frac{\partial g}{\partial \varphi}-\frac{k^2}{2\pi i n\mu}\cdot\frac{\partial f}{\partial \varrho}\right). \end{cases}$$

Die beiden Unbekannten f und g müssen die Differentialgleichung $\nabla^2 u + k^2 . u = 0$ befriedigen und die vier Grenzbedingungen (12) erfüllen. Führt man in die Operation

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

die Bipolarcoordinaten ein, so können wir das Problem nun mehr kurz so formuliren:

Es sind zwei Integrale f und g der Differentialgleichung

$$(18)\quad \nabla^2 u + k^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial \varrho^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}+(k^2-c^2).h^2.u = 0$$

zu suchen, welche auf den Curven

$$\varrho = \pm ln\frac{a+b}{a}$$

die Grenzbedingungen erfüllen:

$$(19)\quad \begin{cases} f_i = f_a, \\ g_i = g_a, \\ \frac{1}{k_i^2-c^2}\cdot\left(c\cdot\frac{\partial f_i}{\partial \varphi}-2\pi n\mu_i\cdot\frac{\partial g_i}{\partial \varrho}\right) = \frac{1}{k_a^2-c^2}\cdot\left(c\cdot\frac{\partial f_a}{\partial \varphi}-2\pi n\mu_a\cdot\right. \\ \frac{1}{k_i^2-c^2}\cdot\left(c\cdot\frac{\partial g_i}{\partial \varphi}+\frac{k_i^2}{2\pi n\mu_i}\cdot\frac{\partial f_i}{\partial \varrho}\right) = \frac{1}{k_a^2-c^2}\cdot\left(c\cdot\frac{\partial g_a}{\partial \varphi}+\frac{k_a^2}{2\pi n\mu_a}\cdot\right. \end{cases}$$

Einführung der Beschränkung.

4. Da die y-z-Ebene für das elektrische Feld eine Symmetrieebene ist, so muss f eine gerade, g eine ungerade Function von φ sein. Wir können also den Ansatz machen:

$$(20)\quad \begin{cases} f(\varrho,\varphi) = f_0(\varrho)+f_1(\varrho).\cos\varphi+f_2(\varrho).\cos 2\varphi+\ldots \\ g(\varrho,\varphi) = \quad g_1(\varrho).\sin\varphi+g_2(\varrho).\sin 2\varphi+\ldots \end{cases}$$

Da ferner beide Drähte gleich dick und gleich beschaffen sein sollen, so müssen im Aussenraum die $f_0, f_1, \ldots$ ungerade, die $g_1, \ldots$ gerade Functionen von ϱ sein.

Ausserdem ist den Reihen f und g noch vorzuschreiben: a) für den Aussenraum, dass sie im Unendlichen verschwinden, und zwar in einer solchen Weise, dass der Energiestrom im Unendlichen Null ist[1]); b) für das Drahtinnere, dass sie überall endlich bleiben.

Es seien nun r_1, r_2, φ_1, φ_2 die in Formel (4) definirten Grössen, ferner sei r' der Abstand eines beliebigen Punktes von der einen Drahtaxe, χ der Winkel zwischen r' und der y-Axe, endlich sei

$$\sqrt{k_a^2 - c^2}\,.\,r_1 = x_1, \quad \sqrt{k_a^2 - c^2}\,.\,r_2 = x_2, \quad \sqrt{k_i^2 - c^2}\,.\,r' = x',$$

dann werden die Entwickelungen:

$$(21)\quad \begin{cases} f_a = A_0 \cdot (K_0(x_1) - K_0(x_2)) \\ \quad + A_1 \cdot (K_1(x_1) \cdot \cos\varphi_1 + K_1(x_2) \cdot \cos\varphi_2) \\ \quad + A_2 (K_2(x_1) \cos 2\varphi_1 - K_2(x_2) \cos 2\varphi_2) + \ldots, \\ g_a = B_1 \cdot (K_1(x_1) \cdot \sin\varphi_1 + K_1(x_2) \cdot \sin\varphi_2) \\ \quad + B_2 (K_2(x_1) \sin 2\varphi_1 - K_2(x) \cdot \sin 2\varphi_2) + \ldots, \\ f_i = C_0 \cdot J_0(x') + C_1 \cdot J_1(x') \cdot \cos\chi + C_2 \cdot J_2(x') \cdot \cos 2\chi \\ \qquad\qquad + \ldots, \\ g_i = D_1 \cdot J_1(x') \cdot \sin\chi + D_2 \cdot J_2(x') \cdot \sin 2\chi + \ldots, \end{cases}$$

welche sämtlich Integrale der Gleichung (18) darstellen, allen Forderungen der Symmetrie gerecht und ausserdem auch den eben aufgestellten Bedingungen a) und b), weil alle Cylinderfunctionen $K_0, K_1, \ldots$ für $x = \infty$ Null werden von der Ordnung $e^{-|x|}$, sobald x einen positiv imaginären Teil besitzt, und weil alle Cylinderfunctionen $J_0, J_1 \ldots$ für jedes endliche x endlich sind. Die unbestimmten Constanten A, B, C, D sind aus den Grenzbedingungen zu ermitteln. Zu dem Zweck müssen wir die Reihen (21), nachdem r_1, r_2, φ_1, φ_2, r', χ alle durch ϱ und φ ausgedrückt sind, umrechnen, bis sie die Form (20) haben. Die so erhaltenen Functionen $f_0, f_1, \ldots g_1, \ldots$ werden im Aussenraum homogen linear in den A und B, im Drahtinnern in den C und D sein.

1) A. Sommerfeld, l. c. p. 251.

Stellen wir nun die Grenzbedingungen (19) für die eine Grenzlinie auf, so sind sie wegen der Symmetrieeigenschaften der Reihen (21) ohne weiteres auch für die andere erfüllt. Die beiden Seiten einer jeden Gleichung sind Fourier'sche Reihen in φ, welche wir Glied für Glied gleich zu setzen haben. Wir bekommen so vier Gruppen homogener linearer Gleichungen für die vier Gruppen unbestimmter Grössen A, B, C, D, und zwar ist die Zahl der Gleichungen, welche man erhält, wenn man die Fourier'schen Reihen alle bei demselben Glied abbricht, gerade gleich der Zahl der Unbekannten. Die Determinante des Gleichungssystems muss also Null sein. Diese Bedingung ist die Gleichung für c (Wellenlänge und Dämpfung), nach der wir suchen.

Ich werde diese Rechnung, die für den allgemeinen Fall jedenfalls äusserst umständlich wäre, nur unter der Annahme, dass der parallele Verschiebungsstrom unmerklich klein ist, durchführen.

5. Wir setzen im Folgenden voraus:

a) Die Drähte sind metallische Leiter. Dann sind die Verschiebungsströme in ihnen gegenüber den Leitungsströmen Null, und, wenn nicht die Schwingungszahl enorm hoch, höher als die der Lichtschwingungen ist, so ist auch c^2 gegen k_i^2 unendlich klein. Wir setzen also:

$$k_i^2 - c^2 = k_i^2 = -8\pi^2 i n \lambda_i \cdot \mu_i .$$

b) Das äussere Medium ist ein guter Isolator, sodass

$$\frac{k_a^2 - c^2}{k_i^2} \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} \quad \text{und} \quad \frac{k_a^2 - c^2}{k_i} \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \alpha$$

gegen 1 verschwinden.

c) Der Abstand der Drahtaxen $2a$ ist so klein, dass

$$(k_a^2 - c^2) \cdot 4a^2$$

gegen 1 verschwindet.

Diese letzte Bedingung ist, wie wir später erkennen werden, identisch damit, dass der Verschiebungsstrom parallel den Drähten unmerklich ist. Wenn wir sie annehmen, so dürfen wir in den Reihen für die Cylinderfunctionen K_0, K_1, ... uns stets auf das erste Glied beschränken. Setzen wir der Kürze wegen für die Zahl 1,781 ... das Zeichen γ, so ist:

$$K_0(x) = \ln\frac{2i\gamma}{x}\cdot\left(1-\frac{x^2}{2^2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{x^4}{2^4}-\ldots\right)-\frac{x^2}{2^2}$$
$$+\frac{3}{8}\cdot\frac{x^4}{2^4}-\ldots=\ln\frac{2i\gamma}{x},$$

$$K_1(x) = x^{-1}+\ln\frac{2i\gamma}{x}\cdot\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{2^3}+\ldots\right)$$
$$+\frac{1}{2}\frac{x}{2}-\ldots=x^{-1},$$

$$K_2(x) = 2\,.\,x^{-2}+\frac{1}{2}+\ln\frac{2i\gamma}{x}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{x^2}{2^2}-\ldots\right)$$
$$+\frac{3}{8}\cdot\frac{x^2}{2^2}-\ldots=2\,.\,x^{-2},$$

. . . . . .

$$K_\nu(x) = 2^{\nu-1}\,.\,(\nu-1)!\,x^{-\nu}+2^{\nu-3}\,.\,(\nu-2)!\,x^{-\nu+2}$$
$$+\ldots=2^{\nu-1}\,.\,(\nu-1)!\,x^{-\nu}.$$

Nun bekommen die Reihen (21) für f und g die Form:

$$f(\varrho,\varphi) = A_0\,.\,\ln\frac{r_2}{r_1}+A_1\cdot\left(\frac{\cos\varphi_1}{r_1}+\frac{\cos\varphi_2}{r_2}\right)$$
$$+A_2\cdot\left(\frac{\cos 2\varphi_1}{r_1^2}-\frac{\cos 2\varphi_2}{r_2^2}\right)+\ldots$$

$$g(\varrho,\varphi) = B_1\cdot\left(\frac{\sin\varphi_1}{r_1}+\frac{\sin\varphi_2}{r_2}\right)+B_2\cdot\left(\frac{\sin 2\varphi_1}{r_1^2}-\frac{\sin 2\varphi_2}{r_2^2}\right)+\ldots$$

Nun lehrt aber die Anschauung, dass:

$$2b\,.\cos\varphi_2+r_1\,.\cos\varphi=r_2,$$
$$2b\,.\sin\varphi_2=r_1\,.\sin\varphi\,.$$

Setzt man:

$$\frac{r_1}{r_2}=e^{-\varrho}=\eta,$$

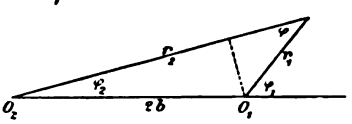


Fig. 2.

so ist daher:

$$2b\,.\,\frac{\cos\varphi_2}{r_2}=1-\eta\,.\cos\varphi,\qquad 2b\,.\,\frac{\sin\varphi_2}{r_2}=\eta\,.\sin\varphi,$$

oder:

$$-2b\,.\,\frac{e^{i\varphi_2}}{r_2}=\eta\,.\,e^{-i\varphi}-1,$$

ebenso:

$$+2b\,.\,\frac{e^{i\varphi_1}}{r_1}=\eta^{-1}\,.\,e^{i\varphi}-1\,.$$

Daraus ergiebt sich, wenn man bildet:

$$\frac{e^{i\nu\varphi_1}}{r_1^\nu} + (-1)^{\nu+1}\cdot\frac{e^{i\nu\varphi_2}}{r_2^\nu}$$

und Reelles und Imaginäres trennt:

$$\frac{\cos\nu\varphi_1}{r_1^\nu} + (-1)^{\nu+1}\cdot\frac{\cos\nu\varphi_2}{r_2^\nu} = \frac{1}{2^\nu\cdot b^\nu}\cdot\big((\eta^{-\nu}-\eta^\nu)\cdot\cos\nu\varphi$$
$$-\nu\cdot(\eta^{-\nu+1}-\eta^{\nu-1})\cdot\cos(\nu-1)\varphi + - \ldots\big),$$
$$\frac{\sin\nu\varphi_1}{r_1^\nu} + (-1)^{\nu+1}\cdot\frac{\sin\nu\varphi_2}{r_2^\nu} = \frac{1}{2^\nu\cdot b^\nu}\cdot\big((\eta^{-\nu}+\eta^\nu)\cdot\sin\nu\varphi$$
$$-\nu\cdot(\eta^{-\nu+1}+\eta^{\nu-1})\cdot\sin(\nu-1)\varphi + - \ldots\big).$$

Die gesuchten Fourier'schen Reihen (20) haben also d einfache Form:

$$(22)\qquad \begin{cases} f(\varrho,\varphi) = A_0'\cdot\ln\eta + A_1'(\eta-\eta^{-1})\cdot\cos\varphi \\ \qquad + A_2'\cdot(\eta^2-\eta^{-2})\cdot\cos 2\varphi + \ldots \\ g(\varrho,\varphi) = B_1'\cdot(\eta+\eta^{-1})\cdot\sin\varphi \\ \qquad + B_2'\cdot(\eta^2+\eta^{-2})\cdot\sin 2\varphi + \ldots \\ \qquad\qquad \eta = e^{-\varrho} = \frac{r_1}{r_2}. \end{cases}$$

Zu diesem Resultat hätte man etwas leichter komm können, wenn man in der Differentialgleichung (18)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial\varrho^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2} + h^2\cdot(k_a^2 - c^2)\cdot u = 0$$

das letzte Glied gegen $\partial^2 u/\partial\varphi^2$, welches ungefähr von d selben Grössenordnung wie u ist, gestrichen hätte. Dies deswegen erlaubt, weil $h^2 = r_1^2 r_2^2/4b^2$ in dem ganzen für u in Betracht kommenden Bereich jedenfalls den Wert $4a^2$ ni erreicht. Die Gleichung (18) ist also zu ersetzen durch:

$$(23)\qquad \frac{\partial^2 u}{\partial\varrho^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2} = 0,$$

als deren Integrale sich ohne weiteres, wenn man die Sy metrieverhältnisse beachtet, die Ausdrücke (22) ergeben.

Ich habe jedoch den etwas umständlicheren Weg üb die Cylinderfunctionen $K_0, K_1, \ldots$ vorgezogen, weil er u erstens die Möglichkeit giebt, den Fehler, den wir bei dem A näherungsverfahren machen, genau zu berechnen, und zweite zeigt, wie das elektromagnetische Feld in grösseren Entf

nungen vom Leiter, wo $(k_a^2 - c^2) \cdot r^2$ nicht mehr gegen 1 gestrichen werden darf, beschaffen ist.

Die Grenzbedingungen.

6. Im Innern des Drahtes haben wir gesetzt:

$$g_i = D_1 \cdot J_1(k_i r') \cdot \sin\chi + D_2 \cdot J_2(k_i r') \cdot \sin 2\chi + \ldots$$

Nun ist aber auf dem Grenzkreise $-dr'$ identisch mit dem durch Formel (10) definirten Element $ds_1 = h \cdot d\varrho$, also ist:

$$\frac{\partial g_i}{\partial \varrho} = -h \cdot \frac{\partial g_i}{\partial r'},$$

natürlich nur auf der Oberfläche des Drahtes. Hier ist aber

$$h = \frac{b}{a - \alpha \cdot \cos\varphi} \cdot \alpha,$$

also ungefähr so gross wie α. Da nun ferner:

$$k_i\alpha \cdot J_1'(k_i\alpha) = J_1(k_i\alpha) - k_i\alpha \cdot J_2(k_i\alpha),$$
$$k_i\alpha \cdot J_2'(k_i\alpha) = 2 \cdot J_2(k_i\alpha) - k_i\alpha \cdot J_3(k_i\alpha),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

so folgt aus den bekannten Eigenschaften der Cylinderfunctionen, dass

a) für kleine Werte von $k_i\alpha$ die Grössenordnung von $\partial g_i/\partial\varrho$ dieselbe ist als g_i;

b) für sehr grosse Werte von $k_i\alpha$ dagegen $\partial g_i/\partial\varrho$ ungefähr $k_i\alpha \cdot g_i$ ist.

Nun folgt aber aus der Reihenentwickelung (22), dass $\partial g_a/\partial\varrho$ stets von derselben Grössenordnung ist, wie g_a, und da auf der Grenzcurve $g_i = g_a$, so ist nach der Beschränkung (2) im vorigen Paragraphen:

$$\frac{k_a^2 - c^2}{k_i^2} \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{\partial g_i}{\partial\varrho} \quad \text{gegen} \quad \frac{\partial g_a}{\partial\varrho}$$

verschwindend klein.

Beachten wir nun weiter, dass, da die Bedingung $f_i = f_a$ für jedes φ gilt, auch $\partial f_i/\partial\varphi = \partial f_a/\partial\varphi$, so sehen wir, dass in der dritten der Bedingungen (19):

$$c \cdot \frac{\partial f_a}{\partial\varphi} - 2\pi n \mu_a \cdot \frac{\partial g_a}{\partial\varrho} = \frac{k_a^2 - c^2}{k_i^2} \cdot \left(c \cdot \frac{\partial f_i}{\partial\varphi} - 2\pi n \mu_i \cdot \frac{\partial g_i}{\partial\varrho} \right)$$

die rechte Seite unendlich klein ist gegen jedes der beiden Glieder der linken.

Die dritte Bedingung nimmt also die Form an:

$$c \cdot \frac{\partial f_a}{\partial \varphi} - 2\pi n \mu_a \cdot \frac{\partial g_a}{\partial \varrho} = 0. \tag{24}$$

Obwohl diese Gleichung zunächst nur für die Grenz bewiesen ist, so ergeben sich doch aus ihr alle Coefficien der Reihe (22), nämlich

$$B_\nu = \frac{c}{2\pi n \mu_a} \cdot A_\nu,$$

und daraus folgt weiter, dass Gleichung (24) im ganzen Au raum gilt.

Im ganzen Aussenraum ist, wenn:

$$\begin{cases} f_a = A_0 \cdot \ln \eta + A_1 \cdot (\eta - \eta^{-1}) \cdot \cos \varphi \\ \quad + A_2 \cdot (\eta^2 - \eta^{-2}) \cdot \cos 2\varphi + \dots \\ g_a = \dfrac{c}{2\pi n \mu_a} \cdot (A_1 \cdot (\eta + \eta^{-1}) \cdot \sin \varphi \\ \quad + A_2 \cdot (\eta^2 + \eta^{-2}) \cdot \sin 2\varphi + \dots \\ \qquad \dfrac{\partial g_a}{\partial \varrho} = \dfrac{c}{2\pi n \mu_a} \cdot \dfrac{\partial f_a}{\partial \varphi}. \end{cases} \tag{25}$$

In einem späteren Capitel werden wir den Grad de näherung, mit welcher (24) gilt, noch genauer bestimmen. Sinn der Gleichung (24) ist der, dass die Componente Aussenraum verschwindend klein ist, dass also das elekt Feld auch bei noch so hoher Frequenz vom elektrostati Feld keine bemerkbaren Abweichungen zeigt.

7. Aus der letzten Grenzbedingung (19) sondern w nächst den von φ unabhängigen Teil ab:

$$(k_a^2 - c^2) \cdot \frac{\partial f_i^0}{\partial \varrho} = k_a^2 \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{\partial f_a^0}{\partial \varrho}. \tag{26}$$

Darauf differentiiren wir nach φ:

$$\frac{k_a^2 - c^2}{k_i^2 - c^2} \cdot \left(\frac{k_i^2}{2\pi n \mu_i} \cdot \frac{\partial^2 f_i}{\partial \varrho \, \partial \varphi} + c \cdot \frac{\partial^2 g_i}{\partial \varphi^2} \right) = \frac{k_a^2}{2\pi n \mu_a} \cdot \frac{\partial^2 f_a}{\partial \varrho \, \partial \varphi} + c \cdot \cdot$$

Nun ist aber:

$$\frac{\partial^2 g_i}{\partial \varphi^2} = \frac{\partial^2 g_a}{\partial \varphi^2} = - \frac{c}{2\pi n \mu_a} \cdot \frac{\partial^2 f_a}{\partial \varrho \, \partial \varphi}.$$

Also:

$$\frac{1}{\mu_i} \cdot \frac{\partial^2 f_i}{\partial \varrho \, \partial \varphi} = \frac{1}{\mu_a} \cdot \frac{\partial^2 f_a}{\partial \varrho \, \partial \varphi}.$$

Die Grenzbedingung für jedes der mit φ behafteten Glieder der Reihe (20) lautet also:

$$\frac{\partial f_i^{(\nu)}}{\partial \varrho} = \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{\partial f_a^{(\nu)}}{\partial \varrho}. \tag{27}$$

Die Untersuchung zerfällt in zwei ganz getrennte Teile:

Erstens sind für die Function f die beiden Reihentwickelungen, für den Aussenraum:

$$f_a = A_0 \cdot \ln \eta + A_1 (\eta - \eta^{-1}) \cdot \cos \varphi + A_2 \cdot (\eta^2 - \eta^{-2}) \cos 2\varphi + \ldots$$

und für den Innenraum:

$$f_i = C_0 \cdot J_0 (k_i r') + C_1 \cdot J_1 (k_i r') \cdot \cos \chi + C_2 \cdot J_2 (k_i r') \cdot \cos 2\chi + \ldots$$

so zu bestimmen, dass auf der Grenzcurve

$$\varrho = \ln \frac{a+b}{a}$$

die Bedingungen:

$$f_i = f_a,$$

$$(k_a^2 - c^2) \cdot \frac{\partial f_i^0}{\partial \varrho} = -\frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot k_a^2 \cdot A_0, \qquad \frac{\partial f_i^{(\nu)}}{\partial \varrho} = -\frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot A_\nu \cdot \nu (\eta^\nu + \eta^{-\nu})$$

erfüllt sind, wo $f_i^{(0)}, \ldots f_i^{(\nu)}, \ldots$ die Coefficienten der auf die Form (20) gebrachten Reihe f_i bedeuten.

Zweitens ist, nachdem die Coefficienten A ermittelt sind, zu setzen:

$$g_a = \frac{c}{2\pi n \mu_a} \cdot \Big(A_1 \cdot (\eta + \eta^{-1}) \cdot \sin \varphi + A_1 \cdot (\eta^2 + \eta^{-2}) \sin 2\varphi + \ldots$$

und dann

$$g_i = D_1 \cdot J_1 (k_i r') \cdot \sin \chi + D_2 \cdot J_2 (k_i r') \cdot \sin 2\chi + \ldots$$

aus der Grenzbedingung

$$g_i = g_a$$

zu bestimmen.

Entwickelungen für das Drahtinnere.

8. Sei M der Mittelpunkt des Drahtquerschnittes, P ein beliebiger Punkt im Drahtinnern, dann ist:

$$PM = r', \qquad PMO = \chi.$$

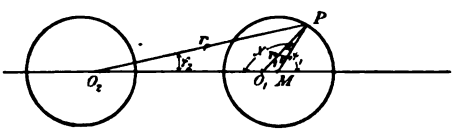


Fig. 3.

Weil wir nun, um die Grenzbedingungen aufzustell Entwickelungen (20) nur für den Grenzkreis haben n betrachten wir im Folgenden nur Punkte P auf der peripherie. Hier gilt:

$$\eta = \frac{\alpha}{a+b} = \frac{a-b}{\alpha} \text{ (Formel 6)},$$

$$h = \frac{r_1 \cdot r_2}{2b} = \frac{b \cdot \alpha}{a - \alpha \cdot \cos\varphi} \text{ (Formel 9)}.$$

Nun zeigt die Anschauung, dass:

$$r_2^2 = (a+b)^2 + \alpha^2 - 2\,(a+b)\,\alpha\,\cos\chi = 2\,.\,(a+b)\,.\,(a-\alpha\,.$$

$$r_1^2 = (a-b)^2 + \alpha^2 + 2\,.\,(a-b)\,.\,\alpha\,.\cos\chi = 2\,.\,(a-b)\,.\,(a-\alpha\,.$$

also:

$$r_1 \,.\, r_2 = 2\,\alpha\,.\,(a - \alpha\,.\cos\chi)\,.$$

Ausserdem sieht man, dass:

$$r_1 \,.\, r_2\,.\sin\varphi = 2\,b\,.\,\alpha\,.\sin\chi\,.$$

Wir haben somit die beiden Formeln:

$$(28) \qquad \begin{cases} \dfrac{h}{\alpha} = \dfrac{b}{a - \alpha\,.\cos\varphi} = \dfrac{a - \alpha\,.\cos\chi}{b}, \\ \dfrac{h}{\alpha} = \dfrac{\sin\chi}{\sin\varphi}. \end{cases}$$

Wir fassen sie in eine zusammen:

$$(29) \qquad e^{-i\chi} = \frac{b}{(a - \alpha\,.\cos\varphi)} \cdot (\eta - e^{i\varphi}) + \eta.$$

Nun kann man aber h/α leicht in eine Fourie Reihe entwickeln, es ergiebt sich:

$$(30) \qquad \frac{b}{a - \alpha\,.\cos\varphi} = 1 + 2\,.\sum_1^\infty{}^{\sigma} \eta^\sigma\,.\cos\sigma\varphi\,.$$

Daraus erhält man eine Reihe für $\cos\chi$. Ferner be man durch Potenziren der Gleichung (29) $\cos 2\chi, \ldots$ c

$$(31)\quad \begin{cases} \cos\chi = \sum_0^\infty{}_\sigma\, c_{1\sigma} \cdot \cos\sigma\varphi\,, \\ \cos\nu\chi = \sum_0^\infty{}_\sigma\, c_{\nu,\sigma} \cdot \cos\sigma\varphi\,, \\ c_{10} = \eta, \quad c_{11} = \eta^2 - 1, \ldots \quad c_{1\sigma} = \eta^{\sigma+1} - \eta^{\sigma-1} \\ \quad c_{\nu 0} = \eta^\nu, \quad c_{\nu 1} = \nu \cdot \eta^{\nu+1} - \nu \cdot \eta^{\nu-1}, \ldots \\ c_{\nu,\sigma} = \sum_0^\sigma{}_p\, (\nu)_p \cdot (\nu+\sigma-p-1)_{\nu-1} \cdot (-1)^p \cdot \eta^{\sigma+\nu-2p}. \end{cases}$$

Für die Randwerte ist daher:

$$(32)\quad \begin{cases} f_i = C_0 \cdot J_0(k_i\alpha) + \sum_1^\infty{}_\nu\, C_\nu \cdot \eta^\nu \cdot J_\nu(k_i\alpha) \\ \qquad\qquad + \sum_1^\infty{}_\sigma \cos\sigma\varphi \cdot \sum_1^\infty{}_\nu\, C_\nu \cdot c_{\nu\sigma} \cdot J_\nu(k_i\alpha) \end{cases}$$

und die Bedingung $f_i = f_a$ liefert:

$$(33)\quad A_0 \cdot \ln\eta = C_0 \cdot J_0(k_i\alpha) + \sum_1^\infty{}_\nu\, C_\nu \cdot \eta^\nu \cdot J_\nu(k_i\alpha),$$

$$(34)\quad \begin{cases} A_1 \cdot (1-\eta^2) = -\sum_1^\infty{}_\nu\, C_\nu \cdot \eta \cdot c_{\nu 1} \cdot J_\nu(k_i\alpha), \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ A_\sigma \cdot (1-\eta^{2\sigma}) = -\sum_1^\infty{}_\nu\, C_\nu \cdot \eta^\sigma \cdot c_{\nu,\sigma} \cdot J_\nu(k_i\alpha), \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

wo die $c_{\nu\sigma}$ nach Gleichung (31) zu berechnen sind.

9. Um auch die zweite Randbedingung zu erhalten, beachten wir, dass:

$$dr' = -ds = -h \cdot d\varrho,$$

$$(35)\quad \frac{\partial f_i}{\partial \varrho} = -h \cdot \frac{\partial f_i}{\partial r'},$$

also:

$$(36)\quad \begin{cases} \frac{\partial f_i}{\partial \varrho} = -C_0 \cdot k_i\alpha \cdot J_0' \cdot \frac{b}{a - \alpha\cos\varphi} \\ \qquad\qquad - C_1 \cdot k_i\alpha \cdot J_1' \cdot \frac{b \cdot \cos\chi}{a - \alpha \cdot \cos\varphi} - \ldots \end{cases}$$

Man kann auch diese Reihe ohne grosse Schwierigkeit nach φ entwickeln. Es ist nämlich:

$$\frac{b \cdot \cos \nu \chi}{a - \alpha \cdot \cos \varphi} = \sum_1^\infty{}_\sigma \frac{\sigma}{\nu} \cdot c_{\nu,\sigma} \cdot \cos \sigma \varphi , \tag{37}$$

Setzt man (30) und (37) in (36) ein:

$$\left\{ \begin{aligned} & -\frac{\partial f_i}{\partial \varrho} = C_0 \cdot k_i \alpha \cdot J_0' \\ & + \sum_1^\infty{}_\sigma \sigma \cdot \cos \sigma \varphi \cdot \Big(2 \cdot C_0 \cdot k_i \alpha \cdot J_0' \cdot \frac{\eta^\sigma}{\sigma} \\ & + \sum_1^\infty{}_\nu C_\nu \cdot \frac{k_i \alpha \cdot J_\nu'}{\nu} \cdot c_{\nu,\sigma} \Big) , \end{aligned} \right. \tag{38}$$

so bekommt man die zweite Reihe der Randbedingungen [Gleichungen (26) und (27)]:

$$\frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot k_a^2 \cdot A_0 = (k_a^2 - c^2) \cdot C_0 \cdot k_i \alpha \cdot J_0' . \tag{39}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot (1 + \eta^2) \cdot A_1 = 2 \cdot C_0 \cdot k_i \alpha \cdot J_0' \cdot \eta^2 \\ & \qquad + \sum_1^\infty{}_\nu C_\nu \cdot \frac{k_i \alpha \cdot J_\nu'}{\nu} \cdot \eta \cdot c_{\nu 1} , \\ & \qquad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ & \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot (1 + \eta^{2\sigma}) A_\sigma = 2 \cdot C_0 \cdot k_i \alpha \cdot J_0' \cdot \frac{\eta^{2\sigma}}{\sigma} \\ & \qquad + \sum_1^\infty{}_\nu C_\nu \cdot \frac{k_i \alpha \cdot J_\nu'}{\nu} \cdot \eta^\sigma \cdot c_{\nu,\sigma} . \\ & \qquad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{aligned} \right. \tag{40}$$

Die Grössen $c_{\nu,\sigma}$ sind nach (31) zu berechnen.

10. Wir werden nun zunächst je zwei der Gleichungen (34) und (40) so combiniren, dass die A herausfallen. Darauf werden wir aus den so gewonnenen Gleichungen alle Grössen C_1, C_2... durch C_0 ausdrücken. Hat man dann die so erhaltenen Werte von C_1, C_2... in (33) eingesetzt, so werden (33) und (39) zwei homogene linerare Gleichungen in den zwei Unbekannten A_0 und C_0 sein, nach deren Elimination sich die gesuchte Gleichung für c^2 ergiebt.

Wir führen folgende Abkürzungen ein:

$$41)\quad \begin{cases} \frac{\mu_i}{\mu_a}\cdot J_0 = x_0, \quad \frac{\mu_i}{\mu_a}\cdot J_1 = x_1, \ldots \quad \frac{\mu_i}{\mu_a}\cdot J_\nu = x_\nu, \ldots \\ k_i\alpha\cdot J_0' = y_0, \quad k_i\alpha\cdot J_1' = y_1, \ldots \quad \frac{k_i\alpha}{\nu}\cdot J_\nu' = y_\nu, \ldots \\ \eta^{-\nu}\cdot C_\nu\cdot(x_\nu + y_\nu) = C_\nu', \\ \frac{y_\nu - x_\nu}{y_\nu + x_\nu} = q_\nu. \end{cases}$$

Dann ergiebt die Elimination von $A_1, A_2, \ldots A_\sigma, \ldots$ die olgenden Gleichungen:

$$42)\quad \begin{cases} 2\,C_0\cdot y_0\cdot(1-\eta^2) + \sum_1^\infty{}^\nu C_\nu'\cdot c_{\nu,1}\cdot(1-\eta^2\cdot q_\nu)\cdot\eta^{\nu-1} = 0, \\ 2\cdot C_0\cdot y_0\cdot\frac{1-\eta^4}{2} + \sum_1^\infty{}^\nu C_\nu'\cdot c_{\nu,2}\cdot(1-\eta^4\cdot q_\nu)\cdot\eta^{\nu-2} = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 2\cdot C_0\cdot y_0\cdot\frac{1-\eta^{2\sigma}}{\sigma} + \sum_1^\infty{}^\nu C_\nu'\cdot c_{\nu,\sigma}\cdot(1-\eta^{2\sigma}\cdot q_\nu)\cdot\eta^{\nu-\sigma} = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

Wenn wir nun die ersten σ Gleichungen der Reihe nach mit:

$1,\ +(\sigma-1),\ -(\sigma-1)_2, \ldots\ (-1)^p\cdot(\sigma-1)_{p-1}, \ldots\ (-1)^\sigma$

ultipliciren und addiren, so bekommen wir:

$$-2\,C_0\cdot y_0\cdot\frac{(1-\eta^2)^\sigma}{\sigma} + \sum_1^\infty{}^\nu C_\nu'\cdot\big((\nu)_\sigma\cdot\eta^{2\nu-2\sigma}$$
$$-q_\nu\cdot(\sigma+\nu-1)_\sigma\cdot\eta^{2\nu}\big)\cdot(1-\eta^2)^\sigma = 0.$$

Also, wenn wir σ die Reihe der natürlichen Zahlen durchaufen lassen, das Gleichungssystem:

$$\begin{cases} \sum_1^\infty{}^\nu C_\nu'\cdot\nu\cdot\eta^{2\nu-2} = 2\,C_0\cdot y_0 + \sum_1^\infty{}^\nu C_\nu'\cdot q_\nu\cdot\nu\cdot\eta^{2\nu}, \\ \sum_2^\infty{}^\nu C_\nu'\cdot(\nu)_2\cdot\eta^{2\nu-4} = \frac{2\,C_0\,y_0}{2} + \sum_1^\infty{}^\nu C_\nu'\cdot q_\nu\cdot(\nu+1)_2\cdot\eta^{2\nu}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \sum_\sigma^\infty{}^\nu C_\nu'\cdot(\nu)_\sigma\cdot\eta^{2(\nu-\sigma)} = \frac{2\,C_0\,y_0}{\sigma} + \sum_1^\infty{}^\nu C_\nu'\cdot q_\nu\cdot(\nu+\sigma-1)_\sigma\cdot\eta^{2\nu}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

welches äquivalent ist mit (42), aber vor diesem den Vorzug hat, dass auf beiden Seiten jeder Gleichung nur je ein von η freies Glied vorkommt. Wenn wir nun η, das ja seiner Natur nach ein echter Bruch ist, zunächst als kleine Grösse vernachlässigen, so liefert die σ^{te} Gleichung als erste Annäherung:

$$C_\sigma' = \frac{2\,C_0 \cdot y_0}{\sigma}.$$

Wenn wir dann diese ersten Näherungswerte in die mit η^2 behafteten Glieder einsetzen, so erlangen wir eine zweite Näherung:

$$C_\sigma' = \frac{2\,C_0 \cdot y_0}{\sigma} + 2 \cdot C_0 y_0 (q_1 - 1) \cdot \eta^2$$

und, indem wir dies Verfahren beliebig lange fortsetzen, erhalten wir für jedes C_σ' eine Potenzreihe in η^2. Wir können diese Rechnung etwas vereinfachen, wenn wir die Gleichungen (43) von der σ^{ten} ab mit:

$$+\eta^{2\sigma}, \quad -(\sigma+1)\cdot\eta^{2\sigma+2}, \quad +(\sigma+2)_2\cdot\eta^{2\sigma+4}, \ldots$$
$$(-1)^p\cdot(\sigma+p)_p\cdot\eta^{2\sigma+2p}, \ldots \text{ ad inf.}$$

multipliciren und addiren. Lassen wir σ die Reihe der natürlichen Zahlen durchlaufen, so erhalten wir ein neues Gleichungssystem, das mit (43) äquivalent ist. Setzen wir noch:

$$\frac{\eta}{1+\eta^2} = \frac{\alpha}{2\,a} = \xi \tag{44}$$

und beachten wir die Formeln (41), so ist:

$$\left\{\begin{aligned}
&C_1\cdot(x_1+y_1) = 2\cdot C_0\cdot y_0\cdot\xi \\
&\qquad + \xi\cdot\sum_1^\infty{}_\nu\, C_\nu\cdot(x_\nu+y_\nu)\cdot q_\nu\cdot\xi^\nu\cdot\nu\,, \\
&C_2\cdot(x_2+y_2) = 2\cdot C_0\cdot y_0\cdot\frac{\xi^2}{2} \\
&\qquad + \xi^2\cdot\sum_1^\infty{}_\nu\, C_\nu\cdot(x_\nu+y_\nu)\cdot q_\nu\cdot\xi^\nu\cdot(\nu+1)_2\,, \\
&\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&C_\sigma\cdot(x_\sigma+y_\sigma) = 2\cdot C_0\cdot y_0\cdot\frac{\xi^\sigma}{\sigma} \\
&\qquad + \xi^\sigma\cdot\sum_1^\infty{}_\nu\, C_\nu\cdot(x_\nu+y_\nu)\cdot q_\nu\cdot\xi^\nu\cdot(\nu+\sigma-1)_\sigma\,, \\
&\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right. \tag{45}$$

dieses Gleichungssystem, bei welchem wir das geschilderte Näherungsverfahren sehr bequem durchführen können. Wir erhalten:

$$\left\{\begin{aligned}
C_1 &= \frac{2\,C_0\cdot y_0}{x_1+y_1}\cdot\xi\cdot\Big(1+\sum_1^\infty{}_{\nu_1}\,\xi^{2\nu_1}\cdot q_{\nu_1}\\
&\quad\cdot\Big(1+\sum_1^\infty{}_{\nu_2}(\nu_1+\nu_2-1)_{\nu_2}\cdot\xi^{2\nu_2}\cdot q_{\nu_2}\cdot(1+\dots\\
C_2 &= \frac{2\,C_0\cdot y_0}{x_2+y_2}\cdot\frac{\xi^2}{2}\cdot\Big(1+\sum_1^\infty{}_{\nu_1}(\nu_1+1)\cdot\xi^{2\nu_1}\cdot q_{\nu_1}\\
&\quad\cdot\Big(1+\sum_1^\infty{}_{\nu_2}(\nu_1+\nu_2-1)_{\nu_2}\cdot\xi^{2\nu_2}\cdot q_{\nu_2}\cdot(1+\dots\\
&\quad\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\\
C_\sigma &= \frac{2\,C_0\cdot y_0}{x_\sigma+y_\sigma}\cdot\frac{\xi^\sigma}{\sigma}\cdot\Big(1+\sum_1^\infty{}_{\nu_1}(\nu_1+\sigma-1)_{\nu_1}\cdot\xi^{2\nu_1}\cdot q_{\nu_1}\\
&\quad\cdot\Big(1+\sum_1^\infty{}_{\nu_2}(\nu_1+\nu_2-1)_{\nu_2}\cdot\xi^{2\nu_2}\cdot q_{\nu_2}\cdot(1+\dots\\
&\quad\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot
\end{aligned}\right.$$

oder wenn wir nach Potenzen von ξ^2 ordnen:

$$\left\{\begin{aligned}
C_1 &= \frac{2\,C_0\cdot y_0}{x_1+y_1}\cdot\xi\cdot(1+\xi^2\cdot q_1+\dots+\xi^{2m}\cdot\varphi_{m,1}+\dots,\\
C_2 &= \frac{2\,C_0\cdot y_0}{x_2+y_2}\cdot\frac{\xi^2}{2}\cdot(1+\xi^2\cdot 2\,q_1+\dots+\xi^{2m}\cdot\varphi_{m,2}+\dots,\\
&\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\\
C_\sigma &= \frac{2\,C_0\cdot y_0}{x_\sigma+y_\sigma}\cdot\frac{\xi^\sigma}{\sigma}\cdot(1+\xi^2\cdot\sigma\cdot q_1+\dots+\xi^{2m}\cdot\varphi_{m,\sigma}+\dots,
\end{aligned}\right.$$

allgemein:

$$\varphi_{m,\sigma}=\sum_{a+b+c+\dots=m}(\sigma+a-1)_a\cdot(a+b-1)_b\cdot(b+c-1)_c\dots q_a\cdot q_b\cdot q_c\dots$$

Die ersten dieser Grössen $\varphi_{m,\sigma}$ sind explicite:

$$\left\{\begin{aligned}
\varphi_{0,\sigma} &= 1\,,\\
\varphi_{1,\sigma} &= \sigma\cdot q_1\,,\\
\varphi_{2,\sigma} &= \sigma\cdot q_1^2+(\sigma+1)_2\cdot q_2\,,\\
\varphi_{3,\sigma} &= \sigma\cdot q_1^3+\sigma\cdot(\sigma+2)\cdot q_1\,q_2+(\sigma+2)_3\cdot q_3\,,\\
\varphi_{4,\sigma} &= \sigma\cdot q_1^4+\sigma\cdot(\sigma+4)\cdot q_1^2\cdot q_2+\sigma\cdot(1+(\sigma+2)_2)\,q_1\cdot q_3\\
&\quad+3\cdot(\sigma+1)_2\cdot q_2^2+(\sigma+3)_4\cdot q_4\,.
\end{aligned}\right.$$

Um die Convergenz der Potenzreihen (47) zu prüfen, setze ich statt q_ν stets q^ν ein, wo q eine positive reelle Zahl sei. Da dasselbe für ξ gilt, so ist jeder einzelne Summand in (47) sowie auch in (46) positiv, und wenn ich zeigen kann, dass (46) einen endlichen Wert liefert, so ist damit auch die Convergenz von (47) bewiesen.

Wenn man nun beachtet, dass:

$$\sum_0^\infty{}^{\mu}(\nu+\mu-1)_\mu \cdot \xi^{2\mu} \cdot q^\mu = \frac{1}{(1-q\cdot\xi^2)^\nu},$$

so erkennt man, dass nach unserer Substitution die rechte Seite der Gleichungen (46) durch einen unendlichen Kettenbruch dargestellt werden kann. Es ist:

$$C_\sigma = \frac{2\,C_0 \cdot y_0}{\sigma\,(x_\sigma + y_\sigma)} \cdot \left(\cfrac{\xi}{1-\cfrac{q\cdot\xi^2}{1-\cfrac{q\cdot\xi^2}{1-\ldots}}} \right)^\sigma.$$

Der Kettenbruch:

$$u = \cfrac{\xi}{1-\cfrac{q\cdot\xi^2}{1-\cfrac{q\cdot\xi^2}{1-\ldots}}}$$

ist für genügend kleine Werte von $q\cdot\xi^2$ sicher convergent. Sein Wert ergiebt sich aus der Gleichung:

$$u = \frac{\xi}{1-q\cdot u\cdot\xi}, \qquad u = \frac{1-\sqrt{1-4\,q\cdot\xi^2}}{2\,q\cdot\xi}.$$

Wenn $q_\nu = q^\nu$, so ist:

$$C_\sigma = \frac{2\,C_0\cdot y_0}{\sigma\cdot(x_\sigma+y_\sigma)} \cdot \left(\frac{1-\sqrt{1-4\,q\cdot\xi^2}}{2\,q\cdot\xi} \right)^\sigma. \tag{50}$$

Aus diesem Ausdruck folgt: Die Reihen (46) und (47) sind nach unserer Substitution convergent, solange:

$$q\cdot\xi^2 < \tfrac{1}{4}.$$

Nun werden wir gleich im Folgenden sehen, dass q_ν für kleine Werte $k_i\,\alpha$ von der Grössenordnung $k_i^2\cdot\alpha^2$ ist, für grosse Werte dagegen nahezu 1. Für mittlere Werte liegt es jedenfalls zwischen diesen Extremen, also $|q_\nu| \leqq 1$. Für ξ folgt aus seiner Definition (44), dass $\xi < \frac{1}{2}$. Also sind die Reihenentwickelungen für die C_σ stets convergent. Es ist nunmehr

nicht schwer zu sehen, dass auch alle vorher gebrauchten Reihen für genügend kleine Werte von η und q_ν convergent sind und dass wir berechtigt waren, mit ihnen zu operiren.

Wellenlänge und Dämpfung.

11. Die Grenzbedingung (33) wird mit Benutzung von (47):

$$A_0 \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \ln \eta = C_0 \cdot x_0 + C_0 \cdot y_0 \cdot \sum_1^\infty{}_\nu \frac{\xi^\nu \cdot \eta^\nu}{\nu} \cdot (1 - q_\nu) \cdot \sum_0^\infty{}_m \xi^{2m} \cdot \varphi_{m,\nu}.$$

Nun ist aber nach der Definition von $\varphi_{m,\nu}$ (48)

$$\varphi_{m\nu} = \sum_1^m{}_a (\nu + a - 1)_a \cdot q_a \cdot \varphi_{m-a,a},$$

also, wenn man noch (44) benutzt:

$$\sum_1^\infty{}_\nu \frac{\xi^\nu \cdot \eta^\nu}{\nu} \cdot \sum_0^\infty{}_m \xi^{2m} \cdot \varphi_{m,\nu} = \sum_1^\infty{}_\nu \frac{1}{\nu} \cdot \frac{\eta^{2\nu}}{(1+\eta^2)^\nu}$$

$$+ \sum_1^\infty{}_m \xi^{2m} \cdot \sum_1^m{}_a \frac{q_a}{a} \cdot \varphi_{m-a,a} \cdot \sum_1^\infty{}_\nu (\nu + a - 1)_\nu \frac{\eta^{2\nu}}{(1+\eta^2)^\nu}$$

$$= \ln(1+\eta^2) + \sum_1^\infty{}_m \xi^{2m} \cdot \sum_1^m{}_a \frac{q_a}{a} \cdot \varphi_{m-a,a} \cdot (1+\eta^2)^a$$

$$- \sum_1^\infty{}_m \xi^{2m} \cdot \sum_1^m{}_a \frac{q_a}{a} \cdot \varphi_{m-a,a},$$

oder wenn wir setzen:

$$\sum_1^m{}_a \frac{q_a}{a} \cdot \varphi_{m-a,a} = \varphi_{m,0}, \quad \text{und} \quad m - a = m', \quad a = \nu'$$

$$= \ln(1+\eta^2) + \sum_1^\infty{}_{\nu'} \xi^{\nu'} \cdot \eta^{\nu'} \cdot \frac{q_{\nu'}}{\nu'} \cdot \sum_0^\infty{}_{m'} \xi^{2m'} \cdot \varphi_{m',\nu'}$$

$$- \sum_1^\infty{}_m \xi^{2m} \cdot \varphi_{m,0},$$

Die Grenzbedingung ist also:

$$A_0 \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \ln \eta = C_0 \cdot x_0 + C_0 \cdot y_0 \cdot \left(\ln(1+\eta^2) - \sum_1^\infty{}_m \xi^{2m} \cdot \varphi_{m,0}\right).$$

Combinirt man hiermit Gleichung (39), so ergiebt sich *die Gleichung für Wellenlänge und Dämpfung:*

$$c^2 = \frac{k_a^2}{\ln \eta} \cdot \left(\ln \xi - \frac{x_0}{y_0} + \sum_1^\infty{}_m \xi^{2m} \cdot \varphi_{m,0} \right), \tag{51}$$

wo:

$$\varphi_{m,0} = \sum_{a+b+c+\ldots=m} \frac{1}{a} \cdot (a+b-1)_b \ldots (b+c-1)_c \ldots q_a \cdot q_b \cdot q_c \cdots$$

Die ersten dieser Grössen $\varphi_{m,0}$ lauten explicite:

$$\begin{cases} \varphi_{1,0} = q_1, \\ \varphi_{2,0} = q_1^2 + \frac{1}{2} q_1, \\ \varphi_{3,0} = q_1^3 + 2 \cdot q_1 q_2 + \frac{1}{3} q_3, \\ \varphi_{4,0} = q_1^4 + 4 \cdot q_1^2 q_2 + 2 \cdot q_1 q_3 + \frac{3}{2} \cdot q_2^2 + \frac{1}{4} \cdot q_4. \end{cases} \tag{52}$$

Die Bedeutung der übrigen in (51) vorkommenden Abkürzungen findet man in den Formeln (14), (15), (22), (6), (41), (44).

Wenn wir aus dem ersten Factor von c^2: $k_a^2/\ln \eta$ die Grösse $8 \pi i n \mu_a$ herausheben, so bleibt:

$$\frac{2 \pi i n \cdot \varepsilon}{9 \cdot 10^{20} \cdot 4 \cdot \ln \frac{a+b}{a}} + \frac{n \cdot \lambda_a}{\ln \frac{a+b}{a}} = 2 \pi i n \mathfrak{C} + \mathfrak{A}.$$

Der erste Factor von c^2 stimmt also genau mit dem in Gleichung (2) als zweiter hingeschriebenen überein.

Ableitung und Capacität sind bei jeder auch noch so hohen Schwingungszahl dieselben wie bei Gleichstrom.

Den anderen Factor werden wir ebenfalls so wie in Gleichung (2) in den reellen und imaginären Teil zerlegen:

$$\begin{cases} 8 \pi i n \cdot \mu_a \cdot \left(\ln \frac{2a}{\alpha} + \frac{\mu_i \cdot J_0(k_i \alpha)}{\mu_a \cdot k_i \alpha \cdot J_0'} - \sum_1^\infty{}_m \left(\frac{\alpha}{2a} \right)^{2m} \cdot \varphi_{m,0} \right) \\ \qquad = 2 \pi i n \mathfrak{L} + \mathfrak{W} \end{cases} \tag{53}$$

und werden $\mathfrak{L}$ und $\mathfrak{W}$ als Selbstinduction und Widerstand bei der Schwingungszahl n bezeichnen.

Die Selbstinduction $\mathfrak{L}$ besteht, wie Gleichung (53) lehrt, aus drei Summanden: Der erste, der proportional mit μ_a ist, ist wesentlich bestimmt durch den Verlauf der Kraftlinien im Magnetfeld ausserhalb der Drähte, ich werde ihn deswegen als die äussere Selbstinduction bezeichnen. Der zweite enthält nur solche Grössen, die einen Draht für sich charakterisiren:

μ_i, λ_i, α, ich werde ihn daher als die innere Selbstinduction bezeichnen. Die innere Selbstinduction ändert sich mit der Schwingungszahl. Der dritte Teil wird Null, wenn ξ oder n verschwinden, das heisst, wenn entweder der Abstand der Drähte sehr gross ist oder die Schwingungen sehr langsam erfolgen, ich werde ihn deswegen als die Aenderung der Selbstinduction durch den gegenseitigen Einfluss der Leitungen aufeinander bezeichnen. Diese Aenderung wird aber im allgemeinen zum Teil zur äusseren Selbstinduction, zum Teil zur inneren Selbstinduction kommen, da das äussere Magnetfeld ebensowohl wie die Verteilung der Stromlinien im Draht durch die Nähe der beiden Leitungen geändert werden kann.

Der Widerstand $\mathfrak{W}$ setzt sich aus zwei Summanden zusammen, einem, der durch die Constanten *eines* Drahtes μ_i, λ_i, α bestimmt ist: dem durch die innere Schirmwirkung des Drahtes modificirten Widerstand, und einem zweiten, der die Aenderung des Widerstandes darstellt infolge des Einflusses, den der benachbarte Draht auf die Stromverteilung ausübt.

Ich werde diese Verhältnisse nun sowohl für langsame Schwingungen (wie in Wechselstrom- und Telephonleitungen) als auch für sehr schnelle Schwingungen (Hertz'sche Wellen) durchdiscutiren.

Langsame Schwingungen.

12. Bei kleinen Periodenzahlen macht es für die Discussion einen grossen Unterschied, ob $\mu_i = \mu_a$, oder $\mu_i \neq \mu_a$. Ich untersuche zunächst den ersten Fall:

$$\mu_i = \mu_a = \mu.$$

Ferner schreibe ich der Kürze halber:

$$k_i \alpha = x.$$

Dann ist:

$$q_\nu = \frac{x \cdot J_\nu' - \nu \cdot J_\nu}{x \cdot J_\nu' + \nu \cdot J_\nu} = - \frac{J_{\nu+1}(x)}{J_{\nu-1}(x)}.$$

Setzt man nun für die J die bekannten Potenzreihen ein und dividirt, so bekommt man:

$$\frac{J_0(x)}{x \cdot J_0'(x)} = \frac{1}{x^2} \cdot \left(-2 + \frac{x^2}{2^2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{x^4}{2^4} + \frac{1}{24} \cdot \frac{x^6}{2^6} + \frac{1}{90} \cdot \frac{x^8}{2^8} + \frac{13}{4320} \cdot \frac{x^{10}}{2^{10}} + \ldots \right),$$

$$q_1 = -\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{x^2}{2^2} + \frac{1}{3}\cdot\frac{x^4}{2^4} + \frac{11}{18}\cdot\frac{x^6}{2^6} + \frac{19}{120}\cdot\frac{x^8}{2^8} + \cdots\right),$$

$$q_2 = -\left(\frac{1}{6}\cdot\frac{x^2}{2^2} + \frac{1}{24}\cdot\frac{x^4}{2^4} + \frac{1}{90}\cdot\frac{x^6}{2^6} + \frac{13}{4320}\cdot\frac{x^8}{2^8} + \cdots\right),$$

$$q_3 = -\left(\frac{1}{12}\cdot\frac{x^2}{2^2} + \frac{1}{90}\cdot\frac{x^4}{2^4} + \frac{7}{4320}\cdot\frac{x^6}{2^6} + \frac{11}{45360}\cdot\frac{x^8}{2^8} + \cdots\right),$$

$$q_4 = -\left(\frac{1}{20}\cdot\frac{x^2}{2^2} + \frac{1}{240}\cdot\frac{x^4}{2^4} + \frac{13}{33600}\cdot\frac{x^6}{2^6} + \frac{1}{26880}\cdot\frac{x^8}{2^8} + \cdots\right).$$

Daraus sind die ersten $q_{m,0}$ leicht zu berechnen.

Ich nenne nun den Widerstand eines Drahtes pro Länge einheit für Gleichstrom: $\mathfrak{R}$, dann ist:

$$(54)\qquad \begin{cases} \dfrac{1}{a^2\pi\lambda_i} = \mathfrak{R}, \\ \dfrac{k_i^2 a^2}{2^2} = \dfrac{x^2}{2^2} = -\dfrac{2\pi i n \mu}{\mathfrak{R}}. \end{cases}$$

Man erhält jetzt *für unmagnetisches Drahtmaterial*:

$$(55)\qquad \begin{cases} \mathfrak{W} = 2\mathfrak{R}\cdot(1 + \mathfrak{r}_n + \mathfrak{r}_n'), \\ \mathfrak{L} = 4\mu\cdot\ln\dfrac{2a}{\alpha} + \mu\cdot(1 - l_n - l_n'). \end{cases}$$

$$(56)\qquad \begin{cases} \mathfrak{r}_n = 0{,}08333\cdot\left(\dfrac{2\pi n\mu}{\mathfrak{R}}\right)^2 - 0{,}00556\cdot\left(\dfrac{2\pi n\mu}{\mathfrak{R}}\right)^4, \\ \mathfrak{r}_n' = \left(\dfrac{2\pi n\mu}{\mathfrak{R}}\right)^2\cdot\left(\dfrac{\alpha^2}{4a^2} + 0{,}16667\cdot\dfrac{\alpha^4}{16a^4} + 0{,}05556\cdot\right. \\ \qquad\qquad \left. + 0{,}025\cdot\dfrac{\alpha^8}{256a^8}\right), \\ \quad -\left(\dfrac{2\pi n\mu}{\mathfrak{R}}\right)^4\cdot\left(0{,}45834\cdot\dfrac{\alpha^2}{4a^2} - 0{,}65556\cdot\dfrac{\alpha^4}{16a^4}\right. \\ \qquad\qquad \left. - 0{,}05648\cdot\dfrac{\alpha^6}{64a^6} - 0{,}15852\cdot\dfrac{\alpha^8}{256a^8}\right), \\ l_n = 0{,}04167\cdot\left(\dfrac{2\pi n\mu}{\mathfrak{R}}\right)^2 - 0{,}00301\cdot\left(\dfrac{2\pi n\mu}{\mathfrak{R}}\right)^4, \\ l_n' = \left(\dfrac{2\pi n\mu}{\mathfrak{R}}\right)^2\cdot\left(1{,}\overline{33333}\cdot\dfrac{\alpha^2}{4a^2} - 0{,}91667\cdot\dfrac{\alpha^4}{16a^4}\right. \\ \qquad\qquad \left. - 0{,}65184\cdot\dfrac{\alpha^6}{64a^6} - 0{,}49584\cdot\dfrac{\alpha^8}{256a^8}\right), \\ \quad -\left(\dfrac{2\pi n\mu}{\mathfrak{R}}\right)^4\cdot\left(0{,}63333\cdot\dfrac{\alpha^2}{4a^2} - 1{,}35411\cdot\dfrac{\alpha^4}{16a^4}\right. \\ \qquad\qquad \left. + 0{,}53920\cdot\dfrac{\alpha^6}{64a^6} + 0{,}58408\cdot\dfrac{\alpha^8}{256a^8}\right). \end{cases}$$

Der gegenseitige Einfluss der Drähte macht sich also bei langsamen Schwingungen nur an den Vorgängen im Innern des Drahtes, nicht aber am äusseren Magnetfeld bemerkbar. Sind die Drähte sehr nahe, so kann er, wie (56) zeigt, die innere Schirmwirkung bedeutend übersteigen, mit anderen Worten:

Die schädliche Abschirmung von Wechselstrom im Drahtinnern, welche bei Kraftübertragung mit dicken Kabeln eintritt, (antieffective copper) kann sich bei Annäherung von Hin- und Rückleitung in ganz beträchtlichem Maasse vergrössern.

Wir werden später sehen, dass dies seinen Grund darin hat, dass sich der Wechselstrom in den einander zugewandten Teilen der Leitungen concentrirt.

13. Von den Fällen, wo $\mu_i \neq \mu_a$, wollen wir nur den einen discutiren, wo μ_i gegen μ_a unendlich gross ist. Dies trifft für Eisen zu, für das μ_i zwischen 100 und 1000 liegt. Da, wie wir in 12. gesehen haben, J_ν und $x/\nu \cdot J_\nu'$ für kleine Werte von x nur wenig voneinander verschieden sind, so können wir in diesem Fall setzen:

$$q_1 = q_2 = \ldots = -1.$$

Für magnetisirbares Drahtmaterial ist:

$$57) \quad \begin{cases} \mathfrak{W} = 2\,\mathfrak{R} \cdot (1 + \mathfrak{r}_n); \\ \mathfrak{L} = 4\,\mu_a \cdot \left(\ln \frac{2a}{\alpha} + l_a\right) + \mu_i \cdot (1 - l_n). \end{cases}$$

$$(58) \quad \begin{cases} \mathfrak{r}_n = 0{,}08333 \cdot \left(\frac{2\pi n \mu_i}{\mathfrak{R}}\right)^2 - 0{,}00556 \cdot \left(\frac{2\pi n \mu_i}{\mathfrak{R}}\right)^4, \\ l_n = 0{,}04167 \cdot \left(\frac{2\pi n \mu_i}{\mathfrak{R}}\right)^2 - 0{,}00301 \cdot \left(\frac{2\pi n \mu_i}{\mathfrak{R}}\right)^4, \\ l_a = \frac{\alpha^2}{4a^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha^4}{16a^4} - \frac{2}{3} \cdot \frac{\alpha^6}{64a^6} - \frac{1}{4} \cdot \frac{\alpha^8}{256a^8}. \end{cases}$$

Bei magnetisirbaren Drähten wird also durch den Einfluss ihrer Nachbarschaft die äussere Selbstinduction geändert, und zwar unabhängig von der Schwingungszahl. Diese Aenderung besteht in einer Vergrösserung der Selbstinduction und kommt zu stande durch die Brechung der Kraftlinien, welche von den Seiten her in den Draht hineingezogen werden.

Die inneren Vorgänge werden infolge der magnetischen Schutzwirkung des Materiales durch die Nachbarschaft des

anderen Drahtes nicht beeinflusst, das antieffective I wird also durch Annäherung der beiden Leiter anein nicht vergrössert.

Sehr schnelle Schwingungen.

14. Für sehr grosse Werte von $x = k_1 a$ benutzei die bekannten semiconvergenten Entwickelungen der Cyli functionen. Wir wählen das Vorzeichen von $k_1 = \sqrt{-8\pi^2 i}$ so, dass der imaginäre Teil positiv ist, dann kann ma gegen e^{-ix} fortlassen und es ist:

$$J_\nu(x) = \frac{e^{-ix}}{\sqrt{2\pi x}} \cdot S_2^\nu(x) \cdot e^{\frac{2\nu+1}{4}\pi i},$$

wo $S_2^\nu(x)$ die von H. Weber[1]) eingeführte Grösse S_2 fü Wert $\alpha = \nu - \frac{1}{2}$ bedeuten soll. Diese Grösse berechnet für grosse Werte von x als:

$$S_2^\nu(x) = 1 + \frac{4\nu^2 - 1}{4} \cdot \frac{1}{2ix}.$$

wenn man das folgende Glied:

$$\frac{(4\nu^2 - 1).(4\nu^2 - 9)}{2!} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{(2ix)^2}$$

schon vernachlässigt. Mit demselben Grad der Genaui erhält man dann:

$$\frac{J_\nu(x)}{x.J_\nu'(x)} = \frac{1}{x^2} \cdot \left(i.x + \frac{3i-1}{8}\right). \tag{59}$$

Um ferner q_ν zu berechnen, beachten wir, dass:

$$J_\nu'(x) = \tfrac{1}{2}\left(J_{\nu-1}(x) - J_{\nu+1}(x)\right).$$

Es ergiebt sich daraus:

$$q_\nu = 1 + \frac{2\nu}{ix} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \frac{S_2^\nu}{\frac{1}{2}(S_2^{\nu-1} + S_2^{\nu+1}) - \frac{\nu}{ix} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot S_2^\nu}.$$

1) H. Weber, Math. Ann. 37. p. 404. 1890.

Setzt man für die S_2 ihre Näherungswerte ein, so ergiebt sich *unter der Voraussetzung, dass auch* $\nu/ix \cdot \mu_i/\mu_a$ *klein gegen 1 ist*:

$$q_\nu = 1 + 2\nu \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{1}{ix} + \tfrac{1}{2} \cdot 2\nu \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \left(2\nu \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} - 1\right) \cdot \frac{1}{(ix)^2},$$

oder:

$$q_\nu = \left(1 + \frac{1}{ix}\right)^{2\frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \nu}, \tag{60}$$

wenn wir alle Glieder von höherer Ordnung als $1/x^2$ *vernachlässigen.*

Setzen wir also:

$$\left(1 + \frac{1}{ix}\right)^{2\frac{\mu_i}{\mu_a}} = q,$$

so ist $q_\nu = q^\nu$ und man erhält nun in ähnlicher Weise wie Formel (50):

$$\sum_1^\infty{}_m \xi^{2m} \cdot \varphi_{m,0} = \sum_1^\infty{}_\nu \frac{\xi^{2\nu} \cdot q^\nu}{\nu} \cdot \left(1 + \sum_1^\infty{}_{\nu_1} (\nu + \nu_1 - 1)_{\nu_1} \cdot \xi^{2\nu_1} \cdot q^{\nu_1} \cdot (1 + \dots\right.$$

$$= \sum_1^\infty{}_\nu \frac{(1 - \sqrt{1 - 4q \cdot \xi^2})^\nu}{2^\nu \cdot \nu} = -\ln \frac{1 + \sqrt{1 - 4q \cdot \xi^2}}{2}.$$

Setzt man nun ein:

$$q = 1 + 2 \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{1}{ix} - \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \left(2\frac{\mu_i}{\mu_a} - 1\right) \cdot \frac{1}{x^2}$$

und entwickelt nach Potenzen von $1/x$ bis zur zweiten, so erhält man, da $\sqrt{1 - 4\xi^2} = b/a$:

$$\left\{ \sum_1^\infty{}_m \xi^{2m} \cdot \varphi_{m,0} = \ln \frac{2a}{a+b} + \frac{1}{x^2} \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{a-b}{2b} \right.$$

$$\left. \cdot \left(1 - \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{(a+b) \cdot a}{b^2} - 2ix\right) \right. \tag{61}$$

Mit Hülfe der Gleichung (59) und (61) liefert nun (53):

$$\mathfrak{B} + 2\pi i n \mathfrak{L} = 8\pi i n \cdot \mu_a \cdot \left(\ln \frac{a+b}{a} + \frac{1}{x^2} \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \left(\frac{a}{b} \cdot ix \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{3i-1}{8} - \frac{a-b}{2b} \cdot \left(1 - \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{(a+b)a}{b^2}\right)\right)\right).$$

Hierin ist:

$$x^2 = -\frac{8\pi i n \mu_i}{\mathfrak{R}},$$

$$i.x = -2.(1+i)\cdot\sqrt{\frac{\pi n \mu_i}{\mathfrak{R}}}.$$

Für sehr schnelle Schwingungen ist:

$$(62)\quad \begin{cases} \mathfrak{W} = \frac{2a}{b}\cdot\sqrt{\pi n \mu_i \mathfrak{R}} + \mathfrak{R}\cdot\left(\frac{1}{8} + \frac{a-b}{2b}\cdot\left(1 - \frac{\mu_i}{\mu_a}\cdot\frac{a(a+b)}{b^2}\right)\right) \\ \mathfrak{L} = 4\mu_a.\ln\frac{a+b}{a} + \mu_i\left(\frac{a}{b}\cdot\sqrt{\frac{\mathfrak{R}}{\pi n \mu_i}} - \frac{3}{16}\cdot\frac{\mathfrak{R}}{\pi n \mu_i}\right), \\ \text{wo} \\ \mathfrak{R} = \frac{1}{\pi a^2 \lambda_i}, \qquad b = \sqrt{a^2 - \alpha^2}. \end{cases}$$

Diese Formeln gelten aber nur dann, wenn schon

$$\frac{\mu_i}{\mu_a}\cdot\sqrt{\frac{\mathfrak{R}}{\pi n \mu_i}}$$

klein gegen 1 ist und alle Potenzen dieser Grösse gegen 1 g strichen werden dürfen.

Die Formel (62) lehrt, dass bei sehr rapiden Schwi gungen die äussere Selbstinduction einen etwas anderen We annimmt, als bei langsamen Schwingungen. Es hat dies sein Grund darin, dass die Linien des äusseren Magnetfeldes, d bei niedriger Periodenzahl zu den elektrischen Kraftlini schief gerichtet sind, sich bei hohen Frequenzen senkrecht : ihnen stellen. Wenn die beiden Drähte so weit voneinand entfernt sind, dass man $b = a$ setzen darf, so gehen die Fc meln (62) in die bekannten für axiale Symmetrie[1]) über.

Weiter entfernte Drähte.

15. Sehr günstig für die praktische Rechnung ist es, da diejenigen Glieder der Formel (53), welche die Aenderung von $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{L}$ durch den gegenseitigen Einfluss der Drä darstellen, mit der zweiten Potenz des Verhältnisses $\xi = \alpha/$ beginnen. Auch bei noch so rapiden Schwingungen kann m deswegen diese Glieder sehr bald vernachlässigen, wenn Entfernung der Drähte wächst. Sind z. B. die Drähte 1 m

1) J. Stefan, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. math.-natu Klasse IIa. **99.** p. 319. 1890.

...sind ihre Axen nur 1 cm voneinander entfernt, so ist ... den man macht, wenn man $\xi = 0$ setzt, wie die ...2) zeigt, selbst bei sehr hoher Frequenz nur etwa ... Wir können also *bei genügend grosser Entfernung* ...ormel rechnen:

$$c^2 = \frac{k_a^2}{\ln \frac{2a}{\alpha}} \cdot \left(\ln \frac{2a}{\alpha} + \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{J_0(k_i \alpha)}{k_i \alpha \cdot J_0'} \right).$$

...e Formel (63) erhalten wir nach derselben Methode ..., wenn wir uns in allen Fourier'schen Reihen, welche ...en, auf das von φ freie Glied beschränken, wenn wir ...zen:

$$f_a = A \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad f_i = C \cdot J_0(k_i r_1), \quad g = 0,$$

$$r_1 = r', \quad a = b.$$

...e Grenzbedingungen werden nun:

$$f_a = f_i, \quad (k_a^2 - c^2) \cdot \frac{\partial f_i}{\partial r_1} = k_a^2 \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{\partial f_a}{\partial r_1},$$

$= \alpha$ und $r_2 / r_1 = 2a/\alpha$.

...rch Elimination von A und C erhält man (63).

...erden die Drähte weiter und weiter entfernt, so wird ...lich die Annahme, die allen bisherigen Ausführungen ...nde liegt, nämlich, dass $(k_a^2 - c^2) 4a^2$ klein gegen 1 ist, ...mehr erfüllt sein. Mit anderen Worten, es wird ein ...chluss zur Drahtleitung in Form der parallelen Ver...ngsströme entstehen.

...diesem Fall haben wir für f_a den Wert zu nehmen:

$$f_a = A \cdot \left(K_0(\sqrt{k_a^2 - c^2} \cdot r_1) - K_0(\sqrt{k_a^2 - c^2} \cdot r_2) \right)$$

...nn denselben Weg einzuschlagen, der zu (63) führte.

...ter *der einzigen Annahme, dass* $(k_a^2 - c^2) \cdot \alpha^2$ *gegen 1 ver...end klein ist, erhält man bei grosser Entfernung der beiden* (α^2 *klein gegen* $4a^2$):

$$\begin{cases} c^2 = k_a^2 \cdot \left(1 + \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{J_0(k_i \alpha)}{k_i \alpha \cdot J_0' \cdot \zeta} \right), \\ \zeta = \ln \frac{2i\gamma}{x_1} - K_0(x_2), \\ x_1 = \sqrt{k_a^2 - c^2} \cdot \alpha, \quad x_2 = \sqrt{k_a^2 - c^2} \cdot 2a, \end{cases}$$

wo man in den Ausdruck für ζ zunächst einen nach der Näherungsformel (63) gewonnenen Wert c_1 einsetzt, um aus (64) eine zweite Näherung c_2 zu berechnen, welche man dann wieder zur Erlangung einer dritten Näherung c_3 benutzen kann etc.

Ich bemerke übrigens, dass dies Näherungsverfahren sehr rasch zum Ziel führt und c_3 wohl schon in allen Fällen ausreicht.

Wenn x_2 ziemlich klein ist, so kann man rechnen:

$$\zeta = \ln\frac{2a}{\alpha} + (k_a^2 - c^2)\cdot a^2\cdot\left(1 + \ln\frac{i\gamma}{a\sqrt{k_a^2 - c^2}}\right). \tag{65}$$

In den Formeln (64) und (65) soll das Vorzeichen von $\sqrt{k_a^2 - c^2}$ so bestimmt sein, dass der imaginäre Teil positiv ist. Von dem ln *ist derjenige Zweig zu wählen, für welchen der imaginäre Teil zwischen $-i\cdot\pi/2$ und $+i\cdot\pi/2$ liegt.*

Diese letzte Bestimmung sagt also, dass, wenn $x = |x|\cdot e^{i\varphi}$, wo φ ein Wert zwischen 0 und π, zu nehmen ist:

$$\ln\frac{2i\gamma}{x} = \ln\left|\frac{2\gamma}{x}\right| + i\cdot\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right).$$

Unter diesen Annahmen befinden wir uns nämlich auf demjenigen Zweig der Function $K_0(x)$, welcher für ein rein imaginäres Argument reelle Werte liefert, und das ist der Zweig, der im Unendlichen verschwindet.

Bei näherer Betrachtung der Formel (65) erkennt man, dass der reelle Teil des zweiten Gliedes stets negativ ist. Dazu kommt noch ein kleiner imaginärer Posten, der wenigstens für nicht zu grosse Werte von x_2 positiv und jedenfalls immer von derselben niedrigen Grössenordnung ist, wie der reelle Teil. Daraus folgt, dass sowohl der reelle Teil, als auch der absolute Betrag von ζ etwas kleiner sind als $\ln 2a/\alpha$, und die complexe Einheit von ζ nur wenig von der positiven reellen Einheit verschieden ist.

$$\zeta = |\zeta|\cdot e^{i\varphi},\ \varphi \text{ sehr klein positiv.}$$

Der Nebenschluss der parallelen Verschiebungsströme zum Draht bewirkt, dass Capacität und Ableitung etwas vergrössert werden, dass dagegen die äussere Selbstinduction in demselben Verhältnis verkleinert wird. Ausserdem ist die Formel (2) nicht mehr ganz correct, da zu $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{C}$ noch ein Factor $e^{-i\varphi}$, und

zu der äusseren Selbstinduction $e^{+i\varphi}$ tritt, wo φ allerdings nur ein sehr kleiner Winkel ist.

16. Da $K_0(x_2)$ für sehr grosse Werte von x_2 verschwindet, so wird man von einer bestimmten Entfernung der beiden Drähte ab $K_0(x_2)$ gegen $\ln 2i\gamma/x_1$ streichen können. Dann kommt aber in der Formel (64) die Grösse x_2 überhaupt gar nicht mehr vor. Es stehen die Vorgänge im zweiten Draht also überhaupt gar nicht mehr in einem physikalischen Zusammenhang mit denen im ersten. Der Isolator bildet für jeden der beiden Drähte den Rückleiter.

Dies ist der Fall, den Sommerfeld speciell behandelt hat. Auch hier gilt die Formel (64):

$$c^2 = k_a^2 \cdot \left(1 + \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{J_0(k_i a)}{k_i a \,.\, J_0' \,.\, \zeta}\right),$$

aber ζ hat den Wert[1]):

$$(66) \qquad \begin{cases} \zeta = \frac{1}{2}\ln(z \,.\, \ln(z \,.\, \ln(z \,.\,. \\ z = \frac{4\gamma^2}{k_a^2 \,.\, a^2} \cdot \frac{\mu_a}{\mu_i} \cdot \frac{2 k_i a \,.\, J_0'(k_i a)}{J_0(k_i a)} \,. \end{cases}$$

Auch hier ist immer derjenige Zweig des ln zu nehmen, für den der imaginäre Teil zwischen $-i.\pi/2$ und $+i.\pi/2$ liegt.

Wenn, wie wir immer annehmen, x_1 eine sehr kleine Grösse ist, so ist $\ln 2i\gamma/x_1$ schon gross gegen $K_0(x_2)$, selbst wenn x_2 noch klein genug ist, um eine Berechnung von K_0 mit wenigen Gliedern der Potenzreihe:

$$K_0(x) = \ln\frac{2i\gamma}{x} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{2^2} + 0{,}25 \cdot \frac{x^4}{2^4} - 0{,}0278 \cdot \frac{x^6}{2^6} + \ldots\right)$$
$$- \frac{x^2}{2^2} + 0{,}375 \cdot \frac{x^4}{2^4} - 0{,}0509 \cdot \frac{x^6}{2^6} + \ldots$$

zu erlauben. Der unter 15. geschilderte Fall geht also allmählich in den jetzt behandelten Grenzfall über.

Zur Erläuterung des Gesagten habe ich ein von Sommerfeld gerechnetes Beispiel[2]) für verschiedene Entfernungen der beiden Drähte erweitert.

---

1) A. Sommerfeld, l. c. p. 273. Ich habe eine etwas andere Bezeichnungsweise gewählt, doch wird man leicht die Uebereinstimmung mit den Sommerfeld'schen Formeln erkennen.

2) A. Sommerfeld, l. c. p. 271.

Zwei Platin- oder Neusilberdrähte von 0,4 mm Dick Luft, leiten Hertz'sche Wellen von ca. 100 cm Wellenlä

$$\alpha = 0{,}02; \quad \lambda_i = 69 \cdot 10^{-6}, \quad \mu_i = 1.$$
$$\varepsilon = 1; \quad \mu_a = 1; \quad \lambda_a = 0.$$
$$n = 300 \cdot 10^6.$$

Ich nahm nun drei verschiedene Entfernungen an:

$2a_1 = 40$ cm rein metallische Rückleitung,

$2a_2 = 400$ cm gemischte Rückleitung,

$2a_3 = 1200$ cm reiner Verschiebungsstrom als Rückleit

Für diese drei Fälle berechnete ich sowohl die Grös als auch $\ln(2a/\alpha)$ und bekam daraus das Verhältnis Capacität für die Schwingungen zur elektrostatischen Capac

$$\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}_0} = \frac{\ln \frac{2a}{\alpha}}{\zeta}.$$

Ferner berechnete ich noch die genaue Wellenlänge l, Dämpfungscoefficienten $\varkappa$, und diejenige Strecke z, nach d Durchlaufung die Amplitude auf die Hälfte gesunken sein

$$z = \frac{0{,}693}{\varkappa}.$$

Eine Correctur wegen des gegenseitigen Einflusses der D ist nicht anzubringen, denn schon für den ersten Fal $\alpha^2/a^2 = 10^{-6}$, also unmerklich klein.

	$2a$	ζ	$\ln \frac{2a}{\alpha}$	$\mathfrak{C}/\mathfrak{C}_0$	l	$\varkappa$
rein metall. Rückleitung	40	7,60	7,60	1,00	99,81	$1{,}13 \cdot 10^{-4}$
gemischte Rückleitung	400	$9{,}17 + 0{,}8i$	9,90	$1{,}07 \cdot e^{-i \cdot 5^\circ}$	99,86	$1{,}00 \cdot 10^{-4}$
Verschiebgsstr.	1200	$10{,}8 + 0{,}4i$	11,00	$1{,}02 \cdot e^{-i \cdot 2^\circ}$	99,88	$0{,}85 \cdot 10^{-4}$

Ich bemerke noch, dass allen diesen Zahlen der W

$$\frac{J_0(k_i \alpha)}{k_i \alpha \cdot J_0'} = 0{,}0282 - 0{,}0276 \cdot i = 0{,}0394 \cdot e^{-i\,44^\circ 28'}$$

zu Grunde liegt. Die kleine Abweichung der Sommerfeld'schen Zahlen für $\varkappa$ und z beruht nur auf irgend einer Ungenauigkeit beim Rechnen.

Stromverteilung im Draht.

17. Die ganze Stromstärke $\mathfrak{J}$ kann man nach der Formel:

$$4\pi . \mathfrak{J} = -\int_0^{2\pi} \Psi . h . d\varphi , \tag{67}$$

berechnen, wo für Ψ und h die Werte auf einem Kreise $\varrho = \text{const.}$ ausserhalb des Drahtes einzusetzen sind. Berechnen wir Ψ_0 nach der Formel (17), wo für f und g die Reihenentwickelungen (25) einzusetzen sind, so bekommen wir:

$$h . \Psi_0 = -\frac{k_a^2}{k_a^2 - c^2} \cdot \frac{A_0}{2\pi i n \mu_a} - \frac{1}{2\pi i n \mu_a} \cdot (A_1 (\eta + \eta^{-1}) \cos\varphi + 2 . A_2 . (\eta^2 + \eta^{-2}) . \cos 2\varphi + \ldots$$

Daraus ergiebt sich mit Benutzung der Formel (39):

$$\mathfrak{J} = \frac{C_0 \cdot y_0}{4\pi i n \mu_i} . e^{2\pi i n t - i . c . z} . \tag{68}$$

Diese Formel lehrt, dass durch jeden Kreis $\varrho = \text{const.}$ nur der im Draht geleitete Strom hindurchtritt, dass also kein Verschiebungsstrom im Isolator dazukommt. Nun war aber für die Herleitung der Formel wesentlich, dass wir Reihen von der Form (22) benutzten, in welchen die Glieder von der Ordnung $k_a^2 - c^2$ fortgelassen sind.

Die Vernachlässigung der parallelen Verschiebungsströme ist identisch mit der Vernachlässigung der Grösse $(k_a^2 - c^2) . 4\,a^2$ gegen 1.

Ebenso können wir die elektrische Spannung zwischen den beiden Drähten berechnen:

$$\begin{cases} \mathfrak{P} = \int_{\varrho_1}^{\varrho_2} h . R . d\varrho , \\ \varrho_1 = -\varrho_2 = \ln \frac{a+b}{a} . \end{cases} \tag{69}$$

Nach (17) und (25) ergiebt sich:

$$h . R_0 = -\frac{i . c}{k_a^2 - c^2} \cdot A_0 ,$$

also unter Benutzung von (39):

$$(70)\quad \begin{cases} h\,.\,R = -\dfrac{\mu_a}{\mu_i}\cdot\dfrac{ic}{k_a^2}\cdot C_0\,y_0\cdot e^{2\pi int - i.c.s}, \\ \mathfrak{P} = -\dfrac{\mu_a}{\mu_i}\cdot\dfrac{2ic}{k_a^2}\cdot C_0\cdot y_0\cdot \ln\dfrac{a+b}{a}\cdot e^{2\pi int - i.c.s}. \end{cases}$$

Aus diesen Formeln erkennt man, was man nach unseren Auseinandersetzungen in 6. erwarten musste:

Wenn man die Grössen von der Ordnung $(k_a^2 - c^2)\,.\,4\,a^3$ vernachlässigt, so ist das elektrische Feld an jeder Stelle der Leitung auch bei noch so hoher Frequenz gerade so beschaffen wie ein elektrostatisches Feld.

Denn das Linienintegral $\mathfrak{P}$ ist unabhängig vom Integrationsweg.

Wir wollen nun noch das Verhältnis zwischen $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{J}$ untersuchen:

$$(71)\qquad \frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{J}} = c\cdot\frac{8\pi n\mu_a}{k_a^2}\cdot\ln\frac{a+b}{a} = \frac{c}{2\pi n\mathfrak{C} - i\,.\,\mathfrak{A}}\,.$$

Der absolute Betrag dieser Grösse ist das Verhältnis der Amplituden von $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{J}$, das wir der üblichen Ausdrucksweise folgend *den scheinbaren Widerstand der unendlich langen Leitung* nennen. Das Argument der complexen Einheit der Grösse (71) ist der Winkel der Phasenverschiebung zwischen $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{J}$.

Wenn der Isolator vollkommen ist, also $\mathfrak{A} = 0$, so ist der Widerstand der unendlich langen Leitung:

$$(72)\qquad W_0 = \frac{|c|}{2\pi n\mathfrak{C}} = \frac{1}{\mathfrak{C}}\cdot\sqrt{\frac{1}{l^2n^2} + \frac{\varkappa^2}{4\pi^2n^2}}$$

und die Phasenverzögerung von $\mathfrak{P}$ gegen $\mathfrak{J}$:

$$(73)\qquad \vartheta = \operatorname{arctg}\frac{\varkappa\,.\,l}{2\pi}\,.$$

Da nun nach Formel (2):

$$c^2 = 2\pi n\mathfrak{C}(2\pi n\mathfrak{L} - i\,.\,\mathfrak{W}),$$

so kann man ϑ auch nach der Formel berechnen:

$$(74)\qquad \operatorname{tg} 2\vartheta = \frac{\mathfrak{W}}{2\pi n\mathfrak{L}},$$

ϑ erreicht also sein Maximum $\pi/4$, wenn $2\pi n\mathfrak{L}$ gegen $\mathfrak{W}$ unendlich klein ist, was am ehesten für sehr kleine Werte n

eintreten wird, es erreicht sein Minimum Null, wenn $2\pi n \mathfrak{L}$ gegen $\mathfrak{W}$ unendlich gross ist, also bei sehr hohen Schwingungszahlen.

Wenn man die Ableitung im Isolator Null setzen darf, so erleidet in einer unendlich langen Leitung die Spannung $\mathfrak{P}$ stets eine Phasenverzögerung gegen die Stromstärke $\mathfrak{J}$, und zwar liegt diese stets zwischen 0^0 (bei sehr schnellen Schwingungen) und 45^0 (bei sehr langsamen Schwingungen).

Dieser Satz gilt für jede beliebige Fernleitung, auch wenn sie nicht gerade von zwei parallelen Drähten gebildet wird.

18. Wie sich nun der Strom auf die einzelnen Teile des Drahtquerschnittes verteilt, erkennt man am einfachsten aus der Reihenentwickelung (28), weil ja die Stromdichte stets $Z.\lambda_i$ ist.

Ich beginne mit der Untersuchung der Stromverteilung bei *langsamen Schwingungen.* Zerlegt man den Drahtquerschnitt in eine Anzahl concentrischer Schichten, so wird die Stromdichte erstens von einer Schicht zur anderen variiren, und zwar so, dass sie in den äusseren Schichten grösser ist, zweitens aber auch innerhalb ein und derselben Schicht. Diese zweite Ungleichmässigkeit ist dem gegenseitigen Einfluss der beiden Drähte zuzuschreiben und soll jetzt genauer berechnet werden. In der Reihenentwickelung:

$$Z = C_0 . J_0(k_i r') + C_1 . J_1(k_i r') . \cos\chi + C_2 . J_2(k_i r') . \cos 2\chi + \ldots,$$

sind es die mit χ behafteten Glieder, die hierfür in Betracht kommen, und da die Functionen J_1, J_2, ... ungefähr proportional sind der ersten, zweiten, ... Potenz von r', so erkennt man, dass die tiefer gelegenen Schichten sich nur dadurch von der äussersten unterscheiden, dass in ihnen die Ungleichmässigkeit etwas weniger ausgeprägt ist. Wir wollen uns daher auf die Betrachtung der äussersten Schicht $r' = \alpha$ beschränken.

Setzen wir:

$$\tfrac{1}{2} C_\nu . (x_\nu + y_\nu) = C'_\nu,$$

so ist:

$$C_\nu . J_\nu(k_i \alpha) . \cos \nu\chi = \frac{\mu_a}{\mu_i} . C'_\nu . (1 - q_\nu) . \cos \nu\chi$$

und nach (47):

$$C'_\nu = \frac{C_0 . y_0}{\nu} . \xi^\nu . (1 + \nu . q_1 . \xi^2 + \ldots + \xi^{2m} . \varphi_{m,\nu} + \ldots).$$

Wir wollen nun zunächst den Fall $\mu_i = \mu_a = 1$ und suchen, wobei wir uns auf die Glieder niedrigster Ordnung beschränken. Dann ist, wie wir oben gesehen haben:

$$q_m = -\frac{J_{m+1}}{J_{m-1}} = -\frac{1}{m\,.\,(m+1)} \cdot \frac{k_i^2\,\alpha^2}{4}$$

und:

$$\varphi_{m,\nu} = (\nu + m - 1)_m \cdot q_m = -\frac{k_i^2\,\alpha^2}{4} \cdot \frac{(\nu + m - 1)_m}{m\,.\,(m+1)}\,.$$

Hier ist:

$$\frac{k_i^2\,\alpha^2}{4} = -\frac{2\,\pi\,n\,i}{\mathfrak{N}}$$

[nach Formel (54)].

Rechnet man nun die Reihe für Z_0 aus, so erhält man

$$(75)\quad \begin{cases} Z_0 = C_0 \cdot \left\{1 - \left(\frac{2\,\pi\,n}{\mathfrak{N}}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\ln(1 + \xi^2 - 2\,\xi\,.\,\cos\chi) - 2\right.\right. \\ \qquad \left.\left. + i \cdot \frac{2\,\pi\,n}{\mathfrak{N}} \cdot \left(1 - \ln(1 + \xi^2 - 2\,\xi\,.\,\cos\chi)\right)\right\}, \\ \text{wo} \\ p = \sum_1^\infty \xi^\nu\,.\,\cos\nu\chi \cdot \left(\frac{1}{\nu^2\,.\,(\nu+1)}\right. \\ \qquad \left. - \sum_1^m (\nu + m - 1)_{m-1} \cdot \frac{\xi^{2m}}{m^2\,.\,(m+1)}\right). \end{cases}$$

Diese Grösse p, die wegen der guten Convergenz der Reihen der Hauptsache nach durch das erste Glied bestimmt ist, kann als nahezu proportional mit $\cos\chi$ angesehen werden.

Der absolute Betrag der Grösse Z_0/C_0 ist ungefähr:

$$1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2\,\pi\,n}{\mathfrak{N}}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \ln(1 + \xi^2 - 2\,\xi\,.\,\cos\chi)\right.$$
$$\left. + [\ln(1 + \xi^2 - 2\cos\chi)]^2 + 4p\right).$$

Dieser Wert ist um so grösser, je grösser $\cos\chi$ ist.

Das Argument φ der complexen Einheit von Z_0/C_0 giebt sich als:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\,\pi\,n}{\mathfrak{N}} \cdot (1 - \ln(1 + \xi^2 - 2\,\xi\,.\,\cos\chi))\,.$$

Auch φ ist um so grösser, je grösser $\cos\chi$.

Wir wollen nun noch (75) mit dem durchschnittlichen Wert von $Z_0 : Z_m$ vergleichen.

Es ist:

$$Z_m \cdot \lambda_i = \frac{1}{a^2 \cdot \pi} \cdot \mathfrak{J}_0 .$$

wo für $\mathfrak{J}_0$ der Wert aus (68) zu entnehmen ist. Hieraus ergiebt sich:

$$Z_m = C_0 \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{4} \cdot \left(\frac{2\pi n}{\mathfrak{R}}\right)^2 + i \cdot \tfrac{1}{4} \cdot \frac{2\pi n}{\mathfrak{R}}\right). \tag{76}$$

Der absolute Betrag von Z_m / C_0 ist:

$$1 - \tfrac{1}{4}\tfrac{1}{8}\left(\frac{2\pi n}{\mathfrak{R}}\right)^2,$$

das Argument φ_m:

$$\operatorname{tg} \varphi_m = \tfrac{1}{4} \cdot \frac{2\pi n}{\mathfrak{R}} .$$

Vergleicht man die Werte für Z_0 mit denen für Z_m, so kann man sagen:

Die Stromdichte ist in den äusseren Schichten des Drahtes im allgemeinen grösser als die durchschnittliche Stromdichte, am grössten ist sie aber an den einander zugewendeten Seiten der Drähte, an den am weitesten abgewendeten Stellen kann sie dagegen sogar etwas unter die durchschnittliche Dichte sinken.

Die Phase des Stromes in den äussersten Schichten eilt der des durchschnittlichen Stromes im allgemeinen voraus, am meisten an der zugewendeten Seite der beiden Drähte; nur an den am weitesten abgewendeten Stellen kann sie etwas zurückbleiben.

Ich habe dies an einem Zahlenbeispiel nachgerechnet. Die beiden Leiter seien Kupferdrähte von 2 cm Dicke, mit einem Zwischenraum von 5 mm, der Isolator sei Luft, die Periodenzahl 50.

$a = 1$; $2a = 2{,}5$; $\lambda_i = 600 \cdot 10^{-6}$; $\mu_i = \mu_a = 1$; $\varepsilon = 1$; $n = 50$.

Sei S der Ueberschuss der Stromdichte über die durchschnittliche, β der Winkel der Phasenverschiebung gegen die durchschnittliche Phase, so ist für die Stelle, wo die Drähte sich am nächsten sind, $r' = a$, $\chi = 0$, und für die Stelle, die am meisten abgewendet ist, $r' = a$, $\chi = \pi$:

$$r' = a, \quad \chi = 0, \quad S = 47 \text{ Proc.}, \quad \beta = 46^0 10'$$
$$r' = a, \quad \chi = \pi, \quad S = -6 \text{ Proc.}, \quad \beta = 4^0 50'.$$

Für dieses Beispiel ergiebt sich der Betrag des anti-effectiven Kupfers, soweit er von der inneren Schirmwirkung

herrührt, r_n und soweit er von dem gegenseitigen Einfluss beiden Drähte herrührt r_n' nach Formel (56):

$$r_n = 2{,}9 \text{ Proc.}, \quad r_n' = 5{,}0 \text{ Proc.}$$

Wir haben diese Untersuchung nun noch zu ergän durch die Betrachtung der Verhältnisse in magnetisirba Drähten. Ist μ_i sehr gross gegen μ_a, so werden alle Glied

$$C_\nu . J_\nu(k_i \alpha) . \cos \nu\chi = \frac{\mu_a}{\mu_i} . C_\nu' . (1 - q_\nu) . \cos \nu\chi ,$$

wo

$$q_\nu = -1$$

sehr klein gegen das erste Glied $C_0 . J_0(k_i \alpha)$.

In Eisendrähten ist die Stromdichte um die Drahtaxe hei symmetrisch, da der Einfluss des benachbarten Drahtes geschirmt wird.

19. Für *sehr schnelle Schwingungen* rechnen wir nur erste Näherung, indem wir $q_1 = q_2 = \ldots = 1$ setzen. Der W der Coefficienten C_ν ergiebt sich dann aus Formel (50):

$$C_\nu = \frac{2 . C_0 . y_0}{\nu . (x_\nu + y_\nu)} . \left(\frac{1 - \sqrt{1 - 4\xi^2}}{2\xi} \right)^\nu = \frac{2 . C_0 . y_0}{x_\nu + y_\nu} . \frac{\eta^\nu}{\nu} ,$$

wo wie früher $\alpha/(a+b) = \eta$ gesetzt ist.

In derselben Annäherung ist:

$$x_\nu + y_\nu = \frac{k_i \alpha}{\nu} . J_{\nu-1}(k_i \alpha)$$

sowohl für magnetisches, wie für unmagnetisches Material. weiter:

$$y_0 = - k_i \alpha . J_1(k_i \alpha)$$

und (wiederum in der benutzten Annäherung):

$$J_m(x) = e^{\frac{2m+1}{4} \pi i} . \frac{e^{-ix}}{\sqrt{2\pi x}} ,$$

so ergiebt sich schliesslich:

$$C_\nu . J_\nu(k_i r') . \cos \nu\chi = 2 . C_0 . e^{\frac{\pi i}{4}} . \frac{e^{-i . k_i r'}}{\sqrt{2\pi k_i r'}} . \eta^\nu . \cos \nu\chi$$

und, wenn man dies in die Reihe für Z_0 einsetzt:

$$Z_0 = C_0 . e^{\frac{\pi i}{4}} . \frac{e^{-i . k_i r'}}{\sqrt{2\pi k_i r'}} . \frac{b}{a - \alpha . \cos\chi} . \tag{77}$$

Wenn man nun bedenkt, dass auf der Oberfläche des Drahtes nach Formel (28):

$$\frac{b}{a - \alpha \cdot \cos\chi} = \frac{a - \alpha \cdot \cos\varphi}{b} = \frac{\alpha}{h},$$

so erkennt man, dass Gleichung (77) folgendes aussagt:

Bei sehr raschen Schwingungen concentrirt sich der Strom auf die äussersten Schichten des Drahtes, sodass für einen Punkt im Innern (r', χ) die Stromdichte s aus der in einem auf demselben Radius gelegenen Punkt der Oberfläche (α, χ) herrschenden Stromdichte s_0 nach der Formel:

$$s = s_0 \cdot e^{-ik_i(r'-\alpha)}$$

sich berechnen lässt. Die Stromdichte s_0 auf der Oberfläche gehorcht demselben Gesetz, wie die Flächendichte einer elektrostatischen Ladung, da sie proportional ist der Grösse:

$$\frac{\alpha}{h} = \frac{a - \alpha \cdot \cos\varphi}{b}.$$

Dieses Gesetz gilt um so genauer, je kleiner die gegen 1 vernachlässigte Grösse:

$$\frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \sqrt{\frac{\Re}{\pi n \mu_i}}$$

ist.

Der Querstrom.

20. Jeder Wechselstrom besitzt ausser der zur Drahtaxe parallelen Componente noch eine dazu senkrechte, welche die abwechselnd positive und negative Ladung der Drahtoberfläche bewirkt. Ich will sie als den „Querstrom" bezeichnen. Im Falle axialer Symmetrie geht dieser Querstrom in der Richtung des Drahtradius, steht also senkrecht auf der Oberfläche. Bei Leitungen mit zwei parallelen Drähten ist dagegen ausser der radialen Componente R_i auch noch eine tangentiale Φ_i vorhanden, der Querstrom mündet also schief zur Oberfläche. Natürlich muss auch in dem äusseren Feld die elektrische Spannung eine die Drahtaxe umkreisende Componente Φ besitzen, es können daher die Kraftlinien nicht genau die Form elektrostatischer Linien besitzen, sondern sie müssen um diese Form hin und her oscilliren. Wir haben jedoch in 6. gezeigt, dass die Componente Φ vernachlässigt werden darf,

und die genauere Berechnung des Querstromes wird für uns hauptsächlich das Interesse haben, über den hierbei gemachten Fehler ins Klare zu kommen.

Wir machen also den Ansatz (Formel 21):

$$g_i = D_1 \cdot J_1(k_i r') \cdot \sin\chi + D_2 \cdot J_2(k_i r') \cdot \sin 2\chi + \ldots,$$

wo die Coefficienten D aus der Grenzbedingung $g_i = g_a$ zu bestimmen sind. Man kann aber auch ebensogut die Gleichung:

$$\frac{\partial g_i}{\partial \varphi} = \frac{\partial g_a}{\partial \varphi}$$

benutzen, und da auf der Oberfläche des Drahtes

$$\frac{-d\chi}{\partial \varphi} = \frac{\frac{1}{a} \cdot ds_2}{\frac{1}{h} \cdot ds_2} = \frac{h}{a} = \frac{b}{a - \alpha \cdot \cos\varphi},$$

diese Gleichung auch schreiben:

$$-\frac{\partial g_i}{\partial \chi} \cdot \frac{b}{a - \alpha \cdot \cos\varphi} = \frac{\partial g_a}{\partial \varphi},$$

was nach Gleichung (25) nichts anderes ist, als:

$$(78) \quad \begin{cases} -\frac{2\pi n \mu_i}{c} \cdot \left\{ D_1 \cdot J_1(k_i \alpha) \cdot \frac{b \cdot \cos\chi}{a - \alpha \cdot \cos\varphi} + D_2 \cdot J_2(k_i \alpha) \right. \\ \qquad \left. \cdot \frac{2b \cdot \cos 2\chi}{a - \alpha \cdot \cos\varphi} + \ldots \right\} \\ = \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \{ A_1 \cdot (\eta + \eta^{-1}) \cdot \cos\varphi + 2 \cdot A_2 \cdot (\eta^2 + \eta^{-2}) \\ \qquad \cdot \cos 2\varphi + \ldots \}. \end{cases}$$

Wenn man nun, wie in Gleichung (38), die linke Seite nach φ entwickelt und die beiden Fourier'schen Reihen Glied für Glied gleichsetzt, bekommt man ein Gleichungssystem genau von der Form (40), nur dass die Grössen:

$$C_0 \cdot k_i \alpha \cdot J_0', \quad C_1 \cdot k_i \alpha \cdot J_1', \ldots \quad C_\nu \cdot \frac{k_i \alpha}{\nu} \cdot J_\nu', \ldots$$

zu ersetzen sind durch:

$$0, \quad -\frac{2\pi n \mu_i}{c} \cdot D_1 \cdot J_1, \ldots \quad -\frac{2\pi n \mu_i}{c} \cdot D_\nu \cdot J_\nu, \ldots$$

Setzen wir nun vorübergehend:

$$\frac{2\pi n \mu_i}{c} \cdot D_\nu \cdot J_\nu = D_\nu',$$

so ergiebt die Subtraction des aus (78) hervorgegangenen Gleichungssystems von (40):

$$79)\quad \begin{cases} 2\,C_0 \cdot y_0 \cdot \eta^2 + \sum_1^\infty (C_\nu \cdot y_\nu + D'_\nu) \cdot \eta^\nu \cdot c_{\nu,1} = 0, \\ 2 \cdot C_0 \cdot y_0 \cdot \frac{\eta^4}{2} + \sum_1^\infty (C_\nu \cdot y_\nu + D'_\nu) \cdot \eta^\nu \cdot c_{\nu,2} = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ 2 \cdot C_0 \cdot x_0 \cdot \frac{\eta^{2\sigma}}{\sigma} + \sum_1^\infty (C_\nu \cdot y_\nu + D'_\nu) \cdot \eta^\nu \cdot c_{\nu,\sigma} = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

wo:

$$c_{\nu,\sigma} = \sum_0^\sigma p\,(\nu)_p \cdot (\nu + \sigma - p - 1)_{\nu-1} \cdot (-1)^p \cdot \eta^{\sigma+\nu-2p}.$$

Wir multipliciren nun genau so, wie bei der Herleitung von (43) die ersten σ Gleichungen der Reihe nach mit:

$$-1,\quad +(\sigma-1),\quad -(\sigma-1)_2, \ldots\quad (-1)^p \cdot (\sigma-1)_{p-1}, \ldots\quad (-1)^\sigma$$

und gewinnen dadurch:

$$(80)\quad \begin{cases} \frac{2\,C_0 \cdot y_0}{\sigma} \cdot (1-\eta^2)^\sigma + (1-\eta^2)^\sigma \cdot \sum_1^\infty (C_\nu \cdot y_\nu + D'_\nu)(\nu+\sigma-1)_\sigma \\ \qquad\qquad \cdot \eta^\sigma = \frac{2\,C_0 \cdot y_0}{\sigma}. \end{cases}$$

Die Lösung dieser Gleichung (80) ist:

$$(C_\nu \cdot y_\nu + D'_\nu) = \frac{2\,C_0 \cdot y_0}{\nu} \cdot \eta^\nu$$

und somit ergiebt sich:

$$(81)\qquad D_\nu = -\frac{c}{2\pi n \mu_i} \cdot \left(C_\nu \cdot \frac{y_\nu}{J_\nu(k_i \alpha)} - \frac{2 \cdot C_0 \cdot y_0 \cdot \eta^\nu}{\nu \cdot J_\nu(k_i \alpha)} \right).$$

Wir haben nun f_i und g_i beide in den Cylindercoordinaten r' und χ entwickelt, wir werden daher am besten auch die ihnen entsprechenden Componenten des Feldes berechnen, die wir mit R' und Φ' bezeichnen wollen.

Es ist dann auf der Oberfläche der Drähte

$$R = -R', \qquad \Phi = -\Phi'.$$

R' und Φ' kann man leicht finden, wenn man die well'schen Gleichungen für Cylindercoordinaten aufstellt dann dasselbe Verfahren anwendet, welches zu den chungen (17) führte. Man bekommt so:

$$(82)\quad \begin{cases} R_0' = -\frac{1}{k^2-c^2}\cdot\left(c\cdot i\cdot\frac{\partial f}{\partial r'} + \frac{2\pi i n\mu}{r'}\cdot\frac{\partial g}{\partial \chi}\right), \\ \Phi_0' = -\frac{1}{k^2-c^2}\cdot\left(\frac{c\cdot i}{r'}\cdot\frac{\partial f}{\partial \chi} - 2\pi i n\mu\cdot\frac{\partial g}{\partial r'}\right). \end{cases}$$

21. Wir berechnen nun zunächst den *Querstrom bei samen Schwingungen.* Da bei kleinem $k_i\alpha$ in erster Annäh

$$y_\nu = \frac{k_i\alpha}{\nu}\cdot J_\nu'(k_i\alpha) = J_\nu(k_i\alpha),$$

so ist:

$$D_\nu = -\frac{c}{2\pi n\mu_i}\cdot\left(C_\nu - \frac{2\,C_0\cdot y_0\cdot\eta^\nu}{\nu\cdot J_\nu(k_i\alpha)}\right).$$

Setzt man ferner in erster Annäherung:

$$\frac{J_\nu(k_i r')}{J_\nu(k_i\alpha)} = \frac{r'^\nu}{\alpha_\nu} \quad\text{und}\quad \frac{k_i r'\cdot J_0'(k_i\cdot r')}{k_i\alpha\cdot J_0'(k_i\cdot\alpha)} = \frac{r'^2}{\alpha^2},$$

so ergiebt sich, weil im Drahtinneren $k^2 - c^2 = k_i^2$ ist:

$$R_0' = -\frac{i\cdot c}{k_i^2\cdot r'}\cdot C_0\cdot y_0\cdot\left(\frac{r'^2}{\alpha^2} + 2\cdot\sum_1^\infty \eta^\nu\cdot\frac{r'^\nu}{\alpha^\nu}\cdot\cos\nu\chi\right)$$

oder:

$$(83)\quad \begin{cases} R_0' = -2\,C_0\cdot y_0\cdot\frac{i\cdot c}{k_i^2}\cdot\left(\frac{r'}{2\alpha^2} + \frac{(a+b)\cdot\cos\chi - r'}{r_2^2}\right), \\ \text{ebenso:} \\ \Phi_0' = +2\,C_0\cdot y_0\cdot\frac{i\cdot c}{k_i^2}\cdot\frac{(a+b)\cdot\sin\chi}{r_2^2}, \\ \text{wo:} \\ r_2^2 = (a+b)^2 + r'^2 - 2r'\cdot(a+b)\cdot\cos\chi \end{cases}$$

dieselbe Grösse wie in Gleichung (4) bedeutet.

Aus der Formel (83) erkennt man zunächst, da Phase von Φ' und R' gleich ist, ferner dass die Bahn des Querstromes allein durch die geometrischen Verhäl also α und $2a$ bestimmt sind, dagegen unabhängig v physikalischen Eigenschaften der Drähte und der Schwin zahl. Die Stärke des Querstromes ist lediglich dadur stimmt, dass der Verschiebungs- und Ableitungsstro

1) Diese finden sich z. B. bei A. Sommerfeld, l. c. p. 2 r, φ an Stelle unserer r', χ stehen.

Dielectricum die Fortsetzung seiner radialen Componente bilden muss.

Die Bahncurven des Querstromes stehen senkrecht zu der Curvenschaar:

$$u = \frac{r'^2}{2\,a^2} - \ln r_2^2 = \text{const.},$$

denn R_0' und Φ_0' sind proportional mit

$$\frac{\partial u}{\partial r'} \quad \text{und} \quad \frac{1}{r'}\frac{\partial u}{\partial \chi}.$$

Der Querstrom nimmt von der Oberfläche an nach innen zu mehr und mehr ab, bis er in dem Punkte:

$$\chi = 0, \quad r_0' = \sqrt{\frac{(a+b)^2}{4} - 2\,a^2} - \frac{a+b}{2}$$

vollständig erlischt. Natürlich können im Innern des Drahtes keine Stromlinien endigen, die Curven des Querstromes setzen sich also in den Linien des longitudinalen Stromes fort.

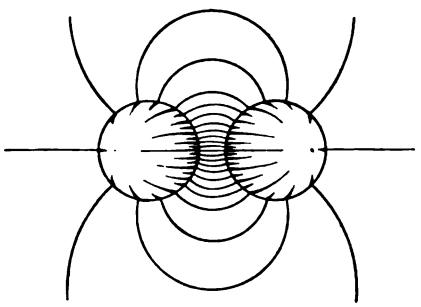


Fig. 4.

In der nebenstehenden Fig. 4 habe ich für den oben berechneten Fall $a/2\,a = 0{,}4$ die Curven des Querstromes und des Verschiebungsstromes im Isolator, der seine Fortsetzung bildet, gezeichnet. Man erkennt deutlich, dass der Querstrom eine tangentiale Componente hat.

Man kann nun leicht die tangentiale Componente des elektrischen Feldes auf der Oberfläche des Drahtes mit den Grössen, gegen welche sie vernachlässigt worden ist, vergleichen. Es ist nämlich nach Gleichung (17):

$$\frac{\partial f_a}{\partial \varphi} - \frac{2\,\pi\,n\,\mu_a}{c}\cdot\frac{\partial g_a}{\partial \varrho} = \frac{k_a^2 - c^2}{i\,.\,c}\cdot h\cdot \Phi_0' = \frac{k_a^2 - c^2}{k_i^2}\cdot C_0\cdot y_0\cdot\frac{a}{b}\cdot\sin\chi,$$

weil

$$h = \frac{r_1\cdot r_2}{2\,b} \quad \text{und} \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{a}{a+b}.$$

Nun ist aber:

$$\frac{\partial f_a}{\partial \varphi} = \frac{\partial f_i}{\partial \varphi} = -\frac{h}{\alpha} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \chi} = \sum_1^\infty \nu \cdot C_\nu \cdot J_\nu (k_i \alpha) \cdot \frac{b \cdot \sin \nu \chi}{a - \alpha \cdot \cos \chi}$$

und da es nur auf die Grössenordnung ankommt, so k wir in den Reihen (47) für die C, welche bei lang Schwingungen immer rasch convergiren, die Glieder n $\xi^4, \ldots$ gegen 1 fortlassen. Man bekommt so:

a) für unmagnetisches Drahtmaterial:

$$\frac{\partial f_a}{\partial \varphi} \sim C_0 \cdot y_0 \cdot \frac{2a \cdot \alpha}{b} \cdot \frac{a + \alpha \cdot \cos \chi}{4a^2 + \alpha^2 + 4a\alpha \cos \chi} \cdot \sin \chi$$

$$\sim C_0 \cdot y_0 \cdot \frac{\alpha}{2b} \cdot \sin \chi ;$$

b) für magnetisches Drahtmaterial:

$$\frac{\partial f_a}{\partial \varphi} \sim C_0 \cdot y_0 \cdot \frac{\mu_a}{\mu_i} \cdot \frac{\alpha}{b} \cdot \sin \chi .$$

Bei der Aufstellung der Gleichung (24) haben wir al

$$2 \cdot \frac{k_a^2 - c^2}{k_i^2} \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a}$$

gegen 1 fortgelassen.

In dem oben gerechneten Beispiel (Kupferdraht in ist die vernachlässigte Grösse hiernach ungefähr:

$$5 \cdot 10^{-16} \text{ gegen } 1.$$

22. Bei sehr schnellen Schwingungen müssen wir die D_ν zu berechnen, wie sich gleich zeigen wird, die Annäherung für die Werte C_ν benutzen, welche man wenn man setzt:

$$q_m = 1 + 2m \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{1}{ix} \text{ (Gleichung 60).}$$

Die Formel (50) liefert dann:

$$C_\nu = \frac{2 \cdot C_0 \cdot y_0}{x_\nu + y_\nu} \cdot \frac{\eta^\nu}{\nu} \cdot \left(1 + \nu \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a i \cdot x}\right),$$

wenn wir für $k_i \alpha$ ix schreiben. Da ferner:

$$\frac{y_\nu}{x_\nu + y_\nu} = \tfrac{1}{2}(1 - q_\nu) = 1 + \nu \cdot \frac{a - b}{b} \cdot \frac{\mu_i}{\mu_a \cdot i \cdot x},$$

so liefert (81):

$$D_\nu = \frac{c \cdot i}{2\pi n \mu_a} \cdot \frac{2 \cdot C_0 \cdot y_0 \cdot \eta^\nu}{x \cdot J_\nu(x)} \cdot \frac{a}{b} .$$

Benutzt man nun die Näherung:

$$J_\nu(x) = e^{\frac{\pi i}{4}} \frac{e^{\frac{\nu\pi i}{2}} \cdot e^{-ix}}{\sqrt{2\pi x}},$$

so ergiebt sich schliesslich:

$$D_\nu = \frac{2 C_0 \cdot c}{2\pi n \mu_a} \cdot \frac{a}{b} \cdot (-1)^\nu \cdot \eta^\nu \cdot e^{\frac{\nu\pi i}{2}}, \tag{84}$$

woraus g_i zu berechnen ist. Stellen wir dazu gleich Formel (77), so haben wir nunmehr:

$$\begin{cases} f_i = C_0 \cdot e^{\frac{\pi i}{4}} \cdot \dfrac{e^{-i.k_i r'}}{\sqrt{2\pi k_i r'}} \cdot \dfrac{b}{a - \alpha \cdot \cos\chi}, \\ g_i = \dfrac{c}{2\pi n \mu_a} \cdot C_0 \cdot e^{\frac{\pi i}{4}} \cdot \dfrac{a}{b} \cdot \dfrac{e^{-ik_i r'}}{\sqrt{2\pi k_i r'}} \cdot \dfrac{\alpha \cdot \sin\chi}{a - \alpha \cdot \cos\chi}. \end{cases} \tag{85}$$

Daraus ergeben sich, *wenn wir die Grösse*

$$\frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \sqrt{\frac{\Re}{\pi n \mu_i}}$$

gegen 1 streichen:

$$\begin{cases} R_0' = -\dfrac{c}{k_i} \cdot C_0 \cdot e^{\frac{\pi i}{4}} \cdot \dfrac{e^{-i.k_i r'}}{\sqrt{2\pi k_i r'}} \cdot \dfrac{b}{a - \alpha \cdot \cos\chi}, \\ \Phi_0' = \dfrac{c}{k_i} \cdot \dfrac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \dfrac{a}{b} \cdot C_0 \cdot e^{\frac{\pi i}{4}} \cdot \dfrac{e^{-ik_i r'}}{\sqrt{2\pi k_i r'}} \cdot \dfrac{\alpha \cdot \sin\chi}{a - \alpha \cdot \cos\chi}. \end{cases} \tag{86}$$

Auch bei sehr schnellen Schwingungen ist also die Phase von R' und Φ' gleich. Die Bahncurven hängen auch hier, obwohl sie ganz anders verlaufen, wie bei langsamen Schwingungen, nicht von der Schwingungszahl und der Leitfähigkeit ab, dagegen von der Permeabilität.

Je grösser die Permeabilität der Drähte ist, um so mehr tritt die tangentiale Componente Φ' gegenüber der radialen R' hervor.

Die Stärke des Querstromes ist stets dadurch bestimmt, dass der Verschiebungs- und der Ableitungsstrom im Isolator die Fortsetzung seiner radialen Componente bilden.

Wenn man in derselben Weise, wie in dem vorhergeh den Paragraphen, den Fehler berechnet, der bei der A stellung der Formel (24) gemacht ist, so findet man, dass

$$\frac{\mu_i}{\mu_a} \cdot \frac{(k_a^2 - \sigma^2) \cdot \alpha}{k_i} \cdot \frac{a}{a - \alpha \cdot \cos\varphi}$$

gegen 1 gestrichen worden ist.

Ende der Leitung.

23. Alle Resultate dieser Arbeit sind unter der Vora setzung gewonnen, dass die Leitung unendlich lang ist. · der That unterscheiden sich die Vorgänge an einer endlicl Leitung nur dadurch von denen an der unendlichen, dass jener sich notwendigerweise zu der hingehenden Welle e am Ende der Leitung reflectirte Welle addiren muss. Be Wellen stören sich aber nicht und gehorchen den für die · endliche Leitung geltenden Gesetzen.

Das Problem der endlichen Leitung birgt also nur eine neue Frage nach dem Reflexionsvorgang an dem E in sich. Damit werden wir aber auf ein ganz neues Gel geführt. Im allgemeinen ist die Reflexion nämlich mit ei Strahlung in den umgebenden Raum verbunden. Bei unse Problem sind wir dagegen davon ausgegangen, dass der Ener strom durch eine die Leitung in genügend grosser Entfern umhüllende Oberfläche Null ist. In kurze Worte gefa sagt dies:

Von einer unendlich langen Leitung, deren beide Dri genau cylindrisch gerade und parallel sind, geht auch bei n so schnellen Schwingungen und bei ganz beliebiger Entfern der beiden Drähte nicht die geringste Strahlung in den umgel den Raum.

Also nur die Endpunkte der Leitung und solche Stell wo Knicke sind, oder wo Brücken aufliegen, oder wo viellei eine Entladung in die Luft stattfindet, können Ausgangspun freier Hertz'scher Wellen sein.

Sind die Schwingungen sehr langsam, so findet bekan lich überhaupt nie eine merkliche Strahlung statt, und in dies Falle ist daher das Ende der Leitung ungemein leicht in Rechnung einzuführen in derselben Weise, wie in den gewö

lichen Reflexionsproblemen. Ich habe dies in einer Arbeit, die ich demnächst zu veröffentlichen gedenke, genauer durchgeführt.

Was also noch wesentlich fehlt, um unsere Kenntnisse von den elektrischen Drahtwellen zu vervollständigen, das ist die Theorie der mit Strahlung verbundenen Reflexion sehr schneller Schwingungen am Ende einer Leitung.[1])

Karlsruhe, im April 1900.

1) Einen experimentellen Beitrag zur Lösung dieser Frage hat kürzlich L. de Forest geliefert (Physik. Zeitschr. 1. p. 193. 1899).

(Eingegangen 28. April 1900.)

2. *Ueber den Verlauf des Unterbrechungsfunkens im Wechselstromkreise bei Metallelektroden, insbesondere bei Quecksilberelektroden;*

von Ludwig Kallir.

1. Zweck der Untersuchung.

Der beim Unterbrechen eines Stromkreises auftretende Unterbrechungsfunken zeigt, wenn er zwischen zwei Metallteilen zu stande kommt, ein verschiedenes Verhalten, je nachdem Gleich- oder Wechselstrom unterbrochen wird. Der Wechselstromunterbrechungsfunken ist durch ein auffällig rasches Abreissen von dem bei Gleichstrom auftretenden unterschieden. Das hat zur Folge, dass, solange nicht sehr hohe Spannungen in Betracht kommen, das Stehenbleiben von Lichtbogen bei Wechselstromschaltern nicht zu befürchten ist, und dass Blitzschutzvorrichtungen mit einfacher Funkenstrecke, insbesondere dann, wenn die Elektroden aus sogenanntem „non arcing metal" bestehen, ohne besondere Vorrichtung zum Auslöschen eines etwa sich bildenden Lichtbogens in Wechselstromanlagen mit voller Sicherheit functioniren.[1]) Diese Thatsache steht in vollem Einklange mit der Beobachtung, dass die Bildung eines Wechselstromlichtbogens zwischen zwei Metallelektroden auch bei langsamem Auseinanderziehen derselben und vorausgegangener starker Erwärmung unmöglich ist.[2])

Ueber die Ursache dieses Verhaltens der Metalle kann eine nähere Untersuchung des Verlaufes des Vorganges beim Unterbrechen des Stromkreises Aufschluss geben. Hierzu bieten sich zwei Wege:

1. Die Beobachtung des Stromverlaufes bei der Unterbrechung durch continuirliche Aufnahme desselben mit einem Oscillograph oder einer Braun'schen Röhre.

1) F. Neesen, Sicherungen von Schwach- und Starkstromanlagen gegen die Gefahren der atmosphärischen Elektricität. p. 99, 45 f., 114.

2) Vgl. L. Arons, Wied. Ann. 57. p. 185 1896.

2. Die Beobachtung des Unterbrechungsfunkens durch Photographie desselben auf bewegten Platten.

Ueber einige in letzter Richtung angestellte Versuche soll im Folgenden berichtet werden. Dieselben waren anfänglich bloss mit der Absicht angestellt worden, über die Dauer eines Unterbrechungsfunkens Aufschluss zu erhalten, ob derselbe nämlich sich über mehrere Halbperioden erstrecke, oder schon infolge des ersten Stromrichtungswechsels erlösche. Zur Lösung dieser Frage erwies sich die verwendete Methode als ausreichend; sie ist es nicht mehr, wenn der Verlauf des lichtbogenartigen Elektricitätsüberganges während einer Halbperiode genauer verfolgt werden soll. Hierzu wären Versuche nach einer der zuerst genannten Methoden anzustellen.

2. Versuchsanordnung.

Um den Verlauf des Unterbrechungsfunkens, der unter verschiedenen Bedingungen zu stande kam, photographisch festzuhalten, wurde er auf eine mit bekannter Geschwindigkeit sich bewegende photographische Platte projicirt. Die Platte war in einen auf die Axe eines kleinen Gleichstrommotors aufgesetzten Rahmen eingeschoben, dessen Ebene auf der Axrichtung senkrecht stand. Die Bilder des Funkens, die den aufeinanderfolgenden Wechselstromhalbperioden entsprechen, sind dann auf der Platte längs eines Kreises aneinandergereiht; es hatte diese Anordnung zur Folge, dass bei Funken, deren Dauer länger als die einer Umdrehung des Motors war, oder in Fällen, wo die Platte durch zwei getrennte Funken belichtet wurde, eine teilweise Ueberdeckung der Bilder eintrat. Dieser Nachteil machte sich jedoch nicht sehr fühlbar, weil die Funkendauer meist bedeutend kleiner war, als die Zeit einer Umdrehung des Motors. Die Tourenzahl des letzteren wurde gemessen, und aus der bekannten Periodicität $n = 41{,}6$ des unterbrochenen Wechselstromes (Strom aus dem Strassennetz der Internationalen Elektricitätsgesellschaft in Wien) konnte der Verlauf des Funkens auf Grund der erhaltenen Photographie beurteilt werden. Jedem leuchtenden Elektricitätsübergang während einer Halbperiode entspricht ein infolge der Bewegung der Platte in die Länge gezogenes Funkenbild, welches von

den den angrenzenden beiden Halbperioden entsprechenden Bildern durch unbelichtete Zonen getrennt ist.

Die Bedingungen, unter welchen der Unterbrechungsfunke zwischen denselben Elektroden mehrmals zu stande kommt, sind im allgemeinen von Versuch zu Versuch wechselnd. Wenn keine besonderen Vorkehrungen getroffen werden, sind insbesondere die folgenden Umstände von Fall zu Fall verschieden und doch für den Verlauf bestimmend:

1. Die Form der kurz vor dem Augenblicke der Unterbrechung sich noch berührenden, bei der Unterbrechung schmelzenden bez. verdampfenden und den Funken bildenden Teile.

2. Die Geschwindigkeit, mit welcher die Elektroden voneinander entfernt werden (Unterbrechungsgeschwindigkeit v).

3. Der Augenblick der Wechselstromperiode, in welcher die Unterbrechung erfolgt.

Um wenigstens rücksichtlich der ersten beiden Punkte möglichst gleichbleibende Verhältnisse zu erzielen, wurde für die weitaus grösste Zahl der gemachten photographischen Aufnahmen der Unterbrechungsfunken zwischen einem Metallstabe einerseits, einem mit bestimmter Geschwindigkeit sinkenden Quecksilberspiegel andererseits gebildet. Der Metallstab tauchte in ein mit Quecksilber gefülltes Glasgefäss mit Abflusshahn, durch den die Geschwindigkeit, mit welcher der Quecksilberspiegel sich senkte, eingestellt werden konnte. Die Verhältnisse, unter welchen die Unterbrechung stattfand, waren also ähnlich denjenigen bei Quecksilberschaltern. Es wurden mit der beschriebenen Anordnung sowohl im lufterfüllten als auch evacuirten Raum eine grosse Anzahl von Aufnahmen gemacht, welche sich hinsichtlich der nachstehenden Umstände bez. Grössen voneinander unterscheiden:

Material des in das Quecksilber eintauchenden, die zweite Elektrode bildenden Metalles;

Grösse des unterbrochenen Stromes;

Grösse der elektromotorischen Kraft, die im Stromkreise wirkt;

Art des Widerstandes des unterbrochenen Stromkreises (nicht inductiv oder inductiv);

Unterbrechungsgeschwindigkeit.

3. Allgemeine Resultate.

Die Versuche haben gezeigt, dass die uncontrolirbaren Verschiedenheiten bei unter scheinbar gleichen Verhältnissen herbeigeführten Unterbrechungen doch von solcher Bedeutung sind, dass der Verlauf des Funkens auch bei Kenntnis der Versuchsbedingungen (Strom, elektromotorische Kraft, Material der Elektroden, Unterbrechungsgeschwindigkeit etc.) zwar in qualitativer Hinsicht, nicht aber in quantitativer (Stärke und Dauer des Funkens) vorhergesagt werden kann. Es scheint, dass die kleinen Verschiedenheiten in der Art des Eintretens der Unterbrechung, wie sie unvermeidlich sind, auf den Verlauf derselben entscheidend einwirken. Doch lassen sich an sämtlichen Aufnahmen einige ausnahmslos geltende Thatsachen beobachten, welche der Besprechung einzelner typischer Aufnahmen vorangestellt werden sollen. Dieselben gelten für Unterbrechungsfunken zwischen Quecksilber einerseits, Platin oder Kupfer andererseits.

I. Der Unterbrechungsfunken hat im lufterfüllten Raum in der Regel bloss die Dauer einer Halbperiode. Unter Verhältnissen, welche das Stehenbleiben eines Lichtbogens besonders begünstigen (grosse elektromotorische Kraft, grosse Stromstärke, kleine Unterbrechungsgeschwindigkeit) dauert der Funken länger als eine Halbperiode; er erreichte in manchen Fällen die Dauer von 9—11 Perioden. Die einzelnen Halbperioden entsprechenden Funkenbilder derartiger Photographien sind jedoch stets durch unbelichtete Intervalle von Halbperiodenlänge getrennt. Der länger andauernde Funke setzt sich aus Stromwellen gleicher Richtung zusammen; er ist kein Wechselstromfunken, sondern ein intermittirender Gleichstromfunken.

II. Im luftverdünnten Raum hat der Funken entschiedene Tendenz, länger anzudauern als unter gleichen Verhältnissen im lufterfüllten Raum. Der Stromdurchgang findet in beiden Richtungen statt, es entstehen Lichtbilder in unmittelbar aufeinanderfolgenden Halbperioden. Ob die Stromwellen, die ihnen entsprechen, ihrer Grösse nach gleich sind, könnte erst eine directe Beobachtung des Stromverlaufes entscheiden.

III. Die Art des Widerstandes des Kreises (nicht inductiv

oder inductiv) scheint keinen wesentlichen Einfluss auf den Verlauf des Funkens zu nehmen.

4. Beschreibung einzelner Versuchsergebnisse.

Als Metalle für die eine, mit dem Quecksilber combinirte Elektrode kam Platin und Kupfer zur Verwendung. Da jedoch insbesondere beim Kupfer Amalgamirung eintritt und Quecksilberteilchen an der Elektrode hängen bleiben, sind diese Versuche in dieser Hinsicht nicht mit voller Bestimmtheit zu charakterisiren. Ein wesentlicher Unterschied im Verhalten der beiden Metalle hat sich nicht gezeigt. Sie gelangten in Form von 1 mm starken Drähten zur Verwendung, die an ihren eintauchenden Enden zu Oesenform gebogen waren, sodass die Unterbrechungsstelle abgerundete Form hatte.

A. Versuche im lufterfüllten Raum.

Die ersten Versuche (Platten Nr. 2—8) wurden mit Platinelektrode und 50 Volt Effectivwechselspannung im Stromkreise angestellt. Figg. 1 und 2 zeigen zwei typische Fälle. Fig. 1 (Platte Nr. 5) zeigt, sowie sechs andere dieser ersten Versuchsreihe, nur ein die Dauer einer Halbperiode nicht überschreitendes Funkenbild. Für diese Platte gelten die folgenden Werte:

Unterbrochener Strom	$J = 20$ Ampère
Wechsel-E.M.K. des Kreises	$E = 50$ Volt
Widerstand des Kreises	inductionslos.

Der Quecksilberspiegel senkte sich mit einer Geschwindigkeit von

$$v = 12 \text{ mm pro sec.}$$

Wenn auch dieser Wert nicht die eigentliche Unterbrechungsgeschwindigkeit darstellte, d. i. die Geschwindigkeit, mit welcher die Quecksilberelektrode sich von der Metallelektrode trennt — denn es tritt infolge Adhäsionserscheinungen zwischen Quecksilber und eintauchendem Metall eine Verzögerung der Unterbrechung ein und dann ein rascheres Anwachsen der Funkenlänge als bei gleichförmiger Geschwindigkeit des sinkenden

Quecksilberspiegels — so giebt er doch einen Maassstab für die Unterbrechungsgeschwindigkeit. Die Rotation der Platte

Fig. 1.

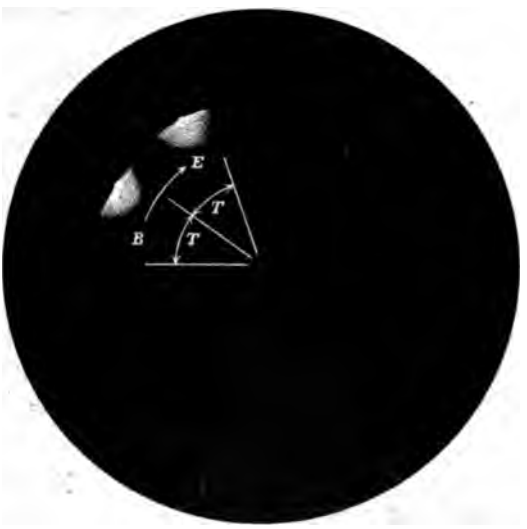


Fig. 2.

folgte entgegen dem Sinne des eingezeichneten Pfeiles, sodass die mit *B* bezeichnete Seite den Beginn, die mit *E* be-

zeichnete das Ende des Funkens darstellt. Die Platte roti bei der Aufnahme mit

$$n = 240 \text{ Touren pro Minute.}$$

Der Dauer einer Wechselstromhalbperiode $= T/2 = 0{,}012$ entspricht ein durch die eingezeichneten Radien begrenz Intervall.

Nur eine der sieben Platten Nr. 2—8, nämlich die Pl Nr. 6 (Fig. 2), zeigt mehr als ein, nämlich zwei Funkenbil Sie wurde unter ganz gleichen Verhältnissen wie Platte N erhalten. In der Figur sind durch eingezeichnete Radien zelnen ganzen Perioden (T) entsprechende Intervalle ihrer Gr nach abgegrenzt. Die Linien sollen nicht etwa die Aug blicke bezeichnen, in welchen die elektromotorische Kraft ist; sie haben bloss den Zweck, zu zeigen, dass zwischen beiden Funkenbildern ein unbelichteter Raum von Halbperiod länge gelegen ist. Während dieses Intervalles scheint Stromdurchgang stattzufinden.

Um das Auftreten derartiger länger andauernder Fun zu begünstigen, wurde die Wechselspannung auf 100 Volt höht, und die Geschwindigkeit des sinkenden Quecksil spiegels bis auf

$$v = 0{,}07 \text{ mm pro sec}$$

verringert. Sämtliche Aufnahmen (Platten Nr. 9—17, weise mit Platin, teilweise mit Kupferelektrode) ergaben jed als normalen Vorgang einen nur über eine Halbperiode erstreckenden Funken ähnlichen Aussehens wie Fig. 1.

Weitere Erhöhung der elektromotorischen Kraft 325 Volt ergab schliesslich Verhältnisse, für welche das A treten eines mehrfachen Funkens mit ziemlicher Sicher vorhergesagt werden konnte. Die Aufnahmen Nr. 18– wurden unter Verwendung der erwähnten Spannung ausgefü Der unterbrochene Strom hatte stets eine Stärke

$$J = 10 \text{ Amp.}$$

Gleich die beiden ersten Aufnahmen (Platten Nr. 18 u. 19), eine mit inductionsfreien, die andere mit nahezu völlig ind tivem Widerstande des Stromkreises ausgeführt, ergaben ungefähr

$$v = 0{,}055 \text{ mm pro sec.}$$

Geschwindigkeit des sinkenden Quecksilberspiegels mehrfache Funken, und zwar Platte Nr. 18 einen durch drei Perioden, Platte Nr. 19 einen durch 14 Perioden andauernden. Bei Vergrösserung der Geschwindigkeit auf etwa

$$v = 0{,}1 \text{ mm}$$

wurde wieder ein einfacher Funken erhalten (Platte Nr. 24), bei Verminderung auf

$$v = 0{,}03 \text{ mm}$$

kamen regelmässig mehrfache Funken zu stande, von welchen ein besonders lang andauernder (Platte Nr. 26) in Fig. 3

Fig. 3.

reproducirt ist. Für diese Aufnahme gelten die folgenden Daten:

Widerstand des Kreises	inductionsfrei
Unterbrechungsgeschwindigkeit	$v = 0{,}03$ mm
Tourenzahl der Platte	$n = 300$

Der Funken dauerte länger als eine Umdrehung der Platte, sodass die einzelnen Bilder teilweise übereinander gelagert sind. Aus der constanten Entfernung zweier Lichtbilder, die aufeinanderfolgenden Halbperioden gleicher Stromrichtung entsprechen, ist das Entstehen der Bilder in Reihenfolge der

eingeschriebenen Ziffern mit Sicherheit zu entnehmen. Die Funkenbilder liegen auf der Originalphotographie auf einem Kreise vom Durchmesser

$$d = 8{,}5 \text{ cm}.$$

Einer Periode entspricht auf dem Umfange dieses Kreises bei der oben angegebenen Tourenzahl der Platte eine Länge

$$\delta = \frac{8{,}5 . \pi . 300}{60 . 41{,}6} = 3{,}2 \text{ cm},$$

während die Entfernung zweier Flecken auf der Platte

$$\delta' = 3{,}1 \text{ cm}$$

beträgt. Die etwa 3 Proc. betragende Differenz kann in einer Ungenauigkeit der Tourenzahlbestimmung der Platte, die immer vor und nach der Funkenbildung vorgenommen wurde, ihren Grund haben, oder darin, dass die Periodicität des verwendeten Wechselstromes nicht, wie angenommen, genau 41,6 betrug. Die Aufnahme zeigt jedoch in auffälliger Weise, dass der Funke nur aus kurzen Lichtbogen von Halbperiodendauer, aber nur einer Stromrichtung zusammengesetzt war.

Diese Thatsache giebt sich übrigens auch dadurch zu erkennen, dass eine in den Stromkreis eingeschaltete Boussole mit Stahlmagnetnadel im Augenblicke des Funkens einen oft sehr kräftigen Ausschlag giebt. Die Aufnahmen Nr. 34—43 wurden unter Beobachtung der Richtung des stattfindenden Boussolenausschlages gemacht, um zu constatiren, ob mehrfache Funken in beiden Stromrichtungen, nämlich bestehend aus Stromwellen vom festen Metall (Kupfer) zum Quecksilber, oder vom Quecksilber zum festen Metall zu stande kommen. Es wurden mehrfache Funken für beide Ausschlagrichtungen erhalten.

B. Versuche im luftverdünnten Raum.

Im allgemeinen zeigen die bisher mitgeteilten Versuche, dass Metallelektroden, zwischen welchen ein lichtbogenartiger Elektricitätsübergang in einer bestimmten Richtung, wie es die Teile eines Unterbrechungsfunkens sind, stattgefunden hat, nicht geeignet sind, einem gleich darauf folgenden Elektricitätsübergange entgegengesetzter Richtung als Elektroden zu dienen. Dieses Ergebnis steht mit zwei anderwärts gemachten Beob-

achtungen in voller Uebereinstimmung, nämlich einerseits damit, dass die Bildung eines normalen Wechselstromlichtbogens zwischen zwei Metallelektroden, zumindest bei niederer Spannung, von der Grössenordnung der Spannung eines Gleichstromlichtbogens zwischen zwei Metallen unmöglich ist, andererseits damit, dass zwischen einer Metall- und einer Kohleelektrode ein andauernder Lichtbogen gebildet werden kann, der sich aber bloss aus Stromwellen einer Richtung, nämlich der vom Metalle zur Kohle zusammensetzt, während ein Stromübergang von der Kohle auf die in der Halbperiode vorher Anode gewesene Metallelektrode nicht stattfindet. Das Metall, das in einer Halbperiode Anode war, kann in der unmittelbar folgenden nicht Kathode sein. Von den möglichen Erklärungen dieser Erscheinung besitzt diejenige, welche als Veranlassung derselben die Bildung einer Oxydschicht auf der Metallelektrode annimmt, darin eine Stütze, dass sie einige merkwürdige Erscheinungen am Metall-Kohlelichtbogen in einfacher Weise zu erklären gestattet.[1]) Deshalb wurden auch Aufnahmen gemacht, bei welchen der Unterbrechungsfunken im nahezu luftleeren Raum gebildet wurde, nämlich zwischen einem in ein Barometerrohr eingeschmolzenen Platindrahte und einer im Rohr sich senkenden Quecksilbersäule. Thatsächlich ergaben von fünf aufeinanderfolgend gemachten Aufnahmen (Nr. 50—54) vier derselben mehrfache Funken mit Funkenbildern, die unmittelbar aufeinanderfolgenden Halbperioden entsprechen; bei einer Aufnahme entstand nur ein, sich nicht über eine Halbperiode hinaus erstreckendes Funkenbild. Die Aufnahmen wurden sämtlich bei

$$J = 8—10 \text{ Amp.},$$
$$E = 325 \text{ Volt},$$
$$v = 1—2 \text{ mm pro sec.}$$

gemacht. Platte Nr. 51 (Fig. 4) bezieht sich auf einen Fall mit inductionsfreiem Vorschaltwiderstande. Die Tourenzahl der Platte war

$$n = 300.$$

1) F. Eichberg u. L. Kallir, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien, mathem.-naturw. Klasse 107. p. 657. 1898.

Der Zeit einer Periode entspricht unter diesen Umstände auf dem Kreise von

$$d = 8{,}5 \text{ cm}$$

Durchmesser, auf welchem die Funkenbilder auf der Origina platte liegen, ein Intervall von 3,2 cm (wie schon oben b rechnet). Die Enden der beiden Lichtflecken weisen thatsäcl lich eine Entfernung von 1,6 cm auf, entsprechen also en gegengesetzten Stromrichtungen.

Fig. 4.

Dasselbe Resultat ergab auch Aufnahme Nr. 54 (Fig. 5 die unter ganz gleichen Verhältnissen wie Nr. 51, aber m inductivem Widerstand im Kreise gemacht wurde. Die Toure zahl der Platte war nahezu dieselbe, nämlich

$$n = 310.$$

Die beiden Flecken schliessen hier noch dichter aneinander sie sind sichtlich in unmittelbar aufeinanderfolgenden Halb perioden entstanden.

Ein Versuch mit einem frisch gefüllten, jedoch nicht voll kommen luftleeren Barometerrohr ergab bei dem ersten Funken

der im Rohr gebildet wurde, die Aufnahme Nr. 65 (Fig. 6). Diese zeigt einen anfänglich (bei B ist der Beginn, bei E, im

Fig. 5.

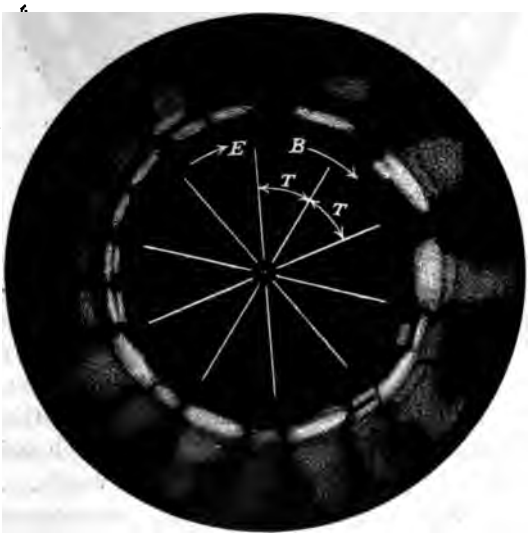


Fig. 6.

Pfeilsinn folgend, das Ende des Funkens gelegen) nach dem Sinn des Boussolenausschlages vom Platin zum Quecksilber

gleichgerichteten Funken; dann treten auch Stromübergänge in entgegengesetzter Richtung hinzu, die schliesslich mit den in ihrer Intensität abnehmenden der ersten Richtung gleichwertig werden. Sieht man die Bildung eines Oxydes als Ursache der Einseitigkeit des Funkens an, so müsste man in diesem Falle die Anwesenheit einer geringen Gasmenge als anfänglich störend annehmen; die Sauerstoffmenge scheint jedoch nicht genügend gewesen zu sein, um den nach beiden Seiten gerichteten Uebergang dauernd zu stören. Ein anderer

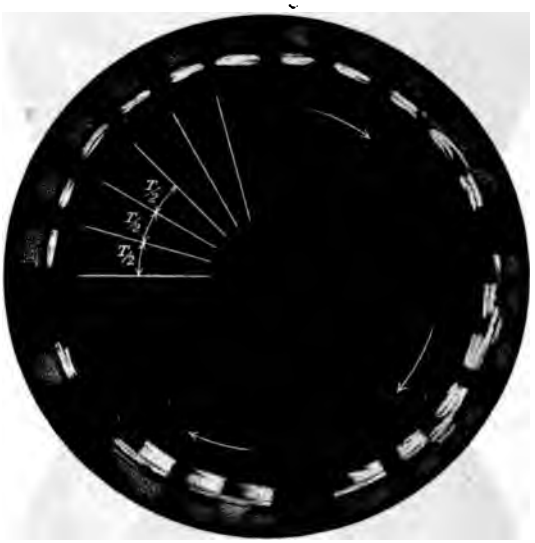


Fig. 7.

Erklärungsversuch könnte eine stärkere anfängliche Erwärmung bez. Verdampfung der einen Elektrode und eine erst allmählich nachkommende Erhitzung der Gegenelektrode annehmen. Gegen diese Annahme spricht jedoch die Thatsache, dass im lufterfüllten Raum ein derartiges allmähliches Gleichwerden der sich ungleich verhaltenden Elektroden auch bei lang andauernden Funken (Fig. 3) nicht beobachtet wurde. Allerdings ist auch zu erwägen, dass bei dem zuletzt besprochenen Versuch der Druck, unter welchem sich der Vorgang abspielt, nur wenige Millimeter Quecksilbersäule betrug, die Elektroden also auch nicht so hoch erhitzt werden mussten, um zu verdampfen.

Infolge eines sehr kräftigen Funkens sprang die in vorstehendem Falle verwendete Röhre, bevor weitere Aufnahmen mit ihr gemacht werden konnten. Mit einer anderen Röhre wurde, nachdem schon mehrere Funken in ihr gebildet worden waren, die Aufnahme Nr. 68 (Fig. 7) erhalten. Der Funken war länger als die Umdrehungszeit der Scheibe, sodass eine teilweise Ueberlagerung der Bilder eintrat. Die Bilder einer zusammenhängenden Serie sind untereinander ziemlich gleich und haben Halbperiodendistanz. Die der Aufnahme zukommenden Daten sind:

$$J = 8 \text{ Amp.},$$

$$E = 325 \text{ Volt},$$

Widerstand: nicht inductiv,

$$n = 198.$$

Die eingeschaltete Boussole zeigte, trotzdem in beiden Richtungen Stromdurchgänge stattfanden, einen Ausschlag, und zwar einem Strome in der Richtung Quecksilber-Platin entsprechend. Die Stromdurchgänge in beiden Richtungen waren sonach nicht gleichwertig.

Es wurden schliesslich auch mit einer in Fig. 8 dargestellten Barometerröhre *R* Aufnahmen gemacht. Dieselbe stand in einem Gefässe *G* mit Quecksilber, in welches auch eine Bürette *B* mit Hahn *H* eingesenkt werden konnte. Wird der Hahn geöffnet, die Bürette gehoben, ohne dass sie mit ihrer unteren Oeffnung das Quecksilber verlässt, dann der Hahn geschlossen, und die Bürette wieder eingesenkt, so steigt der Quecksilberspiegel im Gefässe *G* so hoch, dass die Barometerröhre vollständig mit Quecksilber gefüllt ist. Wird hierauf der Hahn *H* geöffnet, so dringt das Quecksilber in die Bürette ein, der Quecksilberspiegel in *G* sinkt, und wenn seine verticale Entfernung vom Punkte *U* der Röhre die barometrische Quecksilberhöhe überschreitet, reisst die Quecksilbersäule bei *U*. Nachdem dieselbe unter Vermittelung des im Gefässe *G* befindlichen Quecksilbers einerseits, eines in das Barometerrohr

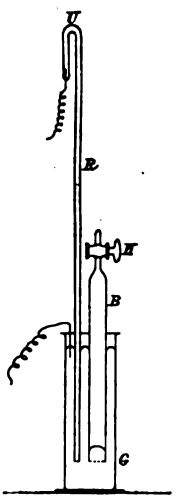


Fig. 8.

eingeschmolzenen Platindrahtes andererseits in den Stromkreis geschaltet ist, entsteht beim Abreissen der Säule an der Stelle *U* ein Unterbrechungsfunken, und zwar im luftleeren Raum und zwischen zwei gleichartigen Quecksilbermassen.

Fig. 9.

Das Resultat der mit dieser Röhre gemachten Versuche war entweder ein nur eine Halbperiode dauernder, oder ein in aufeinanderfolgenden Halbperioden auftretender normaler Wechselstromfunken. Für Platte Nr. 71 (Fig. 9) gelten:

$$J = 10 \text{ Amp.},$$

$$E = 325 \text{ Volt},$$

Widerstand: inductiv,

$$n = 296.$$

Die Unterbrechungsgeschwindigkeit lässt sich nicht zahlenmässig angeben, weil der Quecksilberfaden erst, nachdem seine verticale Länge die Barometerhöhe um einen gewissen Betrag überschritt, plötzlich abriss.

5. Schlussfolgerungen.

1. Die Versuche haben gezeigt, dass der Unterbrechungsfunken eines Wechselstromkreises im lufterfüllten Raum sich

aus gleichgerichteten, lichtbogenartigen Elektricitätsübergängen zusammensetzt, welche Periodendistanz haben. Während der Halbperioden entgegengesetzter Richtung der elektromotorischen Kraft findet kein sichtbarer Elektricitätsübergang statt.

2. Der Unterbrechungsfunken hat nur unter günstigen Verhältnissen eine Dauer, welche die Zeit einer Halbperiode übersteigt. Die kurze Dauer wird wesentlich durch die unter 1. gegebene Thatsache begünstigt, dass der Funken sich in der der ersten Halbperiode unmittelbar folgenden überhaupt nicht, sondern erst in der zweitnächsten, der ersten gleichgerichteten wieder bilden kann.

3. Das veränderte Verhalten des Funkens im Vacuum, wo er sich in Halbperioden beider Richtungen bildet, kann entweder durch die Abwesenheit des Sauerstoffs oder auch den kleineren Druck veranlasst sein; diese Frage wäre noch durch Beobachtung des Funkens in verschiedenen Gasen und unter verschiedenem Druck zu lösen.

Wien, Elektrotechn. Inst. d. k. k. techn. Hochschule, März 1900.

(Eingegangen 10. April 1900.)

3. *Thermoelektromotorische Kraft einiger Metaoxyde und Metallsulfide in Verbindung miteinand und mit einfachen Metallen bei 100° Temperatu unterschied der Berührungsstellen*[1]*;*

von Anton Abt.

Einleitung.

Schon Seebeck, der Entdecker der Thermoelektricität, l seine unter dem Titel „*Ueber die magnetische Polarisation Metalle und Erze durch Temperatur-Differenz*“[2]) veröffentlicht grundlegenden Versuche nicht nur auf die Metalle und de Legirungen, sondern auch auf verschiedene Erze ausgedeh

Von letzteren fand er, dass Bleiglanz in der von il aufgestellten magnetischen Spannungsreihe der Metalle ül Wismut steht, dass von den Eisen- und Kupfererzen die 1 dem grössten Schwefelgehalt in der Nähe der östlichen (nega thermoelektrischen), die mit dem kleinsten Schwefelgehalt der Nähe der westlichen (positiv thermoelektrischen) Met liegen, und zwar zwischen Wismut und Nickel: Schwefelk Arsenikkies, weisser und grauer Speisskobalt, Wismutspie der nach Berzelius aus Tellur- und Selenwismut beste und Magneteisenstein. Zwischen Nickel und Platina Nr liegen: Kobalt-Nickelglanz, Kupferkies, Nickel-Antimon 1 Eisenglanz. Zwischen Stabeisen und Antimon liegt blättri Magnetkies von Bodenmais, und der silberhaltige Wism spiegel von Deutsch-Pilsen. Unter Antimon liegen: Kup glanz und Buntkupfererz.

Ferner beobachtete er, dass nicht alle Schwefelkiese 1 nicht alle Bleiglanze von gleich starker thermoelektrisc Wirkung sind, und dass die geringe Zahl der wirksamen E sich an den äussersten Enden der magnetischen Reihe anhä

1) Aus der am 18. Dec. 1899 stattgehabten Sitzung der III. Kl der ungarischen Akademie der Wissenschaften.

2) Denkschrift der kgl. Akad. 1822 u. 1823. — Wied. Ann. p. 1. 133 u. 253.

dass keines entschieden über das sechste Metall an den beiden Enden seiner Reihe gegen die Mitte zu zu stehen kommt. Englischer Graphit stand zwischen Zink und Stahl.

Eine Reihe von Erzen, wie Rotgültigerz, Zinnkies, Zinkblende, Fahlerz etc. zeigten in Verbindung mit Kupfer Nr. 2 bei geringeren Temperaturdifferenzen gar keine magnetische Polarisation.

Bei seinen Versuchen hatte Seebeck die durch Temperaturdifferenz erzeugte magnetische Polarisation, bez. die thermoelektrischen Ströme, durch die in Graden ausgedrückte Ablenkung einer Declinationsnadel bestimmt, welche innerhalb einer aus einem Kupferstreifen gebildeten, im magnetischen Meridian liegenden Spirale sich befand, ohne die Intensität des thermoelektrischen Stromes, oder die elektromotorische Kraft der Thermoelemente durch eine bestimmte Einheit auszudrücken. Schon aus diesem Grunde und wegen der geringen Empfindlichkeit seiner Messmethode und Apparate konnte seine magnetische Reihe den Gesetzen der thermoelektrischen Spannungsreihe nur bezüglich der Stromesrichtung folgen.

Auch Hankel hat ausser den Metallen viele von den Erzen bezüglich ihres thermoelektrischen Verhaltens bei geringem Temperaturunterschiede untersucht.[1]) Er bediente sich dabei des schon von Seebeck angewandten Verfahrens. Zwei gleiche Kupferplatten, an dem einen Ende in dünne Streifen zerschnitten, an dem anderen Ende noch zusammenhängend, wurden mit den Klemmschrauben eines empfindlichen Galvanometers verbunden. An jedem solchen Streifen war mittels Schraube oder Klemme ein Metallstreifen oder Draht, der untersucht werden sollte, befestigt, und zwar an beiden Platten ein ganz gleicher von demselben Stück und in derselben Ordnung. Das Mineral wurde, wenn es z. B. gegen Platin geprüft werden soll, auf den einen Platinstreifen gelegt und dann der andere erwärmte Platinstreifen auf das Mineral gedrückt.

Die auf diese Weise untersuchten Erze und Metalle hat er in einer Reihe geordnet so zusammengestellt, dass jeder Körper negativ elektrisch gegen jeden nachfolgenden, und umgekehrt positiv elektrisch gegen jeden vorhergehenden ist. Am

1) W. G. Hankel, Pogg. Ann. 62. p. 197. 1844.

negativen Ende der Reihe steht Kupferkies von Neudorf u vom Meiseberg, dann folgt Weissgültigerz von Bräunsdo Tellursilber vom Altai etc. Am positiven Ende ist Schwef kies aus Elba und Piemont, dann Glanzkobalt (Würfel) v Tunaberg etc.

Aus diesen Resultaten konnte geschlossen werden, da ausser den Metallen wohl sämtliche Glanze und Kiese therm elektrische Ströme liefern, ebenso Graphit und einige Meta oxyde, während bei Blenden, z. B. bei der Zinkblende u bei dem Rotgültigerz, selbst bei so starkem Erhitzen, dass d angewandte Krystall zu schmelzen anfing, kein Strom beo achtet wurde.

Nachdem er seine Untersuchungen auch bei höheren, b zur Glühhitze gesteigerten Temperaturen ausführte, mach er ebenfalls die Erfahrung, dass die untersuchten Metalle u Erze (nicht weniger als 75 Körper) ihre gegenseitige Stellu in der thermoelektrischen Reihe ändern.

Numerische Bestimmungen über die elektromotorisch Kraft der Thermoelemente aus verschiedenen Metallen b verschiedenen Temperaturdifferenzen veröffentlichte er in ein zweiten, noch in demselben Jahre erschienenen Arbeit. Z Messung der thermoelektrischen Ströme verwendete er ei Sinusboussole mit einer aus 6—7 Windungen eines breit Kupferbandes bestehenden Multiplicatorrolle von geringe Widerstande. Innerhalb dieser befand sich eine an eine Seidenfaden aufgehängte leichte Magnetnadel. Aus der de Sinus des beobachteten Ablenkungswinkels proportionalen Stro intensität und dem Widerstande des Thermoelementes wur die elektromotorische Kraft berechnet.

Die Bedeutung der Hankel'schen Bestimmungen wi dadurch erhöht, dass sich dieselben auch auf die Maxima d elektromotorischen Kräfte, und bei einigen Thermoelementen a Metallen auch auf die Umkehrung der Stromesrichtung beziehe

Ein Thermoelement aus Halbschwefelkupfer und Kupfe dessen Contactstellen auf 0° und 100° erhalten werden, h nach E. Becquerel[1]) eine zehnmal so grosse elektromot rische Kraft, als ein Wismutkupfer Element bei gleicher Ten

1) E. Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. (2) 34. p. 157. 182

peraturdifferenz der Lötstellen. Hat die eine Contactstelle die Temperatur von 25 bis 28°, die andere die des schmelzenden Bleies (320°), so ist die elektromotorische Kraft dieses Elementes etwa 0,06 bis 0,07 von der des Daniell'schen Elementes.

1864 wurde von Bunsen[1]) die elektromotorische Kraft einer einfachen thermoelektrischen Kette aus Kupfer und Buntkupfererz bei hoher Temperatur mit der eines Daniell'schen Elementes verglichen, wobei die Temperatur der Berührungsstelle mittels einer Gasflamme bis über den Schmelzpunkt des Zinnes gesteigert wurde. Er fand die elektromotorische Kraft des Kupfer-Kupferkies-Elementes bei diesem Temperaturunterschied zehnmal grösser, als die eines Wismut-Antimon Elementes bei 100° Temperaturunterschied und gleichem inneren Widerstand. Auch bei einem durch die Flamme eines Bunsen'schen Brenners erhitzten Element aus Platina-Pyrolusit fand er die elektromotorische Kraft so gross, wie die des Kupfer-Kupferkies-Elementes, nämlich gleich $^1/_{10}$ der des Daniell'schen Elementes.

Auch Stefan[2]) hat das thermoelektrische Verhalten mehrerer Erze bei hohen Temperaturunterschieden untersucht. Bei diesen Versuchen wurde das Erz auf einen Kupferstreifen gelegt und auf der oberen Seite des Erzes ein Kupferdraht angebracht und diese mit einer Klemme aneinander gepresst. Ein zweiter Kupferdraht wurde mit dem Kupferstreifen in leitende Berührung gebracht, dann beide Drähte mit einem Galvanometer von grossem Widerstande verbunden und das Ende des Kupferstreifens mit einer Weingeistflamme erhitzt. Zur Herstellung eines Thermoelementes aus zwei verschiedenen Erzen wurde zwischen diesen Stücken ein Kupferstreifen, und an den gegenüberliegenden Seiten der Erzstücke Kupferdrähte angebracht, dann diese mittels einer Holzzwinge aneinander gepresst. Der Kupferstreifen diente bloss zur Leitung der Wärme bis zu den Berührungsstellen. Die elektromotorische Kraft der so untersuchten 14 Thermoelemente ist in Zahlen

1) R. Bunsen, Pogg. Ann. **73**. p. 505. 1864.

2) J. Stefan, Anzeiger d. Wiener Akad. Nr. 9. 1865; Pogg. Ann. **124**. p. 632. 1865.

angegeben, welche ausdrücken, wie viele dieser Elemente i einer Kette vereint eine elektromotorische Kraft gleich d eines Daniell'schen Elementes geben.

Aus diesen Versuchen ergab sich, dass die elektromot rische Kraft zweier Erze je nach Structur und Zusamme setzung sowohl bezüglich der Grösse als des Vorzeichens ve schieden sein kann. Den grössten Wert hatte ein Thermoeleme aus Bleischweif (zu Galenit gehörig) und Buntkupfererz, v welchen 5,5 zusammen eine elektromotorische Kraft gleich d eines Daniell-Elementes geben, während von den aus b stimmten Legirungen angefertigten Markus'schen Element eine Säule aus 18 solchen Elementen an elektromotorisch Kraft einem Daniell'schen Element gleichkommt.

Eigene Bestimmungen.

Da bisher die thermoelektromotorische Kraft der Erze b geringen, z. B. bei 100°, Temperaturunterschieden nicht bekan sind, und da mir das zu meinen Untersuchungen über d magnetische Verhalten der Erze gesammelte Material zur Ve fügung stand, so entschloss ich mich, dasselbe auch in dies Richtung zu verwerten und die thermoelektromotorische Kra dieser Erze und noch einiger Metalle bei einer Temperatu differenz von nahe 100° zu bestimmen. Die zur Untersuchu verwendeten Erze hatten die Form eines vierseitigen Prism von quadratischem Querschnitt, deren Länge 10 oder 14,6 c und deren Querschnitt 1,4 × 1,4 cm² betrug. Die Metallstä und die gepresste Kohle waren von cylindrischer Form.

A. Erwärmungsapparat.

Der Apparat, mit welchem die eine Lötstelle der unt suchten Thermoelemente auf 0°, und die zweite auf der Te peratur der siedenden Wasserdämpfe erhalten wurde, besta aus folgenden Teilen. Auf einem Brett *M* (Fig. 1, 2 u. 3 p. 27 befanden sich zwei Träger *N*, *N* aus Holz, welche in eine Schlitz des Fussbrettes *M* einander genähert und dann mitt der Schrauben *s*, *s* an *M* befestigt werden konnten. Auf jede dieser Träger ist ein cylindrisches Gefäss *A* aus Gelbble befestigt. In gleicher Höhe mit diesen und in der Mit

zwischen beiden befindet sich ein drittes cylindrisches Gefäss *B* aus Gelbblech auf den Eisenträgern *l*, *l* befestigt, welches

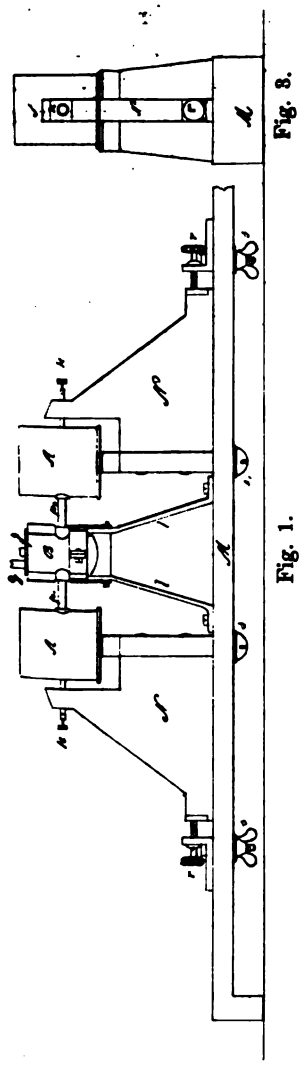


Fig. 8.

Fig. 1.

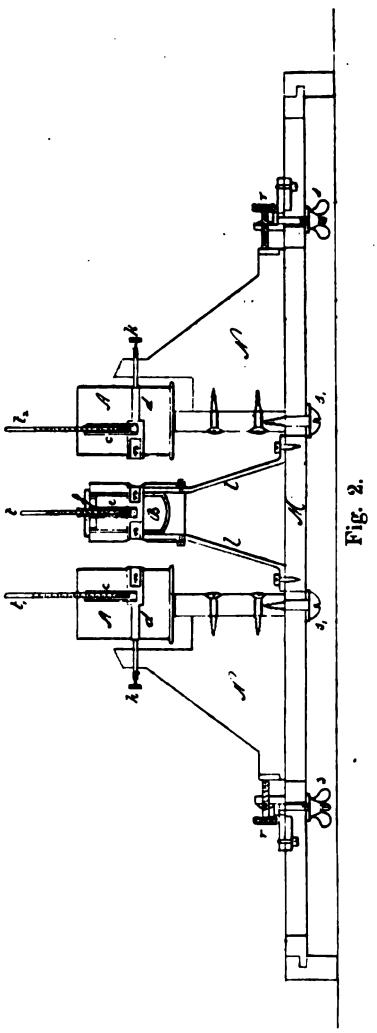


Fig. 2.

von einem Blechmantel umgeben und mit einem Dampfausströmungsrohr *g* versehen ist. Die im Längendurchschnitt (Fig. 2) sichtbaren cylindrischen Höhlungen *n*, welche sich in

den die Gefässe querdurchsetzenden Kupferstücken d befinde
dienen zur Aufnahme der zu untersuchenden Stäbe p_1, p
(Fig. 1), und die in unmittelbarer Nähe angebrachten Röhre
c, in welchen sich etwas Quecksilber befand, zur Aufnahm
der aus Jenaer Glas angefertigten Thermometer t_1, t und t
Vor jedem Versuch wurden die Gefässe A mit zerstossene
Eis und B mit reinem Wasser gefüllt, und letzteres mitte
einer Gasflamme zum Sieden gebracht. An den Thermometer
t_1 und t_2 wurden die Temperaturen der abgekühlten Ende
am Thermometer t die Temperatur der erwärmten Berührung
stelle der Stäbe p_1 und p_2 abgelesen.

Nachdem das Wasser den Siedepunkt erreicht hatte, wurde
die Enden zweier Stäbe p_1 und p_2 aus verschiedenem Materi
in die Höhlungen n eingeführt, dann die Schrauben s gelüfte
die Träger N, soweit als nötig, an B herangerückt, dann di
Schrauben s angezogen und mittels der Schrauben r, r d
Contact zwischen den Stäben und den Kupferstücken d he
gestellt. Die Klemmschrauben k, k dienen als Pole der
gebildeten Thermoelemente.

B. Messmethode.

Die Vergleichung der elektromotorischen Kräfte der unte
suchten Thermoelemente geschah nach der von Kirchho
modificirten Poggendorff'schen Compensationsmethode, dere
Vorteile wie bekannt darin bestehen, 1. dass die Bestimmun
auf einer Längenmessung beruht, welche mit grosser Genaui
keit bewerkstelligt werden kann, 2. dass die Nullstellung d
Galvanometernadel mit Genauigkeit beobachtet werden kan
3. dass bei galvanischen Elementen während der kurzen Ze
des Stromschlusses die Polarisation des Elementes auf e
Minimum reducirt wird und endlich 4. dass durch dieselb
das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte ohne die Kenntn
der Leitungswiderstände bestimmt werden kann nach der b
kannten einfachen Relation

$$\frac{e}{e'} = \frac{a}{a'},$$

in welcher e, e' die elektromotorischen Kräfte der miteinand
zu vergleichenden Thermoelemente, a, a' die auf einem g
spannten Platindraht mittels einer Millimeterscala gemessene

bez. Längen bedeuten, bei welchen die Compensation, bez. die Nullstellung der Galvanometernadel erreicht wird.

Zur Messung der Längen a wurde ein aus der Fabrik von Siemens & Halske bezogener Apparat verwendet. Unterhalb des 1 m langen, gespannten Platindrahtes befindet sich die in Millimeter geteilte Scala, längs welcher der bewegliche Contact auf einer Schiene verschoben werden konnte, bis die Nullstellung der Galvanometernadel erreicht war. Sobald dies stattgefunden hat, wurde der Arm mit dem Platincontact umgeschlagen und die Länge a an der Scala abgelesen.

Zur Beobachtung der Nullstellung diente ein Spiegelgalvanometer nach Wiedemann aus Edelmann's mechanischer Werkstätte.

Die Compensation geschah mittels des Stromes eines Daniell'schen Elementes.

Nachdem das Thermoelement, bez. zwei verschiedene Stäbe, im Erwärmungsapparat eingestellt war, wurden die Polschrauben k, k und die Pole des compensirenden Elementes in erforderlicher Weise mit dem Schlittenapparat und dem Galvanometer verbunden, der Schlitten solange verschoben, bis die Nullstellung erreicht war, und dann die Länge a abgelesen. Die so erhaltenen Werte von a habe ich in den folgenden Tabellen zusammengestellt.

Die Compensirung geschah mittels eines Daniell'schen Elementes, dessen gut amalgamirter Zinkcylinder in Zinksulfatlösung tauchte. Bei der Bestimmung der in Tabelle I angeführten Thermoelemente wurde ein Daniell'sches Element von kleiner Oberfläche und einer elektromotorischen Kraft gleich 1,06 Volt benutzt. Die zur Bestimmung der Temperaturen verwendeten Thermometer waren aus Jenaer Glas angefertigt und nach halben Graden geteilt.

Zu bemerken ist, dass die elektromotorische Kraft der Thermoelemente, wie schon Seebeck beobachtet hatte, anfangs den grössten Wert hat, dann aber infolge der Wärmeleitung abnimmt, und wie aus meinen Beobachtungen sich ergab, nur sehr spät ein Zustand eintrat, bei welchem die Werte von a sich nur noch wenig ändern. Die in diesem Zustande beobachteten Werte von a sind in der Tabelle I, die Maximalwerte von a in der Tabelle II zusammengestellt.

Tabelle I.

Thermoelektromotorische Kraft einiger Metalle, Metallo und Metallsulfide für den Fall, wo die Werte von *a* sich n wenig änderten.

Thermoelement	*a*	t_1	t	t_2
Antimon				
und Eisen	50,9	0,9	98,2	1,5
„ Kohle	62,1	0,3	98,0	1,0
„ Cadmium	74,7	0,9	98,2	1,0
„ Zink	77,0	1,2	98,2	1,2
Wismut				
und Zink	134,6	0,5	97,9	1,7
„ Eisen	145,3	0,5	97,9	0,9
„ Kohle	153,4	0,5	98,2	0,5
„ Cadmium	162,1	0,5	98,1	0,6
„ Kupfer	170,2	0,6	98,2	0,9
„ Antimon	199,7	1,3	98,1	1,5
Pyrolusit				
und Wismut	210,6	0,2	98,8	0,9
„ Nickel	285,1	0,5	98,4	2,0
„ Chalkopyrit	309,6	0,4	98,0	0,9
„ Kohle	315,2	0,2	98,4	2,0
„ Cadmium	319,2	0,2	98,0	0,5
„ Zink	331,1	0,2	98,0	1,7
„ Kupfer	333,6	0,5	97,6	1,2
„ Eisen	353,9	0,5	97,8	1,0
„ Pyrrhotit	370,1	0,8	97,8	1,0
„ Antimon	396,9	0,2	98,0	0,6
Pyrrhotit				
und Eisen	11,0	0,3	98,2	1,0
„ Antimon	21,7	0,2	98,4	0,7
„ Zink	29,7	0,5	98,2	1,0
„ Kohle	29,9	0,4	98,2	0,5
„ Nickelerz	41,3	0,5	98,2	0,6
„ Cadmium	53,0	0,5	98,2	0,6
„ Kupfer	55,0	0,6	98,2	0,7
„ Nickel	59,8	0,3	98,2	1,5

Thermoelement	*a*	
Pyrrhotit		
und Wismut	178,0	C
„ Pyrolusit	366,4	C
„ Chalkopyrit	649,5	C
Chalkopyrit		
und Pyrolusit	313,5	1
„ Wismut	542,2	C
„ Zink	602,6	2
„ Nickel	618,8	C
„ Kupfer	618,8	C
„ Cadmium	625,1	1
„ Nickelerz	629,2	C
„ Kohle	644,6	C
„ Pyrrhotit	648,8	C
„ Eisen	667,1	C
„ Antimon	669,3	C
„ Pyrit	konnte pensi	
Pyrit		
und Pyrrhotit	563,2	C
„ Antimon	576,3	C
„ Kupfer	594,5	C
„ Zink	600,5	C
„ Cadmium	612,5	1
„ Kohle	615,6	C
„ Eisen	635,9	C
„ Nickel	642,9	1
„ Nickelerz	675,8	C
„ Wismut	731,9	1
„ Pyrolusit	933,2	C
„ Chalkopyrit	konnte pensi	

Da der Strom des Pyrit-Chalkopyritelementes mittels des Stromes des kleinen Daniell'schen Elementes nicht compensirt werden konnte, so wurde für dieses Thermoelement und des Vergleiches halber auch für das Wismut-Antimonelement zur Compensation ein Daniell'sches Element von grosser Oberfläche verwendet. Die erhaltenen Resultate waren folgende:

Thermoelement	a	t_1	t	t_1
Pyrit-Chalkopyrit	413,1	1,0°	98,6°	0,6°
Wismut-Antimon	54,1	0,5	98,4	1,0

Aus diesen Versuchsresultaten ist ersichtlich, dass die Metallsulfide und Metalloxyde unter sich und mit einigen einfachen Metallen schon bei diesem geringen Temperaturunterschied von 98—99° C. Thermoelemente von verhältnismässig bedeutender elektromotorischer Kraft liefern. So ist z. B. wenn die elektromotorische Kraft von Wismut-Antimon gleich 1 ist, die von Pyrit-Chalkopyrit gleich 7,62.

Nach den Resultaten der 2. und 6. Reihe ergiebt sich die elektromotorische Kraft des Pyrit-Pyrolusitelementes 4,67 mal grösser als die des Wismut-Antimonelementes.

Die Compensation konnte bei einiger Uebung in ganz kurzer Zeit erreicht werden, sodass während dieser der Strom des Hydroelementes sich kaum merklich änderte. Da jedoch diese Versuche längere Zeit in Anspruch nahmen, so musste das Daniell'sche Element öfters von neuem zusammengestellt werden, wobei sich dann trotz aller Sorgfalt, die auf die Amalgamirung des Zinkes und auf die Reinlichkeit und den Concentrationsgrad der Flüssigkeiten verwendet wurde, kleine Aenderungen der elektromotorischen Kraft ergeben konnten, welche auf die Versuchsresultate nicht ohne Einfluss waren. Eine weitere Fehlerquelle konnte sich trotz aller Vorsicht bei der Herstellung des Contactes an den Berührungsstellen auch hieraus ergeben, welche nur durch Zusammenlöten oder durch sorgfältige Quecksilbercontacte vollständig beseitigt werden können.

In manchen Fällen waren die Differenzen der erhaltenen Werte von a desselben Thermoelementes bez. eines aus denselben Metallen zusammengestellten Thermoelementes sehr gering, in einigen Fällen aber schon etwas grösser. So wurde z. B. für die Combination Wismut-Antimon für a der Wert

von 81 mm beobachtet, dann wieder bei einer neuen Füllu des kleinen Daniell'schen Compensationselementes 79,4. D Differenz dieser Werte ist gleich 1,6 und die Abweichung d einzelnen vom Mittelwert (80,2) beträgt nur 0,8, also na 1 Proc.

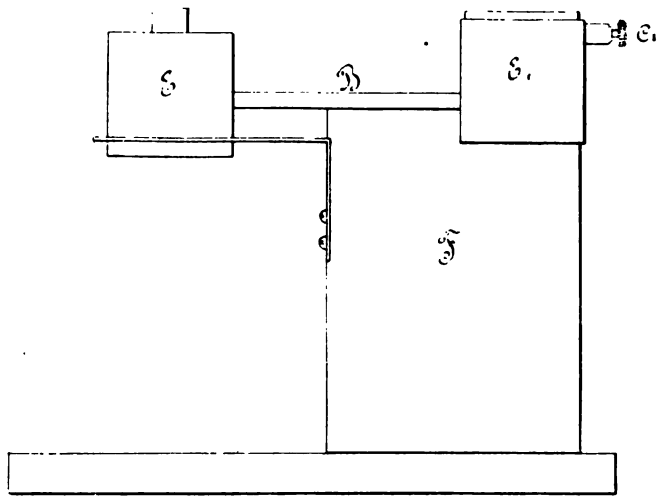


Fig. 4.

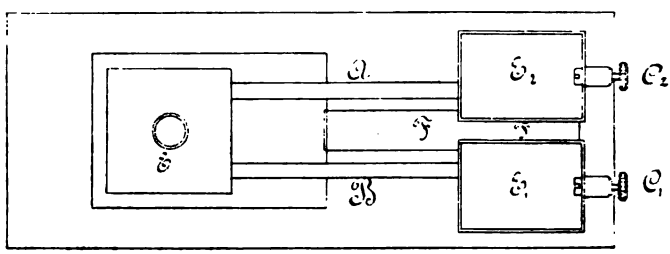


Fig. 5.

Bei einem zweiten Wismut-Antimonelement von der Fo der Figg. 4 und 5 wurde bei demselben Temperaturunterschi mit demselben compensirenden Daniell'schen Element u bei derselben Empfindlichkeit des Galvanometers für *a* d Wert von 78,5 mm erhalten, welcher vom Mittelwerte des ob erwähnten Wismut-Antimonelementes um 1,7 mm, also u

2 Proc. abweicht. Die untersuchten Metalle wurden so, wie sie im Handel vorkommen, zu den Versuchen verwendet.

Die Zusammenstellung dieses Wismut-Antimonelementes ist aus den Figg. 4 und 5 zu ersehen. B bezeichnet die Wismutstange, A die Antimonstange, E das Erwärmungsgefäss, E_1 und E_2 die Kühlgefässe, C_1 und C_2 die Verbindungsschrauben, T das Holzgestell und F die isolirende Substanz zwischen den Kühlgefässen. Dieses bei dem hiesigen Universitätsmechaniker angefertigte Thermoelement hat sich zur Erzeugung constanter schwacher Ströme als sehr zweckmässig bewährt. Auch der in Figg. 1, 2 und 3 dargestellte Apparat ist in derselben Werkstätte nach Angabe angefertigt worden.

Auch eine Tellurstange aus dem kgl. ung. Hüttenamt zu Selmeczbánya (Schemnitz) habe ich auf ihr thermoelektrisches Verhalten untersucht. Von diesen Resultaten will ich nur folgende mitteilen.

Thermoelement	a	t_1	t	t_2
Wismut-Tellur	57,5	2,5°	98,0°	1,0°
Wismut-Antimon	81,0	1,0	97,2	2,0
Chalkopyrit-Tellur	393,8	1,5	98,0	0,4
Chalkopyrit-Antimon	421,9	1,2	98,0	1,0

Aus diesen ist ersichtlich, dass dieses Tellur in der thermoelektrischen Spannungsreihe der Metalle vor dem Antimon steht, während das reine Tellur nach den Bestimmungen von E. Becquerel und denen von Matthiesen weit nach dem Antimon folgt.

Kennt man die elektromotorische Kraft eines Wismut-Antimonelementes in Bezug auf die eines Daniell'schen Elementes oder auf ein Volt, so lässt sich mit Hülfe der Werte a die elektromotorische Kraft der untersuchten Thermoelemente in Volt berechnen.

Nach Becquerel ist

$$1\ W/A = 0{,}004826\ D,$$

nach meinen Untersuchungen ist

$$1\ W/A = 0{,}004995\ D,$$

wenn man die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes kurz mit D und die eines Wismut-Antimonelementes mit W/A bezeichnet.

Bei dieser Untersuchung wurde für eine Thermosäule aus 20 Wismut-Antimonelementen bei einer Temperaturdifferenz von nahe 100° nach der Compensationsmethode für *a* der Wert bestimmt und dann durch 20 dividirt.

Vergleicht man die mitgeteilten Resultate miteinander, erhält man für die von mir untersuchten Metallsulfide und Metalloxyde folgende Spannungsreihe:

−		
Chalkopyrit	Kupfer	Eisen
Pyrolusit	Cadmium	Pyrrhotit
Wismut	Nickelerz	Antimon
Zink	Kohle	Pyrit
Nickel	(für Bogenlicht)	+

Die Glieder dieser Reihe folgen dem Gesetze der thermoelektrischen Spannungsreihe der Metalle mit hinreichender Annäherung. So ist z. B.:

Pyrolusit/Kohle + Kohle/Pyrit = Pyrolusit/Pyrit
315,2 + 615,6 = 930,8 (beob. 933,2),

ferner

Wismut/Zink + Zink/Pyrit = Wismut/Pyrit
134,6 + 600,5 = 735,1 (beob. 731,9).

Von den Untersuchungen, durch welche die grössten Werte von *a* gleich nach der Zusammenstellung der Thermoelemente ermittelt wurden, mögen hier nur jene Versuchsreihen angeführt sein, welche sich auf die Thermoelemente aus Metalloxyden und Metallsulfiden beziehen. Die Resultate sind in der folgenden Tab. II (p. 279) enthalten.

Es ist daher für

Wismut-Antimon = 1,0
Galenit-Pyrit = 13,4
Chalkopyrit-Pyrit = 10,8

Dieser Wert der elektromotorischen Kraft des aus Chalkopyrit und Pyrit bestehenden Thermoelementes ist bedeutend grösser, als der in Tab. I angeführte, auch ergiebt sich aus diesen Werten von *a*, dass auch die Stellung in der Spannungsreihe für einige dieser Körper eine andere ist, als nach Tab. I

Es ist daher bei diesem Temperaturunterschied die elektromotorische Kraft des Galenit-Pyritelementes 13,4 mal, di

Tabelle II.

Thermoelektromotorische Kraft einiger Metalle, Metallsulfide und Oxyde gleich nach der Zusammenstellung des Thermoelementes, wo a den grössten Wert hatte.

Thermoelement	a	t_1	t	t_2	Z	Thermoelement	a	t_1	t	t_2	Z
Galenit I						*Chalkopyrit*					
und Chalkopyrit	64,8	0,5	98,9	1,1	0	und Galenit	64,8	0,5	98,9	1,1	0
„ Pyrolusit	228,9	0,1	98,9	0,2	0	„ Nickelerz	108,1	0,8	99,1	0,4	8
„ Pyrrhotit	269,1	1,5	99,1	0,6	4	„ Pyrrhotit	112,5	0,4	98,7	0,3	0
„ Nickelerz	269,7	0,1	99,0	0,1	4	„ Pyrolusit	122,0	0,4	98,2	0,2	0
„ Pyrit	409,5	0,6	99,0	1,2	0	„ Pyrit I	434,3	0,5	98,8	0,8	4
Galenit II u. Pyrit	675,8	0,4	99,0	0,5	0	„ Pyrit II	543,3	0,2	98,9	0,6	4
Pyrit						*Pyrolusit*					
und Pyrrhotit	118,1	1,5	99,0	2,1	4	und Nickelerz	108,3	0,6	99,1	0,2	4
„ Nickelerz	185,4	1,0	99,0	2,1	0	„ Chalkopyrit	122,0	0,4	98,2	0,2	0
„ Galenit	409,5	0,6	99,0	1,2	0	„ Galenit	228,9	0,1	98,9	0,2	0
„ Chalkopyrit	434,3	0,5	98,8	0,8	4						
						Wismut					
						und Antimon	50,3	0,7	98,2	1,2	8

des Chalkopyrit-Pyritelementes 10,8 mal grösser, als die eines Wismut-Antimonelementes.

Bei den letzten Versuchsreihen wurde zur Compensation ein Daniell'sches Element von grösserer Oberfläche angewendet, und das Spiegelgalvanometer war von geringerer Empfindlichkeit. Die Zahlen der letzten Columne der Tab. II bezeichnen annähernd die in Minuten ausgedrückte Zeit, in welcher a nach der Einstellung des Elementes in den Apparat den grössten Wert erreichte. Dieses fand bei den meisten Elementen gleich nach der Einstellung statt, aber nicht bei jedem. So z. B. war bei dem Wismut-Antimonelement unmittelbar nach der Einstellung $a = 193{,}6$, nach 4 Minuten aber nur 181,5. Hingegen war bei dem Nickel-Pyrrhotitelement anfangs $a = 15{,}9$, nach 4 Minuten 16,9, nach 8 Minuten 18,8 und nach 12 Minuten 17,4. Ersteres hatte also gleich bei Beginn, letzteres aber erst später den grössten Wert an elektromotorischer Kraft erreicht.

(Eingegangen 24. April 1900.)

4. *Ueber anomale elektromagnetische Rotationsdispersion; von August Schmauss.*

(Hierzu Taf. II.)

(Nach der Münchener Inaugural-Dissertation.)

Einleitung.

Da eine vollständige Erklärung der elektromagnetischen Drehung der Polarisationsebene des Lichtes noch nicht gelungen ist, giebt es auch keine Formel für die Grösse des Drehungswinkels, welche mit der Erfahrung völlig im Einklange steht.

Die Formeln, welche aus den einzelnen Theorien abgeleitet wurden, unterscheiden sich meist nur in unwesentlichen Punkten von der von Maxwell[1]) aufgestellten Formel:

$$\varrho = c \, . \, l \, . \, \mathfrak{H} \, . \, \frac{n^2}{\lambda} \left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right),$$

wo c eine dem Medium eigentümliche Constante, l der Weg des Strahles in demselben, $\mathfrak{H}$ die Feldstärke in der Richtung des Strahles, λ die Wellenlänge des Lichtes in Luft und n der Brechungsindex für die zugehörige Wellenlänge ist.

In dieser Formel ist ein Glied enthalten, welches besondere Beachtung verdient, nämlich der Differentialquotient: $dn/d\lambda$. Seit der Entdeckung der anomalen Dispersion durch Christiansen[2]) und der allgemeinen Fomulirung des Dispersionsgesetzes in anomal dispergirenden Substanzen durch Kundt[3]) wissen wir, dass die Grösse $dn/d\lambda$ für solche Substanzen im Absorptionsgebiete Unstetigkeiten erleidet.

Es liegt daher die Vermutung nahe, dass in solchen absorbirenden Medien auch die elektromagnetische Rotationsdispersion Anomalien aufweisen wird.

Durch meinen hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. Dr. Graetz wurde mir die Anregung, die elektromagnetische Drehung der

1) J. Cl. Maxwell, Treatise, 2. Aufl. § 822.
2) C. Christiansen, Pogg. Ann. **141.** p. 479. 1870.
3) A. Kundt, Pogg. Ann. **142.** p. 168. 1871.

Polarisationsebene des Lichtes in derartigen anomal dispergirenden Substanzen zu untersuchen. Für das rege Interesse, das derselbe an meiner Arbeit nahm, sowie für die bereitwillige Ueberlassung der wertvollen Apparate, darf ich ihm wohl an dieser Stelle meinen besten Dank aussprechen. Desgleichen bin ich Hrn. Dr. Stark für das liebenswürdige Entgegenkommen, mit dem er mir über die zahlreichen praktischen Schwierigkeiten hinweghalf, zu grossem Dank verpflichtet.

I. Abschnitt.

Historischer Ueberblick.

1. Von den bisher beobachteten Anomalien in der Rotationsdispersion findet ein Teil seine Erklärung in der gleichzeitigen Existenz rechts- und linksdrehender Bestandteile. Es sind dies die Anomalien, wie sie von Biot[1]), Arndtsen[2]) und Landolt[3]) an einzelnen Weinsäuren, von Nasini und Gennari[4]) an der Aepfelsäure constatirt worden sind. Bei dem im Handel vorkommenden Terpentinöl kann man öfters ein Gemenge von rechts- und linksdrehendem Oele finden, welches dann derartige Anomalien zeigt.[5])

Daher rührt auch der in diesen Fällen häufig zu beobachtende Uebergang von positiver zu negativer Drehung. Es ist wohl zu beachten, dass ein derartiger Uebergang bisher nur an Lösungen constatirt werden konnte, nie an einer reinen Flüssigkeit. Bei der Untersuchung der Abhängigkeit der Drehung von der Concentration fand Schneider[6]), dass die freie Aepfelsäure bei 20 Proc. Wassergehalt rechtsdrehend, bei 35 Proc. Wassergehalt inactiv und bei niedrigeren Concentrationen linksdrehend ist.

Man muss also annehmen, dass die Mengen rechts- und linksdrehender Bestandteile mit der Concentration variiren.

1) M. Biot, Ann. de chim. et de phys. (3) **10.** p. 5. 1844.
2) M. A. Arndtsen, Ann. de chim. et de phys. (3) **54.** p. 403. 1858.
3) H. Landolt, Beibl. 5. p. 298. 1881.
4) R. Nasini u. G. Gennari, Zeitschr. f. physik. Chemie **19.** 113. 1896.
5) G. H. v. Wyss, Wied. Ann. **33.** p. 554. 1888; G. V. Wendell, **66.** p. 1149. 1898.
6) H. Schneider, Lieb. Ann. **207.** p. 257. 1881.

2. Mit diesen Schwierigkeiten, die in der Anordnung d Atome im Molecül ihren Grund haben, und das Problem einem rein chemischen gestalten, hat man bei der zweiten Grup von Anomalien in der Rotationsdispersion nicht zu rechnen.

Bekanntlich denkt man sich die Drehung, welche d Polarisationsebene eines Lichtstrahles in optisch-activen Su stanzen und in den unter dem Einfluss des Elektromagnet drehenden Medien erleidet, hervorgebracht durch die Phas verschiebung, welche die beiden entgegengesetzt circular p larisirten Strahlen, in welche sich, wie durch das Experim bestätigt ist [1]), der linear polarisirte Strahl in dem Medi zerlegt, gegeneinander erleiden.

Es ist klar, dass die Drehung um so grösser sein wird, länger der Strahl im drehenden Medium verbleibt, d. h. die Grö der Drehung wird eine bestimmte Function der Geschwindigk bez. des Brechungsindex' des Strahles sein. Mit zunehmend Brechungsindex nimmt auch die Drehung zu. Verläuft der Str in einem Medium, welches einen anomalen Gang des Brechun index' aufweist, dann wird das Gleiche von dem Drehungswin gelten. Diese Anomalien sind also wesentlich optischer Nat

Unter den optisch-activen, mit selectiver Absorption b gabten Medien zeigen besonders absorbirende Lösungen v weinsaurem Kupfer und weinsaurem Chrom anomale Rotatio dispersion, wie dies Cotton [2]) festgestellt hat. Naturgemä ist bei optisch-activen Substanzen nur dann eine Anoma zu erwarten, wenn der die Absorption hervorrufende Bestan teil *im* drehenden Molecül sich befindet. Eine gefärbte Zuck lösung weist daher keine Anomalien auf.

Es liegen auch bereits einige Arbeiten vor, welche e anomale elektromagnetische Rotationsdispersion ergeben hab

Becquerel [3]) behauptet die anomale Drehung in Sau stoff, doch scheint dieselbe durch Versuche von Siertsem und von Kundt und Röntgen [5]) nicht bestätigt.

1) A. Righi, Nuovo Cim. **3.** p. 212. 1878; H. Becquerel, Com rend. **92.** p. 1368. 1881.

2) M. R. Cotton, Ann. de chim. et de phys. (7) **8.** p. 347. 18

3) H. Becquerel, Compt. rend. **90.** p. 1407. 1880.

4) A. Siertsema, vgl. Beibl. **18.** p. 468. 1894.

5) A. Kundt u. W. C. Röntgen, Wied. Ann. **6.** p. 332. 18 **8.** p. 278. 1879.

Kundt[1]) wies einen anomalen Gang der Drehung nach für Eisen-, Nickel- und Kobaltspiegel. Genauere Messungen darüber haben auf Veranlassung Kundt's H. du Bois[2]) und Lobach[3]) angestellt und die Resultate Kundt's bestätigt.

Cotton[4]) hat in der oben erwähnten Arbeit die anomale Drehung für absorbirende Substanzen festgestellt, doch hat er grösstenteils Salzlösungen mit magnetischem Radical untersucht. Genauere Messungen hat er nicht gemacht, dieselben durch das Absorptionsgebiet hindurch zu führen ist ihm nicht gelungen. Eine grössere Absorption des einen Cirkularstrahles vor dem anderen — ein Dichroismus — findet bei der magnetischen Drehung nur selten statt.

Endlich steht in unmittelbarem Zusammenhang mit der Frage nach der anomalen Drehung folgendes Experiment von Macaluso und Corbino[5]): Wenn man eine Kochsalzflamme zwischen die Pole eines kräftigen Elektromagneten bringt, und schickt Licht, das ein Nicol'sches Prisma durchsetzt hat, durch die Flamme, und löscht es durch einen Analysator aus, dann sieht man, wenn man das durchgegangene Licht mittels eines Rowlandgitters ausbreitet, nur die beiden schwach hervortretenden Linien der Natriumflamme. Wird jetzt der Elektromagnet erregt, dann erscheint plötzlich an der Seite einer jeden Natriumlinie je ein sehr helles Band. Dasselbe muss herrühren von Licht, dessen Schwingungsebene in der Natriumflamme durch den Elektromagneten um 90° oder 270° gedreht worden ist, d. h. aber, wie Becquerel[6]) betont: Die Drehung, die im Natriumdampf ausserordentlich gering ist, steigt unmittelbar von den Natriumlinien, d. h. unmittelbar am Absorptionsgebiet zu ausserordentlich hohen Werten und erstreckt sich bei kräftiger Absorption über ein ziemlich beträchtliches Gebiet in der Umgebung des Absorptionsgebietes. Becquerel[7]) hat dann unter Veranlassung dieses Experimentes

1) A. Kundt, Wied. Ann. **23.** p. 228. 1884.
2) H. du Bois, Wied. Ann. **31.** p. 941. 1887.
3) W. Lobach, Wied. Ann. **39.** p. 347. 1890.
4) A. Cotton, Ann. de chim. et de phys. (7) 8. p. 347. 1896.
5) D. Macaluso u. O. M. Corbino, Compt. rend. **127.** p. 548. 1898.
6) H. Becquerel, Compt. rend. **127.** p. 647. 1898.
7) H. Becquerel, Compt. rend. **128.** p. 145. 1898.

von Macaluso und Corbino die anomale Dispersion Natriumdampf nachgewiesen, indem er den Strahlengang einem geschickt hergestellten Prisma von Natriumdampf unt suchte.

Unmittelbar an dieses Experiment von Macaluso u Corbino gemahnt ein Experiment von Righi[1]), für welcl derselbe eine andere Erklärung in Anspruch nimmt, indem darin eine directe Einwirkung des von Zeeman entdeckt Phänomens erblickt, welches aber wohl grösstenteils diesel Erklärung finden dürfte, wie das Experiment von Macalu und Corbino.[2])

II. Abschnitt.

In vorliegender Arbeit soll der Nachweis erbracht werd dass man als allgemeingültiges Gesetz aussprechen kann: anomal dispergirenden Substanzen ist die elektromagnetisc Rotationsdispersion ebenfalls anomal.

1. Die Versuchsanordnung.

Von den zur Untersuchung der elektromagnetischen E tationsdispersion in Anwendung kommenden Methoden wur in dieser Arbeit im Princip die alte Methode von Broc benutzt, die von G. Wiedemann[4]) weiter ausgebildet word ist: das Licht einer intensiven Lichtquelle durchsetzt polarisirendes Nicol'sches Prisma, dann die der elekt magnetischen Einwirkung ausgesetzte Substanz und wird na dem Durchgang durch einen Analysator mittels einer Cylind linse auf den Spalt eines Spectralapparates concentrirt, dessen Ocular seitliche Schirme zur Abblendung des grösst Teiles des Spectrums angebracht sind. An der Stelle d jenigen Strahlenbezirks, dessen Schwingungsebene nach l regung des Elektromagneten senkrecht steht auf der Analysators, erscheint ein schwarzer Streif. Um eine Nu lage für die Ablesung der Drehung zu haben, fügt man nc

1) A. Righi, Compt. rend. 127. p. 217. 1898.
2) Vgl. W. Voigt, Physik. Zeitschr. 1. p. 130. 1899.
3) O. J. Broch, Dove's Repert. 7. p. 113. 1846.
4) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 82. p. 215. 1851.

einen drehenden Körper ein, der für sich schon die Schwingungsebenen der verschiedenen Wellen auseinander breitet, sodass im Spectrum ein schwarzer Streifen entsteht, auf welchen man das Beobachtungsfernrohr des Spectralapparates einstellt. Wird der Elektromagnet erregt, dann erleidet der Streifen eine Verschiebung, welche man durch Drehen des Analysators wieder aufheben kann. Der Winkel, um welchen man denselben zurückdrehen muss, ist gleich der Drehung, welche der betreffende Strahlenbezirk erlitten hat.

Dieser Streifen, auf welchen man die Einstellungen macht, zeigt immer eine beträchtliche Breite, die man wohl durch Anwendung eines Prismas von geringer zerstreuender Kraft und durch Einschalten einer dickeren Schicht einer activen Substanz verringern könnte, wodurch man aber die Genauigkeit herabdrücken würde, da bei ein und derselben Drehung der schwarze Streifen viel weniger weit im Spectrum fortrücken würde als vorher. Die Genauigkeit, welche G. Wiedemann mit dieser Methode erreichen konnte, beträgt $^1/_{10}{}^0$.

Da man in vorliegender Arbeit Anomalien erwarten durfte, die vielleicht $^1/_{10}{}^0$ um weniges überschritten, wurde eine Verfeinerung der Methode dadurch herbeigeführt, dass noch ein Gipskrystall in den Strahlengang eingeschaltet wurde.

Derselbe wurde so zwischen die gekreuzten Nicols eingebracht, dass seine Hauptaxen unter 45^0 gegen die jeweiligen Schwingungsebenen geneigt waren. In dieser Stellung wurde dann die Platte fest im Analysator montirt und konnte also mit demselben gedreht werden. Durch das Einschalten einer Gipsplatte erhält man bekanntlich im Spectrum des durchgegangenen Lichtes eine Menge feiner Interferenzstreifen, deren Anzahl von der Dicke des Krystalles abhängt.[1]) Eine Platte von 9 mm Dicke erwies sich als geeignet für den vorliegenden Zweck.

Wenn nämlich die Schwingungsebenen der verschiedenen Wellenlängen durch Einschalten einer drehenden Substanz auseinander gebreitet werden, verschwindet in der Partie des Spectrums, deren Schwingungsebene gerade mit einer der beiden Hauptschwingungsrichtungen des Krystalles zusammen-

1) E. v. Lommel, Lehrb. d. Experimentalphysik. 3. Aufl. p. 515, 516. 1896.

fällt, der Interferenzstreifen. Durch Drehen des Analysato kann man diese Stelle das ganze Spectrum durchwande lassen. Hatte man vorher die Stelle des fehlenden Streife im Gesichtsfelde und schaltet man noch eine active Substa ein oder erregt in einer inactiven Substanz durch den Elektr magneten das Drehungsvermögen; dann wandert die helle Stell durch Drehen des Analysators kann man sie wieder in das Gesicht feld zurückführen und dadurch die erlittene Drehung angeb

Da man auch bei dieser Methode vorher die Schwi gungsebenen auseinander breiten muss, wurde ein 1,5 m dicker, senkrecht zur Axe geschliffener Bergkrystall eing schaltet. Ebenso wie bei der Wiedemann'schen Method würde man auch hier die Genauigkeit verringern, wenn ma eine zu dicke Schicht einer activen Substanz anwenden würd

Als Lichtquelle wurde eine kleine, 3 Ampère-Boge lampe benutzt.

Der Polarisator und Analysator waren auf einem Gestell fest montirt, das selbst wieder in fester Verbindung mit de massiven Elektromagneten war. Die beiden Apparate ware einem feinen Lippich'schen Halbschattenapparate entnommer das halbe Nicol im Polarisator musste zu diesem Zwec herausgenommen werden. Der genau gearbeitete Teilkre des Analysators gestattete hundertstel Grade abzulesen. D Stellschraube desselben war entbehrlich, da es sich bei de artigen Messungen empfiehlt, die Einstellungen verhältnismäss rasch zu erledigen, um einem Verschwimmen der Interferen streifen infolge Ermüdung des Auges, besonders im rote Teile des Spectrums, vorzubeugen.

Der benutzte Elektromagnet war ein grosser Hufeise elektromagnet, der zwischen den durchbohrten Kugelstutzpol bei einem Abstande derselben von 19 mm ein Feld von rur 13 000 C.G.S.-Einheiten lieferte. Die Feldstärke wurde g messen durch die Drehung der Schwingungsebene für d Natriumlinien in chemisch reinem Schwefelkohlenstoff unter Ur rechnung mit der von Rayleigh[1]) und Köpsel[2]) für Schwef kohlenstoff bestimmten Verdet'schen Constanten. (Stro stärke: 10 Ampère.)

1) Lord Rayleigh, Beibl. 9. p. 58. 1885.
2) A. Köpsel, Wied. Ann. 26. p. 456. 1885.

Als Spectralapparat wurde ein Vierordt'scher Apparat verwendet, dessen eine Oeffnung geschlossen gehalten wurde; dieser bot den Vorzug einer leichten und genauen Führung des Beobachtungsfernrohres und Regulirung der Blenden. In dem Fernrohr befand sich kein Fadenkreuz, was auch nicht notwendig war, da bei der geringen Oeffnung der Blenden, die für die verschiedenen Farben der Empfindlichkeit des Auges angepasst wurde, die Stelle des fehlenden Streifens mit grosser Genauigkeit in die Mitte des Gesichtsfeldes gebracht werden konnte, da bei richtiger Einstellung zu beiden Seiten der hellen Stellen gleich viele Interferenzstreifen zu stehen kommen mussten.

Der Spectralapparat wurde in der gebräuchlichen Weise geaicht, aus der darnach in grossem Maassstab angelegten Dispersionscurve des Prismas konnten die Wellenlängen für den vorliegenden Zweck hinlänglich genau entnommen werden.

2. Die Messungen.

Mit dieser Methode wurden die nachfolgenden Messungen ausgeführt. Es wurden nur diamagnetische Substanzen der Untersuchung unterzogen.

Was die Genauigkeit der Messungen betrifft, so darf als Maximum der Beobachtungsfehler 0,03° bezeichnet werden. Die untersuchten Flüssigkeiten befanden sich in einer Glascuvette, welche die Aufnahme einer Flüssigkeitsschicht von 1 cm Dicke gestattete. Die Temperatur betrug stets 12°.

Die in den Tabellen angegebenen Zahlen stellen das Mittel dar aus je drei zusammengehörigen Ablesungen. Die erhaltenen Werte für die Drehungswinkel wurden in Coordinatenpapier eingetragen, und zwar wurden die Zeichnungen zuerst in solchen Dimensionen ausgeführt, dass etwaige grössere Beobachtungsfehler leicht erkannt und beseitigt werden konnten.[1]) In der beigegebenen Tafel II sind auf der Abscissenaxe die Stellungen des Beobachtungsfernrohres, auf der Ordinatenaxe die erhaltenen Drehungswinkel aufgetragen. Dass auf der Abscissenaxe nicht unmittelbar die Wellenlängen aufgetragen wurden, hat seinen Grund lediglich darin, dass dieselben keine so

1) E. Ketteler, Theoret. Opt. p. 575. 1885.

angenehme Einteilung des Coordinatenpapiers ermöglicht hät
Zur Orientirung sind einige Fraunhofer'sche Linien eingetra

Folgende kleine Tabelle enthält die Wellenlängen Strahlen, welche für die angegebene Stellung des Beobachtu fernrohres in die Mitte des Gesichtsfeldes fielen:

Tabelle der Wellenlängen.

Stellung des Beob.-Fernrohrs	18,0	18,50	19,0	19,50	20,0	20,50	21,0	21,50	2
Zugehör. Wellenlänge in milliontel mm	632	615	598	585	574	564	554	545	5

Stellung des Beob.-Fernrohrs	22,50	23,0	23,50	24,0	24,50	25,0	26,0	27,0	2
Zugehör. Wellenlänge in milliontel mm	526	517	508	500	492	484	473	462	4

Die untersuchten Substanzen verteilen sich auf drei Grupp

Gruppe I enthält die Untersuchungen von Fuchsin Cyanin; als Lösungsmittel wurde Alkohol benutzt.

Gruppe II enthält die Messungen an einem Didym würfel. (Die beiden Urangläser, die mir zu Gebote stan machten die Messungen unmöglich, da sie sich als dopp brechend erwiesen.)

Gruppe III enthält die Untersuchungen der beiden fluo cirenden Farbstoffe Eosin und Naphtalinrot (Magdalarot), we ebenfalls in Alkohol gelöst waren. Diese Substanzen wu aus dem Grunde untersucht, weil vielleicht für das Strah gebiet, welches die Fluorescenz erregt, besonders grosse A malien zu erwarten waren.

Die Concentration der verschiedenen Lösungen ist im so gewählt, dass Nr. 1 die Stammlösung ist, während in Volumeneinheit einer jeden folgenden Lösung $^1/_2$ Volumen vorausgehenden Lösung und $^1/_2$ Volumen Alkohol absol. halten sind.

Es wurden sehr niedrige Concentrationen gewählt, so auch *im* Absorptionsgebiete die Messungen ausgeführt we

konnten. Die Interferenzstreifen traten dann auf dem nicht zu dunklen Hintergrunde des Absorptionsgebietes scharf hervor. Die Tabellen, ebenso die Curven, geben zur Vergleichung die Drehungswinkel für absoluten Alkohol. Die Punkte der Curven, welche beobachtet wurden, sind markirt. Der Teil der Curve der ersten Cyaninlösung, dessen Beobachtung die stärkere Concentration unmöglich machte, ist punktirt weiter geführt.

Von der Eintragung der Absorptionscurven in die Diagramme musste abgesehen werden, da dieselben billigerweise den Intensitätsverhältnissen entsprechend hätten gezeichnet werden müssen, wofür mir keine Messungen vorlagen. Uebrigens werde ich unten bei der Besprechung der Resultate die Lage der Absorptionscurve gegen die Drehungscurve ganz allgemein angeben.

Die in den Tabellen angegebenen Werte verstehen sich unmittelbar für die Drehungen in den Lösungen, da die Drehungswinkel für die Verschlussplatten der Glascuvette bereits subtrahirt sind.

Gruppe I.

1. Fuchsinlösungen.

Concentration der Stammlösung: In 1 Gewichtsteil der Lösung 0,0000244 Gewichtsteile Fuchsin.

Tabelle der Fuchsinlösungen.

$\lambda =$	632	615	598	585	574	564	554	545	535
Alk. absol.	1,80°	1,89°	1,98°	2,07°	2,17°	2,27°	2,37°	2,47°	2,57°
Fuchsinlös.									
Nr. 1	1,83	1,94	2,06	2,16	2,31	2,59	2,81	2,34	2,55
Nr. 2	1,825	1,93	2,04	2,14	2,27	2,47	2,69	2,36	2,60
Nr. 3	1,82	1,92	2,02	2,12	2,24	2,40	2,59	2,38	2,64
Nr. 4	1,815	1,91	2,01	2,11	2,22	2,37	2,53	2,41	2,68
Nr. 5	1,81	1,90	1,99	2,09	2,20	2,35	2,49	2,44	2,68

$\lambda =$	526	517	508	500	492	484	473	462	450
Alk. absol.	2,67°	2,77°	2,87°	2,97°	3,07°	3,17°	3,39°	3,61°	3,84°
Fuchsinlös.									
Nr. 1	2,98	2,95	2,75	2,84	2,99	3,15	3,54	3,96	4,42
Nr. 2	2,93	2,91	2,79	2,88	3,02	3,17	3,49	3,88	4,29
Nr. 3	2,89	2,89	2,82	2,90	3,04	3,18	3,48	3,81	4,17
Nr. 4	2,86	2,87	2,85	2,92	3,06	3,19	3,47	3,77	4,08
Nr. 5	2,82	2,86	2,87	2,95	3,07	3,20	3,45	3,71	3,99

2. Cyaninlösungen.

Concentration der Stammlösung: In 1 Gewichtsteil der Lösung 0,00003904 Gewichtsteile Cyanin.

Tabelle der Cyaninlösungen.

$\lambda =$	632	615	598	585	574	564	554	545	
Alk. abs.	1,80°	1,89°	1,98°	2,07°	2,17°	2,27°	2,37°	2,47°	2
Cyaninlös.									
Nr. 1	1,86	1,99	2,22	—	—	—	2,52	2,30	2
Nr. 2	1,85	1,97	2,16	2,45	2,03	2,44	2,48	2,33	2
Nr. 3	1,83	1,95	2,12	2,39	2,05	2,39	2,46	2,35	2
Nr. 4	1,82	1,93	2,07	2,32	2,07	2,38	2,45	2,38	2
Nr. 5	1,81	1,92	2,05	2,27	2,11	2,36	2,42	2,40	2

$\lambda =$	526	517	508	500	492	484	473	462	
Alk. abs.	2,67°	2,77°	2,87°	2,97°	3,07°	3,17°	3,39°	3,61°	3
Cyaninlös.									
Nr. 1	2,50	2,75	2,88	3,00	3,17	3,33	3,71	4,10	4
Nr. 2	2,54	2,73	2,84	2,99	3,15	3,30	3,61	3,97	4
Nr. 3	2,57	2,71	2,86	3,00	3,14	3,30	3,60	3,91	4
Nr. 4	2,60	2,69	2,87	3,00	3,14	3,27	3,55	3,82	4
Nr. 5	2,63	2,67	2,89	3,01	3,13	3,26	3,51	3,76	4

Gruppe II.

Drehung in dem Didymglaswürfel. Dicke 14 mm.

$\lambda =$	632	615	598	585	574	564	554	545	5
$\varrho =$	4,80°	4,93°	5,82°	6,12°	5,70°	6,99°	6,21°	6,72°	7

$\lambda =$	526	517	508	500	492	484	473	462	4
$\varrho =$	7,50°	7,17°	7,98°	8,07°	8,00°	8,14°	8,74°	9,55°	10

Gruppe III.

1. Naphtalinrotlösungen.

Stammlösung: Sehr verdünnt, in 1 Gewichtsteil der Lösung 0,000005 Gewichtsteile Naphtalinrot.

$\lambda =$	632	615	598	585	574	564	554	545	535
Alk. absol. Naphtalinrotlös.	1,80°	1,89°	1,98°	2,07°	2,17°	2,27°	2,37°	2,47°	2,57°
Nr. 1	1,84	1,93	2,03	2,17	2,43	2,25	2,27	2,64	2,66
Nr. 2	1,82	1,91	2,01	2,12	2,32	2,25	2,34	2,56	2,60

$\lambda =$	526	517	508	500	492	484	473	462	450
Alk. absol. Naphtalinrotlös.	2,67°	2,77°	2,87°	2,97°	3,07°	3,17°	3,39°	3,61°	3,84°
Nr. 1	2,58	2,66	2,79	2,92	3,05	3,18	3,47	3,79	4,12
Nr. 2	2,61	2,70	2,81	2,94	3,06	3,18	3,45	3,72	4,00

2. Eosinlösungen.

Stammlösung: Sehr verdünnt, in 1 Gewichtsteil der Lösung 0,000004 Gewichtsteile Eosin.

$\lambda =$	632	615	598	585	574	564	554	545	535
Alk. absol. Eosinlösung	1,80°	1,89°	1,98°	2,07°	2,17°	2,27°	2,37°	2,47°	2,57°
Nr. 1	1,91	1,96	2,05	2,15	2,26	2,37	2,50	2,70	2,92
Nr. 2	1,85	1,93	2,02	2,10	2,20	2,31	2,41	2,54	2,80

$\lambda =$	526	517	508	500	492	484	473	462	450
Alk. absol. Eosinlösung	2,67°	2,77°	2,87°	2,97°	3,07°	3,17°	3,39°	3,61°	3,84°
Nr. 1	2,89	2,67	2,77	3,20	3,23	3,15	3,34	3,69	4,07
Nr. 2	2,83	2,70	2,83	3,15	3,21	3,17	3,36	3,65	3,97

III. Abschnitt.

Besprechung der Resultate.

Wenn man die vorliegenden Tabellen, oder besser die beigegebenen Curven betrachtet, sieht man, dass die magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in diesen anomal

dispergirenden Substanzen einen ähnlichen Gang einhält, wi der Brechungsindex:

Gegen das Absorptionsgebiet hin nimmt die Drehung seh rasch zu, um nach demselben wieder von kleineren Werten z grösseren zu steigen.

Der Verlauf der Curven im Absorptionsgebiete ist stetig der Wendepunkt derselben *im* Absorptionsgebiete. Hiernac ist die Vorstellung der Lage der Absorptionsstreifen nicht meh schwierig; man könnte der Lage nach die Drehungscurven in Absorptionsgebiete ohne weiteres als Absorpitonscurven be zeichnen, allerdings ohne Rücksicht auf die Intensität. Di Anomalie, welche die Drehung in den Absorptionsgebiete erleidet, ist so bedeutend, dass man an Stellen, wo das Aug absolut keine Absorption wahrnimmt, das Vorhandensein eine solchen durch die Drehungscurve nachweisen kann. Man kan dies sehr deutlich an den Cyaninlösungen sehen. Nac H. W. Vogel[1]) zeigt Cyanin nur in wässeriger Lösung zwische den Fraunhofer'schen Linien *D* und *E* ein leichtes An steigen der Absorptionscurve, nicht aber in alkoholischer. Di Betrachtung der für die Cyaninlösungen aufgestellten Curve zeigt zwischen den Linien *D* und *E* ein Ansteigen, d. h. de als Lösungsmittel benutzte „absolute Alkohol" enthielt Wasse Diese ersichtliche Wasseraufnahme findet ihre Erklärung ein mal darin, dass der käufliche „absolute Alkohol" immer etwa Wasser enthält, und dann in der reichlichen Gelegenheit, di der Alkohol bei der Herstellung der Lösungen, beim Umfülle in die Gläser etc. findet, Wasser zu absorbiren. Bei de Fuchsinlösungen konnte das Auge auch nur die kräftiger Absorption zwischen *D* und *E*, nicht aber die kleine zwische *E* und *F* constatiren, während dieselbe in der Drehungscurv deutlich zum Ausdruck kommt.

Die Betrachtung der Resultate, welche für verschieden Concentrationen einer Farbstofflösung erhalten wurden, zeigt dass mit zunehmender Concentration die Anomalien wachse in der gleichen Weise, wie dies für den Brechungsindex gilt Weiter vom Absorptionsgebiete entfernte Strahlenbezirke gehe

1) H. W. Vogel, Prakt. Spectralanalyse 2. Aufl. p. 359. 1889.

ihren regelmässigen Gang in der Drehung und zwar um so mehr, je schmäler das Absorptionsgebiet sich darstellt.

Dafür sind die Anomalien in einem schmalen Absorptionsgebiete um so bedeutender, wie man besonders gut aus der für die Drehung im Didymwürfel aufgestellten Curve ersieht. Derselbe besass im Gelb und ersten Grün zwei scharfe Absorptionsstreifen, welche zwischen sich einen hellen Raum liessen, sodass die Messung auch in dieser Senke gemacht werden konnte. Die Curve steigt im Absorptionsgebiete ausserordentlich, um sogleich wieder ebenso scharf zu fallen.

Etwas Aehnliches, nur viel Schärferes findet in dem oben erwähnten Experiment von Macaluso und Corbino statt. Dort hat man es ebenfalls mit einem rapiden Ansteigen der Drehung in der Nähe der Natriumlinien, d. h. der Absorptionsstreifen zu thun. Diese Steigerung ist so ausserordentlich gross, weil das Absorptionsgebiet ausserordentlich schmal ist, indem es sich eben nur auf die beiden Natrium*linien* erstreckt.

Voigt[1]) hat gerade diesen Fall ins Auge gefasst und aus der Verschiebung, welche die Dispersionscurve durch den Zeemaneffect erleidet, die Möglichkeit dargethan, dass bei Gasen die im allgemeinen sehr schwache Drehung bei der Annäherung an das Absorptionsgebiet ausserordentlich zunehmen und schliesslich eine ganz abnorme Grösse erreichen kann.

Die Untersuchung der fluorescirenden Substanzen ergab kein aussergewöhnlich anomales Verhalten derselben.

Als angenähertes Gesetz der Abhängigkeit des Drehungswinkels von der Wellenlänge kann man angeben, dass derselbe nahezu dem Quadrat der Wellenlänge umgekehrt proportional sei, also $\varrho = c/\lambda^2$. Diese Grösse c ist jedoch keine Constante, sondern nimmt gegen das Blau hin zu. Diese Zunahme dürfen wir auf Grund vorliegender Untersuchung damit begründen, dass die meisten Körper, wie sich dies ja experimentell beweisen lässt, im Ultraviolett ein Absorptionsgebiet haben, gegen welches die Drehung, wie wir gesehen haben, ansteigen muss. Theoretisch bedeutet dies, dass zu der Grösse c/λ^2 in obiger Formel noch ein additives Glied treten muss, welches eine Combination der Grösse $dn/d\lambda$ enthält.

1) W. Voigt, Wied. Ann. 67. p. 345. 1899; Physikal. Zeitschr. 1. p. 138. 1899.

Substanzen, welche im Ultrarot ein Absorptionsgebiet zeigen, wie die von Aschkinass[1]) untersuchten Körper: Marmor, Gips, Alaun, Kalkspat müssten, wenn man die Drehung im Ultrarot messen könnte, daselbst Anomalien aufweisen. Gips und Kalkspat kämen allerdings wegen der Doppelbrechung[2]) für diese Untersuchung in Wegfall.

Resultate.

Das Ergebnis vorliegender Untersuchung ist also folgendes:

1. Die allgemeine Fassung, welche Kundt dem Dispersionsgesetz in absorbirenden Medien gegeben hat, lässt sich übertragen auf den Gang der elektromagnetischen Rotationsdispersion in diesen Medien.

2. Bei stark absorbirenden Medien erstreckt sich der anomale Gang der Rotationsdispersion auf ein ziemliches Gebiet in der Umgebung der Absorption.

3. Mit zunehmender Concentration wachsen die Anomalien.

4. Je schmäler und schärfer der Absorptionsstreifen ist, desto bedeutender sind die Anomalien, desto rascher steigt die Drehungscurve an.

5. Das raschere Ansteigen der Drehungscurve in gewöhnlichen Medien gegen das Violett zu findet seine Erklärung in dem Vorhandensein eines Absorptionsgebietes im Ultraviolett.

München, Physik. Inst. d. Univ., Januar 1900.

1) E. Aschkinass, Physikal. Zeitschr. 1. p. 53. 1899.
2) Vgl. W. Wertheim, Pogg. Ann. 86. p. 324. 1852.

(Eingegangen 29. April 1900.)

5. *Ueber die Spitzenentladung; von E. Warburg.*

(Dritte Mitteilung.)

§ 1. Es handelt sich im Folgenden stets um den Fall, dass von einer auf constantem elektrischen Potential gehaltenen Spitze ein elektrischer Strom durch ein Gas zu einer zur Erde abgeleiteten Platte fliesst und dass dabei ein Leuchten des Gases nur in unmittelbarer Nähe der Spitze auftritt. Nimmt man nun mit W. Giese, A. Schuster u. a. an, dass die elektrische Leitung der Gase wie die der Elektrolyte durch wägbare, elektrisch geladene Teilchen (Ionen) bedingt ist, so müssen im allgemeinen, z. B. bei der Glimmentladung in Geissler'schen Röhren, sowie in Gasen, welche durch Röntgenstrahlen unabhängig von elektrischen Kräften Leitungsvermögen erlangt haben, sowohl positive wie negative Ionen im leitenden Gase vorhanden sein. Bei der hier in Betracht gezogenen Spitzenentladung hingegen, bei welcher Glimmlicht nur in dem äusserst dünnen und kleinen Lichtfleck an der Spitze auftritt, ist anzunehmen, dass Ionenbildung nur unmittelbar an der Spitze in jenem Lichtflecke erfolgt, dass also weder im Innern des Gases noch an der Erdelektrode Ausgangspunkte von Ionen sich befinden. Daraus folgt, dass beim stationären Strom ausserhalb des an der Spitze gelegenen Herdes der Ionenbildung nur die eine Ionenart im Gase sich bewegt, welche das Zeichen der Spitzenladung besitzt. Dieser Umstand scheint für die Untersuchung der beiden Ionenarten Vorteile zu bieten. Die nachfolgenden Untersuchungen beziehen sich vornehmlich auf die Unterschiede, welche bei der Leitung des Stromes sich zeigen, je nachdem die Spitze positiv oder negativ ist, je nachdem, wie ich kurz sagen werde, positive oder negative Leitung stattfindet.

I. Potentialabfall an der Spitze (1898).

§ 2. Es ist bekannt, dass in den meisten Gasen, z. B. in Luft, Stickstoff, Wasserstoff, der constante elektrische Strom,

welcher von der auf constantem Potential gehaltenen Spitze zur Erdplatte fliesst, stärker ist, wenn das Potential der Spitze einen negativen, als wenn es einen gleich grossen positiven Wert hat.

Daher vermutete ich, dass in solchen Fällen der Abfall des Potentials von der Spitze bis zu einer kleinen Entfernung von ihr grösser sei, wenn die Spitze positiv, als wenn sie gleich stark negativ geladen ist. Der Versuch hat diese Vermutung bestätigt.

§ 3. Um die Potentialdifferenz zwischen der Spitze und einer Stelle des stromdurchflossenen Gasraumes zu messen, schmolz ich einen 0,05 mm dicken Platindraht in ein dünnes Glasrohr ein, sodass ein ungefähr 1 mm langes Stück des Drahtes aus dem Rohr herausragte, brachte dieses Stück an die fragliche Stelle und verband den Platindraht mit der Nadel, die Spitze mit dem isolirten Gehäuse eines Braun'schen Elektrometers. Dann zeigt das Elektrometer die Potentialdifferenz zwischen dem als Sonde dienenden Platindraht und der Spitze an. Es fragt sich, ob die Sonde hinreichend genau das Potential der sie umgebenden, schwach leitenden Luft annimmt. Um dies zu prüfen, maass ich das Potential in stromdurchflossener freier Luft an verschiedenen Stellen zwischen einer horizontalen geladenen Spitze und einem gegenüber gestellten, verticalen zur Erde abgeleiteten Metallschirm, das eine Mal nach Lord Kelvin durch einen Wassertropfapparat, das andere Mal durch eine Platinsonde der beschriebenen Art. Das Gehäuse des Elektrometers war im letzteren Fall mit der Erde verbunden. Folgende Ergebnisse in Volt wurden erhalten.

Angabe des Wassertropfapp.	700	1225	1770	2200	2450	2780	3220
Angabe der Platinsonde	650	1200	1660	2080	2350	2700	3100

Die Platinsonde giebt zwar etwas kleinere Werte als der Tropfapparat, aber die Differenzen sind nicht bedeutend.

§ 4. Bei den folgenden Versuchen befanden sich die untersuchten (nicht ganz reinen) Gase bei Atmosphärendruck unter der Glocke einer Luftpumpe. Die Entfernung zwischen der an einem verticalen Platindraht gebildeten Spitze und der Platte betrug 18 mm, die Entfernung zwischen der Spitze und

dem horizontalen Sondendraht 0,75 mm. V ist das Spitzenpotential ΔV_+, ΔV_- sind die Potentialdifferenzen zwischen Spitze und Sonde, je nachdem V positiv oder negativ war. Alle Potentiale sind in Volt angegeben. Als Elektricitätsquelle diente eine Elektrisirmaschine. Die Einführung der Sonde schwächt den Strom ein wenig.

	Luft			Sauerstoff		
V	ΔV_+	ΔV_-	$\frac{\Delta V_-}{\Delta V_+}$	ΔV_+	ΔV_-	$\frac{\Delta V_-}{\Delta V_+}$
9600	1850	1280	0,69	1720	1630	0,95
8400	1820	1310	0,72	1710	1630	0,95
7200	1810	1340	0,74	1650	1710	0,96
	Wasserstoff					
5400	1220	730	0,60			

Der Potentialabfall zwischen der Spitze und der 0,75 mm von ihr entfernten Sonde ist also in Luft bei negativer Spitze nur $^2/_3$—$^3/_4$ mal so gross, als bei positiver. Grösser ist der Unterschied beim Wasserstoff, sehr klein beim Sauerstoff. In der That wird im Sauerstoff die negative Leitung am wenigsten begünstigt (über die Spitzenentladung in reinem Sauerstoff vgl. § 19).

§ 5. Sofern bei der Glimmentladung bekanntlich der Potentialabfall an der Kathode, das Kathodengefälle, erheblich grösser ist, als das Anodengefälle, schien es von Interesse, bei diesen Bestimmungen auch den Uebergang von der Spitzen- zur Glimmentladung in Betracht zu ziehen. Dazu erniedrigt man den Gasdruck, bis die Spitzenentladung in die Glimmentladung übergeht; doch kann bei derselben Versuchsanordnung und bei demselben Druck sowohl Spitzen- wie Glimmentladung auftreten. Die für den constanten Glimmentladungsstrom erforderliche Stromstärke konnte durch die Elektrisirmaschine nicht erzielt werden, welche deshalb durch einen Hochspannungsaccumulator von 600 Elementen ersetzt wurde. Die Entfernung zwischen Spitze und Platte betrug 19 mm, die Entfernung zwischen Spitze und Sonde wurde nicht bestimmt, und es sind daher die Messungen mit den in § 4 beschriebenen nicht genau vergleichbar. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle verzeichnet, in welcher p den Luftdruck, i die Stromstärke

in Mikroampère bedeutet. Das positive Licht bei der Gl
entladung hatte die Form eines schmalen Streifens, we
beinahe bis zur Kathode sich erstreckte, indem der d
Raum sehr klein war.

Die Spitze ist negativ geladen.

Spitzenentladung				Glimmentladung		
p	V	ΔV	i	p	V	ΔV
42,0	1250	342	5,4	44,3	1110	400
37,0	1250	312	21,4	37,5	1090	400
30,2	1250	311	40,3	19,0	955	385
30,2	1250	296	38,5	18,3	940	385
26,9	1250	340	37,4		Mittel:	393
	Mittel:	320				

Die Spitze ist positiv geladen.

Spitzenentladung				Glimmentladung		
p	V	ΔV	i	p	V	ΔV
15,5	1250	550	2,70	12,5	830	30
9,0	1250	520	6,79	5,5	800	60
7,0	1250	520	11,3	5,3	780	40
6,0	1250	540	14,7	5,3	830	30
	Mittel:	533			Mittel:	40

Im Mittel ist bei der Spitzenentladung in der hier
nutzten, verdünnten Luft

$$\frac{\Delta V_-}{\Delta V_+} = 0{,}6\,.$$

Der Potentialabfall an der Spitze erleidet also beim Ü
gang der Spitzenentladung in die ausserordentlich viel stä
Glimmentladung keine erhebliche Veränderung, wenn die S
negativ ist, sinkt aber auf $^1/_{18}$ des früheren Wertes h
wenn die Spitze positiv ist. Daraus folgt zunächst, das
der Spitzenentladung an einer negativen Spitze derselbe
gang stattfindet wie bei der Glimmentladung, an einer
tiven Spitze aber ein ganz anderer. Der Unterschied sc
folgender zu sein. Bei der Spitzenentladung ist das St
gebiet nahezu ein Kegel, dessen Spitze in der geladenen S
liegt, dessen Erzeugende mit dem kürzesten Abstand zwis
Spitze und Platte einen Winkel einschliessen, welcher
Spitzenpotentialen von 5000—12000 Volt grösser als 60°

funden wird[1]), und zwar trifft dies zu, mag die Spitze positiv oder negativ sein. Geht nun unter bedeutender Zunahme der Stromstärke die Spitzenentladung in die Glimmentladung über, so sieht man das negative Glimmlicht über ein grösseres Stück des Spitzendrahtes sich ausdehnen, wobei wahrscheinlich die Ausdehnung des Stromgebietes und die Ionendichtigkeit in der Nähe der Spitze sich nicht erheblich ändert. An der positiven Spitze hingegen zieht sich dabei der breite dunkle Kegel in einen schmalen leuchtenden Streifen zusammen, wobei die Ionendichtigkeit und damit das Leitungsvermögen an der Spitze erheblich zu- und damit der Potentialgradient erheblich abnimmt.

Wie dieses verschiedene Verhalten mit dem Unterschied der positiven und negativen Ionen zusammenhängt, bleibt natürlich noch zu erklären übrig.

II. **Der Verlauf des Potentials zwischen Spitze und Platte** (1898).

§ 6. Derselbe wurde im freien Luftraum durch eine Platinsonde der beschriebenen Art bestimmt. Die Sonde war an einem verticalen Millimetermaassstab verschiebbar. Ich beschränke mich darauf, die erhaltenen Ergebnisse in graphischer Darstellung mitzuteilen. Der Durchmesser der Platte betrug 212 mm; die Entfernung zwischen Spitze und Platte in Fig. 1a und Fig. 1b 52 mm, Fig. 2a und Fig. 2b 25 mm. Sondenlängen von 1—5 mm lieferten nahezu übereinstimmende Resultate. Fig. 1a und 2a entsprechen positivem, Fig. 1b und 2b negativem Spitzenpotential. Die Ordinaten sind die absoluten Werte des Potentials.

Wie man sieht, nimmt der absolute Wert des Potentialgradienten in der Nähe der Erdplatte bei der Annäherung an diese zu, woraus nach der Potentialtheorie folgt, dass dort eine Anhäufung von Elektricität vom Zeichen der Spitzenladung stattfindet. Auf dieses Resultat ist in einer Arbeit von Hrn. Child[2]) Bezug genommen.

III. **Glühende Elektroden** (1898).

§ 7. Ersetzt man die Spitze durch einen glühenden, *reinen* Platindraht, so ist auch in diesem Falle in der atmosphärischen

1) E. Warburg, Wied. Ann. **67**. p. 82. 1899.
2) C. D. Child, Wied. Ann. **65**. p. 152. 1898.

Luft die negative Leitung (§ 1) grösser als die positive. aber der Draht vor dem Glühen fettig gemacht, z. B. mit bestrichen worden, so tritt bei kleinen Potentialdiffere zwischen Draht und Erdplatte das entgegengesetzte, erst

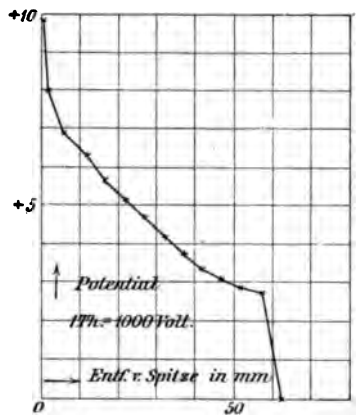


Fig. 1a.

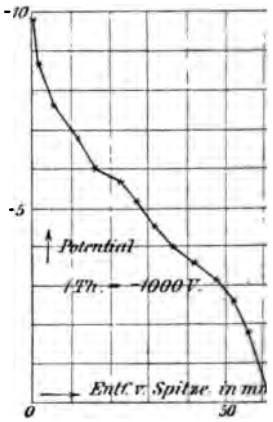


Fig. 1b.

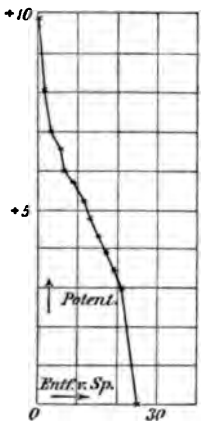


Fig. 2a.

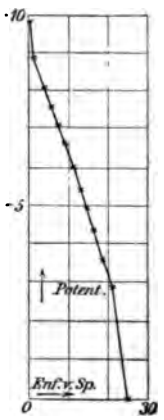


Fig. 2b.

grösseren das gewöhnliche, regelmässige Verhalten ein. wurde eine isolirte, geölte Platinschlinge durch eine auf e Isolirschemel gestellte Accumulatorenbatterie zum Glühen bracht, mit einer durch die Elektrisirmaschine auf constan Potential gehaltenen Leidener Flasche verbunden und e

vom Tisch isolirten, über ein Galvanometer zur Erde abgeleiteten Metallplatte von 20 cm Durchmesser in 5 cm Entfernung gegenübergestellt. In der folgenden Tabelle ist V das Drahtpotential in Volt, i_+ und i_- sind die Stromstärken in Mikroampère bez. bei positivem und negativem Drahtpotential.

V	i_+	i_-	i_+/i_-
2280	0,105	0	∞
2400	0,253	0,036	7
3600	0,217	0,343	0,63

Das Oelen verstärkt oder schwächt den Strom, je nachdem der Platindraht positiv oder negativ ist, z. B.

V	i rein	i geölt
+3600	0,074	0,217
−3600	0,432	0,344

Da die Wirkung des Oeles, indem es abbrennt, mit der Zeit verschwindet, so sind constante Resultate bei diesen Versuchen nicht zu erzielen.

Doch erhält man ähnliche und zugleich constantere Erscheinungen, wenn man den geölten Draht durch einen in die Flamme des Bunsen'schen Brenners eingeführten Draht ersetzt, wobei der vom Tisch isolirte, über das Galvanometer zur Erde abgeleitete Brenner als Erdelektrode diente. Z. B. im Mittel, indem die einzelnen Werte ziemlich bedeutende Abweichungen zeigten:

V	i_+	i_-	i_+/i_-
136	1,17	0,26	4,5
2040	2,64	3,48	0,76
3600	2,98	26,4	0,11

Die Potentiale von 136 Volt wurden durch eine Accumulatorenbatterie geliefert.

§ 8. Eine Betrachtung über die Auffassung dieser Erscheinungen knüpfe ich an die Flamme an, da an dem geölten glühenden Draht, an welchem das Oel verbrennt, den Flammengasen ähnliche gasförmige Producte sich bilden müssen.

Die atmosphärische Luft, sowie auch andere Gase zeigen unter gewöhnlichen Umständen, also bei gewöhnlicher Temperatur und bei Ausschluss Röntgen'scher und ähnlich wir-

kender Strahlen gegenüber kleinen elektrischen Kräften ke nennenswertes Leitungsvermögen [1]), sie erlangen solches ei durch äussere elektrische Kräfte, wenn diese hinreichend gr werden, z. B. an einer hinreichend stark geladenen Spit In der Flamme hingegen gleichen sich schon die kleinst elektrischen Spannungsdifferenzen aus; also schon vor der Ei wirkung elektrischer Kräfte besitzt die Flamme elektrisch Leitungsvermögen, oder enthält sie nach der hier adoptirt Anschauungsweise freie Ionen. Bei der Leitung des Strom durch diese Flammenionen tritt nach Erman, Hittorf u. die sogenante negative Unipolarität ein, d. h. ein gross Potentialgefälle an der Kathode. Dieses hängt von der Fo und Grösse der Kathode ab, ist z. B. grösser, wenn der dün Platindraht [2]), als wenn der Brenner Kathode ist, daher Strom im letzteren Falle stärker ist. Wenn aber das Poten des Platindrahtes einen gewissen Wert zu überschreiten fängt, dann tritt zu der Leitung durch die ursprünglich Flammenionen Leitung durch Ionen, welche unter dem E fluss der starken elektrischen Kräfte an dem dünnen Dr neu gebildet werden, und zwar mit steigendem Drahtpotent in steigendem Maasse. Da nun die Leitung durch elektrisc Kräfte grösser bei negativem als bei positivem Draht ist, erklärt es sich, dass von gewissen Potentialwerten an d Strom stärker bei negativem, als bei gleich grossem positive Potential des Drahtes ist.

§ 9. Zur näheren Erläuterung und Unterstützung des G sagten setze ich einige Versuche über die Flammenleitu hierher.

---

1) Nach Versuchen von Linss, Elektrotechn. Zeitschr. 1890 S. 5(J. Elster u. H. Geitel, 12. Jahresber. d. Vereins f. Naturwissensch in Braunschweig, 1899; A. Heydweiller, Wied. Ann. **69.** p. 581. 18 besitzt die atmosphärische Luft stets ein kleines, von elektrischen Kräf unabhängiges Leitungsvermögen, würde also freie Ionen in geringer Z enthalten. Solchenfalls spielen diese wahrscheinlich eine Rolle bei d Vorgange, bei welchem unter dem Einfluss elektrischer Kräfte das L tungsvermögen der Luft gesteigert wird.

2) Auf die Anode kommt es hierbei gar nicht an; bei einer elekt motorischen Kraft von 480 Volt blieb der Strom ungeändert, als anst eines 0,25 mm dicken Platindrahtes ein $4^1/_2$ mm dicker, verhältnissmäs kalter Kupferdraht als Anode benutzt ward.

1. Ein 0,25 mm dicker Platindraht im oberen Teil der Flamme diente als Anode, der Brenner in der Anordnung des § 8 als Kathode. Es wurde die Stärke der Ströme gemessen, welche steigende elektromotorische Kräfte durch die Flamme hindurchschickten. Auch nach Ausschaltung der

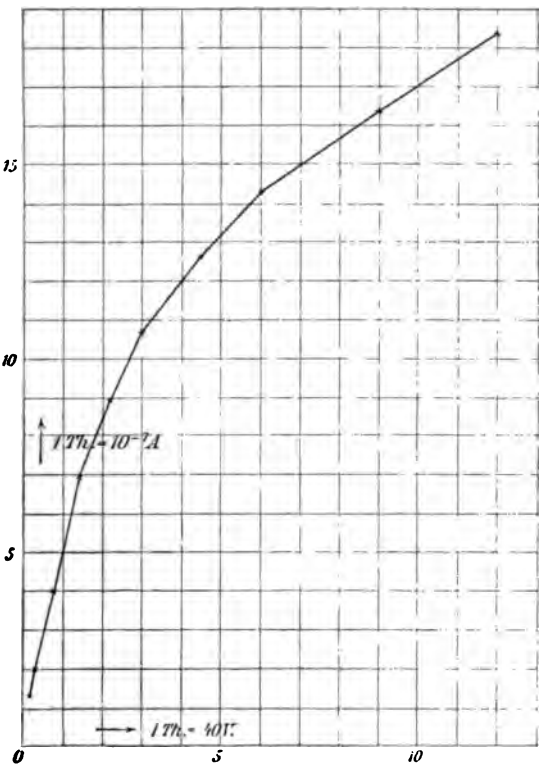


Fig. 3.

äusseren elektromotorischen Kraft erhielt man einen schwachen Strom, welcher sich auf $0{,}002 \cdot 10^{-6}$ Amp. belief, vom Brenner zum Draht ging und daher der abgelesenen Stromstärke hinzugezählt wurde. In der folgenden Tabelle ist E die elektromotorische Kraft in Volt, i die Stromstärke in Mikroampère.

E	8	14	30	60	90	120	180	240	360	480
i	0,125	0,201	0,398	0,691	0,887	1,06	1,26	1,43	1,64	1,83

Fig. 3 enthält die graphische Darstellung dieser Ergebnisse. Der Strom wächst zuerst der elektromotorischen Kraft

nahe proportional, dann langsamer als diese, ähnlich wie b der Leitung durch Luft, welcher durch Röntgenstrahlen Le tungsvermögen erteilt ist. Denselben Verlauf fanden frühe Beobachter.

2. Demnächst bestimmte ich mittels Platinsonde, wie i § 6, den Verlauf des Potentials zwischen den Elektrode In der folgenden Tabelle bedeutet x die Entfernung von d Brennermündung in Millimetern, V das Potential des Sonde drahtes. Die Stromstärke betrug 1,83 Mikroampère

x	2	9,4	22,4	37,9	61,4	72,1	76,1 (Anode)
V	+290	410	450	450	450	450	450

Wie man sieht, findet fast der ganze Fall des Potentia in der Nähe der Kathode (Brennermündung) statt, in einig Entfernung von dieser wird der Gradient so klein, dass durch das benutzte Elektrometer nicht mehr angegeben wir Wurde der Platindraht negativ geladen, so fand der star Fall des Potentials an diesem statt und zwar in noch vi abrupterer Weise, als im vorigen Fall; schon in 2 mm En fernung von ihm war das Potential merklich gleich Null.

3. Um endlich ein Urteil über das Leitungsvermögen de Flammeninnern unabhängig von den Vorgängen an den Elek troden zu gewinnen, muss man den Potentialgradienten im Inner der stromdurchflossenen Flamme bestimmen. Zu dem End maass ich in der unter 1. beschriebenen Anordnung die Potentia differenz zwischen zwei Platinsonden, welche in je einem vo zwei um 0,78 cm voneinander entfernten Flammenquerschnitte eingesenkt waren, an einem Thomson'schen Quadrantelektr meter, bei welchem 1 Scalenteil 0,006 Volt entsprach. Di untere Sonde war 2,7 cm von der Brennermündung entfern

Auch nach Ausschaltung der äusseren elektromotorische Kraft zeigten die Sonden eine kleine Potentialdifferenz e_0 i Sinne des Stromes. In der folgenden Tabelle sind unter e d Potentialdifferenzen der Sonden in Volt, vermindert um e_0 fü verschiedene angelegte elektromotorische Kräfte von E Vo verzeichnet. Das mittlere specifische Leitungsvermögen k de Flamme zwischen den Sonden bezüglich des Quecksilbe setze ich

$$k = \frac{i}{e} \cdot \frac{l}{q} \cdot \frac{1}{10630},$$

wo l den Sondenabstand in Centimetern, q den leitenden Flammenquerschnitt in Quadratcentimetern, i die Stromstärke in Ampère bedeutet. k ist also mit i/e proportional.

E	8	14	30	60	120	240	360	480
e	0,0343	0,0637	0,137	0,251	0,382	0,478	0,504	0,496
$10^6 . i$	0,130	0,210	0,406	0,705	1,06	1,44	1,68	1,81
$10^6 . \frac{i}{e}$	3,75	3,27	2,95	2,80	2,72	3,02	3,33	3,66

Fig. 4 ist die dem Leitungsvermögen k proportionale Grösse i/e als Function von i graphisch dargestellt. Das Leitungsvermögen nimmt demnach bei kleiner Stromstärke mit

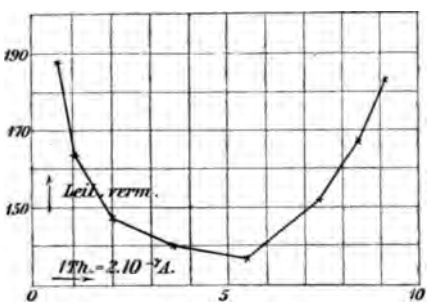


Fig. 4.

wachsender Stromstärke ab, wie es schon von Giese [1]) beobachtet und erklärt wurde, indem durch den Strom eine Abnahme der Ionenzahl eintritt. Bei mittlerer Stromstärke wird das Leitungsvermögen unabhängig von ihr, um bei grösserer mit ihr zu wachsen. Dieses Verhalten findet seine Erklärung in dem Umstande, dass unter der Wirkung stärkerer elektrischer Kräfte neue Ionen sich bilden.

Der absolute Wert von k lässt sich nicht berechnen, da man den leitenden Flammenquerschnitt nicht kennt. Setzt man ihn behufs einer Schätzung gleich dem Brennerquerschnitt 0,785 qcm, so ergiebt sich mit $l = 0{,}78$ cm für $i/e = 3{,}0 . 10^{-6}$ aus der obigen Formel $k = 2{,}80 . 10^{-10}$. Für gut destillirtes Wasser ist k ungefähr gleich $10 . 10^{-10}$.

1) W. Giese, Wied. Ann. 17. p. 255 u. 540. 1882.

IV. Ueber negative und positive Spitzenentladung in reinen Gasen.[1]

§ 10. Im § 2 wurde die Thatsache erwähnt, dass di Spitzenentladung bei negativem Spitzenpotential im allgemeine stärker ist als bei gleich grossem positivem. Doch scheint ma den merkwürdigen und ausserordentlich bedeutenden Einflu nicht bemerkt zu haben, welchen auf dieses Phänomen gewis minimale Verunreinigungen der Gase ausüben. Besonders au fällig zeigt sich dies beim Stickstoff, wie aus den folgend Versuchen hervorgeht.

§ 11. Die Spitze war wie bei früheren Versuchen an einem 0,25 mm dicken, verticalen, in ein Glasrohr ei geschmolzenen Platindraht gebildet, von welchem 5 mm a dem Glasrohr frei hervortraten. Sie befand sich im Mitte punkt eines als Erdelektrode dienenden, zu einem Cylinde von 4,5 cm Höhe und 4,7 cm Durchmesser gerollten Platin bleches. Das Ganze war in einem cylindrischen Glasgefäs eingeschlossen mit Zuführungen für den Strom und Ein- un Auslauf für das Gas. Die Regulirung und Messung des Spitzen potentials, sowie die Messung der Stromstärke geschah wie be früheren Versuchen.[2] Die Potentiale sind im Folgenden in Vol die Stromstärken in Mikroampère angegeben.

§ 12. Ein Gasometer von 15 Liter Inhalt nahm übe Wasser den aus Natriumnitrit und Ammoniumsulfat bereitete Stickstoff auf. Derselbe wurde durch Kalilauge, Schwefelsäur festes caustisches Kali, Phosphorpentoxyd, alsdann durch de Versuchsapparat geleitet, welcher, mit dem Gase unter Atm sphärendruck gefüllt, beiderseits geschlossen wurde.

Als man nun der Spitze ein constantes negatives Potenti erteilte, zeigte es sich, dass die Stromstärke mit der Zeit a nahm. So sank sie, indem das angelegte Potential — 6160 Vo betrug, in 4 Minuten von 64,4 auf 43,7 Mikroampère. Ab auch ohne dass der Strom durch das Gas ging, nahm di Leitung ab, denn am anderen Morgen, nach $13^1/_2$ Stunde

1) Aus den Berichten der Berliner Akademie, 19. Juli 1899, m einigen Zusätzen mitgeteilt.

2) E. Warburg, Wied. Ann. 66. p. 652. 1898.

brachte das Potential $V = -6160$ nur noch einen Strom $i = 16{,}2$ hervor.

Als hierauf der Apparat mit frischem Stickstoff aus dem Gasometer gefüllt ward, nahm die Leitung den früheren Betrag wieder an ($i = 62{,}7$), um in längerer Zeit wieder wie im vorigen Fall abzunehmen.

Diese Erscheinung schien von einer Verunreinigung des Gases im Apparat herzurühren, wobei man nur an gasförmige Bestandteile denken konnte, welche aus den Glaswänden oder aus dem Platinblech langsam entweichen. Die hierdurch herbeigeführte Verunreinigung des unter atmosphärischem Druck stehenden Gases kann procentisch nur minimal gewesen sein, hat aber die Leitung bei negativem Spitzenpotential auf $^1/_4$ des früheren Betrages herabgesetzt.

Die Leitung bei positivem Spitzenpotential wird durch kleine Verunreinigung des Stickstoffs *nicht* in dieser Weise beeinflusst. Es ergab sich für $V = 4850$:

	frisches Gas	am anderen Morgen
$+ i$	2,06	1,95
$- i$	40	11,2

Die negative Leitung ist im frischen Gase 20 mal, im verunreinigten 5 mal so gross als die positive.

§ 13. Bei der Frage, welche Verunreinigung des Stickstoffs die negative Leitung herabsetzt, lag es nahe, an den Sauerstoff zu denken, da dieser die negative Leitung am wenigsten begünstigt. Nun war der Stickstoff im Gasometer über lufthaltigem Wasser aufgefangen worden, also jedenfalls durch Sauerstoff verunreinigt. Es war daher eine weitere Zunahme der negativen Leitung zu erwarten, wenn man diesen Sauerstoff aus dem Stickstoff entfernte. Zu diesem Zwecke wurde der von Wasser und Kohlensäure befreite Stickstoff durch ein mit Kupferdrahtnetz gefülltes, im Verbrennungsofen gelagertes Glasrohr in langsamem Strome geleitet und trat dann durch festes Kali und Phosphorpentoxyd in den Versuchsapparat.

Solange das Kupfer kalt blieb, verliefen die Erscheinungen wie vorhin geschildert. Als aber das Kupfer zum Glühen gebracht wurde, trat eine erhebliche Zunahme der negativen Leitung ein. Nachdem das sauerstofffreie Gas drei Stunden

lang durch den Apparat geleitet war, wurde er abgeschlo
Die erhaltenen Ergebnisse sind hierunter zusammengestellt
denjenigen, welche für den durch längeres Stehen im App
schwach mit Sauerstoff verunreinigten Stickstoff gewonnen wu

	Trockener Stickstoff					
	über glühendes Kupfer geleitet			schwach mit Sauerstoff verunr		
V	− 1480	− 1760	− 2040	V 4850	6160	7380
i	17,7	46,9	76,4	− i 8,50	16,6	30,1
V	+ 4880	+ 6790	+ 8750			
i	2,10	5,88	11,90	+ i 1,94	4,17	7,28

Fig. 5, in welcher die Abscissen den Potentialen, Ordinaten den Stromstärken proportional sind, stellt diese gebnisse graphisch dar. Die Curven U_+ und U_- bezi sich auf verunreinigten, R_+ und R_- auf reinen Stickstoff. und R_+ sind in dem gewählten Maassstab nicht zu u scheiden, U_- und R_- rücken weit auseinander.

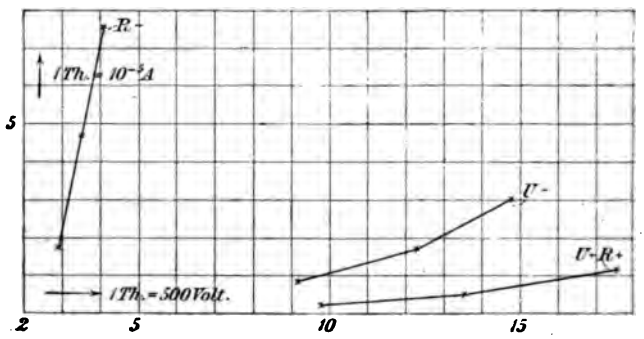


Fig. 5.

§ 14. Es ist zu bemerken, dass die höchsten Werte negativen Leitung bei diesen Versuchen in der Regel erst sich einstellen, wenn nach Abschliessung des Apparates Strom einige Zeit lang das Gas durchsetzt hat. Damit h zusammen, dass das längere Zeit lang stromlos gebliebene bei erneutem Stromschluss den hohen Wert der nega Leitung nicht sofort, sondern erst allmählich unter der kung des Stromes annimmt. So wurde, nachdem der App über Nacht stromlos gewesen war, am anderen Morgen erha

Zeit	0	0,5′	1′	2′	3′
V −	3690	3270	2600	2100	2010

wobei $i = 64$ war, und die Zunahme der Leitung durch die Abnahme des Potentials sich zeigt. Dass dabei die Wirkung des Stromes auf das Gas und nicht etwa auf die Spitze ausgeübt wird, ging aus Versuchen mit einem zwei benachbarte Spitzen 1 und 2 enthaltenden Apparat hervor. Der hohe Wert der negativen Leitung, welchen, indem 1 als Kathode gebraucht wurde, das Gas durch längere Einwirkung des Stromes angenommen hatte, zeigte sich sofort in gleicher Weise, als man nunmehr 2 zur Kathode machte.

Wurde durch Erwärmen der Glaswand das Gas aufs neue verunreinigt, so ging das Potential sofort stark in die Höhe und konnte, nach längerer Erwärmung, auch durch den Strom nicht auf den alten Wert zurückgebracht werden.

§ 15. Die beschriebenen Versuche sind mit einer Elektrisirmaschine angestellt worden, durch welche im sauerstofffreien Stickstoff eine Steigerung des negativen Potentials über etwa 2000 Volt nicht zu erzielen war. Zur Herstellung höherer Potentiale stand ein Hochspannungsaccumulator von 2280 Elementen zur Verfügung. Die Versuche mit diesem wurden zugleich zur Entscheidung der Frage eingerichtet, ob unter dem Einfluss der starken hier zu erwartenden Spitzenentladung eine von der Stromwärme unabhängige Volumänderung des Gases sich nachweisen lasse. Zu diesem Zweck wurde der Auslauf des 116 ccm fassenden Apparates durch eine 60 cm lange verticale Capillare gebildet, von welcher 1 cm 0,00150 ccm oder 13 Millionstel des Apparatvolumens einnahm.

Man erhitzte das Versuchsgefäss in einer Asbesthülle auf 200°, evacuirte bei dieser Temperatur und leitete Stickstoff aus dem Gasometer ein. Nach mehrmaliger Wiederholung dieser Operation öffnete man die Capillare, brachte das offene Ende unter Schwefelsäure und leitete zwei Stunden lang das Gas über rotglühendes Kupfer durch den Apparat hindurch. Endlich liess man denselben, während der Gasstrom ihn durchsetzte, erkalten und schmolz ihn dann von der Leitung ab. Durch diese Behandlung wurde erreicht, dass eine Verunreinigung des Gases aus festen Teilen nicht mehr eintrat; denn die negative Leitung zeigte sich nach 48stündigem stromlosen Verweilen des Gases im Apparat ungeändert.

Durch Austreiben von etwas Gas wurde ein 30 cm langer

Schwefelsäurefaden in der verticalen Capillare erhalten. Di Versuchsgefäss befand sich in einem Petroleumbade von Zimme temperatur. Durch die Stromwärme trat eine Temperatu erhöhung des Gases ein, angezeigt durch eine abwärts gerichte Verschiebung des Schwefelsäurefadens, welche bei dem stärkst Strome 23,6 cm betrug. Als aber das Versuchsgefäss wied die Temperatur des Bades angenommen hatte, war der Fad bis auf 1 mm genau auf seinen alten Stand zurückgegange Sollte also eine dauernde Volumenveränderung des Stickstof eingetreten sein, so war sie kleiner als 172 Millionstel d ganzen Volumens.[1]) Folgende Ergebnisse wurden erhalten:

Trockener Stickstoff über rotglühendes Kupfer geleitet

V	− 1760	− 2600	− 3310	+ 5180	+ 6790	+ 8450
i	− 94,4	− 336	− 631	+ 3,15	+ 7,57	+ 15,8

Im Stickstoff von der hier erzielten Reinheit ist also d Strom bei dem Spitzenpotential − 3310 200 mal so stark a bei dem Spitzenpotential + 5180. Die Minimumpotentiale e gaben sich in den beiden Fällen bez. gleich − 1370 und + 284 Dagegen ist (§ 4) in dem schwach sauerstoffhaltigen Stickst der Strom bei dem negativen Spitzenpotential 4850 nur etw 4 mal so stark als bei dem gleich hohen positiven.

§ 16. Der Einfluss einer kleinen Sauerstoffbeimengung zu Stickstoff auf die negative elektrische Leitung hat sich, wei auch weniger auffällig als hier, bereits bei früheren Versuch durch die Erhöhung des Kathodengefälles im Stickstoff v 1—2 mm Druck gezeigt.[2]) Steigert man den Druck, so wi das negative Glimmlicht dünner und schrumpft, wenn d Druck eine Atmosphäre erreicht hat, bei der negativen Spitze entladung zu einem winzigen Lichtfleck an der Spitze z sammen. Das Kathodengefälle e wurde für diesen Fall gemesse

1) Eine Contraction des Gases um v ccm bringt eine Einwärtsv schiebung des Schwefelsäurefadens um x cm hervor, wo

$$\frac{v}{V} = x\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\cdot\frac{1}{p_0} + \frac{\gamma}{V}\right)$$

und σ und σ_0 bez. die specifischen Gewichte der Schwefelsäure und d Quecksilbers, p_0 den ursprünglichen Druck in cm Quecksilber, γ das Volum von 1 cm der Capillare, v das Apparatvolumen bedeutet. Setzt m $x = 0{,}1$, $\sigma/\sigma_0 = 0{,}12$, $p_0 = 76$, $\gamma/V = 0{,}000013$, so wird $v/V = 0{,}0001$

2) E. Warburg, Wied. Ann. 40. p. 16. 1890.

so wie es in § 3 bis 4 beschrieben ist, wobei natürlich hier der Sondendraht eingeschmolzen war Ich erhielt

	in dem O_2-haltigen N_2 des Gasometers	in N_2 über rotglühendes Kupfer geleitet
V	−5180	−2730
i	− 46,5	− 70,6
e	700	520

Eine kleine Sauerstoffbeimengung beeinflusst also das Kathodengefälle bei der Spitzenentladung in Stickstoff von Atmosphärendruck in ähnlicher Weise wie bei der Glimmentladung in Stickstoff von 1—2 mm Druck.

§ 17. Die Untersuchung wurde auf einige andere elementare Gase ausgedehnt. Wasserstoff wurde in einem Finkener'schen Entwickelungsapparat aus reinem Zink und verdünnter Salzsäure bereitet und kam über Kaliumpermanganat, Schwefelsäure, Kupferdrahtnetz, festes caustisches Kali und Phosphorpentoxyd in das Versuchsgefäss. Dasselbe fasste 90 cbm, 1 cm der Capillare 0,00129 cbm, d. i. 14 Millionstel des Apparatvolumens.

Nachdem der Apparat bei geschlossener Capillare zweimal ausgepumpt und jedesmal wieder mit Wasserstoff gefüllt worden war, ergab sich

V	− 2360	+ 5180
i	− 34	+ 19,7

Nachdem bei geöffneter, durch Schwefelsäure gesperrter Capillare zwei Stunden lang Wasserstoff hindurchgeleitet worden war:

V	− 1350	+ 5180
i	− 39,6	+ 20,3

Durch Reinigung des Gases hat also auch hier die negative Leitung bedeutend, die positive nur wenig zugenommen.

Die zuletzt angegebenen Werte der Leitung änderten sich kaum durch 15 stündiges stromloses Verweilen des Gases im Apparat, der *nicht* erhitzt worden war. Auch hatte die Anwendung des glühenden Kupfers keinen Einfluss auf die negative Leitung, welche gegen eine kleine Sauerstoffbeimengung hier weniger empfindlich als bei Stickstoff zu sein scheint.

Trotzdem wurde die definitive Füllung ganz wie bei Stickstoff (§ 6) vorgenommen und alsdann folgende Ergebniss erhalten:

V	−1650	−2230	−3100	+5180
i	− 169	− 488	− 992	+ 33,3

Eine dauernde Volumenänderung tritt auch hier nicht ei Die Temperaturerhöhung für die Einheit der Stromarbeit wa infolge der hohen Wärmeleitung des Wasserstoffs in diese Gase viel kleiner als im Stickstoff.

Das positive Minimumpotential ergab sich zu + 186 Nach der hier benutzten Methode, bei welcher durch eine Nebenschluss das Spitzenpotential bis zum Verschwinden de Stromes verkleinert wurde, konnte das negative Minimum potential nicht bestimmt werden, da bei einem gewissen Po tentialwert der Strom abwechselnd verschwand und wiede einsetzte.

Drei Monate später zeigte sich die Leitung des Gase unverändert; daher scheint zum Studium der Spitzenentladun in verschieden dimensionirten geschlossenen Gefässen de Wasserstoff sich besonders gut zu eignen.

§ 18. *Helium.* Die folgenden Angaben sind nur als vor läufige zu betrachten, da das aus Cleveit bereitete Gas nich rein, wahrscheinlich durch Wasserstoff verunreinigt war. Da Gas befand sich in einem vollständig geschlossenen Gefäs das man, um Sauerstoffverunreinigung von festen Teilen z verhüten, vor Einführung des Heliums bei 200° mit Wasse stoff gespült hatte.

Es ergab sich

V	− 590	+ 5090
i	26,7	23,2

Ein höheres negatives Potential als 590 war mit de Maschine nicht erhältlich. Bei den Versuchen mit dem Hoch spannungsaccumulator bedeckte das negative Glimmlicht an fänglich einen grösseren Teil des Drahtes, zog sich aber bald wie bei den anderen Gasen, auf die Spitze zurück. Die erst Messung ergab

V − 1790 i − 388

Doch nahm bei fortgesetztem Stromdurchgang die negative Leitung rasch und erheblich ab; nach 18′ erhielt ich nur noch

$$V\ -1950 \qquad i\ -172$$

Die verschlechterte Leitung blieb dauernd bestehen. Jedenfalls scheint aus den mitgeteilten Angaben hervorzugehen, dass die negative Leitung des reinen Heliums die des Stickstoffs und Wasserstoffs bedeutend übertrifft.

Es ergab sich

	für das frische Gas		für das verunreinigte	
V	−1790	+5090	−1950	+5090
i	−388,0	+ 23,2	− 99	+ 20,8

Also setzen auch beim Helium Verunreinigungen die negative Leitung erheblich, die positive nur wenig herab.

§ 19. *Sauerstoff.* In trockenem, aus chlorsaurem Kali bereiteten Sauerstoff erhielt ich

	Sauerstoff, Zimmertemperatur		
V	5180	6790	8450
$-i$	0,15	1,79	11,09
$+i$	0,04	6,25	11,52

Bei einem Spitzenpotential von 6790 Volt ist die negative Leitung hier erheblich kleiner als die positive; übrigens erwies sich jene als ziemlich veränderlich.

Es liegt nahe, dieses von dem Verhalten der anderen Gase abweichende Verhalten des Sauerstoffs mit der Ozonbildung bei der Spitzenentladung in diesem Gase in Zusammenhang zu bringen. Ist die Ozonbildung der Leitung hinderlich, so wird sie möglicherweise die negative Leitung, bei welcher sich mehr Ozon bildet, in höherem Maasse als die positive beeinträchtigen. Da nun die Ozonbildung mit steigender Temperatur abnimmt, so habe ich, um diese Vermutung zu prüfen, die Versuche auch bei 170—200° angestellt, wobei zur Vermeidung von Dichtigkeitsänderungen das Herausragen von Apparatteilen aus dem Thermostaten nach Möglichkeit vermieden wurde. Die negativen Ströme waren hier constanter und ich fand:

	Sauerstoff bei 175°		
V	5180	6790	8450
$-i$	0,01	6,10	21,3
$+i$	0,04	8,62	16,8

Ging man auf die Zimmertemperatur zurück, so wurden wieder die früheren Werte erhalten.

Die Ergebnisse sind in Fig. 6 graphisch dargestellt. Bei höherer Temperatur nähert sich also in der That das Verhalten des Sauerstoffs dem Verhalten der anderen Gase, indem bei 175° die negative Leitung bei einem Spitzenpotential von 6790 Volt nur wenig hinter der positiven zurückbleibt und diese bei dem Potential 8450 übertrifft.

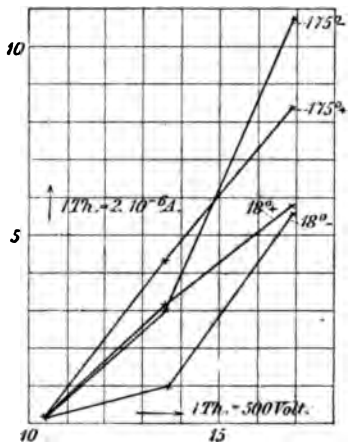


Fig. 6.

Ganz anders wirkt Temperaturerhöhung auf die Spitzenentladung im Wasserstoff, welche in demselben Apparat abwechselnd bei Zimmertemperatur und bei 173° untersucht wurde. Die negative Spitzenentladung wurde hier durch eine Hochspannungsbatterie hervorgebracht. Folgende Ergebnisse wurden erhalten.

Wasserstoff.

	Zimmertemperatur			173°		
V	+3560	6070	7500	+3520	5870	7290
i	7,58	32,2	58,1	7,24	30,8	58,7
	Zimmertemperatur			176°		
V	−1900	2800	3570	−1960	2850	3680
i	294	766	1470	288	665	1312

Fig. 7a und 7b enthalten die graphische Darstellung.

Der Temperatureinfluss ist bei der positiven Leitung sehr gering, die negative Leitung wurde bei steigender Temperatur etwas schwächer gefunden.

§ 20. Die mit reinem Stickstoff und Wasserstoff, sowie die mit Helium gefundenen Ergebnisse (§§ 15, 17, 18) sind in Fig. 8 graphisch dargestellt. Die verschiedenen Gase wurden zwar in möglichst gleichen, aber doch nicht ganz gleichen Apparaten untersucht. Einen Anhalt zur Beurteilung der Verschiedenheit derselben gewährte die Messung der positiven Ströme in den verschiedenen mit atmosphärischer Luft gefüllten Apparaten. Auf Grund solcher Bestimmungen sind in

der Figur die Stromstärken für Wasserstoff und Helium nach Multiplication mit 0,8 eingetragen.

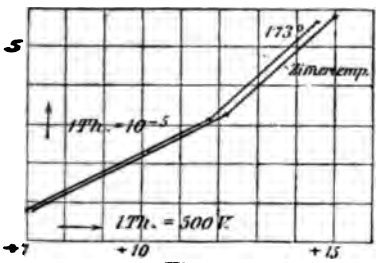


Fig. 7a.

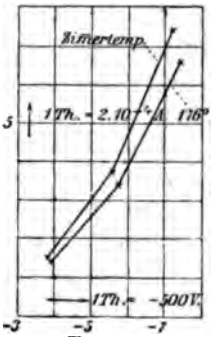


Fig. 7b.

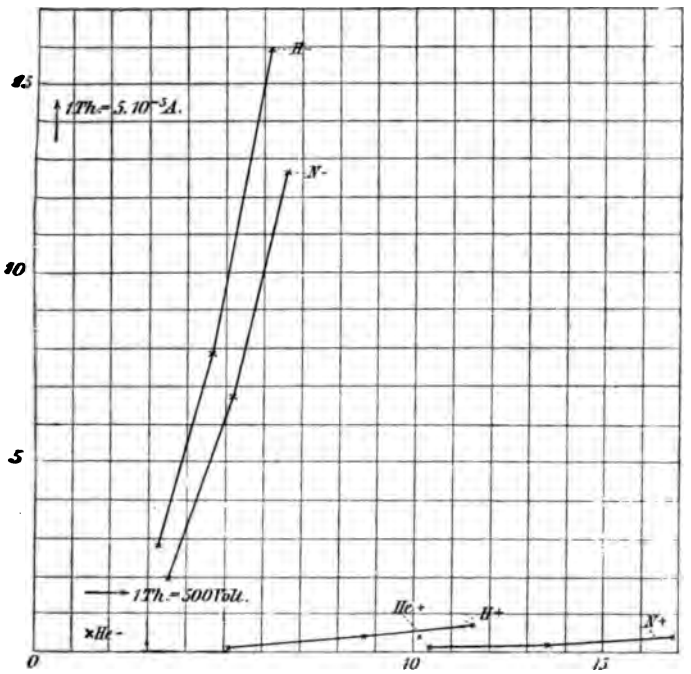


Fig. 8.

Die positive Sauerstoffcurve ist von der positiven Stickstoffcurve nicht sehr verschieden. Alle Ergebnisse beziehen sich auf den benutzten Entladungsapparat.

§ 21. Unsere Kenntnisse von den Eigenschaften der Gasionen verdanken wir vornehmlich den Untersuchungen des Hrn. J. J. Thomson und seiner Mitarbeiter E. Rutherford, J. Zeleny, J. A. McClelland, H. A. Wilson. Die Beweglichkeit der Gasionen ist von den genannten Herren gemessen und in verschiedenen Fällen sehr verschieden gefunden worden, was Hr. J. J. Thomson[1]) darauf zurückführt, dass die Ionen las Kerne wirken, an denen ponderabele Masse sich condensirt.

Betrachtet man von diesem Gesichtspunkt aus den Einfluss einer kleinen Sauerstoffbeimengung zum Stickstoff auf die Spitzenentladung in diesem Gase, so scheint es denkbar, dass die Stickstoffionen Sauerstoffteilchen an sich condensiren. Nun hat Hr. J. J. Thomson aus Versuchen von J. S. Townsend über die Ladung der Gasionen, sowie aus Versuchen von ihm selbst, W. Kaufmann und W. Wien über das Verhältnis Masse/Ladung bei den Gasionen geschlossen, dass bei der Ionisirung eines Gasteilchens ein sehr kleines Massenteilchen als negatives Ion sich ablöst, während der Rest, dessen Masse von der des ursprünglichen Teilchens nicht sehr verschieden ist, als positives Ion zurückbleibt.[2]) Daher wird durch die Verdichtung eines Sauerstoffteilchens die Beweglichkeit eines negativen Ions in sehr viel höherem Maasse als die eines positiven Ions verkleinert werden. Auch schafft dieser Condensationsvorgang die Sauerstoffteilchen aus der Strombahn heraus und vergrössert dadurch das Leitungsvermögen.

Obgleich dies alles mit den §§ 12 bis 15 beschriebenen Thatsachen übereinstimmt, braucht kaum auf den hypothetischen Charakter dieser Speculation hingewiesen zu werden. In der That hängt die Stromstärke, welche in dieser Untersuchung gemessen wurde, von dem Product aus der Zahl in die Geschwindigkeit der Ionen ab, sodass es unentschieden bleibt, ob ihre Zahl oder ihre Beweglichkeit durch die Sauerstoffbeimengung verändert wird.

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) 47. p. 253. 1899.

2) l. c. 48. p. 547. Mit dieser Anschauung stimmt überein, dass bei der Spitzenentladung Beziehungen zu den Eigenschaften der Molecüle (Weglänge nach Röntgen, Moleculargewicht nach Arrhenius) nur für positives Spitzenpotential, also nur für Leitung durch positive Ionen angedeutet werden.

(Eingegangen 27. April 1900.)

6. *Magnetische Präcisionswaage; von H. du Bois.*

Die von mir in 1890 construirte magnetische Waage wurde seitdem weiter verbessert und später in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zum Gegenstande besonderer Untersuchungen gemacht.[1]) In dem seither verflossenen Jahrzehnt ist eine erhebliche Verbesserung der Eigenschaften magnetischer Materialien, sowie der einschlägigen Prüfungsmethoden angebahnt worden; dabei ergab sich u. a., dass die Unterschiede zwischen den Inductionscurven für besseres Material, welches verschiedenen Bezugsquellen entstammt, meist recht geringe sind; es bedarf oft eines ziemlich genauen Messverfahrens, um sie überhaupt einwandsfrei festzustellen. Dabei kommt dann der Einfluss verschiedener scheinbar unwesentlicher Factoren, der früher vernachlässigt wurde, zur Geltung, indem z. B. der magnetische Zustand durch die Art der Abwickelung jeder Einzelphase seiner unmittelbaren Vorgeschichte noch mehr beeinflusst wird, als man bisher schon anzunehmen pflegte.

Angesichts dieser Sachlage glaubte ich nunmehr die magnetische Waage in dem Sinne verbessern zu sollen, dass ich versuchte, sie auch als wissenschaftliches Präcisionsinstrument von relativ weitgehender Genauigkeit und ausgedehntem Messbereiche auszubilden, ohne dabei auf bequeme Handhabung zu verzichten. Dazu war die Möglichkeit um so mehr gegeben, als inzwischen Hr. Taylor Jones auf meine Veranlassung das Maxwell'sche Gesetz für die elektromagnetische Zugkraft innerhalb eines ausgedehnten Bereiches experimentell recht genau bestätigt fand[2]); hierdurch gewinnt das magnetische Wägungsverfahren eine gesicherte absolute Grundlage. Die derart umschriebene erweiterte Aufgabe halte ich insofern für

1) H. du Bois, Ber. Sect. Sitz. Elektrotechn. Congress, Frankfurt 1891. p. 77; Zeitschr. f. Instrumentenk. 12. p. 404. 1892; A. Ebeling u. E. Schmidt, l. c. 16. p. 353. 1896.

2) E. Taylor Jones, Wied. Ann. 54. p. 641. 1895; 57. p. 258. 1896.

gelöst, als die magnetostatische Wägung nunmehr der ballistischen Methode für die meisten Zwecke überlegen sein dürfte. Nur die magnetometrische Untersuchung von Ovoiden kann bei der nötigen Sorgfalt genauere Resultate ergeben und bildet daher in gewissem Sinne eine höhere Messungsinstanz; freilich ist diese Methode selbst in störungsfreien Laboratorien sehr viel zeitraubender. Sofern bei einer complicirten Function, wie sie die Inductionscurve darstellt, im Gegensatz zu einer einzigen Variabeln, von einer bestimmten procentualen Genauigkeit der Messung überhaupt die Rede sein kann, ist diese jetzt auf etwa $^1/_2$ Proc. zu veranschlagen.

Beschreibung.[1])

Die Präcisionswaage ist in Fig. 1 abgebildet; der Normalquerschnitt der Probe soll 0,500 qcm betragen; dies entspricht

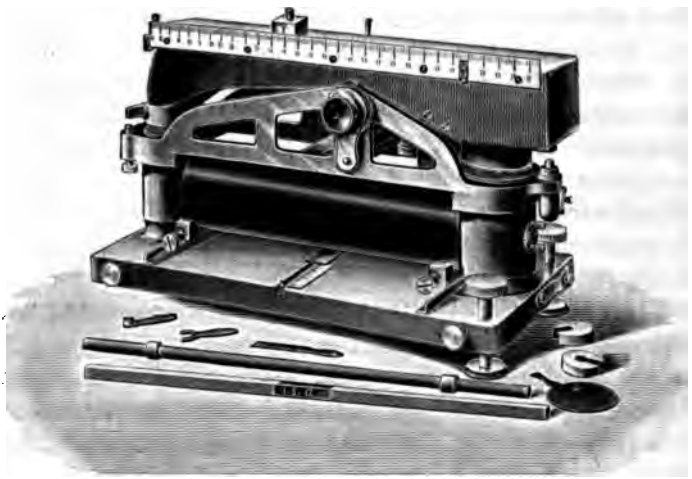


Fig. 1. — $^1/_6$ der nat. Grösse.

einem Durchmesser von 0,798 cm bei kreisrundem, einer Kantenlänge von 0,707 cm bei quadratischem Profil. Es sind zweierlei Befestigungsarten der Proben vorgesehen: Am meisten, nament-

1) Vorläufige Beschreibung: H. du Bois, Verhandl. d. physik. Gesellsch. zu Berlin 17. p. 97. 1898; eine ausführlichere Mitteilung nebst Gebrauchsanweisung erscheint in der Zeitschr. f. Instrumentenk. 20 p. 113 u. 129. 1900.

lich bei genaueren Arbeiten, zu empfehlen sind convexe „Kugelcontacte“ (Radius 0,500 cm); in diesem Falle wird die Probe zwischen zwei mit entsprechenden Concavschliffen versehene Vollbacken geklemmt. Die Maximallänge der Probe zwischen den beiden Scheitelpunkten soll 25,4 cm betragen, die Kuppenhöhe je 0,2 cm, daher die „lichte“ Stablänge zwischen den Stirnflächen der Vollbacken 25,0 cm und die mittlere Länge 25,2 oder 8π cm (vgl. Fig. 2 p. 325); indessen kann die Probe auch in der üblichen Weise zwischen Klemmbacken eingefasst werden.

Die Backen passen in zwei Stahlgusssockel, welche am unteren Ende mit der Rotgussgrundplatte verschraubt, am oberen durch eine Rotgussbrücke starr verbunden sind. Diese trägt die Lager für die Querschneide des als Waagebalken ausgebildeten Schlussjoches, welche in 4 cm Entfernung von der Mitte des Apparates excentrisch angebracht ist. Die sich paarweise parallel gegenüberliegenden polirten und gut centrirten vier Kreisflächen der Sockel und des Joches haben etwa 18 qcm Inhalt und schliessen zwei Luftschlitze ein, deren lichte Weite nahe gleich sein und ungefähr 0,025 cm betragen soll. Das mit zwei Anschlägen versehene Stahlgussjoch schwebt mit einem Spielraum von etwa 0,01 cm über der rechts sichtbaren plombirbaren Regulirschraube und der links abgebildeten Anschlagschraube. Die Herstellung des Joches aus Stahlguss ermöglicht eine freiere Gestaltung, welche einmal völlige Starrheit gegen Durchbiegung verbürgt, zweitens die Ausbildung des Oberteiles als geometrischen Schlitten für zwei Laufgewichte zulässt und drittens die rohe Tarirung durch zwei eingegossene Bleimassen gestattet.

Die quadratische Scala trägt zwei Zifferreihen: eine obere schwarze für das schwerere Laufgewicht von 65,00 g; die unteren roten, fünfmal kleineren Ziffern entsprechen dagegen dem 25 mal leichteren kleinen Laufgewichte von 2,60 g; die mit 100 multiplicirten Zahlen sollen die Induction in C.G.S.-Einheiten ohne weiteres ergeben.

Mitten über die Grundplatte lässt sich ein Messigschieber an einer Teilung entlang bewegen; an der Vorderseite trägt dieser ein Knöpfchen samt Index, und hinten sind zwei Hülsen, in die sich die Nordpole zweier verschieden starker verticaler *Compensationsmagnete* einstecken lassen. Durch Einstellung

eines oder beider Magnete in passender Lage kann am Orte der verticalen Teile des magnetischen Kreises eine der Verticalcomponente des Erdfeldes, sowie etwaiger sonstiger Felder entgegengerichtete Componente erzeugt werden.

Die Erregerspule besteht zunächst aus einer inneren Drahtspule, welche mit 12 Lagen von je 200 Windungen bewickelt ist; diese ist umgeben von einem weiteren Messingrohre, welches ausserdem noch zwei äussere Drahtlagen von je 200 Windungen trägt. Die beiden Teilspulen sind fest verbunden und derart hintereinander geschaltet, dass der Strom sie in entgegengesetztem Sinne durchfliesst; infolge dessen ist bei geeigneter Dimensionirung die resultirende Windungsfläche auf das erforderliche Maass beschränkt. Die Stromstärke in Centiampère ist numerisch gleich der mittleren Feldintensität; die hundertfache Ablesung an einem Ampèremeter oder an der Jochteilung ergiebt daher im allgemeinen die (uncorrigirte) Abscisse bez. Ordinate der zu ermittelnden Inductionscurven. Meistens wird ein Strombereich bis zu 3 Amp. ausreichen; bei Untersuchungen im Sättigungsgebiete kann man Ströme bis 5 Amp. verwenden.

Die Verwendung kürzerer Proben ist für solche Fälle vorgesehen, wo dies bei seltenem oder brüchigem Versuchsmaterial — z. B. Legirungen, Mineralien etc. — erwünscht ist. Bei normalem Querschnitt ist dann die Gesamtlänge auf 6,5 cm, die „lichte" Länge auf 6,1 cm, die mittlere somit auf 6,3 oder 2π cm normirt; der Stab wird zwischen längeren, conisch verjüngten Vollbacken mit Concavschliff eingeklemmt. Länge und Windungszahlen der zugehörigen Spule betragen dementsprechend auch ein Viertel der für die längere Erregerspule angegebenen, während die Anordnung der Querschnitte bez. der Windungsflächen genau die gleiche ist.

In den ziemlich ausgedehnten freien Raum zwischen Brücke und Grundplatte lassen sich an Stelle der grossen Erregerspule manche andere Specialvorrichtungen unterbringen; beispielsweise zum Zwecke der Untersuchung des Einflusses hoher oder niedriger Temperaturen, von Zug oder Druck auf die magnetischen Eigenschaften der Probe, deren Länge man dabei auch auf 2π cm reduciren kann. Eine solche, von Fall zu Fall verschiedene Anordnung lässt sich der Natur der Sache nach nicht in feste Constructionsnormen einzwängen.

Theorie der Präcisionswaage.

Der magnetische Kreis der Waage soll nun im Lichte der Hopkinson'schen Theorie betrachtet werden, wobei sich indessen der überwiegende Teil der Discussion allgemein auf jede Form der Jochanordnung anwenden lässt.[1]) Die Fragestellung erfordert bekanntlich die explicite Aufstellung der Beziehung zwischen dem mittleren Inductionsfluss in der Probe und der gesamten magnetomotorischen Kraft der Spule.[2]) Letztere ist proportional der Anzahl *gleichsinnig* vom Strome durchflossener — und daher unlöslich mit dem magnetischen Kreise verketteter — Windungen, d. h. es ist:

$$M = 0{,}4\pi I \Sigma n. \tag{1}$$

Σn bedeutet die algebraische Summe der Windungszahlen, wobei diese positiv oder negativ zu zählen sind, je nach dem Sinne des sie durchfliessenden Stromes. Nach dem Vorigen ist für die innere Teilspule $n' = 2400$, für die äussere $n'' = 400$, somit $\Sigma n = n' - n'' = 2000$, und daher

$$M = 8\pi \times 100\, I. \tag{2}$$

Falls eine Spule aus unendlich dünnem Drahte unmittelbar auf ihren Kern gewickelt werden könnte, wäre ihre Gesamtwindungsfläche gleich dem Product aus dem Probenquerschnitt S_1 in die gesamte Windungszahl Σn. Wegen der Unausführbarkeit einer solchen Bewickelung wirkt jede Spule nicht nur magnetomotorisch auf ihren Kern, sondern sie er-

---

1) J. Hopkinson, Phil. Trans. **176.** II. p. 455. 1885; **177.** I. p. 331. 1886. Die mathematischen Grundlagen dieser Methode, sowie ihre Beziehungen zur hergebrachten Potentialtheorie habe ich neuerdings discutirt: H. du Bois, Jahresber. d. deutsch. Mathematiker-Vereinig. **7.** p. 90. 1898.

2) Bezeichnungen: $\mathfrak{G}$ Inductionsfluss; $\mathfrak{B}$ Induction; $\mathfrak{J}$ Magnetisirung; $\mathfrak{H}$ Feldintensität; M magnetomotorische Kraft; X magnetischer Ausbreitungswiderstand; ν Streuungscoefficient; I Stromstärke (in Ampère); n Windungszahl; S Querschnitt bez. $S_\mathfrak{G}$ Windungsfläche; L Länge; r Radius der Probe. — Mittelwerte werden durch Striche über den Buchstaben gekennzeichnet.

zeugt ausserdem einen eigenen, ihrer überschüssigen Windungsfläche proportionalen Inductionsfluss, der in manchen Fällen zu berücksichtigen oder womöglich zu compensiren ist. Bezeichnet man nun die algebraische Summe — im obigen Sinne — aller Einzelwindungsflächen der Erregerspule mit ΣS_w, so muss behufs Compensation diese resultirende Gesamtwindungsfläche folgender Gleichung genügen:

$$\Sigma S_w = S_1 \Sigma n.$$

Im vorliegenden Falle ist $\Sigma n = 2000$ und $S_1 = 0{,}500$ qcm; die beiden Teilspulen sind nun derart dimensionirt, dass $\Sigma S'_w = +\,13600$ qcm und $\Sigma S''_w = -\,12600$ qcm ist; somit wird obiger Bedingungsgleichung Genüge geleistet.

Falls übrigens $\Sigma S'_w = -\,\Sigma S''_w$, daher $\Sigma S_w = 0$ wäre, so würde man mit der Waage nicht die Gesamtinduction $\mathfrak{B} = 4\pi\mathfrak{J} + \mathfrak{H}$, sondern nur ihr Hauptglied $4\pi\mathfrak{J}$ messen. Ich habe mich indessen beim vorliegenden Apparat für erstere, als das heute allgemein übliche Messobject, entschieden. Derartige magnetomotorische Compensationsspulen mit beschränkter bez. genau aufgehobener oder gar negativer Windungsfläche dürften sich auch in manchen anderen Fällen brauchbar erweisen.

Der magnetische Kreis der Waage lässt sich in acht Einzelteile zerlegen; es bezeichne S deren Querschnitte, $\overline{L}$ die auf sie entfallenden mittleren Wegstrecken der Inductionslinien:

1. Ein *Probestab*: $\overline{L}_1 = 8\pi$ cm; $S_1 = 0{,}500$ qcm.

2. Zwei *Kugelcontacte*: $\overline{L}_2 < 0{,}001$ cm; $S_2 = 0{,}628$ qcm ν_2 Streuungscoefficient.

3. Zwei *Ausbreitungswiderstände* X_3, von den Concavschliffen bis zu den oberen Sockelflächen gerechnet.

4. Zwei *Luftschlitze*: $\overline{L}_4 = 0{,}025$ cm; $S_4 = 18{,}1$ qcm; ν_4 Streuungscoefficient.

5. Ein *Joch*: $\overline{L}_5 = 38$ cm ungefähr; $S_5 = 20$ qcm im Mittel.

$\overline{\mathfrak{G}}_1 = \overline{\mathfrak{B}}_1 S_1$ sei der mittlere Inductionsfluss in der Probe, welchem derjenige in den Sockeln und im Joche gleich zu erachten ist, ohne dass dadurch ein erheblicher Fehler bedingt wäre. $\overline{\mathfrak{H}}_1 = f_1(\overline{\mathfrak{B}}_1)$ sei die unbekannte Function, welche durch die zu ermittelnde Inductionscurve der Probe invers dargestellt wird. Mit f_5 sei die entsprechende Function für das Joch bezeichnet. Die Hopkinson'sche Grundgleichung lautet dann

$$(3) \qquad M = F(\overline{\mathfrak{G}}_1) = \overline{L}_1 f_1\left(\frac{\overline{\mathfrak{G}}_1}{S_1}\right) + 2\,\overline{L}_2 \frac{\overline{\mathfrak{G}}_1}{\nu_2 S_2} + 2\,X_3\,\overline{\mathfrak{G}}_1 + 2\,\overline{L}_4 \frac{\overline{\mathfrak{G}}_1}{\nu_4 S_4} + \overline{L}_5 f_5\left(\frac{\overline{\mathfrak{G}}_1}{S_5}\right).$$

Setzt man für M den Ausdruck (2), so wird nach Division durch $\overline{L}_1 = 8\pi$:

$$(4) \quad f_1(\overline{\mathfrak{B}}_1) = 100\,I - \left\{\frac{\overline{L}_2\,\overline{\mathfrak{G}}_1}{4\pi\nu_2 S_2} + \frac{X_3\,\overline{\mathfrak{G}}_1}{4\pi} + \frac{\overline{L}_4\,\overline{\mathfrak{G}}_1}{4\pi\nu_4 S_4} + \frac{\overline{L}_5}{8\pi} f_5\left(\frac{\overline{\mathfrak{G}}_1}{S_5}\right)\right\}.$$

Bei Anwendung der kurzen Spule ist $n' = 600$, $n'' = 100$, $\Sigma n = n' - n'' = 500$, mithin $M = 2\pi \times 100\,I$, während $\overline{L}_1$ alsdann auf 2π cm normirt ist. Wie leicht zu ersehen, ergiebt sich für diesen Fall auch die Gleichung (4); nur ist der Klammerausdruck viermal grösser und es tritt ausserdem noch ein Glied hinzu, welches sich auf die beiden conischen Verlängerungsstücke zwischen Probe und Sockel bezieht. Bezeichnet man nun jenen Klammerausdruck kurz mit $\delta\mathfrak{H}$, so wird die Gleichung

$$\delta\mathfrak{H} = \mathfrak{F}(\overline{\mathfrak{B}}_1)$$

den analytischen Ausdruck der instrumentellen Scheerungslinie bilden; da die sich auf die Probe selbst beziehende Function f_1 darin nicht enthalten ist, kann sie nur von den Dimensionen des Instrumentes und den durch f_5 ausgedrückten magnetischen Eigenschaften des Joches sowie von denjenigen der Sockel abhängen; die Scheerungslinie muss demnach theoretisch unabhängig von der Art des untersuchten Materiales sein. Behufs Ermittelung des ungefähren Beitrages der einzelnen Teile zur Scheerung wurde für $\overline{\mathfrak{B}}_1 = 10000$ C.G.S. eine Näherungsrechnung durchgeführt, wobei sich folgende Werte für die vier Glieder des Klammerausdruckes in (4) ergaben:

$$\begin{matrix} \text{Nr.} & 2 & & 3 & & 4 & & 5 \end{matrix}$$
$$\delta\mathfrak{H} = \{0{,}38 + 0{,}28 + 0{,}52 + 0{,}84\} = 2{,}02 \text{ C.G.S.}$$

Daher wird

$$f_1(10000) = 100\,I - 2{,}0.$$

Dieses theoretische Ergebnis gilt für die aufsteigende Commutirungscurve und zeigt genügende Uebereinstimmung mit der experimentell ermittelten Scheerung. Der Scheerungsbetrag

für Inductionswerte, welche 10000—12000 C.G.S. übertref lässt sich experimentell nur sehr ungenau ermitteln; theoreti sind die Glieder sub 2 und 4 der Induction offenbar proj tional; das Glied 5 nimmt etwas *langsamer* zu, weil die Perm bilität des Joches fortwährend ansteigt; übertrifft doch des Induction niemals 500 C.G.S. Der Ausbreitungswiderstan wächst dagegen zuletzt *rascher* als die Induction, sodass schliesslich die anderen Glieder übertrifft.

Ueber elektrische Ausbreitungswiderstände liegen bekan lich viele theoretische und experimentelle Untersuchungen vo Diese lassen sich ohne weiteres auf den analogen magnetisc Fall übertragen, sofern man sich nur auf das Anfangsbere mit constanter Permeabilität beschränkt; im allgemeinen das magnetische Problem einer strengen Behandlung weni zugänglich als das elektrische, für welches sich übrigens a nur untere und obere Grenzwerte berechnen lassen. Indes führen hier nicht wiederzugebende Ueberlegungen, ähnlich d Rayleigh'schen, zu Ergebnissen, die einen für den vorliegend Zweck genügenden Einblick in den Verlauf der Ausbreitu des Inductionsflusses gewähren; sie gelten zunächst nur genähert und zwar für weichen Stahlguss oder ähnliches Mater

Bei einer Configuration, welche etwa der Mündung ei Quecksilberwiderstandes analog und in Fig. 2 (untere Häl dargestellt ist, wird der absolute Ausbreitungswiderstand anfangs bei schwacher Magnetisirung von der Ordnung:

$$X = \frac{0{,}001}{r}\,\mathrm{cm}^{-1}.$$

Bei zunehmender Induction im Cylinder P nimmt X Gebiete maximaler Permeabilität bis auf etwa ein Drittel je Wertes ab, um darauf allmählich zu steigen und im Sättigun bereich seinen Anfangswert wieder zu erreichen bez. sogar übertreffen; das entsprechende Scheerungsglied 3 folgt d geschilderten Verlauf und ist ausserdem nach obiger For umgekehrt proportional dem Stabdurchmesser $2r$. Will m

1) Lord Rayleigh, Phil. Trans. **161**. I. p. 99. 1871; Phil. M (4) **44**. p. 344. 1872; Proc. Math. Soc. London **7**. p. 74. 1876; Theory Sound **2**. p. 295. London 1878. — Vgl. die Literaturzusammenstelli bei E. Dorn, Zeitschr. f. Instrumentenk. **13**. (Anhang) p. 23. 1893.

dagegen den Ausbreitungswiderstand als äquivalenten Cylinderabschnitt, und zwar, wie üblich, in Bruchteilen seines Radius ausdrücken, so beträgt er anfangs, wie beim elektrischen Analogon, 0,8 r; darauf steigt er aber bis zu etwa 2 r und nimmt dann allmählich ab; beim Inductionswerte 15 000 C.G.S. erreicht er wieder ungefähr seinen Anfangswert, um schliesslich im Sättigungsbereiche bis auf etwa 0,3 r abzunehmen.

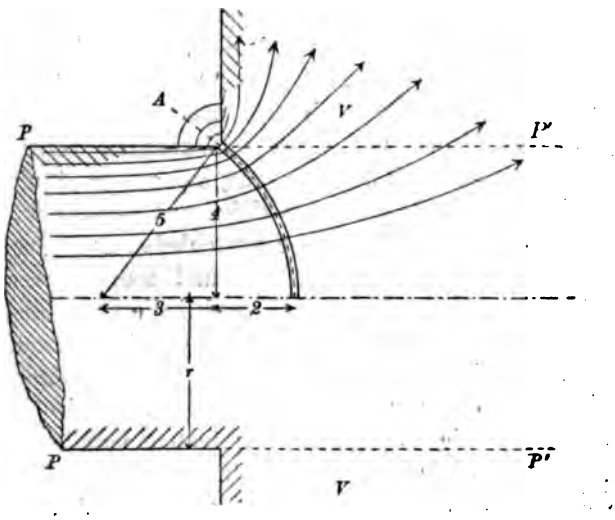


Fig. 2.

In der oberen Hälfte der Fig. 2 ist der Verlauf der sich ausbreitenden Inductionslinien in üblicher Weise abgebildet. Der mit übertriebener lichter Weite eingezeichnete Kugelcontact wird von ihnen nach dem bekannten Brechungsgesetz fast genau radial überbrückt[1]), sodass eine Aequipotentialfläche A in der Luftschicht liegen muss. Der Verlauf der Inductionslinien in dem continuirlich gedachten Metalle wird offenbar durch einen Schnitt um so weniger verzerrt, je näher dieser mit einer natürlichen Aequipotentialfläche zusammenfällt. Nur wenn dies wirklich zutrifft, kann man nach Analogie des elektrischen Stromkreises den durch Schnitte abgegrenzten

1) Aus Fig. 2 nicht ganz deutlich zu ersehen.

Teilen einen streng definirbaren Bruchteil der gesamten magnetomotorischen Kraft zuordnen; das ist aber bei Anwendung der Hopkinson'schen Theorie auf den magnetischen Kreis der Waage erforderlich, damit das entsprechende Scheerungsglied nach Gleichung (4) eindeutig bestimmt sei. Aus rein praktischen Gründen war der Halbmesser der Kugelcontacte auf genau einen halben Centimeter zu bemessen, obwohl eine Kugel von etwas grösserem Radius sich der natürlichen Aequipotentialfläche allerdings noch besser anschmiegen würde. Bei Benutzung der Klemmbacken trennt dagegen die cylindrische bez. prismatische Fläche PP' (Fig. 2) die unveränderlich gegebenen instrumentellen Teile des magnetischen Kreises von der jeweiligen Probe mit ihren unbekannten veränderlichen Eigenschaften. Jene Fläche ist nun keineswegs äquipotential und die Verteilung der Inductionslinien und damit die „virtuelle Länge" wird je nach der Probe verschieden ausfallen.'

Das Inductionsbereich im Joche und in den oberen Sockelteilen übertrifft kaum 500 C.G.S., wobei die Permeabilität des Stahlgusses nur etwa zwischen 300 und 500 schwankt. Bei stetiger Magnetisirung — entsprechend dem magnetostatischen Charakter der Wägung — dürfte somit die relative Verteilung der Inductionslinien innerhalb der instrumentellen Teile der Waage eine merklich constante sein, zumal bei Verwendung der Vollbacken. Dabei kommt namentlich die Art des Ueberganges und der Streuung der Inductionslinien durch die Luftschlitze in Betracht, welche für die durch diese vermittelten Zugkräfte maassgebend ist. Letztere müssen bei constanter Verteilung kraft des Maxwell'schen Gesetzes proportional der mittleren Probeninduction sein, falls die Erregerspule in der oben beschriebenen Weise compensirt ist. Die bei gleicher Weite beider Schlitze aus Symmetriegründen gleichen magnetischen Zugkräfte erzeugen der verschiedenen Hebelarme wegen dennoch ein resultirendes Drehungsmoment; dieses wird an der quadratischen Scala durch die Einstellung des Laufgewichtes gemessen, welche demnach ein directes Maass für die mittlere Induction in der Probe bildet. Eine experimentelle Bestätigung dieser Folgerung ist immerhin erwünscht, um so mehr als die Frage offen bleibt, inwiefern die Verteilung der Induction in der Probe selbst als constant zu betrachten ist.

Experimentelle Prüfung.

Durch ruckweises Vorrücken einer kleinen Secundärspule längs der Probe wurde ermittelt, dass die Induction in der Nähe der Backen im allgemeinen um mehrere Procent abfällt; das sehr flache Maximum in der Stabmitte übertrifft den, für die Messung in Betracht kommenden Mittelwert $\overline{\mathfrak{B}}_1$ um etwas mehr als ein Procent. Ein Stab aus weichem Stahlguss wurde mit 50 Secundärwindungen gleichmässig auf seiner ganzen Länge — von 8π cm — bewickelt, sodass der ballistische Ausschlag ein directes Maass für $\overline{\mathfrak{B}}_1$ bildete. Es wurde dann bei der Bestimmung einer aufsteigenden Commutirungscurve im Bereiche $1000 < \overline{\mathfrak{B}}_1 < 20\,000$ C.G.S. die Proportionalität der Scalenablesung mit dem Galvanometerausschlage bis auf etwa 1 Procent bestätigt gefunden.

Indessen wurde hierauf doch kein entscheidendes Gewicht gelegt und nur eine provisorische Justirung, nicht die endgültige absolute Aichung basirt. Im Hinblick auf manche neuerdings gegen die ballistische Methode geäusserten Bedenken[1]) erschien es sicherer, die Aichung nur auf rein *magnetostatische* Messungen an Normalstäben zu stützen, deren Inductionscurven anderweitig möglichst genau bestimmt waren. Für zwei Stäbe (ausgeglühter Stahlguss bez. ungehärteter Wolframstahl) lagen cyclische Curven im Bereiche $-400 < \mathfrak{H} < +400$ C.G.S. vor, die im wesentlichen auf magnetometrischen Bestimmungen an Ovoiden beruhten. Diese waren von den Herren Gumlich und Schmidt in der Reichsanstalt ausgeführt und zwar sowohl in absolut stetiger Weise mittels Walzenrheostaten wie auch stufenweise mit Kurbelwiderständen, wobei die einzelnen Inductionsstufen allerdings nur klein waren.[2])

---

1) H. Lehmann, Wied. Ann. **48**. p. 406. 1893; J. Klemenčič, Wied. Ann. **62**. p. 80. 1897. Vgl. namentlich M. Wien, Wied. Ann. **66**. p. 888. 1898. — Die bei dem ballistischen Verfahren unvermeidlichen grösseren Inductionsstufen bedingen übrigens an sich schon eigentümliche Wägungsfehler.

2) Vgl. E. Gumlich und E. Schmidt, Elektrotechn. Zeitschr. **21**. p. 233. 1900.

Die typische Form der Inductionscurven für weiches M terial ermöglichte nun bei der endgültigen Aichung zweie getrennt zu ermitteln: Erstens die Scheerung, welche nur Abscisse $\mathfrak{H}$ beeinflusst, andererseits die richtige Auswert der Scala, welche durch die Tarirung der Laufgewichte u die Justirung der Regulirschraube bedingt ist und nach M tiplicirung mit dem Scalenfactor 100 die Ordinate richtig geben sollte. Zu ersterem Zwecke wurde nur das „stei Inductionsbereich unterhalb des Knies, etwa bei 10 000 C.G herangezogen, während für letzteren ausschliesslich das „flach Sättigungsgebiet in Betracht kam; die Einzelheiten des Aic verfahrens ergeben sich aus aus diesem Princip ohne weiter

Bei dem untersuchten Exemplare ergaben sich unter B nutzung der beiden Normalstäbe mit Kugelcontacten für d instrumentellen Scheerungslinien im unteren Inductionsbereic zwei Lineargleichungen, und zwar

$$\delta\mathfrak{H} = \mathfrak{H}(\mathfrak{B}_1) = -0{,}00020\,\overline{\mathfrak{B}_1} - 0{,}4 \quad \text{(aufsteigender Ast)},$$

$$\delta\mathfrak{H} = \mathfrak{H}(\mathfrak{B}_1) = -0{,}00017\,\overline{\mathfrak{B}_1} + 0{,}4 \quad \text{(absteigender Ast)}.$$

Ein Unterschied zwischen den Scheerungslinien für weicl res und härteres Material war nicht zu constatiren, entsp chend der Theorie. Für die aufsteigende Commutirungscu muss die Scheerungslinie zwischen jenen beiden Gerad und zwar ersterer am nächsten liegen; also muss für − 10 000 C.G.S. der numerische Wert von $\delta\mathfrak{H}$ zwischen 1 und 1,8 C.G.S. liegen, jedoch näher bei ersterer Zahl; th rotisch ergab sich $\delta\mathfrak{H} = 2{,}0$, wie oben angegeben.

Stellt man die an der Präcisionswaage abgelesenen Zahl als Mittel aus der positiven und negativen Hälfte einer stetiger Stromänderung [1]) durchlaufenen cyclischen Inductio curve mit den für Ovoide gefundenen zusammen, so ergeb

1) Bei den Versuchen habe ich meistens stetig veränderliche Met widerstände benutzt und zwar gelangten bis zu 500 Ohm Walzenrh staten nach Lord Kelvin zur Verwendung; ferner habe ich mich ei variablen Kundt'schen Widerstandes von etwa 10 0000 Ohm bedie ohne der von Hrn. Lindeck beschriebenen ausgeätzten Spiralen aus Neusilber eingebrannter Platinlegirung war hierzu unter einem pl oberen Bürstencontacte drehbar angeordnet.

sich Differenzen von der gleichen Ordnung wie die der stetigen bez. abgestuften Magnetometerbeobachtungen unter sich; die zufälligen Fehler betragen im grossen und ganzen nicht mehr als 70 C.G.S. Die einzigen regelmässigen Abweichungen liegen beim Wolframstahl links von der Ordinatenaxe im Gebiete, wo die Induction dem Felde entgegengerichtet ist. Der Grund hierfür dürfte demnach in einer etwas abweichenden Stabverteilung zu suchen sein. Ueberhaupt scheint dieses Moment die mit der Jochmethode zur Zeit erzielbare Genauigkeit zu begrenzen; da eine noch grössere Stablänge praktisch kaum zulässig wäre, können die daraus entstehenden Fehler kaum vermieden, sondern nur corrigirt werden. Dazu wäre eine systematische Untersuchung der Verteilung als Function der — auf- oder absteigenden — Induction, des Materiales und der Gestalt des magnetischen Kreises erforderlich. Da mir die erstrebte Genauigkeit von $^1/_2$ Proc. im grossen und ganzen mit der Präcisionswaage erreicht scheint, habe ich auf die weitere Verfolgung jenes Verteilungsproblemes vorläufig verzichtet. Ferner wurden zwei kurze Stäbe ($\bar{L}_1 = 2\,\pi$ cm) aus den gleichen Stücken Stahlguss bez. Wolframstahl geprüft. Da die Verteilung dann eine wesentlich verschiedene ist, wurde als Scalenfactor 110 ermittelt (statt 100, was sich übrigens durch die Regulirschraube wieder ausgleichen liesse). Als Gleichung der Scheerungslinien ergab sich sowohl für das weichere wie für das härtere Material

$$\delta \mathfrak{H} = -\,0{,}00095\,\bar{\mathfrak{B}}_1 \mp 5{,}6.$$

Der Zahlencoefficient von $\bar{\mathfrak{B}}_1$ ist, wie zu erwarten, etwas über viermal grösser als bei den langen Stäben, dagegen ist die 14 fache „instrumentelle Coercitivkraft“ offenbar nur durch die nicht geglühten conischen Versuchsbacken bedingt. Die Fehlergrenze ist etwa eine vierfache; bei der „magnetischen Härte“ des in dieser Länge zu untersuchenden Materiales fällt die grössere Scheerung wenig ins Gewicht.

Kürzlich ist von den Herren Gumlich und Schmidt (l. c.) der Einfluss der Stufengrösse bei unstetiger Magnetisirung näher untersucht worden, und zwar auf Grund magnetometrischer Bestimmungen an den erwähnten Ovoiden. Diese Ergebnisse sind auch bei der Präcisionswaage beachtenswert;

bei genaueren Messungen sind die Kreisprocesse in eine An zahl kleiner Einzelstufen zu unterteilen.

Die beschriebene Präcisionswaage wurde nach meine Werkzeichnung von der Firma Siemens & Halske A.-G. Berlin, hergestellt. Die Waagen können in der Physikalisch Technischen Reichsanstalt geprüft und geaichte Normalstäb samt zugehörigen Curventafeln beigegeben werden.

Berlin, April 1900.

(Eingegangen 30. April 1900.)

Ueber das Bandenspectrum des Aluminiums; von G. A. Hemsalech.

In seiner sehr interessanten Abhandlung „Ueber den lektrischen Lichtbogen zwischen Metallelektroden in Stickstoff nd Wasserstoff“[1]) giebt Hr. L. Arons unter anderem einige as Spectrum des Aluminiums betreffende sehr wichtige Resul-ıte. Hr. Arons hat beobachtet, dass der Lichtbogen zwischen luminiumelektroden das Bandenspectrum auch dann zeigt, enn die Elektroden sich in Atmosphären von Stickstoff oder Vasserstoff befinden. Die Anwesenheit von Sauerstoff hält er ir ausgeschlossen. „Es zeigte sich nirgends eine Spur von luminiumoxyd und in dem Staub waren mikroskopisch kleine, lberblanke Aluminiumkügelchen zerstreut; an der Kathode ar ein Absatz von Aluminiumschwarz sichtbar.“

Mit Recht zieht Hr. Arons aus diesen Beobachtungen ın Schluss, dass das Bandenspectrum nicht dem Oxyde, wie lgemein angenommen, sondern dem Metalle selbst zukommt.

Dieses Bandenspectrum ist zuerst von Thalén beobachtet ırden und die angenäherten Wellenlängen wurden von üllner, Lockyer und Lecoq gegeben. Wüllner schreibt dem Metalle selbst zu, während Lockyer es für das Spec-ım des Oxydes erklärt. Ciamician hat dann das Banden-ectrum in einer Wasserstoffatmosphäre erhalten und hält es ' ein Spectrum des Aluminiums selbst. Alle diese Be-achtungen wurden mit gewöhnlichen Inductionsfunken ge-ıcht, wobei bekanntlich das Bandenspectrum nur schwach rvortritt. In neuerer Zeit ist das Spectrum von Hassel-ırg[2]) sehr genau gemessen worden, indem er sich des Licht-gens zwischen Kohlenelektroden, die mit Aluminiummetall speist wurden, bediente. Hasselberg schreibt das Banden-ectrum dem Oxyde zu, ohne jedoch seine Ansicht durch

1) L. Arons, Ann. d. Phys. 1. p. 700. 1900.
2) B. Hasselberg, Kongl. Svenska Akad. Handl. 24. Nr. 15. 1892.

experimentelle Beweise zu unterstützen. So schreibt Hasselberg: „Bei der verhältnismässig niedrigen Temperatur der Bunsenflamme sind bekanntlich die Oxydspectra der Erd alkalimetalle schon gut entwickelt, während die hier näher zu studirende Verbindung des Aluminiums, die Thonerde, in diesem Falle nur ein continuirliches Spectrum giebt. Benutzt man als Glühmittel statt der Flamme den einfachen Inductionsfunken, so ändert das an den Spectra der Erdalkalimetalle wenig oder nichts, während beim Aluminium einige schattirte Bandgruppen auftreten, welche dem Oxyd des Metalles zu geschrieben werden müssen, da ihr Erscheinen mit Sicherheit an die Gegenwart von Sauerstoff beruht. Schaltet man aber in den Kreis des Inductionsstromes eine Leydener Batterie ein, so wird der Effect nicht, wie man vielleicht erwarten sollte, eine Verstärkung, sondern das totale Verschwinden der Oxydbanden, weil die dadurch erreichte Temperatur der Entladung schon die Dissociationsgrenze des Oxydes überschreitet. Die Beobachtung Ciamicians ist nicht erwähnt und, wie gesagt, der Schwerpunkt seiner Arbeit liegt in der genauen Bestimmung der Wellenlängen der einzelnen Banden. Hartley erhielt ein Bandenspectrum durch Verbrennen von Aluminiumblatt im Knallgasgebläse, welches wohl mit dem im Funken und Bogenlichte beobachteten identisch ist. —

In Anbetracht dieser Meinungsverschiedenheiten wäre es vielleicht von Interesse, hier einige Beobachtungen anzuführen, die ich vor Jahresfrist gelegentlich einiger Untersuchungen über die Spectren oscillirender Entladungen zu machen Gelegenheit hatte, um so mehr, als sie die Ansicht des Hrn. Aron zu bekräftigen scheinen.

Mit dem gewöhnlichen Inductionsfunken erhält man die Banden bei geringem Elektrodenabstand nicht sehr hell. Schaltet man nun eine Leydener Flasche ein, so verschwindet das Bandenspectrum nicht etwa, wie gewöhnlich angenommen, man sieht es nur nicht wegen der Anwesenheit des sehr hellen Linienspectrums der Luft, welches namentlich bei Aluminiumelektroden sehr hervortritt. Stellt man den Funken horizontal und projicirt sein Bild auf den Spalt des Spectroskopes, so

1) W. N. Hartley, Phil. Trans. 185. A. p. 211. 1894.

sieht man in der Mitte des Gesichtsfeldes das Luftspectrum nebst einigen Aluminiumlinien, welche einer hohen Temperatur angehören, und zu beiden Seiten, d. h. über und unter dem Luftspectrum gewahrt man das Bandenspectrum des Aluminiums; denn bekanntlich hat das Luftspectrum seinen Ursprung in der „Anfangsentladung", welche durch die hellglühende Luftsäule in der Mitte des Funkens markirt ist, während der Metalldampf sich weiter ausbreitet und die glühende Luftsäule ganz umgiebt. Schaltet man nun in den Entladungskreis der Leydener Batterie eine Selbstinductionsspule (ohne Eisenkern!) [1]), so wird, wie Schuster und Verfasser [2]) gezeigt haben, das Luftspectrum eliminirt, und man erhält das Bandenspectrum allein in seiner ganzen Pracht und mit grosser Helligkeit. Dass die Temperatur des Funkens eine bedeutende Erniedrigung nicht erlitten hat, sieht man daraus, dass die Metalllinien hoher Temperatur doch bestehen bleiben, obgleich etwas geschwächt, namentlich in der Mitte des Funkens. Dieser oscillirende Funken zwischen Aluminiumelektroden in Luft ist sehr hell und von intensiver, bläulich-grüner Farbe, welche die Anwesenheit einer bedeutenden Menge metallischen Dampfes bezeugt. Lässt man nun diesen Funken in einer Wasserstoffatmosphäre überschlagen, so sind die Entladungsverhältnisse bekanntlich ganz andere als in Luft. Die Oscillationen vollziehen sich mit wunderbarer Regelmässigkeit und sind viel zahlreicher als in Luft. Die Menge des metallischen Dampfes ist aber in diesem Falle sehr gering, da der Funken viel schwächer ist als in Luft. Die Farbe des Mittelfunkens ist tiefrot und sein Spectrum zeigt die Wasserstofflinien mit bedeutender Schärfe und Intensität, wie in Geissler'schen Röhren. Der bläulich-grüne Metalldampf, welcher den roten Mittelfunken umgiebt, zeigt beständig das Bandenspectrum. Dasselbe wurde beobachtet, wenn der Funken in Stickstoff überschlug. In Sauerstoff dagegen erhält man einen viel kräftigeren Funken mit bedeutender Dampfentwickelung, welcher das Bandenspectrum liefert. Neuerdings habe ich den Versuch mit kräftigeren oscillirenden Funken in Wasserstoff wiederholt

1) G. A. Hemsalech, Compt. rend. **130.** p. 898. 1900.
2) A. Schuster u. G. A. Hemsalech, Phil. Trans. **193.** p. 211. 1899.

und meine früheren Beobachtungen bestätigt gefunden, inde ich beständig das Bandenspectrum erhielt. Die Untersuchu der Elektroden zeigte an der Entladungsstelle metallisch Glanz von mehreren Quadratmillimetern Fläche. — Man siel dass der Aluminiumdampf immer ein Bandenspectrum liefe ob derselbe nun in Sauerstoff, Wasserstoff oder Stickstoff si befindet. Der einzige Unterschied ist, dass in Sauerstoff d Funken viel kräftiger ist, was für die Dampfentwickelung v teilhaft ist. Dasselbe habe ich übrigens für Kupfer auch g funden. Hier liefert der grüne Dampf immer die drei b kannten grünen Linien. In Wasserstoff und Stickstoff erschei der grüne Dampf auch nur spärlich, während er in Luft grosser Menge entwickelt wird, trotzdem würde wohl kau jemand die drei grünen Kupferlinien dem Oxyde zurechne Nach diesen Versuchen glaube ich berechtigt zu sein, mi der Ansicht des Hrn. Arons anzuschliessen und das Bande spectrum dem Aluminium selbst zuzuschreiben.

Paris, Laborat. des recherches physiques, à la Sorbonn
25. April 1900.

(Eingegangen 30. April 1900.)

8. *Das Verhalten des „Radiums" bei tiefer Temperatur; von O. Behrendsen.*

Der Verfasser hat vor kurzem die Beeinflussung radioctiver Substanzen (hinsichtlich ihrer Entladungsfähigkeit) durch emperaturveränderungen untersucht.[1]) Es hatte sich damals m metallisches Uran, Pechblende und um eine Substanz geandelt, welche durch Sublimation aus Pechblende gewonnen ar und als ein *Polonium* enthaltendes Präparat zu betrachten t. Es hatte sich dabei u. a. ergeben, dass regelmässig tiefere emperaturen (bis zu $-80°$) eine Verminderung der Entladungshigkeit herbeiführten.

Diese Versuche wurden jetzt mit einem *Radium*präparat n neuem angestellt, welches der Verfasser der Güte der rren Elster und Geitel verdankt. Dasselbe ist nicht sehr pfindlich im Sinne der neueren Radiumpräparate Dr. Giesel's. n Leuchtschirm wird nicht durch dasselbe afficirt, und nur, nn das im Glasfläschchen befindliche Pulver im Dunkeln ht vor das gut ausgeruhte Auge gebracht wird, bemerkt n schwaches Leuchten. Immerhin war die Substanz aber it wirksamer als die mir von de Haën gelieferte Substanz, sich kaum zum Experimentiren eignen dürfte.

Etwa $^1/_3$—$^1/_2$ g des Radiumpräparates wurde in ein Reagenzr von 16 cm Länge und 3 cm Durchmesser gebracht, und selbe oben durch einen paraffinirten Kork luftdicht verlossen. Durch diesen ging isolirt ein Draht hinein, der ein isrundes Platinscheibchen von 8 mm Durchmesser trug; sserdem führten durch den Kork noch zwei Glasröhren hinein, rch welche der Raum mit getrockneter Luft (mittels Phosorpentoxyd) gefüllt werden konnte. Die eben erwähnte atinscheibe, die etwa 14 cm Abstand von dem Radiumpräparat

1) O. Behrendsen, Wied. Ann. **69.** p. 220. 1896.

hatte, wurde mit dem einen Quadrantenpaar eines ungelad Elektrometers verbunden. Das andere Quadrantenpaar, s die Nadel waren mit der Erde verbunden.

Darauf wurde die Platinscheibe (und die mit ihr bundenen Quadranten) mit einer Zambonisäule geladen un Zimmertemperatur (+ 19°) durch Spiegelablesung die Entla beobachtet. Dabei wurde die Zeit in Secunden bestimmt verfloss, bis die Teilstriche 80—30 mm des Maassstabes d das Fadenkreuz des Fernrohres hindurchgingen. Es e sich dabei folgende Tabelle von Mittelwerten aus sieben v einander abweichenden Beobachtungen:

Teilstriche	80	70	60	50	40	30
Secunden	0	6,5	14	22,2	32,2	44,2

wobei jedesmal vom Teilstrich 80 mm an weiter gezählt wi

Darauf wurde das erwähnte Reagenzglas in einen Vac becher gebracht, dieser mit flüssiger Luft bis obenhin ge sodass das Reagenzrohr völlig von derselben umgeben und daher im Innern des letzteren eine *Convection* der *ausgeschlossen* erschien. Jetzt zeigten sich folgende ladungszeiten:

Teilstriche	80	70	60	50	40	30
Secunden	0	14	30	52	78	110

also ein *sehr wesentlicher* Rückgang der Entladungswirkun

Nach einiger Zeit ging diese Verlangsamung wieder zu sodass die Entladungen fast wieder in den ursprüngli Zeiten erfolgten. Dies war auf ein Beschlagen des Appa vor allem auch des zum Elektrometer führenden Draht seinem ersten Teile mit Eis zurückzuführen; denn als die Vorrichtung nunmehr auf eine gute Isolirunterlage ge wurde, zeigten sich sofort wieder folgende Entladungsze

Teilstriche	80	70	60	50	40	30
Secunden	0	14,3	29,3	47,3	69,3	98,3

Nach einigen Stunden wurde wieder bei *normaler* Temperatur beobachtet, wobei sich folgende Zeiten ergaben:

Teilstriche	80	70	60	50	40	30
Secunden	0	5,5	11,8	19	27,3	38,1

Also ist anscheinend eine kleine Beschleunigung gegenüber dem Anfangszustande zu constatiren; am folgenden Tage war fast genau der letztere wieder erreicht.

Die Radiumstrahlung scheint somit ein genau paralleles Verhalten darzubieten, wie es von den Herren Lumière[1]) an phosphorescirenden Körpern bei gleicher Abkühlung beobachtet wurde.

Noch soll die Bemerkung zugefügt werden, dass die vor einem Jahre hergestellten Poloniumsublimate[2]) (damals *X*-Sublimate genannt), die bis dahin gut verwahrt unter einer Glasglocke waren, in ihrer entladenden Wirkung sehr wesentlich abgenommen haben. Dasselbe berichtet Hr. Giesel von seinen Poloniumpräparaten.[3]) Die de Haën'sche Substanz *B* entlud (durch ein ganz feines Deckglas hindurch) weit geringer als ein frei aufgelegtes Stück Pechblende (Schneeberg).

Für das zur Beobachtung nötige Quantum flüssiger Luft bin ich Hrn. Prof. Dr. Nernst zu lebhaftem Danke verpflichtet.

Göttingen, am 4. Mai 1900.

1) A. u. L. Lumière, Compt. rend. **128**. p. 359 u. 549. 1899.
2) O. Behrendsen, Wied. Ann. **69**. p. 222. 1899.
3) F. Giesel, Wied. Ann. **69**. p. 834. 1899.

(Eingegangen 5. Mai 1900.)

9. *Ueber den Einfluss des Härtens, Abschreckens und der Temperaturcyklen auf das magnetische Moment und den Temperaturcoefficienten permanenter Stahlmagnete;* von *Hermann Frank.*

(Auszug aus einer Inaugural-Dissertation.)

---

1. Zweck der vorliegenden Arbeit ist die Untersuchung der wichtigsten bei Herstellung eines constanten Magneten in Frage kommenden Punkte, wie Abhängigkeit des einem Stahlstabe erteilbaren Magnetismus von der angewandten Glut beim Härten und von der Magnetisirungstemperatur, Erreichung des Grenzwertes des specifischen Magnetismus durch Abschrecken und Abkochen, Abhängigkeit des Temperaturcoefficienten von dem beim Glühen erreichten Härtegrad und vom Dimensionsverhältnis, Einfluss von Temperaturcyklen auf das magnetische Moment.

2. Die Magnete wurden aus englischem Silberstahl hergestellt und wurde darauf gesehen, dass derselbe aus ein und derselben Lieferung war. Die Dimensionen der Magnete waren grösstenteils dieselben, es betrug die Länge 10 cm, der Durchmesser 3 mm, nur bei der Untersuchung des Temperaturcoefficienten in seiner Abhängigkeit vom Dimensionsverhältnis wurden sowohl die Länge, wie namentlich die Dicke der Magnete variirt. Die Magnetisirung der Drähte geschah unter den nötigen Vorsichtsmaassregeln in einer cylindrischen Spule von 35 cm Länge mit ungefähr 600 Windungen in 8 Lagen. Die Momente der magnetisirten Stahlstäbe wurden durch die Ablenkungen eines Magnetometers untersucht. Als Magnetometer diente ein Ringmagnet mit Kupferdämpfung. Es wurde in der ersten Hauptlage beobachtet. Der Stabmagnetismus in absolutem Maasse berechnete sich aus der im *Kohlrausch* angegebenen Formel:

$$M = \tfrac{1}{2} r^3 H \left(1 - \tfrac{1}{2} \frac{L^2}{r^2}\right) \operatorname{tg} \varphi .$$

Hierin bedeutet H die mittlere horizontale Intensität für den Beobachtungsstandpunkt, r den Abstand des Magnetometerspiegels von dem Drehungspunkte des ablenkenden Magneten, φ den Ablenkungswinkel, L den Polabstand des Magneten, für den durchweg der genäherte Wert 0,85 L der Länge L des Magneten gesetzt wurde. Um mit den Magneten sehr nahe an das Magnetometer herangehen zu können und so verhältnismässig grosse Ablenkungswinkel ablesen zu können, wurde eine Scala von 3 m Länge benutzt; ihre Entfernung vom Spiegel des Ringmagneten betrug 271 cm.

Die Grösse der erdmagnetischen Horizontalcomponente an der Stelle des Magnetometers wurde mittels Variometer bestimmt und betrug 0,2015.

Um die Aenderungen des magnetischen Momentes der Magnete mit der Temperatur verfolgen zu können, wurde nachfolgender Apparat benutzt (Fig. 1). Ein rundes, doppelwandiges Kupfergefäss A ruhte auf drei Füssen, welche durch Anschrauben an eine schwere Bleiplatte miteinander verbunden waren, um jede Ortsveränderung unmöglich zu machen. Der Abstand des inneren Kupfergefässes vom äusseren betrug am Mantel wie am Boden 2 cm. Das äussere Gefäss war fest verschlossen, während das innere, zur Aufnahme des Magneten bestimmt, durch einen Deckel geöffnet werden konnte. Oben und unten wurde in die Wandung des äusseren Gefässes je eine Oeffnung angebracht, um Wasser bez. Dampf zuführen und ableiten zu können. Auch in das innere Gefäss war durch am Deckel angebrachte Oeffnungen die Zu- und Ableitung von Wasser und Dampf während eines Versuches ermöglicht, sodass der Magnet in einem Bade von bestimmter Temperatur gehalten werden konnte; das Wasser wurde dann mittels Heber aus dem inneren Gefäss entfernt. In letzteres wurden sodann Rührer und Thermometer, am Deckel befestigt, eingelassen. Die Quecksilberkugel des Thermometers war in unmittelbarster Nähe in gleicher Höhe mit dem Magnetstab, sodass dasselbe genau die Temperatur des Magneten anzeigte.

Nahe beim Kessel wurde ein Sandstein B von beträchtlicher Grösse (ca. 35 cm nach den drei Dimensionen) aufgestellt. An diesem Stein wurde auf der Oberfläche mittels zweier Schrauben ein massives Messingstück C, 40 cm lang, $6^1/_2$ cm

breit und 3 cm dick so befestigt, dass es weit über den Kessel herüberragte (Fig. 1). In dieses Messingstück wurde ein Glashahn *D* eingekittet. Der Hahnkörper bestand aus einem dicken, sorgfältig eingeschliffenem Glasstabe, der sich nach unten soweit fortsetzte, dass er durch eine Oeffnung des Deckels hindurch

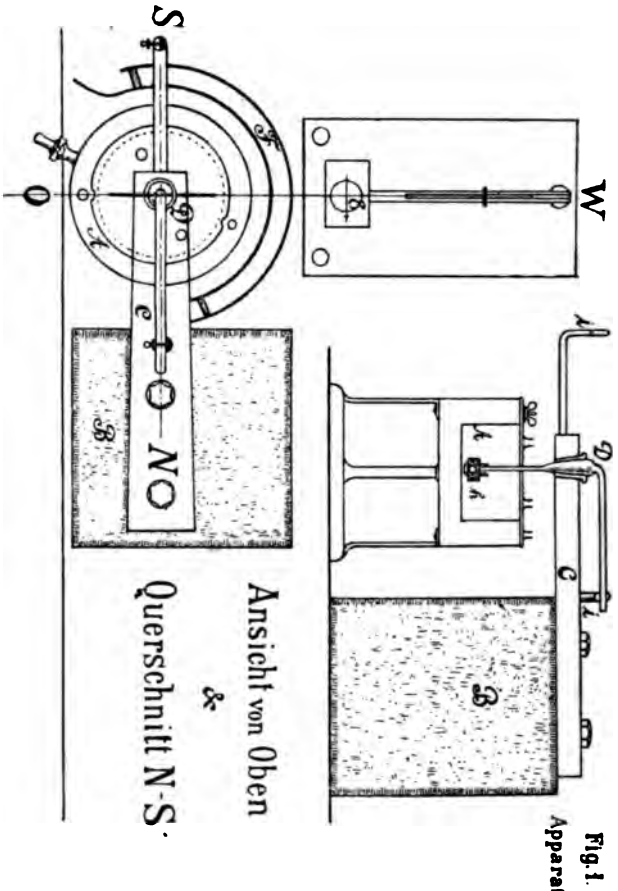


Fig. 1. Apparat

in das innere Kupfergefäss hineinreichte und in einer an seinem Ende festgeschraubten Messinghülse *h* den zu untersuchenden Magneten trug. Das obere Ende des Hahnkörpers war rechtwinklig umgebogen und konnte an Anschläge *i* angelegt werden, die auf beiden Seiten des Glashahnes in einer Entfernung von 23 cm am Messingstück angebracht waren. Eine Prüfung

dieser Umdrehungsmethode, indem man statt des Magneten einen Spiegel am unteren Ende des Glasstückes befestigte und das Spiegelbild einer Scala mit Fernrohr beobachtete, ergab nach jeder Umdrehung genau dieselbe Einstellung. Kessel und der darin befindliche Magnet befanden sich in erster Hauptlage zum Ringmagnet *E* und konnten unter gleichzeitiger Verschiebung des Steines in jede beliebige und gerade gewünschte Entfernung zum Ringmagneten gebracht werden. Der gesamte Apparat, Magnetometer, Kessel mit dem darin befindlichen Magneten und der ihn tragende Stein standen auf ein und demselben Sandstein, sodass eine gegenseitige Lagenveränderung etwa durch Wärme oder Feuchtigkeitsausdehnung der Unterlager ausgeschlossen war. Der Mantel und Deckel des Kessels waren mit einer Asbestschicht umhüllt, um so die Strahlung nach aussen zu verringern und eine constante Temperatur zu ermöglichen. Um den Ringmagneten vor Erwärmungen seitens des Kessels möglichst zu schützen, wurde zwischen beide eine Schutzwand *F*, bestehend aus zwei Lagen Zinkblech mit dazwischen befindlichem Luftraum, gebracht. Das bei dem Aufbau des ganzen, eben beschriebenen Apparates jedwedes Eisenmaterial strengstens ausgeschlossen wurde, braucht wohl kaum erwähnt zu werden. Die beiden Gefässe des Kessels waren bei den nachfolgenden Versuchen meistens mit Wasser gefüllt und es erstreckten sich dann die Temperaturvariationen innerhalb der Grenzen der Temperatur des fliessenden Wassers und der des Dampfes. Nur ausnahmsweise wurde über 100° hinausgegangen durch Anwendung von Nitrobenzol im inneren und äusseren Gefäss.

Zum Glühen der Drähte wurde der elektrische Strom benutzt. Man hatte hier den Vorteil, dass man ein Drahtstück von grösserer Länge in den Stromkreis einschalten konnte, woraus dann mehrere, genau vergleichbare Magnete hergestellt werden konnten; sodann hatte man auf diese Weise, da das Glühen immer in demselben, gleich beleuchteten Raum vorgenommen wurde und die Stahlstäbe stets gegen den gleichen Hintergrund gehalten wurden, die Gewissheit einer zutreffenden, untereinander übereinstimmenden Taxirung der Glut. Die so geglühten Stäbe wurden dann magnetisirt und wurde in *I* Hauptlage ihr erhaltenes magnetisches Moment ermittelt.

3. Es folgen zunächst, in nachstehender Tabelle zusammengetragen, die magnetischen Momente einer Reihe von Magneten, wenn die Magnetisirungstemperatur Zimmertemperatur war. Die jeweils untereinander stehenden Momente gehören Magneten an, die am gleichen Tage geglüht wurden; die durch eine Klammer zusammengefassten solchen, die aus demselben Drahtstück hergestellt waren.

dunkelrot	159,9	159,5	156,4	170,5	159,2	161,0	147,3	165,9	149,7
	160,9	166,3	158,2	170,7	162,5	—	147,7	—	148,4
	159,5	—	158,2	—	—	—	154,0	—	—
	—	—	—	—	—	—	149,0	—	—
dunkel-	244,1	—	—	263,4	—	191,8	158,2	—	—
mittelrot	249,5	—	—	262,5	—	227,5	158,5	—	—
normalrot	351,9	310,0	—	—	—	345,4	361,2	329,0	—
	354,6	—	—	—	—	—	362,3	349,8	—
hellrot	318,9	334,6	331,9	—	—	318,4	374,7	325,4	304
	317,4	—	338,0	—	—	337,7	351,7	341,8	309
	314,6	—	—	—	—	336,9	—	—	—
Weissglut	—	240,8	174,6	—	—	268,1	310,9	221,2	—
	—	238,5	176,5	—	—	—	318,7	231,9	—

Vorstehende Tabelle giebt mit der bei der Schätzung der Glut überhaupt möglichen Genauigkeit genügenden Aufschluss über die Abhängigkeit des einem Magneten erteilbaren magnetischen Momentes von der beim Härten erreichten Intensität der Glut. Es zeigt sich, dass das magnetische Moment sehr stark von der Art der Glut abhängig ist und zwar tritt durchweg bei dunkelroter Glut ein Minimum an magnetischem Moment auf, dann beginnt letzteres mit zunehmender Glut zu steigen, bis es etwa bei normal-hellrot sein Maximum erreicht. Das magnetische Moment ist hier auf stark das Doppelte des bei dunkelrot gehärteten Magneten gestiegen. Lässt man die Intensität der Glut immer mehr ansteigen, so fällt das magnetische Moment, und zwar ziemlich stark, sodass es bei dem höchsten Grad von Weissglut, bis zu dem in vorliegender Arbeit gegangen wurde, auf das der dunkelroten herabsinkt. Da nun der Härtegrad eines Stahlstabes, der beim Glühen erreicht wird, direct proportional der Intensität der Glut ist, so

kann man das gewonnene Resultat auch kurz so aussprechen: Mit zunehmendem Härtegrad steigt das einem Stahlstabe von der untersuchten Dimension erteilbare magnetische Moment an bis zu einem Maximum, um dann zu fallen. Das Maximum liegt bei dem normal-hellroter Glut entsprechenden Härtegrad.

Um eine etwaige Einwirkung der Dauer der Glut auf das magnetische Moment festzustellen, wurden die Stahldrähte, nachdem sie die erwünschte Glut erlangt hatten, noch $^1/_2$ bis 3 Min. auf dieser Glut gehalten und dann erst in Wasser abgekühlt.

	schwach-dunkelrot	dunkelrot	normal-hellrot
$^1/_2$ m	—	147,2 133,2	356,8 356,7
	130,5	173,0	371,4
	—	173,1	—
	—	172,0	366,0
1	—	169,2	—
	—	153,8	—
	—	142,3	—
	—	147,8	—
2	—	145,0	—
3	—	149,2	—

Die Magnete zeigen im Mittel genau die gleichen magnetischen Momente, wie die, welche gleich nach Erreichung der Glut abgeschreckt worden waren. Die Dauer der Glut ist demnach von keinem Einfluss auf das magnetische Moment, der Härtegrad, welchen die Stahldrähte durch die betreffende Glut erlangen, wird durch längeres Verbleiben auf dieser Glut nicht mehr gesteigert oder verringert.

Hieran würde sich nun die Frage knüpfen, von welchem Einfluss die Magnetisirungstemperatur auf die Höhe des erhaltenen Momentes ist. Um scharfe Gegensätze zu erhalten, wurde das eine Mal als Magnetisirungstemperatur 100° gewählt, indem während des Magnetisirens der Stahlstab von durch die Spule hindurchgeleitetem Wasserdampf bestrichen wurde, das andere Mal wurde Leitungswasser durchgeleitet und so eine Magnetisirungstemperatur von 8—10° erzielt. Es wurden mehrmals derartige Versuche angestellt, die Ergebnisse mögen hier folgen:

	dunkelrot	dunkel-mittelrot	mittelrot	hellrot
bei 100°	135,3	135,6	306,2	271,5
„ 8	159,1	162,5	345,4	268,1
„ 100	140,1	213,7	—	371,1
„ 8	161,0	227,5	—	365,9
„ 100	131,5	170,3	—	346,9
„ 8	145,5	191,9	—	347,0
„ 100	135,3	—	—	344,8
„ 8	173,1	—	—	335,7
„ 100	—	—	—	322,2
„ 8	—	—	—	333,9

Die jeweils verglichenen Magnete waren aus einem a die betreffende Glut gehärteten Stahlstücke hergestellt. B den dunkelrot und dunkel-mittelrot gehärteten Magneten zei nun die Tabelle ganz deutlich, dass die Magnete mit tief Magnetisirungstemperatur ein beträchtlich höheres magnetisch Moment angenommen haben als die mit hoher. Diese b den dunkelrot gehärteten Magneten so scharf ausgeprägte Tha sache verschwindet mehr oder weniger bei den auf hellro Glut gebrachten.

Wenn man sich von dem Einfluss der Magnetisirung temperatur auf das magnetische Moment überhaupt und v dem verschiedenen Einfluss je nach der Art der Glut i einzelnen eine Erklärung geben will, so hat man jedenfal von der Thatsache auszugehen, dass durch höhere Temperatur eine Veränderung des magnetischen Materiales herbeigefüh wird. Der Wasserdampf bewirkt bekanntlich ein Anlassen d Stahlstabes, dadurch wird der Härtegrad desselben verringe Da nun mit abnehmender Härte ein Magnet weniger Magneti mus aufzunehmen im stande ist, so ist dadurch das Verhalt der dunkelroten Magnete bei verschiedenen Magnetisirung temperaturen völlig erklärt. Bei höherer normal-hellroter Gl treten zwei Umstände modificirend auf; erstens ist das A lassen der Magnete durch den Wasserdampf bei den norma und hellroten Magneten anfangs z. B. in den ersten 10 Mi von weit geringerem Effect, als bei dunkelroten, wie dies spät

zu beschreibende Versuche beim Constantmachen der Magnete klar erweisen, es werden also bei den hellroten Magneten keine so stark bemerkbaren Veränderungen im Härtegrad eintreten, wie dies bei den dunkelroten der Fall ist; sodann muss, wenn der das höchste magnetische Moment hervorrufende Härtegrad überschritten ist, ein Anlassen durch den Wasserdampf und damit im Gefolge eine kleine Verringerung des Härtezustandes gerade den entgegengesetzten Effect hervorrufen, nämlich eine Erhöhung des magnetischen Momentes. Beide Ursachen dürften die Resultate bei den hellroten Magneten zur Genüge erklären.

4. Um Magnete constant zu machen, hat man in der Praxis zwei Methoden benutzt. Entweder, und dies ist die früher allgemein angewandte, taucht man die Magnete abwechselnd in zwei Flüssigkeiten von den Temperaturen innerhalb welcher man die Magnete constant haben will — Abschrecken der Magnete — oder man setzt sie längere Zeit ununterbrochen einer hohen Temperatur, z. B. der des Wasserdampfes aus — Abkochen —. Constant ist ein Magnet dann, wenn er bei langsamen Temperaturänderungen innerhalb der gewählten Temperaturgrenzen keinen bleibenden, sondern nur vorübergehenden Verlust erleidet, wenn er also etwa bei 15° ein bestimmtes magnetisches Moment gezeigt hat und dann nach langsamem Erwärmen auf 95° und Zurückgehen auf dieselbe Temperatur 15° kein anderes magnetisches Moment zeigt.

Zunächst sollte die Wirkung des Abschreckens festgestellt werden. Auf verschiedene Gluten gehärtete Magnete wurden jeweils 10 mal und zwar ca. 2 Min. im siedenden Wasser und Wasser von 8—10° abgeschreckt, dann wurde ihr Ausschlag *e* am Ringmagneten beobachtet, hierauf wieder abgeschreckt. Zwischen den der Reihe nach folgenden Ausschlägen liegt jedesmal ein 10maliges Abschrecken. In der zweiten Reihe finden sich die procentischen Verluste eingetragen.

Die dunkelrot gehärteten Magnete wurden, um grössere Genauigkeit zu erzielen, in geringere Entfernung vom Ringmagneten gebracht, deshalb sind ihre Ausschläge höher als die der übrigen:

dunkelrot I e = 331,80 272,5 269,15 267,90
17,8 1,23 0,46 %

dunkelrot II e = 334,55 279,1 275,4 274,05
16,6 1,32 0,49 %

hellrot I e = 284,8 213,07 205,90 201,02 197,2 194,15 192
9,3 3,3 2,4 1,9 1,5 1,1 %
192,0 190,1 188,55 187,35 186,0
1,0 0,8 0,6 0,7 %

hellrot II e = 246,5 233,22 215,12 209,35 204,12 200,75 197,
9,5 3,6 2,7 2,5 1,6 1,4 %

hellrot III e = 249,3 226,5 219,8 214,1 210,0 207,0 204,
9,1 2,9 2,6 1,9 1,4 1,1 %
204,65 202,55 201,05 199,70 198,05
1,0 0,7 0,7 0,8 %

Weissglut I e = 162,5 138,0 127,47 120,35 116,45 112,65 109,
14,5 7,5 5,2 3,6 3,2 2,6 %
109,75 107,25 105,50 103,75 102,60
2,3 1,6 1,6 1,1 %

Weissglut II e = 170,4 145,65 135,85 128,80 123,70 119,75 116,
14,5 6,7 5,5 3,6 3,2 2,5 %
116,75 114,55 112,95 110,75 109,2
1,9 1,4 1,9 1,4 %

Aus der Tabelle erhellt ein bedeutender Unterschi
zwischen den auf dunkleren und helleren Gluten gehärtet
Magneten. Bei dunkelrot tritt der Hauptabfall schon bei
ersten 10 maligen Abschrecken ein, die Curve des magn
tischen Momentes fällt steil ab, um sich dann asymptotisch de
Grenzwert zu nähern; bei höheren Gluten und grösserer Här
dagegen fällt die Curve weit weniger steil ab. Bei den dunk
roten sitzt, wenn man so sagen darf, der zu viel aufgenomme
Magnetismus sehr locker und kann durch eine kurz wirken
Ursache zum grössten Teil entrissen werden, bei den norm
rot-weissglühenden dagegen sitzt er sehr fest und kann n
nach und nach entzogen werden. Dass sämtliche vorgenann
Magnete ihren constanten Grenzwert noch nicht erreicht hatte
geht daraus hervor, dass sie bei langsamen cyklischen Te
peraturänderungen zwischen 15° und 95°, wenn auch nur se
wenig, so doch fortgesetzt abnehmen. So verlor der er
dunkelrote infolge des ersten Cyklus 0,43 Proc., im zweit

Cyklus 0,22 Proc. und so fort 0,11, 0,40, 0,16 Proc. Erst als er durch erneutes 30maliges Abschrecken auf $e = 264{,}80$ gesunken war, zeigte er nach zwei Cyklen Constanz. Auch der erste der hellroten nahm in den Cyklen der Reihe nach um 0,16, 0,16, 0,08, 0,10, 014 Proc. ab, trotzdem er schon 100 mal abgeschreckt war. Die Verluste sind allerdings gering, doch immerhin noch mit Sicherheit wahrnehmbar. Nach weiterem, längerem Abschrecken ergaben die folgenden Cyklen 0,16, 0,08, 0,10, 0,11, 0,08, 0,07, 0,04, 0,0 Proc. Abnahme. Dabei war der Ausschlag $e = 173{,}45$. Es sind diese zwei Beispiele typisch für alle übrigen Magnete. Um daher mittels Abschrecken Magnete constant zu machen, war es nötig, die Magnete sehr oft abzuschrecken, und es wurde dies bei einem Magneten gewöhnlich den ganzen Tag hindurch gethan. Auch die ersten, zur Prüfung der Constanz angestellten Temperaturcyklen ergaben dann noch ein minimales Sinken. Nach einer Reihe von Cyklen ist dann erst der Magnet auf dem constanten Grenzwert seines specifischen Magnetismus angelangt.

Der Effect des Abkochens erhellt aus folgender Tabelle:

Zeit	dunkelrot		normalrot		normalrot		hellrot	
	e	%	e	%	e	%	e	%
	331		242,85		267,8		227,45	
$1^1/_2{}^h$		18,3		18,3		19,4		25,1
1	270,6		198,6		215,75		170,3	
		0,5		3,0		4,3		6,5
$3^1/_2$	269,2		192,65		206,45		159,95	
		0,5		3,3		4,6		6,3
3	267,85		186,25		196,8		149,90	
		0,4		1,4		1,6		2,1
3	266,7		183,45		193,55		146,75	
		0,1		0,6		0,9		1,1
3	266,35		182,30		191,85		145,10	
				0,7		0,5		1,3
3			180,95		190,9		143,2	
				0,27		0,0		0,0
			180,44		190,9		143,5	

Auch hier zeigt sich, dass bei dunkelrot der Hauptabfall zu Anfang eintritt, worauf dann nur noch ein geringes Sinken erfolgt, während bei den übrigen der Verlust in der ersten Zeit zwar grösser ist als der durch das erste 10malige Abschrecken hervorgerufene entsprechend der längeren Zeit ($1^1/_2$ Stunde), aber auch in den nachfolgenden Zeiten noch bedeutende Abnahmen erzielt werden. Bei allen Gluten jedoch muss wie das Abschrecken auch das Anlassen längere Zeit hindurch fortgesetzt werden, um Constanz zu erzielen. Beide Methoden, Abschrecken

wie Abkochen, ergeben sich demnach dem Effect wie der Z
nach als völlig gleichartig. Da nun aber schon ein 20
30maliges Abschrecken mühevoll und zeitraubend ist, so w
man wohl stets die Methode des Abkochens der des Abschreck
vorziehen, zumal da auch ein stundenlanges Abkochen
Magnete im Wasserdampf keinen Schwierigkeiten unterlie
Dunkelrot gehärtete Magnete lassen sich in kürzerer Zeit c
stant machen als hellrote. Der dauernde Verlust steigt
dem Härtegrad und beträgt bei dunkelroten um 20 Proc.,
den hellroten dagegen geht er bis zu 30 Proc. und mehr.

Ueber den Einfluss der Magnetisirungstemperatur auf d
Effect des Abschreckens geben folgende Daten Aufschlu
Zwischen den einzelnen Scalenausschlägen liegt jeweils
10maliges Abschrecken.

dunkelrot	bei 100° e = 100,85	94,5				
	„ 8° e = 115,2	94,4				
dunkel-mittelrot	bei 100° e = 156,98	147,2				
	„ 8° e = 167,17	134,25				
mittelrot	bei 100° e = 225,3	204,59				
	„ 8° e = 250,82	207,6				
hellrot	bei 100° e = 255,02	246,35	237,7	230,85	226,	
		3,4	3,5	2,9	1,7 %	
	bei 8° e = 252,8	234,5	225,5	219,7	215,	
		7,3	3,8	2,6	1,9 %	
	bei 100° e = 252,95	241,9	229,5	221,0	216,	
		4,3	5,1	3,7	2,1 %	
	bei 8° e = 244,9	223,2	209,5	201,2	196,	
		8,9	6,1	3,9	2,5 %	

Es zeigt sich somit, dass die durch das erstmalige A
schrecken hervorgerufenen Abnahmen bei den bei tiefe
Temperatur magnetisirten Stäben bedeutend grösser sind
bei den bei höherer Temperatur magnetisirten, dass nach
aber ein nahezu paralleler Gang eintritt.

5. Hatten die Magnete den constanten Grenzwert ih
specifischen Magnetismus erreicht, brachte also ein Temperat
cyklus von 15—100° und wieder zurück auf 15° keine bl
bende, sondern nur eine vorübergehende Abnahme des m

netischen Momentes hervor, so wurde ihr Temperaturcoefficient bestimmt, und zwar für das Temperaturintervall 15—25°.

	TC	*M*		*TC*	*M*
dunkelrot	0,00131	125,1	hellrot	0,00023	285,7
	0,00117	131,9		0,00016	264,2
	0,00112	141,4		0,00015	257,1
dunkel-mittelrot	0,00098	143,7	Hellrot-Weissglut	0,00013	241,1
	0,00093	149,4		0,000084	193,9
	0,00086	176,1	Weissglut	−0,000091	88,02
	0,00061	150,5			
normalrot	0,00039	246,4			
	0,00025	299,9			

Bei den letzten beiden Magneten waren die Temperaturen variirt von 15—95°, da zwischen 15 und 25° die Ausschlagsdifferenzen zu gering waren, um eine genaue Bestimmung zu ermöglichen. Nach vorliegender Tabelle ergiebt sich der Temperaturcoefficient als eine Function der beim Härten angewandten Glut, bez. des durch die Glut bedingten Härtegrades. Mit zunehmender Härte nimmt der Temperaturcoefficient stetig ab, um schliesslich bei extremer Weissglut sein Zeichen zu ändern. Für dieses Gesetz ergaben sich im Verlaufe der Arbeit noch viele Belege; so wurde namentlich die Thatsache, dass ausgesprochene Weissglut negative Temperaturcoefficienten nach sich zieht, an mehreren Magneten erhärtet. Es wäre somit ermöglicht, durch geeignete Wahl des Härtegrades, d. h. der beim Härten angewandten Glut, einen Magneten mit dem Temperaturcoefficienten *O* herzustellen.

Dass der Temperaturcoefficient ein verschiedener ist in verschiedenen Temperaturintervallen, und zwar ein höherer zwischen hohen Temperaturen als zwischen niederen, ist eine längst bekannte Erscheinung. Will man genauer und zahlenmässig verfolgen, wie sich der Temperaturcoefficient mit den einzelnen Temperaturintervallen ändert, so eignen sich hierzu wegen der grossen Ausschlagsdifferenzen am besten Magnete mit hohem Temperaturcoefficienten, also dunkelrot gehärtete. Es wurden bei einer Reihe von diesen der Temperaturcoefficient ausser zwischen 15 und 25° auch zwischen 25 und 35°, 35 und 45° und endlich 80—90° bestimmt:

Temp.-Intervall	Magnet I	Magnet II	Magnet III	Magnet IV	Magnet V	Magnet VI
15—25°	0,00119	0,00131	0,00117	0,000978	0,000929	0,00112
25—35	0,00125	—	0,00126	0,00107	0,00104	0,00119
35—45	0,00132	—	0,00147	0,00117	0,00108	—
80—90	0,00195	0,00220	0,00202	0,00166	0,00166	0,00187

Je höher die Temperaturintervalle liegen, desto grösser wird der Temperaturcoefficient. Zwischen 80—90° beträgt er bei allen nahe das Doppelte von dem zwischen 15 und 25°. So bei allen Gluten.

Dass mit steigendem, specifischem Magnetismus der Temperaturcoefficient fällt, oder umgekehrt, lässt sich sehr leicht erweisen, wenn man einen Magneten zunächst nur für die Temperaturgrenzen 15—25° constant macht und den Temperaturcoefficienten bestimmt, alsdann auf 15—95° die Constante ausdehnt, wobei der Magnet beträchtlich von seinem ursprünglichen Magnetismus verliert.

So gab ein Magnet zwischen 15 und 25° constant

$$e = 352{,}0, \quad TC = 0{,}00109,$$

zwischen 15 und 100° constant

$$e = 313{,}3, \quad TC = 0{,}00112,$$

zwischen 15 und 130° abgeschreckt

$$e = 255{,}0, \quad TC = 0{,}00121.$$

Während der Magnetismus von 352,0 auf 255,0, d. h. um etwa 27 Proc. fällt, steigt der Temperaturcoefficient von 0,00109 auf 0,00121, d. h. um ca. 11 Proc. Es lässt sich diese Thatsache sehr leicht erklären, wenn man daran denkt, dass ja der Temperaturcoefficient eine Function des Härtegrades ist. Durch das Abschrecken zwischen höheren Temperaturen wird der Stahlstab angelassen, sein Härtegrad wird etwas verringert, der Temperaturcoefficient muss infolge dessen steigen.

Dass der Temperaturcoefficient nicht allein vom Härtegrad, sondern auch vom Dimensionsverhältnis der Magnete abhängig ist, wurde schon öfters gezeigt. Nach dem Vorhergehenden ist es einleuchtend, dass, wenn man den Einfluss des Dimensionsverhältnisses untersuchen will, man die andern

Variable, den Härtegrad constant halten muss. Man kann also z. B. einen Draht von grösserer Länge auf eine bestimmte Glut härten und aus diesem so gleichmässig harten Stück Magnete von verschiedener Länge herstellen. Aus einem Stahldraht von 1 mm Durchmesser, der auf normale Rotglut gebracht war, wurden Magnete von 13, 10, 5 und $2^1/_2$ cm Länge gemacht und wiesen dieselben folgende Temperaturcoefficienten auf.

l	TC	e	$\frac{l}{q}$
13 cm	−0,0000371	135,8	165,5
10 „	0,0000079	81,7	127,3
5 „	0,000032	25,4	63,6
$2^1/_2$ „	0,000246	8,85	31,8

In der ersten Columne stehen die Längen l, in der zweiten die Temperaturcoefficienten TC, in der dritten die bei Constanz erhaltenen Ausschläge, wobei die Entfernung der Magnete vom Ringmagneten 23,61 cm betrug, und in der vierten das Dimensionsverhältnis.

Will man nicht die Länge, sondern den Querschnitt variiren, so wird man die Magnete in eine abätzende Flüssigkeit, z. B. Salzsäure legen und auf diese Weise den Querschnitt zu verringern suchen. So wurden zwei dunkelrot gehärtete Magnete durch jeweiliges mehrstündiges Liegen in Salzsäure vom Durchmesser 3 mm auf 2,6, 2,0 und endlich 1,6 mm gebracht.

	Magnet I		Magnet II		
Durchmesser	TC	e	TC	e	$\frac{l}{q}$
$2\varrho = 3$ mm	0,00098	318,61	0,00093	331,57	14,1
$2\varrho = 2{,}6$ „	0,00091	256,4	0,00089	275,86	18,8
$2\varrho = 2{,}0$ „	0,00080	168,56	0,00074	185,31	31,8
$2\varrho = 1{,}6$ „	0,00068	122,8	0,00066	137,72	42,4

Gegen diese Versuche könnte jedoch der Einwand erhoben werden, dass vielleicht nicht alle Schichten des Drahtes gleiche Härten besitzen, sodass durch Abätzen nicht derselbe Effect erzielt würde, wie wenn man frische Stahlstäbe vom Durchmesser 2,6, 2,0 und 1,6 mm auf dieselbe Glut gehärtet und ihren Temperaturcoefficienten bestimmt hätte. Um daher

die Frage, wie sich der Temperaturcoefficient beim Variiren des Querschnittes und constanter Länge ändert, allgemein und einwandsfrei zu beantworten, müsste die Möglichkeit gegeben sein, verschieden dicke Stahlstäbe auf genau dieselbe Glut zu bringen. Es musste deshalb zunächst diese Möglichkeit festgestellt werden. Zu diesem Zwecke wurden von jeder der nachstehend genannten Dimensionen gewöhnlich drei Stahlstücke hintereinander geglüht, aus einem jeden dann ein Magnet von 10 cm Länge hergestellt. Da bei der Proportionalität von Scalenausschlägen und magnetischem Moment erstere zur Entscheidung vorliegenden Falles völlig genügen, so finden sich nur diese, und zwar jeweils unter dem dazu gehörigen Durchmesser eingetragen; die Entfernung der Magnete vom Ringmagneten betrug 23,61 cm.

Erste Versuchsreihe.

2ϱ = 2 mm		1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4
1.	354,1	199,1	339,6	274,7	241,6	194,6	218,0
2.	332,3	367,9	322,3	236,3	275,8	230,2	212,0
3.	368,3	255,6	297,8	219,1	—	214,1	216,5
Mittelwert	351,5	274,2	317,5	243,3	258,7	212,7	215,5

Zweite Versuchsreihe.

2ϱ = 1,34 mm		1,2	1,1	1,05	0,89	0,79	0,71	0,62
1.	166,9	129,9	104,8	116,7	74,7	78,9	57,1	47,5
2.	199,2	138,2	99,7	107,0	72,7	76,2	54,8	42,3
3.	198,4	153,7	105,5	112,7	70,1	58,7	62,5	41,8
Mittelwert	188,2	140,6	103,3	112,1	72,5	70,5	57,9	43,9

Dritte Versuchsreihe.

2ϱ = 2,0 mm		1,6	1,35	1,05	0,8	0,5
1.	459,6	290,4	193,1	117,1	77,6	26,0
2.	419,9	294,2	196,4	117,4	75,05	25,9
3.	460,5	267,9	—	—	76,1	26,1
Mittelwert	436,6	284,2	194,7	117,25	76,25	26,0

Alle Drähte war ich bemüht gewesen, auf normale Rotglut zu härten. Wenn auch die Magnete ein und derselben Dimension oft um ein Bedeutendes differiren im magnetischen Moment und deshalb nach früherem auch ein verschiedener Härtegrad angenommen werden muss, so lassen doch die Mittelwerte mit genügender Bestimmtheit die Abnahme des magnetischen Momentes mit dem Steigen des Dimensionsverhältnisses erkennen. Es wurden nun von den einzelnen Tabellen die Dimensionen ausgewählt, welche am besten untereinander und in die absteigenden Reihen zu passen schienen, und die Temperaturcoefficienten der betreffenden Magnete ermittelt.

Erste Versuchsreihe.

2ϱ = 2 mm		1,8	1,6	1,4
1.	0,000683	0,000466	0,000504	0,000430
2.	0,000633	0,000383	0,000404	0,000235
3.	0,000571	0,000300	—	0,000295
Mittelwert	0,000629	0,000397	0,000454	0,000320

Zweite Versuchsreihe.

2ϱ = 1,34 mm		1,8	1,05	0,89	0,62
1.	0,000022	0,000027	0,000014	+0,000027	+0,0000034
2.	0,000038	0,000025	−0,000006	0,000003	−0,0000237
3.	−0,000044	—	−0,000037	−0,000042	−0,0000470
Mittelwert	+0,000022	+0,000026	−0,000009	−0,000005	−0,000022

Dritte Versuchsreihe.

2ϱ = 2,0 mm		1,6	1,35	1,05	0,5
1.	0,000167	0,000171	0,000046	0,000021	−0,00004
2.	0,000122	0,000170	0,000036	0,0000089	−0,000026
Mittelwert	0,000145	0,000170	0,000041	0,000015	−0,00003

Betrachtet man die erhaltenen Werte der Temperaturcoefficienten im grossen und ganzen, so tritt auch hier die Gesetzmässigkeit auf, dass mit abnehmendem Querschnitt und

daher steigendem Dimensionsverhältnis der Temperaturcoefficient kleiner wird. Dies tritt um so schärfer hervor, je weiter auseinanderliegende Dimensionsverhältnisse man miteinander vergleicht, wie z. B. in der letzten Versuchsreihe. Die einzelnen Störungen sind eben dadurch bedingt, dass kleine Differenzen in der Beschaffenheit des Materiales, sowie in der Glut sich nicht vermeiden lassen. Die Unterschiede in den erhaltenen magnetischen Momenten lassen dies deutlich erkennen und weisen von vornherein darauf hin, dass auch Differenzen in den Temperaturcoefficienten zu erwarten sind. Oberhalb des Durchmessers $2\varrho = 1{,}05$ mm treten bei normaler Rotglut mit einem Ausnahmefall nur positive Temperaturcoefficienten auf, unterhalb $2\varrho = 1$ bez. 0,8 mm ist der negative Temperaturcoefficient die Regel. Man kann also auch durch Veränderung des Dimensionsverhältnisses den Temperaturcoefficienten sein Zeichen wechseln lassen und es wären somit zwei Mittel gegeben, Magnete mit dem Temperaturcoefficienten O herzustellen, entsprechender Härtegrad und geeignetes Dimensionsverhältnis. Im vorliegenden Fall sind aber beide für die praktische Anwendung von keiner Bedeutung; der Härtegrad nicht, weil derselbe bei 10 cm Länge und 3 mm Durchmesser extremer Weissglut entspricht und bei dieser das magnetische Moment nur recht gering ist; das Dimensionsverhältnis nicht, weil bei normal-hellrot, also der Glut, welche das grösste magnetische Moment giebt, dasselbe bei 10 cm Länge und einem Durchmesser unter 1 mm für die praktische Verwendbarkeit ungeeignet ist.

6. Eisen und Stahl zeigen die eigentümliche Eigenschaft, im magnetischen Felde für zwei gleiche Feldstärken einen verschiedenen Magnetismus anzunehmen, wenn eine physikalische Bedingung, z. B. longitudinaler Zug, zwischen zwei Grenzen sich cyklisch ändert. Indem bei Veränderung der physikalischen Bedingung der vorhergehende magnetische Zustand beibehalten zu werden sucht, fällt der Magnetismus zu klein aus bei ansteigendem und zu gross bei absteigendem Cyklus. Nur bei einer cyklisch veränderten Temperatur wurde diese Erscheinung, die Hysteresis, nicht beobachtet. Zur Untersuchung dieser Frage wurden nur dunkelrot gehärtete Magnete benutzt wegen ihres hohen Temperaturcoefficienten. Wäre nun Hysteresis

vorhanden, so müsste ein constanter Magnet, wenn er einem Temperaturcyklus von 15—90° und wieder zurück bis 15° unterworfen wird, bei einer dazwischenliegenden Temperatur bei auf- und absteigendem Cyklus verschiedene magnetische Momente aufweisen. Zunächst wurden nicht constante Magnete untersucht, sondern in ganz allgemeiner Weise festzustellen gesucht, wie sich Magnete unter dem Einfluss von cyklischen Temperaturänderungen dem constanten Grenzwert nähern. Die Cyklen folgten unmittelbar aufeinander und zwar jeweils von der niedrigsten Temperatur ausgehend zur höchsten (ca. 95°) und wieder zurück.

Dunkelrot a:

t	e	corrigirte Werte	Differenz	corrigirte Werte	e	t
14,8° ↓	427,04	426,94	17,79	409,15	409,46 ↑	14,3
35,0 ↓	416,91	416,91	16,81	400,1	400,0 ↑	35,2
53,0 ↓	405,44	—	14,96	—	390,48 ↑	53,0
			auf 94°			

t	e	corrigirte Werte	Differenz	corrigirte Werte	e	t
14,3°	409,46 ↓	409,15	4,13	405,02 ↑	405,48	14,0
35,0	399,42 ↓	399,42	3,79	395,63 ↑	395,58	35,1
53,0	389,11 ↓	389,11	3,3	385,81 ↑	385,81	53,0
			auf 94°			

Dunkelrot b:

t	e	corrigirte Werte	Differenz	corrigirte Werte	e	t
12,2° ↓	466,52	465,75	6,64	459,11	459,85 ↑	12,1
35,6 ↓	456,27	456,55	5,74	450,81	450,61 ↑	35,6
52,2 ↓	447,59	447,59	4,71	442,88	442,88 ↑	52,2
			auf 95° etc.			

Die unter corrigirte Werte eingetragenen Scalenausschläge sind mittels des Temperaturcoefficienten auf gleiche Temperaturen wie 15°, 35° berechnet. Trägt man die Ausschläge als Abscissen, die Temperaturen als Ordinaten auf, so erhält man Curven, welche ihre grösste Ausbiegung an ihrer tiefsten Stelle besitzen und sich stetig nebeneinanderlagern, wenn die

Cyklen unmittelbar aufeinanderfolgen. Je näher der Mag
dem constanten Grenzwert kommt, um so mehr rücken
Curvenäste zusammen (Fig. 2). Wichtig ist, dass die grös
Differenzen bei der tiefsten Temperatur und nicht etwa in

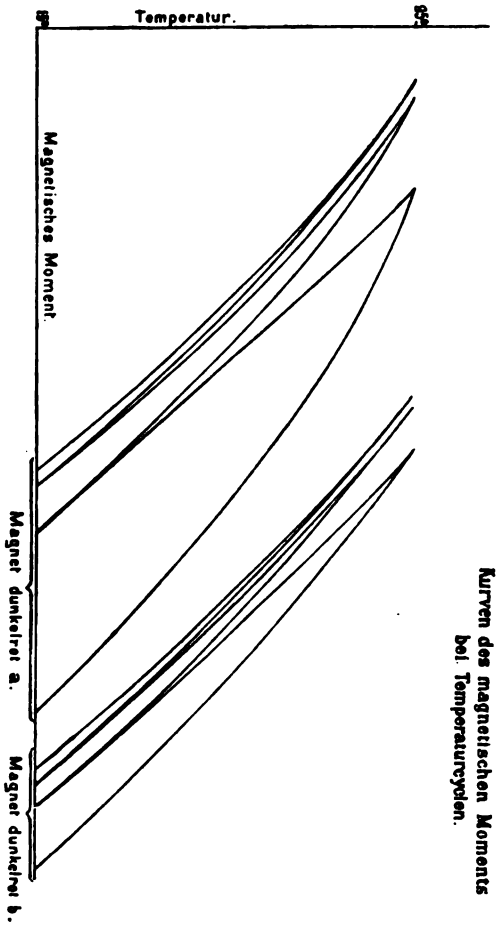


Fig. II.
Kurven des magnetischen Moments
bei Temperaturcyclen.

Mitte auftreten, was man ja bei Hysteresis hätte erwar
sollen. Setzt man bei ein und demselben Magneten die Cyk
fort, so wird der übrigbleibende Verlust immer kleiner u
kleiner, um endlich völlig zu verschwinden, d. h. der Mag
ist in diesem Temperaturintervall constant.

Magnet dunkelrot b:

e_1		t		e_2	Differenz
459,25	↓	14,0°	↑	457,50	1,75
450,57	↓	34,9	↑	448,80	1,77
441,85	↓	52,8	↑	440,4	1,45
		auf 95°			
456,88	↓	14,0	↓	456,17	0,71
448,11	↓	35,0	↓	447,39	0,71
439,85	↓	52,0	↓	439,14	0,71

Bei den folgenden Cyklen seien hier nur die Differenzen er Werte bei auf- und absteigender Temperatur angegeben, uf die es ja lediglich ankommt.

Differenz	Cyklus I	II	III	IV	V	VI
bei 15°	0,6	−0,22	0,16	−0,23	−0,35	−0,21
„ 35	0,74	0,0	0,08	0,03	−0,49	0,17
„ 52	0,6	0,22	0,16	0,07	−0,42	0,27

Der Magnet hat seinen constanten Grenzwert erreicht; olge der letzten Cyklen ist er, wie dies die negativ ge-rdenen Differenzen anzeigen, sogar gestiegen von $e = 454{,}30$ f $e = 454{,}91$. Ein anderer gleichfalls dunkelrot gehärteter gnet lieferte in seinen letzten Cyklen folgende Differenzen:

Differenz	Cyclus I	II	III
bei 15°	0,11	−0,12	0,03
„ 37	−0,12	0,08	−0,16

In dieser Weise wurden noch mehrere Magnete unter-ht, alle mit demselben Resultat. Immer waren die Dif-enzen, solange der Magnet merklich oberhalb des Grenz-rtes sich befand, bei der niedersten Temperatur am grössten, r dagegen der Magnet sehr nahe an seinem Grenzwert oder stant, so werden die Differenzen unmerklich klein und sen dann allerdings die vorige Gesetzmässigkeit nicht mehr arf erkennen. Die Differenzen sinken weit unter $^1/_{10}$ Proc. d liegen innerhalb der Versuchsfehler. Aus diesen Ver-chen scheint der Schluss begründet, dass bei einem Tem-raturcyklus eine Hysteresis nicht auftritt oder jedenfalls deutend kleiner als $^1/_{10}$ Proc. sein muss.

Seien die wichtigsten Resultate zum Schluss kurz sammengestellt:

1. Mit steigender Intensität der Glut beim Härten Stahles nimmt das magnetische Moment zu bis zu der G normal-hellrot, um dann zu fallen; von der Dauer der G ist das magnetische Moment unabhängig.

2. Bei tiefer Magnetisirungstemperatur ist das magnetis Moment höher als bei hoher.

3. Um Magnete constant zu machen, haben die bei Methoden, das Abschrecken und das Abkochen, gleichen Eff Im übrigen sind bezüglich des Constantmachens die Anga von Strouhal und Barus zutreffend.

4. Der Temperaturcoefficient nimmt mit steigender tensität der Glut beim Härten, bez. mit steigendem Härteg der Magnete stetig ab.

5. Der Temperaturcoefficient nimmt mit zunehmend Dimensionsverhältnis l/q stetig ab.

6. Bei cyklischer Temperaturänderung tritt keine Hyster auf oder sie übersteigt nicht den Wert von $^1/_{10}$ Proc.

(Eingegangen 4. Mai 1900.)

10. *Erzeugung von Kathodenstrahlen durch ultraviolettes Licht; von P. Lenard.*

(Aus den Sitzungsber. der kais. Akad. d. Wissensch. in Wien, vom 19. October 1899.) [1])

Die von Hertz entdeckte, von Hrn. Hallwachs zuerst in vereinfachter Form gezeigte Wirkung des ultravioletten Lichtes, negative Elektricität von Körpern fortzutreiben, ist heute in vielen ihrer Einzelheiten erforscht. In ihren Mechanismus hat man insoweit einzudringen vermocht, als die Bahnen der entweichenden Elektricität im lufterfüllten und auch im luftverdünnten Raume festgestellt wurden.[2]) Welches aber die Träger der Elektricität längs jener Bahnen seien, ist zweifelhaft geblieben.

1. Versuche über das „Zerstäuben der Körper durch ultraviolettes Licht“[3]) haben die Möglichkeit gezeigt, dass wägbare materielle Teile des bestrahlten Körpers jene Träger seien. Dass indessen solche unmittelbare Auffassung der damaligen Versuchsergebnisse doch schwerlich zutreffend sei, haben mir besondere Versuche gezeigt, von welchen einer hier berührt sei.

Eine von Wasserstoffgas umgebene blanke Oberfläche von Natriumamalgam wurde so lange bestrahlt, dass $2{,}9 \cdot 10^{-6}$ Coulombs negativer Elektricität von derselben entwichen, und das elektrische Feld über dem Amalgam war so gestaltet, dass diese gesamte Elektricitätsmenge an einen reinen Platindraht getragen werden musste. Wären hier Natriumatome die Träger gewesen, so würde, dem als einzigen vorhandenen Anhalte hier maassgebenden elektrochemischen Aequivalente des Natriums entsprechend, deren Gesamtmenge $0{,}7 \cdot 10^{-6}$ mg betragen haben;

1) Mit Bezug auf die Anmerkungen zu Absatz 8 u. 9 der Arbeit sei beim gegenwärtigen Wiederabdruck derselben auf die nunmehr vorliegende vollständige Veröffentlichung der zum Teil verwandten Untersuchung des Hrn. J. J. Thomson hingewiesen (Phil. Mag. (5) 48. p. 547. 1899).

2) A. Righi, Mem. della Reale Acad. di Bologna (4) 9. p. 369. 1888 und Atti della Reale Acad. dei Lincei (2) 6. p. 81. 1890.

3) P. Lenard u. M. Wolf, Wied. Ann. 37. p. 443. 1889.

wären es grössere Teile von Natrium gewesen, noch mehr. Nun sind nach Bunsen weniger als $0{,}3 \cdot 10^{-6}$ mg Natriumsalz in der Flamme noch mit der grössten Deutlichkeit erkennbar. Wurde aber der Platindraht, welcher die Träger empfangen hatte, in der Flamme geprüft, so ergab er keine Spur von Natriumreaction.

2. Zu derjenigen anderen Auffassung, welche in der Überschrift dieser Arbeit angedeutet ist, führte mich der streng unipolare Charakter der lichtelektrischen Wirkung, wie er Zweifeln gegenüber besonders durch die Herren Elster und Geitel gesichert worden ist[1]), zusammen mit der Erkenntnis, dass Kathodenstrahlen wesentlich Träger negativer Ladungen seien.[2]) Es bestärkte mich in dieser Auffassung, nach erfolglosen Versuchen, eine Bemerkung des Herrn Righi.

Derselbe findet[3]), dass die auf stark negativ geladene Körper ausgeübte entladende Wirkung des Lichtes in mehr und mehr verdünnter Luft zunächst zunehme bis zu einem Maximum, welches bei demjenigen Drucke eintritt, „unter welchem die Luft am leichtesten elektrische Ladung annimmt", dass sie aber bei darüber hinausgehender Verdünnung wieder abnehme. Er findet ferner, dass die auf einem anfänglich unelektrischen Körper ausgeübte Wirkung des Lichtes, ihn durch Austreiben negativer Elektricität zu positiver Ladung zu bringen, mit zunehmender Verdünnung der Luft stets nur zunehme, und er fügt hinzu die Bemerkung: dass hiernach jene beiden Aeusserungen der lichtelektrischen Wirkung offenbar nicht Folge einer einzigen Ursache seien.

Hier knüpfen die gegenwärtigen Versuche an. Wenn mehrere Vorgänge sich übereinander lagern, so wird man zunächst suchen müssen, einen derselben zu isoliren. Ich strebte daher, die Erscheinung zunächst bei Ausschluss der Luft zu studiren, wobei freilich vor allem zu entscheiden war, ob nicht beim Uebergange zum äussersten Vacuum noch eine Umkehr mit schliesslichem Ausbleiben der Wirkung eintrete, wie dies bei den sonstigen Entladungserscheinungen wirklich der Fall ist.

3. Der benutzte Apparat, ein zu evacuirendes Glasrohr mit eingeschmolzenen Elektroden, ist in Fig. 1 in drittel Grösse

1) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. **57**. p. 24. 1896.
2) Vgl. Wied. Ann. **64**. p. 279. 1898.
3) A. Righi, Atti della Reale Acad. dei Lincei, l. c.

dargestellt. U ist die zu bestrahlende Elektrode, eine Scheibe aus blankem Aluminiumblech von 1,5 cm Radius. Von gleicher Grösse und demselben Material ist die zweite, der ersten parallel gestellte Elektrode E, welche stets als mit der Erde verbunden vorausgesetzt wird. Die 5 mm weite Oeffnung in der Mitte von E, sowie die beiden überzähligen Elektroden α und β sind bei den ersten Versuchen (3, 4) noch nicht vorhanden. Die Lichtquelle L wird für gewöhnlich von der 15 mm langen Funkenstrecke eines grösseren, mit einer Leydener Flasche versehenen Inductoriums gebildet; die Funken springen zwischen Zinkdrähten über, was viel ultraviolettes Licht giebt. Eine Blende B aus Stanniol, von 4 mm Weite, verhindert das Licht, andere Teile des Rohrinnern zu treffen als nur die Fläche der Elektrode U. Die Blende setzt sich seitlich fort in Blechwänden, in der Figur bei WW angedeutet, welche das Rohr und die zu benutzenden Messinstrumente vor den elektrischen Kräften der Lichtquelle schützen. Der Luftabschluss bei B wird durch eine 3 mm dicke Quarzplatte gebildet. Die Lichtquelle bleibt immer weiter als 4 cm von B entfernt.

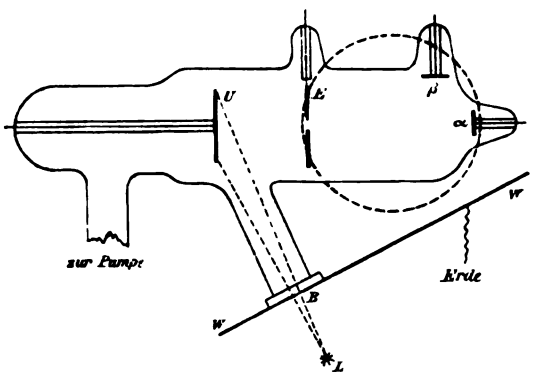


Fig. 1.

Durch fortgesetztes Erhitzen und die Entladungen eines grossen Inductoriums bringen wir das Rohr dauernd in den Zustand, diese Entladungen nicht mehr durchzulassen, sodass sie aussen um das Rohr herum erfolgen. Die Quecksilberluftpumpe[1]) befördert dann auch in stundenlangen Zwischenräumen keine sichtbaren Gasmengen mehr aus dem Rohr.

Verbinden wir nun U mit einem Elektroskope, so fallen dessen Blätter bei negativer Ladung doch augenblicklich zu-

1) Es wurde die Raps'sche Pumpe benutzt.

sammen, wenn U belichtet wird, und auch dann vermindert sich die Divergenz noch rasch, wenn eine Leydener Flasche mittlerer Grösse hinzugeschaltet ist. Positive Ladungen bleiben bestehen oder nehmen äusserst langsam ab.[1]) Mit dem Quadrantelektrometer ist nachzuweisen, dass die ursprünglich ungeladene Elektrode unter dem Einflusse des Lichtes eine positive Ladung annimmt, die bis zu einer Grenze von etwa 2,1 Volt anwächst. Alle diese Erscheinungen bleiben vollständig aus, wenn ein dünnes Glimmerblatt zwischen die Lichtquelle und den Apparat geschoben ist. Kurz, es bleiben alle in Luft bekannten, charakteristischen Wirkungen des ultravioletten Lichtes auch im äussersten Vacuum bestehen, und zwar in auffallender Stärke. In quantitativer Hinsicht werden wir alsbald (4.) einen scharfen Unterschied constatiren zwischen der Wirkung hier und der in verdünnter Luft. Es sei auch bemerkt, dass Kühlen des zwischen Rohr und Pumpe befindlichen Phosphorsäuregefässes durch feste Kohlensäure und Äther die zu messenden Mengen der entweichenden Elektricität nicht weiter beeinflusste.

In Hinsicht der lichtelektrischen Wirkung scheint mir der Versuch zu lehren, dass dieselbe in erster Linie nichts zu thun hat mit der Luft. Ein weitergehendes Interesse des Versuches liegt dann aber darin, dass er Elektricität im aufs äusserste evacuirten Raume aufweist, welchen man nach früherer Kenntnis als derselben unzugänglich hätte bezeichnen müssen. Gleiches ist schon vorher, und zum ersten Male, an Kathodenstrahlen beobachtet worden, welche durch Gasentladung erzeugt waren[2]), und es ist bemerkenswert, dass es in beiden Fällen nur die negative Elektricität ist, welche im äussersten Vaccum auftritt. Um auf diese Verhältnisse kurz Bezug nehmen zu können, werde ich die hier zu beobachtenden Elektricitätsmengen, welche, wie sich wieder zeigen wird, mit Trägheit begabt sind, und welche in Bewegung befindlich nach frühere

1) Dies erwies sich von den Beleuchtungsverhältnissen im Inne des Rohres sehr abhängig; wurden ausser der Fläche von U noch ande Rohrteile mitbelichtet, so konnte die Abnahme der positiven Ladung v grössert werden. Da nun zerstreutes reflectirtes Licht auch unter n malen Verhältnissen beispielsweise die Elektrode E trifft, wird der ob erwähnte geringe Verlust von positiver Elektricität als scheinbar im Si der Herren Elster und Geitel (l. c.) zu erklären sein.

2) Vgl. Wied. Ann. **64.** p. 279. 1898.

die Kathodenstrahlen ausmachen, im Folgenden mit dem besonderen Namen Quanten bezeichnen.

4. Eine Messung der Mengen der durch das Licht ins Vacuum getriebenen Elektricität wurde dadurch bewerkstelligt, dass man sie vor dem Eintritt in die Elektrode U durch einen sehr grossen, an diese Elektrode geschalteten Widerstand fliessen liess und die Potentialdifferenz an den Enden dieses Widerstandes maass, letzteres nach Bedürfnis mit dem Exner'schen Elektroskop oder dem Quadrantenelektrometer. Dieses messende Instrument und der aus Leinenfaden oder Graphit hergestellte Widerstand befanden sich dabei in einer leitenden, von der Erde isolirten Hülle, welcher die negative Elektricität in gemessener Spannung zugeführt wurde.[1]) Die Differenz dieser letzteren Spannung und der zwischen den Enden des Widerstandes beobachteten ist das Elektrodenpotential in der folgenden Tabelle; daneben stehen die nach dem Ohm'schen Gesetz gerechneten Mengen.

Tabelle I.

Potential der bestrahlten Elektrode	Entwichene Elektricitätsmenge
− 45000 Volt[2])	$24{,}5 \cdot 10^{-10} \frac{\text{Coul.}}{\text{sec}}$
− 25000	26,6
− 8900	22,5
− 4100	24,8
− 3110	24,5
− 1300	24,5
− 500	23,4
− 120	21,9
− 14	19,9
− 9	15,9
− 1	7
0	4
+ 1	4
+ 2,1	0

1) Ueber die Ausführung der Spannungsmessung vgl. p. 368. Die Widerstände wurden durch die Entladungszeiten ausgemessener Capacitäten bestimmt.

2) Selbst bei dieser Spannung war ohne Licht ein Entweichen von Elektricität in meinen Versuchen nicht bemerkbar.

Betrachten wir zuerst den obersten Teil der Tabelle, so sehen wir, dass die in der Zeiteinheit entweichenden Elektricitätsmengen innerhalb sehr weiter Grenzen unabhängig sind von der vorhandenen Spannung. Im zweiten Teile der Tabelle dagegen, nämlich unterhalb einer Spannung von etwa 100 Volt, nehmen die entladenen Mengen mit weiter sinkender Spannung deutlich ab. Es ist dies ein unmittelbar nicht verständliches Verhalten; denn wenn die äussere Spannung wirklich Einfluss hätte auf den Vorgang der Ausstrahlung aus der Elektrode, so müsste dies am deutlichsten bei den höchsten Spannungen sich zeigen; dies ist aber durchaus nicht der Fall. Die Erklärung, welche ich mir gebildet habe, ist diese, dass bei nicht genügender äusserer Spannung zwar nicht die Ausstrahlung eine verminderte ist, dass aber dann ein Teil der schon ausgestrahlten Quanten durch deren eigene Kräfte wieder zur Elektrode zurückgeht. Dass dies in unseren Versuchen schon von 100 Volt abwärts eintritt, hängt mit der Besonderheit der angewandten Lichtquelle zusammen, während ausserordentlich kurzer Zeit ausserordentlich grosse Intensität zu besitzen. Hierauf soll indessen hier nicht weiter eingegangen werden; wir begnügen uns, die in unseren Versuchen schliesslich und bleibend entwichenen Mengen zu weiterer Verwendung verzeichnet zu haben. Bemerkt sei noch das im dritten Teile der Tabelle nachgewiesene, unmittelbar verständliche Herabsinken der entwichenen Mengen zu Null, wenn die äusseren Spannungen positiv, also der Fortbewegung der ausgestrahlten Quanten entgegenwirkend sind (vgl. 8.). Die Spannung + 2,1 Volt, zu welcher die Menge Null gehört, ist dieselbe, welche bei anfänglich unelektrischer Elektrode durch Bestrahlung von selber sich einstellt (3.).

Zum Vergleiche des Verhaltens im Vacuum mit dem in Luft von verschiedener Verdünnung mögen die folgenden Resultate einer zu diesem Zwecke unternommenen, zusammenhängenden Versuchsreihe an unserem Apparate hier Platz finden.

Tabelle II.

Potential der bestrahlten Elektrode	Luftdruck in Millimetern Quecksilber						
	0	0,002	0,03	0,7	20	209	760
Volt, negativ	Entwichene Elektricitätsmengen. Coulomb 10^{-10}/sec						
300	20,2	21,6	47	3,4	0,62	0,12	< 0,05
4000	20,3	26,2	—	—	40	1,41	0,42
10000	20,2	28,2	—	—	—	—	0,93

Striche in der Tabelle zeigen an, dass die betreffende Spannung von der Luft im Rohre nicht mehr ertragen wurde.

Man sieht, dass die Constanz der Ausstrahlung nur beim Drucke Null zu finden ist. Selbst bei 0,002 mm Luftdruck, und noch mehr bei den höheren Drucken, wächst die entwichene Elektricitätsmenge mit zunehmender Spannung sehr deutlich, welches letztere in der That auch das Resultat der bisher über den Gegenstand vorliegenden Versuche war. Wir kommen auf das Verhalten der Luft am Schlusse (9.) zurück.

5. Bei der Frage nach dem Wege, welchen die von U ausgehenden Quanten nehmen, können wir wieder an Hrn. Righi's umfassende Arbeiten anknüpfen, welche zeigen, dass in gewöhnlicher Luft diese Wege durch die Kraftlinien des elektrischen Feldes gegeben sind, bei fortschreitender Verdünnung der Luft aber mehr und mehr geraden Linien sich nähern.[1]) Wir fragen nun, ob es dabei; im Vacuum, auch zur Bildung abgesonderter Strahlen kommen kann. Die Öffnung in der Elektrode E (vgl. Fig. 1) und die Nebenelektroden α und β kommen jetzt zur Anwendung. Ist U genügend geladen, etwa auf -30000 Volt, ungefähr 1 cm Funkenlänge entsprechend, so beobachtet man an einem mit α verbundenen Exner'schen Elektroskop eine mit der Belichtung einsetzende und langsam anwachsende Divergenz von negativem Zeichen. Es dringt also die Elektricität über E hinaus bis zu α hin. Dass sie dabei nicht den ganzen Querschnitt des Rohres erfüllt, zeigt sich dadurch, dass an der seitlichen Elektrode β eine Divergenz nicht zu erhalten ist; offenbar bilden die Quanten einen Strahl, welcher, durch die Öffnung von E kommend, nach α hingeht.

1) A. Righi, Atti (l. c.).

Wir finden dies bestätigt, wenn wir den vermutlichen Strahl auf seine zu erwartende magnetische Ablenkbarkeit prüfen. Es ist dazu ober-, sowie unterhalb des Rohres, dicht an demselben, je eine Drahtspule angebracht; die gemeinsame Axe der Spulen steht senkrecht, ihre Windungen erscheinen in der Fig. 1 als punktirter Kreis. Fliesst nun durch die Spulen ein elektrischer Strom von passender Stärke, so gerichtet, dass er einen mit unserem Strahl zusammenfallenden Kathodenstrahl gegen β hin lenken würde, so erhalten wir die negativen Divergenzen des Elektroskopes nunmehr an β, während sie an α ausbleiben, um dort sofort wieder zu erscheinen, wenn der Strom geöffnet wird.

Das Verhalten ist also genau dasjenige, welches zu erwarten wäre, wenn von U Kathodenstrahlen ausgingen. Jedoch ist es nicht möglich, durch gewöhnliche Anwendung von elektrischer Kraft allein in unserem aufs äusserste evacuirten Rohre Kathodenstrahlen zu erzeugen[1]); es ist vielmehr erst das ultraviolette Licht das Mittel, diese Erzeugung nun auch im vollständigen Vacuum zu ermöglichen, und zwar, nach der in Tabelle I enthaltenen Auskunft, nicht nur bei grosser, sondern auch bei beliebig geringer äusserer Spannung. Als unmittelbarer Ursprung der Quanten unseres Strahles wäre die belichtete Elektrode zu bezeichnen, während im gewöhnlichen Entladungsrohre das dort unentbehrliche Gas es zu sein scheint.

6. Zum quantitativen Studium der magnetischen Ablenkbarkeit unserer Strahlen benutzen wir an Stelle des Elektroskopes das Quadrantelektrometer, welches ebenfalls nach Bedarf an α oder β geschaltet werden kann. Von der in schützenden Metallhüllen laufenden Leitung zum Instrument führt eine Nebenleitung durch einen grossen Graphitwiderstand zur Erde. Es wird dadurch das Auftreten störender Potentialdifferenzen in dem Raume zwischen E, α und β vermieden, zugleich die Messung der von α bez. β aufgenommenen Elektricitätsmengen ohne Zeitbeobachtung unmittelbar durch den bald sich einstellenden constanten Elektrometerausschlag ermöglicht. Die Aussenwand des Rohres ist für das Folgende von E ab übe

1) Wenigstens nicht durch Kräfte, welche das Glas des benutzten Rohres dauernd zu ertragen vermöchte; vgl. Anm. zu Tab. I.

α und β hin mit einer Stanniolhülle überzogen, aus welcher nur die Zuleitungsdrähte der beiden letzteren Elektroden isolirt ausmünden; die Hülle, sowie die jedesmal unbenutzte Elektrode sind mit der Erde verbunden. An die zu belichtende Elektrode U sind zwei grosse Leydener Flaschen geschaltet, um ihre Spannung constant zu halten. Nachdem nun diese Spannung auf das gewünschte Maass gebracht ist, wird der Versuch in der Weise durchgeführt, dass zu einer Reihe von verschiedenen Stromstärken in den Drahtspulen die zugehörigen Elektrometerausschläge gemessen werden, und zwar sowohl an α wie an β.[1])

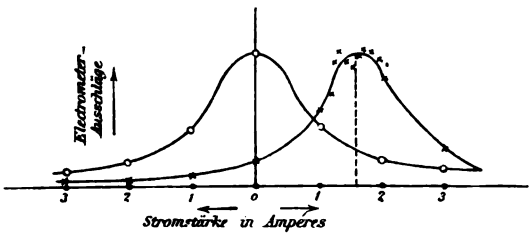


Fig. 2.

Die Fig. 2 giebt das Resultat eines solchen Versuches in graphischer Darstellung und damit zugleich ein Bild von der Begrenzung des Strahles. Die zur Stromstärke Null nahezu symmetrische Curve der durch Kreise bezeichneten Punkte bezieht sich auf die Elektrode α, die andere Curve auf β. Die Lage der in der Figur punktirten Symmetrieaxe dieser letzteren Curve und damit denjenigen Strom zu ermitteln, welcher die Axe des Strahles zur Mitte der Elektrode β lenkt, war das Ziel jedes solchen Versuches. Die zweite und dritte der in der Tabelle III angegebenen Stromstärken J sind Mittelwerte solcher graphisch ausgeführter Bestimmungen. Die erste, zum kleinsten Potential von U gehörige Stromstärke konnte nur durch rasches Variiren des Stromes bei gleichzeitiger Elektrometerbeobachtung aufgesucht werden, denn es musste wegen der bei dieser geringen Spannung eintretenden Schwäche des

1) Zu bemerken ist, dass bei diesen Versuchen eine zwischen L und B gestellte Quarzlinse das ultraviolette Licht auf die Mitte der Elektrode U concentrirte, dort eine verwaschen begrenzte Ellipse von etwa 10 mm mittlerem Durchmesser beleuchtend (vergl. 8.).

Strahles das Funkenlicht durch das intensivere Zinkbogenlicht[1]) ersetzt werden, welches letztere aber von sehr schwankender Intensität ist. Die in der ersten Columne der Tabelle verzeichneten Spannungen der Elektrode U waren während der Versuche durch die Divergenzen geeigneter Elektroskope festgehalten. Die Aichung der Elektroskope ergab die höchste, bez. die mittlere angewandte Spannung einer Schlagweite von 3,40 bez. 0,880 mm entsprechend, gemessen zwischen blanken Kugeln von 1,0 bez. 0,7 cm Radius, woraus die zugehörigen Werte P der Tabelle folgen. Das für die geringste Spannung benutzte Elektroskop wurde durch elektrostatische Versuche unter Vermittelung grosser Capacitäten an Funkenlängen nach oben und an die durch Ströme messbaren Spannungen nach unten angeschlossen; der so hergestellten Aichungscurve ist die erste Zahl P entnommen.

Tabelle III.

Potential P der bestrahlten Elektrode	Ablenkender Strom J	$\frac{P}{J^2}$	$\frac{\varepsilon}{\mu} = \frac{P}{J^2} \frac{2}{H_1^2 R^2}$	$v = \frac{2P}{H_1 R J}$
C.G.S. (magn.)	Ampère		$cm^{\frac{1}{2}} g^{-\frac{1}{2}}$	cm sec^{-1}
$607 . 10^6$	0,65	$144 . 10^9$	$11{,}7 . 10^6$	$0{,}12 . 10^{10}$
4380	1,78	138	11,2	0,32
12600	2,94	146	11,8	0,54

Mit den so gewonnenen Daten prüfen wir nun quantitativ die Annahme, dass die durch das Licht mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 in Bewegung gesetzten Quanten unseres Strahles sich verhalten wie die Quanten eines Kathodenstrahles, dass sie also erstens im homogenen elektrischen Felde mit der Potentialdifferenz P beschleunigt werden zu der Geschwindigkeit v nach der Gleichung:

$$v^2 - v_0^2 = 2 \frac{\varepsilon}{\mu} P^2),$$

1) A. Righi, Mem. della Reale Acad. di Bologna (4) **9**. p. 379. 188

2) Eine besondere Prüfung dieser Beziehung an Kathodenstrahle habe ich früher durchgeführt (Wied. Ann. **65**. p. 504. 1898). Nachträglich zu dieser Arbeit sei mir gestattet, auf damals schon veröffentlichte aber mir unbekannt gewesene Beobachtungen Hrn. Des Coudres' aufmerksam zu machen (Verh. d. Phys. Ges. zu Berlin **17**. p. 17. 1898), in welche

und dass sie zweitens im quergestellten Magnetfelde H den Krümmungsradius:

$$R = \frac{v}{H}\frac{\mu}{\varepsilon}$$

annehmen. Da wir H nach dem Strom J beurteilen, setzen wir $H = H_1 . J$, wo dann H_1 das beim Strom 1 Ampère bestehende Feld bedeutet.

Wir fügen noch die besondere Annahme einer sehr kleinen Anfangsgeschwindigkeit hinzu, setzen also $v_0 = 0$. Es folgt dann:

$$\frac{P}{J^2} = \frac{1}{2} H_1^2 R^2 \frac{\varepsilon}{\mu} = \text{Constans},$$

eine Beziehung, welche durch die dritte Columne der Tabelle III bestätigt wird. Es findet also die Gesamtheit unserer Annahmen keinen Widerspruch. Über die wirkliche Grösse der Anfangsgeschwindigkeit werden wir später Auskunft erhalten (8).

7. Zur Berechnung des Dichtenverhältnisses ε/μ und der Geschwindigkeit v ist neben P/J^2 noch die Kenntnis von H_1 und R erforderlich, zweier zusammengehöriger Werte von Feld und Radius, die übrigens auf jeden beliebigen Punkt der Bahn des Strahles zwischen E und β sich beziehen können. Da nun dieser ganze Teil der Bahn wegen der dort nahezu gleichförmigen Stärke des Feldes nahezu kreisförmig sein wird, wählen wir das mittlere Feld und den dazu gehörigen mittleren Krümmungsradius zwischen E und β.

Das Magnetfeld in der Ebene des Strahles wurde durch die Schwingungen einer sehr kleinen, stark magnetisirten, mit Blei beschwerten Nadel untersucht. Folgendes sind die beobachteten Schwingungsdauern:

Entfernung von der Axe der Rollen	0	1	2	3	4	5 cm
Schwingungsdauer bei 1 Ampère Strom	1,08	1,11	1,23	1,51	2,21	4,15sec

eine Beeinflussung der Strahlen durch ihnen parallele elektrische Kraft nachgewiesen und auch im Sinne obiger Gleichung schon gedeutet wird. Ebenfalls nahe gleichzeitig hat Hrn. Wiechert's experimentelle Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Kathodenstrahlen den Gegenstand in ein neues Stadium gerückt (Gött. Nachr., Math.-phys. Klasse, 1898, p. 260).

Bei 6 und 7 cm axialer Entfernung wich die Ruhelage der Na schon sehr ab von der senkrecht zum Meridian gestellt Richtung der Rollenaxe, das Magnetfeld war also an dies Stellen schon von der Ordnung des Erdfeldes und also f unseren Zweck ausser Betracht. Die Elektrode E stand 3 c die Elektrode U 6,6 cm von der Rollenaxe ab. Das centra Magnetfeld wurde aus den Ausmessungen des sehr reg mässig gestalteten Rollensystems zu 16,0 C.G.S. für den Stro 1 Ampère berechnet. Hiernach ergiebt sich mit Hülfe d Schwingungsdauern das mittlere Magnetfeld zwischen E und $H_1 = 13{,}0$ C.G.S.

Der mittlere Krümmungsradius auf derselben Strecke i der Radius eines Kreises, welcher durch die Centren von und β geht und dessen Richtung bei E gegeben ist. Fie diese Richtung genau in die gemeinsame Axe von U und so würde der Radius nach den am Rohre vorgenommenen Au messungen 8,7 cm betragen. Indessen der Strahl ist schon v seinem Durchtritte durch E dem, wenn auch schwachen Ran des Magnetfeldes der Rollen ausgesetzt, er wird daher sch unter einem kleinen Winkel zu jener Axe gegen β hin genei durch E kommen, was den wirklichen Krümmungsradius ve grössert. Der Winkel ergiebt sich aus unseren Gleichungen

$$\frac{\sqrt{\sigma}}{H_1 R} \cdot \int_0^{\sigma} \frac{H\,ds}{\sqrt{s}},$$

wo σ die Entfernung von U bis E, was mit dem obigen a genäherten Radius, nach graphischer Ermittelung des Integral berechnet, $5^0\ 12'$ ausmacht. Der corrigirte Radius ist da $R = 12{,}1$ cm.

Die nunmehr berechenbaren Werte von ε/μ sind in d vierte Columne der Tabelle III eingetragen. Dieselben weich ab von dem früher an Kathodenstrahlen von mir erhalten Werte $6{,}4 \cdot 10^6$.[1]) Zwingender Grund, diese Abweichung wirklich zu betrachten, ist freilich nicht vorhanden; die damalige wie auch die gegenwärtigen Versuche waren nicht zum Zwec der Messung von vornherein eingerichtet, noch konnten

1) P. Lenard, Wied. Ann. **64.** p. 287. 1898; **65.** p. 508. 1898.

dies zu ihrer Zeit auch sein.[1]) Um so mehr schien es mir von Interesse, einen unmittelbaren Vergleich auszuführen zwischen den durch Licht und den durch Gasentladung erzeugten Strahlen. Es wurden dazu in das benutzte Rohr geeignete Luftmengen eingelassen und die Elektrode U mit der Influenzmaschine verbunden. Der entstehende, hier recht scharf begrenzte Phosphorescenzfleck deckte nahezu die Elektrode α; die Ströme, welche ihn zur Deckung mit β brachten, waren $J = 1{,}7$, bez. 2,5 Ampère bei den Spannungen $P = 3300$, bez. $9300 \cdot 10^8$ C.G.S., was $P/J^2 = 114$, bez. $149 \cdot 10^9$ ergiebt, in guter Uebereinstimmung also mit dem an unseren Strahlen Gefundenen (vgl. Tab. III, Columne 3). Entscheidend ist dies freilich ebenfalls nicht, denn gegen Versuche der letzteren Art ist einzuwenden, dass sie nicht rein sind, weil inmitten von störendem Gas angestellt, und ausserdem, dass es noch zweifelhaft ist, ob hier mit Recht die ganze Potentialdifferenz der Elektroden in Rechnung gesetzt wird, wo dieselbe nicht nur die Beschleunigung, sondern auch die Erzeugung der Strahlen zu bewirken hatte. Die Frage nach der Constanz des Dichtenverhältnisses ε/μ scheint mir zur Zeit noch offen zu sein.[2])

Die Strahlgeschwindigkeiten v in der letzten Columne der Tabelle III zeigen, dass wir es hier zum Teil mit langsameren Strahlen zu thun hatten, als je vorher zur Untersuchung kamen. Die Geschwindigkeit der Strahlen, welche unter dem Einflusse der Potentialdifferenz 607 Volt entstanden — entsprechend mittelgrosser Divergenz eines gewöhnlichen Elektroskopes —, ist etwa $^1/_{30}$ der Lichtgeschwindigkeit. Dass diese Strahlen keine Phosphorescenzwirkung auf der Glaswand des Rohres hervorbrachten, ist nicht zu verwundern. Erklärlich ist es ebenfalls, dass auch viel schnellere Strahlen, unter Anwendung sehr hoher Spannung erzeugt, in meinen Versuchen unsichtbar

1) Solange noch unverstandene Nebenerscheinungen im Spiel sind, ist exacte Messung überhaupt nicht möglich. Als eine Nebenerscheinung dieser Art bei den gegenwärtigen Versuchen möchte ich die in Fig. 2 ebenfalls sichtbare, manchmal aber viel ausgesprochener auftretende Zweiteilung des Maximums der Ablenkungscurven nennen. Was mögliche Fehler bekannten Ursprunges anlangt, möchte ich den gegenwärtigen Versuchen vor den früheren den Vorzug geben.

2) Man vgl. auch A. Schuster, Wied. Ann. **65**. p. 877. 1898.

blieben; denn früher von mir beobachtete Kathodenstrahlen welche Elektricitätsmengen von gleicher Grössenordnung trugen waren auf Glas nur im völlig verdunkelten Zimmer sichtbar in den gegenwärtigen Versuchen war jedoch unvermeidlich viel zerstreutes, erregendes Licht vorhanden. Aussichtsvoll dürfte hier die Anwendung geeigneter Phosphorescenzschirme sein.

8. Noch einige weitere Schlüsse sind aus den gemachten Beobachtungen zu ziehen. Zunächst sehen wir in der Schwäche des oben bei 607 Volt erhaltenen Strahles (vgl. 6.) ein Zeichen dass die Ausstrahlung von der belichteten Oberfläche nicht in normaler Richtung allein, wie in einem Entladungsrohre, sondern diffus nach allen Richtungen hin erfolge; denn aus Tabelle . ersehen wir, dass bei dieser Spannung noch immer dieselbe Elektricitätsmenge zur Ausstrahlung kommt wie bei den höheren Spannungen, welche aber viel intensivere Strahlen hinter den Diaphragma *E* gaben. Der Intensitätsunterschied ist erklärt wenn die Ausstrahlung nach allen Richtungen hin erfolgt; es werden dann unter dem Einflusse des elektrischen Feldes zwischen *U* und *E* die Strahlen um so näher einer gemeinsamen normalen Richtung zugebogen, also umso mehr Strahlen auch durch die Oeffnung in *E* gelenkt, je höher die Spannung ist. Auch die Notwendigkeit, bei Anwendung geringer Spannungen Belichtung des Randes von *U* zu vermeiden, wenn reine Strahlen hinter *E* sich zeigen sollten (vgl. Anmerkung p. 367) wird durch diffuse Ausstrahlung erklärt, denn solche würde wenn nicht durch starke Kräfte unschädlich gemacht, die Strahlung über den äusseren Rand von *E* greifen lassen.

Mit der diffusen Ausstrahlung hängt auch das Bestehen einer endlichen Anfangsgeschwindigkeit zusammen. Um über die Grösse derselben in unseren Versuchen eine Vorstellung zu erlangen, verband ich *U* und *E* leitend miteinander und mit der Erde, sodass elektrische Kräfte zwischen ihnen, wenigstens zu Anfang der Ausstrahlung, nicht bestanden. Zugleich waren zwei Stromrollen jetzt so an dem Rohre aufgestellt, dass die Strecke zwischen *U* und *E* in deren centralem Felde lag. Die Rollen waren mit ihrer gemeinsamen Axe in die Inclinationsrichtung gestellt, sodass das erdmagnetische Feld bei passend gewähltem Strome compensirt werden konnte, um zunächst zu sehen, ob etwa dieses Feld einen Einfluss auf die Aus-

strahlung hatte.[1]) Letzteres war nun allerdings nicht der Fall; die Quantität der entweichenden Elektricität (4.) war mit und ohne Erdfeld nicht deutlich verschieden. Wurde jedoch das Magnetfeld zwischen U und E mehr und mehr verstärkt, so trat, etwa beim Felde 6 C.G.S. eine deutliche Verminderung der entweichenden Menge ein (beim noch stärkeren Felde 16 C.G.S. war fast die ganze Ausstrahlung unterdrückt).[2]) Wir deuten dies Verhalten folgendermaassen. Die ohne äussere elektrische Kraft mit gleichbleibender Geschwindigkeit nach allen Richtungen vom belichteten Centrum (vgl. Anmerkung p. 367) der Elektrode sich wegbewegenden Quanten verfolgen im bestehenden homogenen Magnetfelde Kreise, bez. Schraubenlinien. Der Radius dieser Bahnen wird kleiner bei wachsendem Magnetfelde. Bei genügend angewachsenem Felde wird es zum ersten Male eintreten, dass eine der Bahnen auf keinen Körper der Umgebung mehr trifft, sondern zur Fläche der Ausgangselektrode zurückbiegt, und dies ist der Anfang des magnetischen Einflusses auf die entweichende Quantität.[3]) Der Durchmesser der ersten zurückkehrenden Bahn ist nach den Verhältnissen unseres Apparates von der Ordnung der Entfernung $UE = 3{,}6$ cm, und er gehört zum Felde 6 C.G.S., was die gesuchte Geschwindigkeit v_0 zu rund 10^8 cm/sec ergiebt.

Zum gleichen Ziele gelangt man, wenn man den Stillstand des Entweichens im elektrischen Felde betrachtet, welcher eintritt, wenn das Potential von U positiv etwa gleich 2,1 Volt ist (Tab. I). Fasst man den Vorgang so auf, dass jenes Potential P eben genügt, alle nach allen Richtungen von der belichteten Stelle weg mit der Geschwindigkeit v_0 ausgeworfenen Quanten wieder zur Elektrode zurückzubringen, ehe sie einen Körper der Umgebung getroffen haben, so kann man diese Geschwindigkeit angenähert nach der Gleichung berechnen

1) Der die belichtenden Funken erzeugende Inductionsapparat war bei den maassgebenden Versuchen in 6 m Entfernung vom Rohre aufgestellt.

2) Es ist dies die von den Herren Elster und Geitel (Wied Ann. 41. p. 166. 1890) und Righi (Atti, l. c.) gleichzeitig entdeckte Erscheinung.

3) Eine, soweit ich aus einer vorliegenden vorläufigen Notiz sehen kann, gleiche Auffassung des hemmenden magnetischen Einflusses ist jüngst von Hrn. J. J. Thomson veröffentlicht worden (Phys. Zeitschr. 1. October 1899).

$v_0 = \sqrt{2 P s/\mu}$, denn die genügend leitende Glaswand Rohres wird, wie E, Erdpotential haben. Es ergiebt dies eb falls v_0 nahe 10^8 cm/sec.

Eine Anfangsgeschwindigkeit von solcher Grösse kon in unseren Ablenkungsversuchen (6.) sehr wohl unbeme bleiben, denn sie beträgt nur $^1/_{10}$ der geringsten dort v kommenden Endgeschwindigkeit; ein Fehler von $^1/_{100}$ in Versuchsdaten würde also genügen, sie völlig zu verdecken

9. Wir haben bisher ausschliesslich die Erscheinungen Vacuum betrachtet. Die hier gewonnenen Resultate brin jedoch von selber notwendige Folgen mit sich für den E des Vorhandenseins eines Gases. Es mögen dieselben k angedeutet werden; sie scheinen mir mit schon Bekannt gut zusammenzutreffen. Die von der belichteten Fläche a gehenden Kathodenstrahlen werden von dem Gase absorl werden und dabei ihre Ladungen an dasselbe abgeben; von ab führt das so geladene Gas die Elektricität weiter in d jenigen Bahnen und mit denjenigen verhältnismässig s geringen Geschwindigkeiten, welche Hr. Righi gefunden auch im Sinne des geladenen Gases aufgefasst hat. Ist Druck des Gases nicht sehr klein, so wird der Elektricitä transport in Form von Kathodenstrahlen auf eine sehr dü Schicht in Nachbarschaft der belichteten Oberfläche beschrä sein, denn der geringen Anfangsgeschwindigkeit (8.) der a gesandten Strahlen entspricht grosse Absorbirbarkeit[1]) d selben. Bei geringem Druck wird jene Grenzschicht eine d geringeren Absorptionsvermögen des Gases[1]) entsprechei grössere Dicke annehmen, sie wird dadurch der Beobachtu mehr zugänglich werden.[2]) Die von Hrn. Righi bei gerin Gasdrucken gefundene diffuse Ausbreitung der Ladungen v der belichteten Stelle aus[3]), welche dieser Forscher allerdings a der Bewegung der Gasmolecüle erklärt, möchte danach identi sein mit der hier gefundenen diffusen Kathodenausstrahlung (

1) Vgl. Wied. Ann. 56. p. 255. 1895.

2) In der That kündigt Hr. J. J. Thomson in der citirten N Beobachtungen an, welche die lichtelektrische Entladung innerhalb je Grenzschicht eines verdünnten Gases betreffen und diese als Kathod strahlung aufzufassen erlauben.

3) A. Righi, Atti, l. c.

Complicirend muss bei dem Vorhandensein eines Gases noch hinzutreten das Leitvermögen, welches dem Gase durch die Kathodenstrahlen bei deren Absorption erteilt wird[1]); es wird dadurch der bestrahlte Körper mit einer negativ geladenen und zugleich leitenden Atmosphäre umgeben. Dadurch wird erstens verständlich, dass beim Vorhandensein von Gas die in der Zeiteinheit entladene Elektricitätsmenge mit zunehmender Spannung wächst, und zweitens auch, dass im Gas überhaupt noch grössere Elektricitätsmengen entladen werden können als im Vacuum (4., Tab. II). Auch die bei hohem Gasdrucke wieder eintretende Verminderung der Entladung widerstrebt der Erklärung nicht; Schwierigkeiten scheint indes der Fall des ursprünglich positiv geladenen Körpers in Luft zu bieten, doch mangelt zur Beurteilung dieses Falles zur Zeit genügende Kenntnis der Eigenschaften der durch Kathodenstrahlen in geladenen und leitenden Zustand versetzten Gase.

1) Vgl. Wied. Ann. **51.** p. 240. 1894.

(Eingegangen 9. Mai 1900.)

11. *Untersuchungen über die Beeinflussung der Länge der von einem Righi'schen Erreg ausgesandten elektrischen Wellen durch Drähte welche der Primärleitung angehängt werden;* von *Adolf Lindemann.*

(Rostocker gekrönte Preisschrift.)

Die folgenden Untersuchungen liefern einen Beitrag der bereits mehrfach erörterten Frage[1]) nach der Wirkung weise der an die Primärleitung eines Righi'schen Erreger angehängten Drähte, welche den charakteristischen Teil d Versuchsanordnung ausmachen, welche Marconi für sei drahtlose Telegraphie verwendet.

Das specielle Ziel der Arbeit ist die experimentelle Unt suchung der Veränderungen, welche die Länge der von de Erreger ausgesandten elektrischen Wellen durch die Anhängu der Drähte erleidet und damit die genaue Erforschung d Schwingungsvorgänge, wie sie sich in einem derartig a geänderten Erreger abspielen.

Untersuchungsmethode.

Die Bestimmung der Wellenlänge eines Hertz'sch Erregers begegnet Schwierigkeiten wegen der verschieden Dämpfung, welche elektrische Schwingungen in dem Erreg und einem Resonator erfahren. Die Dämpfung der Erreg schwingungen ist nämlich sehr gross, sodass die sehr gerin Dämpfung der Schwingungen in einem Resonator dagegen v nachlässigt werden kann. Die Folge davon ist die zuerst v Sarasin und de la Rive[2]) beobachtete und seitdem vielfa beleuchtete Erscheinung der multiplen Resonanz, welche da besteht, dass man bei den gebräuchlichen Wellenlängebesti mungen Hertz'scher Schwingungen durch Resonatoren ni

1) M. Ascoli, Beibl. 22. p. 610. 1898; Martin Tietz, Elek techn. Zeitschr. XIX. p. 562. 1898; vgl. auch Slaby, Funkentelegra p. 5. Berlin 1897.

2) E. Sarasin u. L. de la Rive, Beibl. 14. p. 419. 1890; Arch Genève (3) 23. p. 113. 1890.

die Wellenlänge des Erregers, sondern die des verwandten Resonators erhält. Anders scheinen allerdings die Verhältnisse zu liegen, wenn man, wie dies in letzter Zeit geschehen ist[1]), den Cohärer zur Messung der Wellenlänge verwendet. Nach den vorliegenden Untersuchungen scheint dieser direct die Wellenlänge des Erregers zu ergeben. Die Bestimmung der Wellenlänge mit dem Cohärer ist jedoch eine so schwierige, dass eine Untersuchung der im Folgenden zu beobachtenden, teilweise recht schwachen Wirkungen nach diesem Verfahren von vornherein aussichtslos erschien. Ich verzichtete deshalb auf eine Anwendung desselben und maass die Länge der Erregerwellen nach einer Methode, welche auf der Möglichkeit einer Abstimmung resonirender Systeme beruht. Eine Abstimmung kann man nämlich bei den vorliegenden Apparaten dadurch erreichen, dass man mit der Länge eines Resonators dessen Eigenschwingung verändert und mit Hülfe eines Apparates, der die Intensität der im Resonator herrschenden Schwingung zu messen gestattet, z. B. eines Thermoelementes, diejenige Länge bestimmt, für welche das Ansprechen des Resonators sein Maximum erreicht. Nimmt man nun an, dass für diese Resonatorlänge Primär- und Secundärleiter isochrone Schwingungen machen, so giebt eine Bestimmung der dem letzteren zukommenden Wellenlänge zugleich die des ersteren.[2]) In seiner ausführlichen mathematischen Darstellung der elektrischen Resonanz hat nun Hr. Victor Bjerknes[3]) nachgewiesen, dass wegen der verhältnismässig grossen Dämpfung der elektrischen Wellen die Isochronität beider Leiter im allgemeinen nicht genau mit dem Maximum des Ansprechens des Resonators zusammenfällt; zugleich giebt er eine Methode an, wie man auf graphischem Wege aus der „Resonanzcurve", der Curve, welche man erhält, wenn man die den Wellenlängen der Eigenschwingungen proportionalen Resonatorlängen als Abscissen, die zugehörigen Ausschläge als Ordinaten aufträgt, diesen „Isochronitätspunkt" der Curve bestimmen kann.

1) A. le Royer u. P. v. Berchem, Beibl. **19**. p. 93. 1895; O. Behrendsen, Wied. Ann. **66**. p. 1024. 1898.

2) Die Methode ist bereits von I. Klemenčič und P. Czermak (Wied. Ann. **50**. p. 174. 1893) angewandt worden.

3) V. Bjerknes, Wied. Ann. **55**. p. 121. 1895.

Thatsächlich liegt nun jedoch dieser Isochronitätspunkt meistens der Spitze des Maximums so nahe, dass, namentlich bei der Beobachtung sehr kleiner Wellen, der durch Identificirung derselben entstehende Fehler die Beobachtungsfehler nicht wesentlich übersteigt. In den folgenden Untersuchungen, bei denen zudem geringe Fehler in den Bestimmungen von Wellenlängen ohne Einfluss auf das Endresultat waren, wurde deshalb der zwischen ihnen bestehende Unterschied durchweg vernachlässigt.

Apparate.

Die bei den Versuchen benutzten Apparate wichen, um für Laboratoriumsuntersuchungen geeignet zu sein, namentlich hinsichtlich ihrer Dimensionen etwas von den für die praktische Ausübung der Funkentelegraphie gebräuchlichen Apparaten ab.

Die Anordnung des verwandten Righi'schen Erregers wurde dem Buche Slaby's über Funkentelegraphie entnommen. Die massiven Erregerkugeln waren von Messing und hatten einen Durchmesser von 3,4 cm. Ihr gegenseitiger Abstand — die Länge des Oelfunkens — war zu reguliren, er wurde jedoch bei allen Versuchen ungefähr gleich 0,7 mm erhalten, da der Erreger bei diesem Abstande am besten wirkte. Da die Oberfläche der Kugeln vom Funkenstrom ziemlich stark angegriffen wurde, so hielt ich es, um constante Wirkung zu erzielen, für nötig, die Kugeln von Zeit zu Zeit zu reinigen und das zum Funkenübergange benutzte Paraffinöl zu filtriren, bez. durch neues zu ersetzen. Die Zuleitung zu den Erregerkugeln vermittelten zwei in ihrem Abstande verstellbare Messingkugeln von ca. 1 cm Durchmesser, die an je einem senkrecht zur Axe des Erregers stehenden Drahte befestigt und durch diese mit dem Inductorium verbunden waren. Ausserdem waren die Zuführungskugeln noch mit je einer Klemmschraube zur Aufnahme der anzuhängenden Drähte versehen.

Bei sämtlichen Versuchen wurde der Erreger ohne Hohlspiegel benutzt. Würde dieser nämlich nicht zufällig eine Brennweite von genau einem ungeraden Vielfachen des vierten Teiles der dem Erreger eigenen Wellenlänge besitzen, so würde er, wegen der Interferenz der von ihm reflectirten und der direct vom Erreger ausgesandten Strahlen, eine Verschiebung

des Resonanzmaximums veranlassen und somit die Bestimmung der Länge der Erregerwellen unmöglich machen.

Als Stromquelle diente ein durch einen Gleichstrom von 110 Volt gespeistes Inductorium, dessen Unterbrechung durch einen Wehneltunterbrecher mit regulirbarer Elektrode[1]) betrieben wurde. Bei der verwandten Stromstärke von 5 bis 6 Amp. betrug die Funkenweite ungefähr 10 cm. Die Anwendung des Wehneltunterbrechers stiess zunächst insofern auf Schwierigkeiten, als bei den Versuchen meist nur verhältnismässig kleine Funkenstrecken verwandt werden mussten. Dadurch wurde zuweilen die Selbstinduction in der Primärspule des Inductoriums so stark herabgemindert, dass ein Aussetzen des Unterbrechers eintrat. Durch Vorschaltung einiger Selbstinductionsspulen liess sich jedoch dieser Uebelstand recht vollkommen beseitigen.

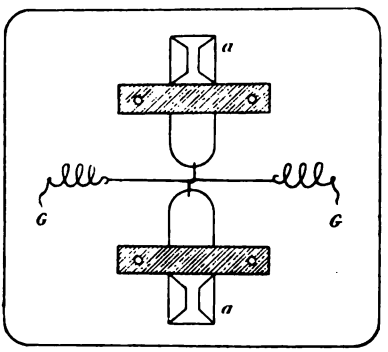


Fig. 1.

Zur Beobachtung der elektrischen Wellen verwandte ich ausschliesslich Thermoelemente. Der geradlinige Resonator hatte die in Fig. 1 in natürlicher Grösse abgebildete Form.

Zwei 6 mm breite und ca. 18 mm lange Streifen von dünnem Kupferblech wurden durch Ebonitstreifen in ihrer Lage erhalten. Das nach aussen gerichtete Ende dieser Blechstückchen war mit umgebogenen Ansätzen versehen, sodass ein weiterer Metallstreifen hineingesteckt und so die Länge des Resonators verändert werden konnte. Das in der Mitte befindliche Thermoelement, bestehend aus einem Eisen- und einem Constantandrahte, beide von 0,025 mm Durchmesser[2]), war in der von Klemenčič[3]) angegebenen Weise angeordnet. Die durch die Joule'sche Wärme der Resonatorschwingungen im

1) Es wurde eine der von A. Wehnelt, Wied. Ann. **68.** p. 265. 1899 oben angegebenen Anordnung ganz ähnliche verwandt.

2) Bezogen von Hartmann & Braun, Frankfurt a. M.-Bockenheim.

3) I. Klemenčič, Wied. Ann. **45.** p. 78. 1892.

Thermoelemente erregte elektromotorische Kraft wurde mit Hülfe eines d'Arsonvalgalvanometers beobachtet, dem zur Verminderung der Ueberaperiodicität ein grösserer Ballastwiderstand vorgeschaltet wurde. Der Resonator wurde, wie der Erreger, ohne Hohlspiegel verwendet.

Bei einigen Versuchen liess es sich nicht vermeiden, dass durch die Entladungen des Inductoriums auch in den Zuleitungen zum Resonator Ströme inducirt wurden, die auch ihrerseits wieder eine Erwärmung des Thermoelementes verursachten. In den Fällen, wo diese Erwärmung die Resultate beeinflussen konnte, wurde deshalb die Grösse des entstehenden Fehlers mit Hülfe eines Thermoelementes bestimmt, dass sich von dem obigen insofern unterschied, als hier die dort an den Kupferstreifen des Resonators befestigten Enden der Drähte des Thermoelementes an kleine, in das Grundbrett geschlagene Metallstifte gelötet waren. Im übrigen wurde jedoch das Correctionselement dem Elemente des Resonators in seiner geometrischen Gestalt möglichst gleich gemacht.

Versuche.

Vermittelst der beschriebenen Apparate wurde zunächst nach der oben angegebenen Methode die Wellenlänge des Erregers ohne Drähte bestimmt. Beim Resonanzversuch befand sich der Resonator in einer Entfernung von ungefähr 60 cm vom Erreger. In die Enden $a\,a'$ des ersteren wurden kurze Stücke Kupferblech gesteckt, an die Streifen von starkem Stanniol gelötet waren. Durch Abschneiden wurden dann diese Streifen von beiden Seiten gleichmässig verkürzt, wobei die jeweilige Resonatorlänge an einer auf die Stanniolstreifen geklebten Papierscala abzulesen war. Für jede Länge des Resonators wurde der durch 10 sec langes Einschalten des Erregers am Galvanometer erreichte Ausschlag abgelesen. Die Mittelwerte aus je vier bis fünf untereinander wenig verschiedenen Ablesungen sind in Fig. 2 verzeichnet. Die so erhaltenen Punkte bilden eine Curve, welche ein deutliches Maximum für eine Resonatorlänge von 10,5 cm und in einer Periode von der Hälfte dieser Länge auf das erste folgend noch drei weitere, allerdings nur schwach angedeutete Maxima zeigt.

Für den 10,5 cm langen Resonator wurde alsdann die Wellenlänge bestimmt. Es geschah dies durch Ausmessung der durch Reflexion an einer 2 m vom Erreger aufgestellten grossen Zinktafel gebildeten stehenden Wellen. Die Resultate der Messung giebt Fig. 3 wieder. Es zeigt sich, dass die Entfernung zweier Knotenpunkte nicht merklich von der Länge des Resonators abweicht. Zugleich giebt die Curve ein gutes Bild von der Grösse der Dämpfung der beobachteten Schwingungen. Indem wir nun die doppelte Entfernung zweier Knotenpunkte, 21 cm, als die dem Erreger eigene Wellenlänge annehmen, gewinnen wir zugleich eine Erklärung der in der Resonanzcurve auftretenden periodischen schwachen Maxima. Für die diesen Punkten der Curve entsprechenden Resonatorlängen wird nämlich eine der Oberschwingungen desselben mit den Erregerschwingungen in Resonanz sein. Merkwürdig ist dabei, dass diese Resonanz auch für Längen des Resonators eintritt, welche ungerade Viertel der Wellenlänge des Erregers betragen. Da nämlich an den freien Enden des Resonators Bäuche auftreten müssen, so kann man sich für diesen Fall von der Verteilung der Knoten und Bäuche im Resonator kaum eine Vorstellung machen. Die Schwäche der drei letzten Resonanzmaxima denke ich mir dadurch entstanden, dass bei der geringen Ausdehnung des Erregers die Anfangsenergie der im Resonator erregten Schwingungen mit der Länge desselben nicht erheblich grösser wird, während ihre Dämpfung mit seiner Länge wesentlich zunimmt, da ein Resonator um so mehr Energie ausstrahlen und in Joule'sche Wärme umwandeln wird, je länger er ist.

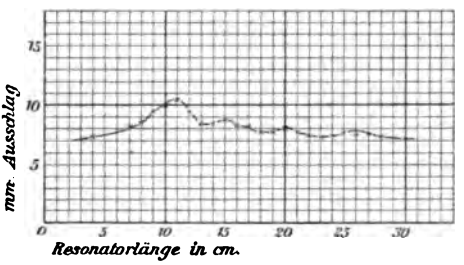


Fig. 2.

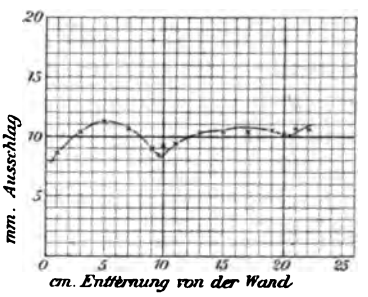


Fig. 3.

Für den Resonanzversuch wären allerdings nach den Untersuchungen von Bjerknes über das Absorptionsvermögen von Metallen für elektrische Schwingungen[1]) vollständig aus Kupfer bestehende Resonatoren zweckmässiger gewesen, als solche, welche, wie die verwandten, teilweise aus Zinn bestehen; da jedoch nach denselben Untersuchungen auch bei Verwendung letzteren Materiales ein deutliches Resonanzmaximum zu beobachten sein musste, so zog ich, des bequemeren Arbeitens wegen, seine Anwendung vor.

Der Resonanzversuch unterliegt, wohl namentlich wegen der Kleinheit der benutzten Wellen, verschiedenen störenden Einflüssen, deren Beseitigung oft nicht ganz leicht ist. Vor allem müssen irgendwie dem Resonator parallele, selbst dielektrische Körper aus seiner Nähe entfernt werden, da sie durch Verursachung von Reflexionen und secundären Wellen das Resonanzbild trüben. So zwang mich die Reflexion der Wellen an den senkrechten Stativen, die zunächst verwandte verticale Stellung von Erreger und Resonator aufzugeben und eine horizontale Anordnung zu wählen. Ganz besonders muss darauf Rücksicht genommen werden, dass die Zuleitungsdrähte zum Oscillator sowohl wie zum Resonator genau rechtwinklig auf diese zugeführt werden, sodass etwaige in ihnen erregte Schwingungen nicht auf den Resonator einwirken können. Die durch Nichtbeachtung dieser Vorsicht entstehenden Störungen sind ganz besonders starke.

Nachdem so die Wellenlänge des Erregers bestimmt war, wurde zur eigentlichen Untersuchung der Veränderungen geschritten, welche die Anhängung von Drähten in der elektrischen Strahlung des Erregers hervorbringt. In Bezug auf die Drähte müssen zwei Versuchsanordnungen unterschieden werden. Die von Marconi herrührende, bei der praktischen Ausübung der Funkentelegraphie gebräuchliche Anordnung ist die, dass man die eine Zuführungskugel des Erregers mit einem frei ausgespannten Drahte, der Luftleitung, verbindet, die andere zur Erde ableitet. Als Empfangsapparat verwendet man dann einen gleichfalls einseitig mit der Erde verbundenen und mit Luftleitung versehenen Indicator für elektrische Wellen

1) V. Bjerknes, Wied. Ann. 47. p. 69. 1892.

Eine andere Anordnung, die allerdings bisher wohl lediglich für Versuchszwecke verwandt worden ist, ergiebt sich, wenn man die Erdleitung fortlässt und statt dessen jede der beiden Zuführungskugeln mit einem frei ausgespannten Drahte versieht. Die letztere Anordnung hat den Vorzug grösserer Uebersichtlichkeit und ist zudem die für Laboratoriumsversuche geeignetere. Ich legte diese deshalb zunächst bei meinen Versuchen zu Grunde.

Resonanzuntersuchungen bei angehängten Drähten hat bereits Hr. Martin Tietz[1]) ausgeführt, in der Absicht, die sich eventuell ergebende Möglichkeit einer Abstimmung für die praktische Ausführung der Funkentelegraphie nutzbar zu machen. Für die zuletzt besprochene Versuchsanordnung findet er, dass das Ansprechen des Resonators ein sehr scharfes Maximum erreicht, wenn die Drähte am Erreger und Empfänger gleiche Länge haben.

Aus diesem Versuchsresultate geht hervor, dass der Erreger nach Anhängung der Drähte Schwingungen von wesentlich grösserer Wellenlänge aussendet. Bei der Ausmessung der von einem solchen Erreger an einer Metallwand erzeugten stehenden Wellen mit einem isochronen Resonator, dessen Länge aus noch zu besprechenden Resonanzversuchen entnommen war, erhielt ich in der That ein ausgesprochenes Wellenbild, in dem, wie zu erwarten war, die Entfernung zweier Knoten, also die halbe Wellenlänge der gemessenen Schwingung, nicht wesentlich von der Entfernung der beiden äusseren Drahtenden am Erreger abwich.

Nach diesen Ergebnissen scheint also die Wirkungsweise der Drähte einfach darin zu bestehen, dass sie zusammen mit den Erregerkugeln, die mit ihnen durch die Luftfunkenstrecken leitend verbunden sind, einen einzigen Hertz'schen Erreger bilden, der auf grössere Entfernungen wirkt als ein einfacher Righi'scher Oscillator, da die von ihm ausgesandte elektrische Strahlung eine grössere Wellenlänge besitzt. Wir kommen damit auf eine bereits von Hrn. M. Ascoli[2]) ausgesprochene Ansicht über die Wirkungsweise der Drähte zurück.

1) M. Tietz, l. c.
2) M. Ascoli, l. c.

Verfolgt man jedoch diese Ansicht weiter, so stösst m
auf Schwierigkeiten. So leuchtet es ein, dass sie auf d
Theorie des einfachen Righi'schen Oscillators den Rückschlu
erlaubt, dass die durch ihn hervorgerufene Schwingung in ihr
Wellenlänge nicht allein von den Dimensionen der die O
funkenstrecke bildenden Kugeln, sondern auch von der Cap
cität der Zuführungskugeln abhängig sei. Da dies nun na
den Untersuchungen Hrn. Righi's jedenfalls der Sachla
nicht entspricht[1]), so wird man die gegebene Erklärung d
Wirkungsweise der Drähte kaum für ausreichend erklär
können.

Es muss in der That bei näherer Ueberlegung äusse
zweifelhaft erscheinen, ob die mangelhafte Homogenität in d
Form und dem Materiale eines durch zwei Kugeln, zwei leiten
Funkenstrecken und zwei Drähte gebildeten Erregers eine ei
heitliche Wirkung desselben zu stande kommen lässt. Ich ka
deshalb zu der Ueberzeugung, dass, namentlich an den Lu
funkenstrecken, eine grössere Reflexion der Elektricitätsbew
gung auftreten müsste, was mir um so wahrscheinlicher e
schien, als nach den von Hrn. v. Geitler[2]) aufgestellten Rege
über die Reflexionserscheinungen bei Drahtwellen schon d
Uebergang von einer Kugel in einen Draht eine teilweise R
flexion derselben bewirken muss. Der Effect solcher Reflexion
erscheinungen in der hier behandelten Erregercombination
leicht zu übersehen; es wird in demselben nicht nur die ei
oben geschilderte Schwingung des ganzen Systems herrsch
sondern es werden sich in ihm mehrere Oscillationen sup
poniren: es wird auch die Schwingung, welche in dem Erreg
herrscht, wenn keine Drähte angehängt sind und vielleic
eine Eigenschwingung jedes der beiden angehängten Drä
auftreten.

Eine Prüfung dieser Ansicht ist unschwer vorzunehme
ist sie richtig, so muss die Resonanzcurve bei genauerer Unt
suchung ausser dem von Hrn. Tietz gefundenen Maxim
noch andere, wenn auch vielleicht bedeutend schwächere Maxi
zeigen.

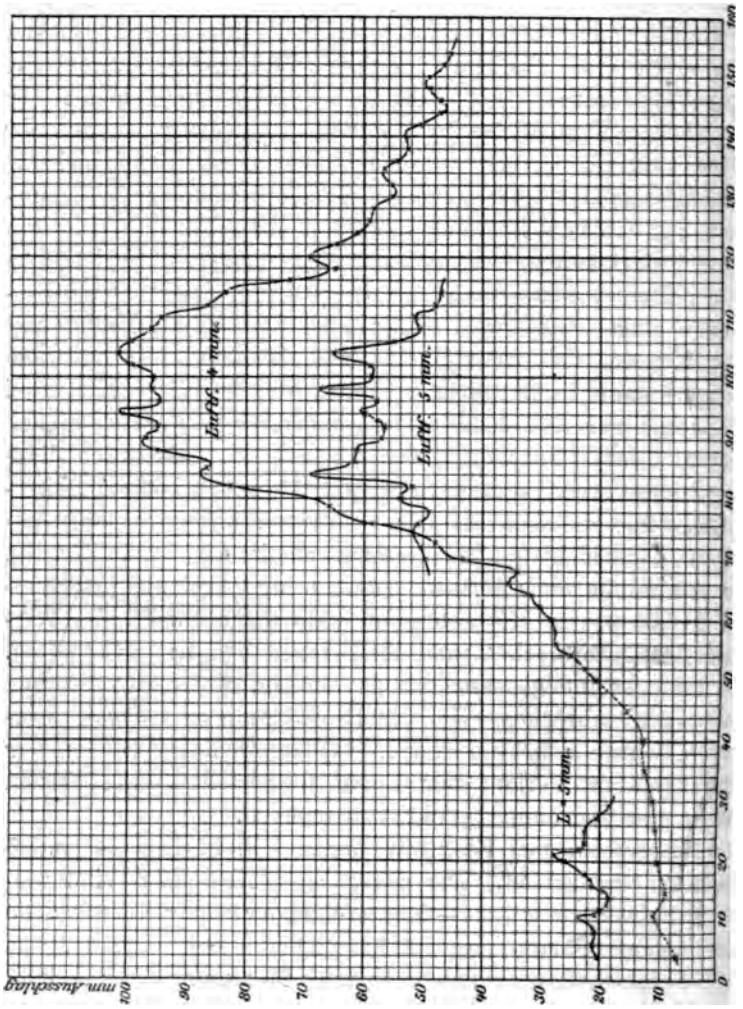
1) A. Righi, Die Optik der elektrischen Schwingungen, deut
von Dessau, p. 14. Leipzig 1898.

2) J. v. Geitler, Wied. Ann. **49**. p. 184. 1893.

Um die Messung mit der nötigen Genauigkeit ausführen zu können, wählte ich die dem Erreger angehängten Drähte nur relativ kurz, nämlich 45 cm lang. Sie waren von Kupfer und 0,9 mm stark. Als Empfänger diente der schon oben verwandte, mit Stanniolstreifen versehene Resonator. Da von vornherein eine Beeinflussung der Verhältnisse durch die Länge der Luftfunkenstrecken zu erwarten war (auch Tietz schreibt zur Erreichung einer deutlichen Resonanzwirkung sehr kleine Luftfunken vor), wurde die Resonanzcurve für mehrere Längen derselben aufgenommen. Die Aufnahme der Resonanzcurve für fehlende Luftfunkenstrecken stiess zunächst insofern auf Schwierigkeiten, als nur Ausschläge von 1—2 Scalenteilen zu erhalten waren, wenn nur die 0,7 mm lange Oelfunkenstrecke eingeschaltet war. Ich versah deshalb die Drähte mit zwei Kugeln von 1 cm Radius und brachte diese mit den Erregerkugeln in Berührung. Ihnen wurde dann durch zwei orthogonal zur Axe des Erregers angeordnete Funkenstrecken von ca. 3 mm Länge die Ladung zugeleitet. Die durch diese Anordnung etwas veränderte Capacität des primären Leitersystems äussert sich bei der erhaltenen Curve in einer geringen Verschiebung des Resonanzmaximums (vgl. Fig. 5). Die Aufnahme einer Resonanzcurve nimmt drei bis vier Stunden in Anspruch. Es gelingt deshalb nicht immer, die Wirkung des Unterbrechers und des Erregers constant zu erhalten, und man ist infolgedessen oft gezwungen, eine halb vollendete Messung abzubrechen. Um die Beobachtungszeit etwas abzukürzen, wurde daher an einigen weniger wichtigen Stellen nur der ungefähre Verlauf der Curve festgestellt; diese Stellen sind in der Zeichnung punktirt angegeben.

Die gewonnenen Resultate finden sich in Figg. 4 und 5 graphisch verzeichnet. Die angegebenen Ausschläge sind wieder Mittelwerte aus je 4—5 untereinander wenig differirenden Ablesungen. Sämmtliche Curven zeigen ausser dem grossen, der Gesamtschwingung entsprechenden Maximum deutlich kleinere Maxima an denselben Stellen und mit derselben Periode wie die Resonanzcurve, welche für den Erreger ohne Drähte erhalten wurde. Es geht daraus aufs deutlichste hervor, dass auch bei angehängten Drähten die ursprüngliche Schwingung des Oscillators fortbesteht, wobei besonders beachtenswert ist,

dass sie auch bei fehlender Luftfunkenstrecke, allein vermi
der Unregelmässigkeit in der Form des durch Erregerkug
und Drähte gebildeten Erregers, erhalten bleibt. Dage



sind, wie das Fehlen weiterer Maxima zeigt, Eigenschwingung
der Drähte nicht vorhanden, was wohl auf ihre einseitige V
bindung mit der Inductionsspule zurückzuführen ist.

Mit dem im Vorstehenden erbrachten Beweise, dass

mit beiderseits frei ausgespannten Drähten versehener Righi'scher Oscillator zwei superponirte Wellensysteme aussendet, ist diese Modification desselben auf jene Art von Erregern zurück-

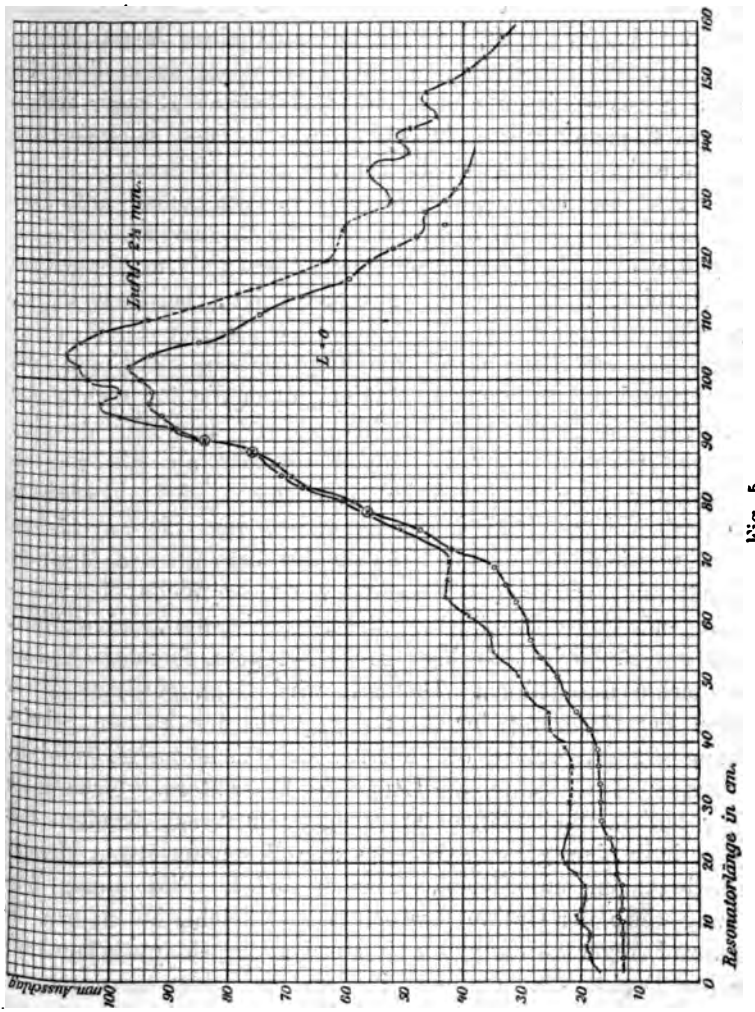


Fig. 5.

geführt, welchen J. v. Geitler unter dem Namen von „complicirten Hertz'schen Erregern" mehrere Aufsätze gewidmet hat[1]),

1) J. v. Geitler, Wied. Ann. **55**. p. 513. 1895; **57**. p. 412. 1896; **66**. p. 999. 1898.

und die wiederum einen speciellen Fall der „gekop Systeme“ Max Wien's bilden. [1])

Die hier verwandte Erregercombination weist jedoc Anzahl von Besonderheiten auf, die durch ihre eigentü Gestalt bedingt sind. Diese Besonderheiten lassen si zwei Klassen scheiden; sie haben entweder darin ihre sprung, dass die eine der zum complicirten Erreger v denen Capacitäten aus Drähten besteht, oder sie lasse auf die Anwesenheit der Luftfunken zurückführen.

Auf die erste Klasse werden wir durch die auffa Erscheinung geführt, dass, während die Resonanzcurve fü Erreger ohne Drähte nur ein deutliches und im übrige sehr schwach angedeutete Maxima zeigt, bei den C welche für Resonanz bei angehängten Drähten erhalten den, fast sämtliche durch die ursprüngliche Schwingun Erregers hervorgebrachten Maxima, auch die für recht Längen des Resonators erhaltenen, von ungefähr der Stärke und durchweg bedeutend schärfer als die fü Oscillator ohne Drähte erhaltenen sind. Diese Ersch erklärt sich wohl durch die Annahme, dass die angehä Drähte nicht allein, als Urheber der dem grossen Ma der Resonanzcurve entsprechenden „grossen“ Welle, eine v erregende Capacität bilden, sondern zugleich die „kleine“ die ursprüngliche Schwingung des Erregers, fortleiten u weiterhin ausstrahlen. Dadurch wird dann gewisserm eine Vergrösserung der Strahlungsquelle der kleinen S gung erzielt, welche es bewirkt, dass nicht mehr, wie Erreger ohne Drähte, die Länge des Resonators, welche der halben Wellenlänge ist, ausgezeichnet ist, sondern innerhalb eines grossen Gebietes alle Resonatorlängen gl Bedingungen unterliegen. Das einfachste Bild dieser kungsweise der Drähte gewinnt man vielleicht, indem m ganze Erregeranordnung als ein auseinandergeklapptes Le sches Drahtsystem auffasst, in dem die beiden Erreger die Function der Primärleitung haben und die ihnen überstehenden Zuführungskugeln die secundären Capa bilden, welche die Schwingungen der Erregerkugeln a

1) Max Wien, Wied. Ann. 61. p. 151. 1897.

Drähte übertragen. Die Anwesenheit der Luftfunkenstrecken dürfte die Verhältnisse für diese Uebertragung nur noch günstiger gestalten.

Es lässt sich nun beobachten, dass auch hier, wie bei dem Lecher'schen System, die Elektricitätsbewegung in den Drähten nicht einfach den Impulsen der Primärleitung folgt, sondern dass die Drähte selber Schwingungen ausführen. Solche in den Drähten erregten Schwingungen müssen nämlich, da sie sich in einer vollkommen metallischen Leitung bewegen, eine weit geringere Dämpfung besitzen, wie die ursprünglichen Erregerschwingungen, und diese geringere Dämpfung lässt sich im vorliegenden Falle thatsächlich beobachten. Sie

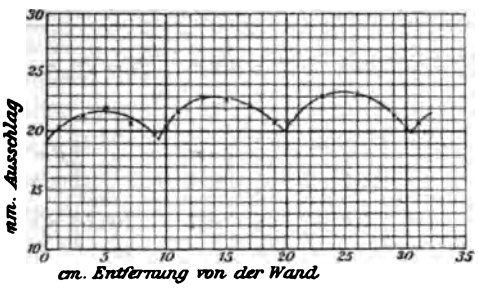


Fig. 6.

geht einerseits schon aus dem erwähnten Umstande hervor, dass die der kleinen Welle entsprechenden Resonanzmaxima für einen mit Drähten versehenen Erreger meistens schärfer sind als für einen solchen ohne Drähte; noch deutlicher tritt sie jedoch hervor, wenn man die durch einen Erreger mit Drähten an einer Metallwand erzeugten stehenden Wellen mit denen vergleicht, welche man ohne Anwendung derselben erhält. Fig. 6 enthält eine graphische Darstellung der bei der Ausmessung der ersteren durch einen 10,5 cm langen Resonator erhaltenen Resultate. Ein Vergleich derselben mit Fig. 3 zeigt den Unterschied in der Dämpfung aufs deutlichste.

Nachdem so das Bestehen einer durch die ursprüngliche Oscillation des Erregers in den Drähten ausgelösten Schwingung festgestellt worden ist, steht man sofort vor der weiteren Frage, ob diese Schwingung eine der möglichen Oberschwingungen der Drähte ist und damit je nach der Länge derselben in Bezug auf die ihr eigene Wellenlänge etwas von der ur-

sprünglichen Erregerschwingung abweicht, oder ob sie in dies Hinsicht mit derselben völlig übereinstimmt. Für die erste Auffassung scheint der Umstand zu sprechen, dass in den Figg. 4 und 5 dargestellten Resonanzcurven die Lage der klein Maxima vielfach nicht mit der durch die Wellenlänge v 10,5 cm geforderten zusammenfällt. Die Erscheinung zeigt si besonders deutlich in der Nähe des grossen Maximums. U auf diese Anomalie näher eingehen zu können, stelle ich der folgenden Tabelle die Lage der kleinen Maxima, sow sie sich in der Nähe des grossen Resonanzmaximums erkenn lassen, für die verschiedenen Curven zusammen.

Resonatorlängen in Centimetern, für welche kleine Maxima auftreten Länge der Drähte: 45 cm (grosses Maximum für $R = 104$ cm).

Maximum, entsprechend	$L = 5$ mm		$L = 4$ mm		$L = 2^1/_2$ mm		$L = 0$ mm	
$R = {}^3/_2\,\lambda$	84		84		84		85	
$^{17}/_4\,\lambda$	89	$d=$	89	$d=$	90	$d=$	91	$d=$
$^9/_2\,\lambda$	94,5	10,5	94,5	10,5	95,5	11,5	96	11
$^{19}/_4\,\lambda$	98	9,5	98	9,5	100,5	8,5	102	8
$^{10}/_2\,\lambda$	104		104		104		104	
$^{21}/_4\,\lambda$	110		110,5	10,5	108			9
$^{11}/_2\,\lambda$			114,5				113	
$^{23}/_4\,\lambda$			120					

L bedeutet die Länge der Luftfunken, R die Resonato länge, d die Differenz zwischen den durch Klammern ve bundenen Angaben.

Vergleicht man nun die in der Tabelle enthaltenen An gaben miteinander, so sieht man, dass die anomale Lage de kleinen Maxima lediglich darin besteht, dass dieselben vo beiden Seiten gegen das grosse Resonanzmaximum zusamme geschoben erscheinen, und zwar um so stärker, je schärfe das grosse Maximum hervortritt. In einiger Entfernung v demselben deckt sich jedoch ihre Lage — abgesehen v innerhalb der Beobachtungsfehler liegenden Abweichungen - fast immer mit der durch die Wellenlänge des Erregers ohn Drähte geforderten. Es dürfte daraus hervorgehen, dass d Verschiebung der kleinen Resonanzmaxima lediglich durch d Anwesenheit des grossen Maximums hervorgerufen wird, al secundärer Natur ist. Da ich nun auch für andere Läng

der Drähte keine andere systematische Abweichung als die genannte beobachten konnte, so glaube ich schliessen zu müssen, dass die von den Drähten ausgesandte kleine Schwingung eine Periode besitzt, welche vollkommen mit der der ursprünglichen Welle des Erregers übereinstimmt. Dieses auf den ersten Blick etwas befremdende Resultat würde vielleicht in dem Vorhandensein der Verbindungen mit dem Inductorium seine Erklärung finden. Übereinstimmend mit dem erhaltenen Resultate ist es, dass Versuche, welche darauf abzielten, bei gewissen Längen der Drähte eine Abstimmung zwischen ihnen und den ursprünglichen Erregerschwingungen zu constatiren, erfolglos blieben, indem die Resonanzcurve die kleinen Maxima stets in ungefähr derselben Stärke zeigte. Im ganzen muss jedoch zugegeben werden, dass dem Ergebnis wegen der Kleinheit der benutzten Wellen einige Unsicherheit anhaftet. Um die Frage sicher entscheiden zu können, müsste man Apparate von so grossen Dimensionen benutzen, dass ihre Verwendung innerhalb der Grenzen eines Laboratoriums auf Schwierigkeiten stossen würde.

In Bezug auf die zum Inductorium führenden Zuleitungsdrähte ist noch zu bemerken, dass sich auch in ihnen Schwingungen von der Periode der ursprünglichen Erregerschwingung ausbilden müssen, und dass auf diese die starken Störungen in der Resonanzcurve zurückzuführen sind, welche resultiren, wenn dieselben nicht genau senkrecht auf den Oscillator zugeführt werden.

Die zweite Klasse von Eigentümlichkeiten unserer Erregercombination betrifft den Einfluss der Grösse der Luftfunkenstrecken auf die quantitativen Verhältnisse der von ihm ausgesandten Wellensysteme. Ein Vergleich der für verschiedene Längen der Luftfunken aufgenommenen Resonanzcurven (Figg. 4 und 5) zeigt, dass dieser Einfluss ein doppelter ist. Zunächst zeigt die Aenderung in der Intensität des Ansprechens eines 10,5 und eines 104 cm langen Resonators, dass das Amplitudenverhältnis der beiden Schwingungen sich mit der Länge der Luftfunken ändert, und zwar derart, dass die kleine Welle mit zunehmenden Luftfunkenstrecken relativ stärker, die grosse Welle dagegen verhältnismässig schwächer wird. Der Umstand, dass die Spitze des Resonanzmaximums, welches der grossen Schwingung entspricht, mit abnehmenden Funkenstrecken

immer schärfer wird, ergiebt eine zweite Wirkung: Der galvanische Widerstand der Luftfunkenstrecken verursacl mit ihrer Länge um so grösser werdende Dämpfung der S

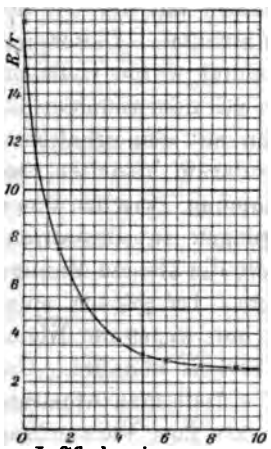


Fig. 7.

gungen des gesamten Systems. Bild von der Grösse der beschrie Abhängigkeit der Amplituden u Dämpfung giebt die in Fig. ' gestellte Curve, welche die I der Luftfunkenstrecken als Abs die Verhältnisse der Ausschlä Resonators von 104 cm zu den 10,5 cm langen als zugehörige naten enthält. Da es bezeichne dass dieses Verhältnis für l werdende Luftfunken fortwähre steigt, trotzdem die Ausschlä beiden Resonatoren für eine F länge von 2,5 bez. 3 mm ein s Maximum erreichen, das übrige fach darauf zurückzuführen ist, dass für diese Länge di wandten Apparate die beste Wirkung ergeben[1]), so stelle der folgenden Tabelle diese Einzelausschläge und ihr V nis für einige Luftfunkenstrecken zusammen.

L	R	r	R/r
9	8,4	3,2	2,6
7,5	21,1	7,7	2,7
6	40,0	14,0	2,9
5	57,3	17,9	3,2
4	85,0	23,0	3,7
2,5	121,5	22,5	5,4
1,5	109,5	14,6	7,5
0	87	5	17,0

L bedeutet die Länge der Luftfunken, R und r si einem Resonator von 104 bez. 10,5 cm Länge entsprech Ausschläge.

[1]) Es dürfte dieses Maximum im wesentlichen mit dem Ma der Wirkung identisch sein, welches Hr. Tietz für eine gewis den Dimensionen der Apparate abhängige Funkenanzahl findet.

Uebereinstimmend mit den angegebenen Anschauungen über die Wirkungsweise der Luftfunken ist die Beobachtung, dass die Ausschläge für einen 104 cm langen Resonator im allgemeinen zunahmen, je mehr die Oberfläche der Kugeln, zwischen denen sie sich bildeten, oxydirt war. In der That wird in diesem Falle die von den hinübergerissenen Metallteilchen herrührende grössere Leitfähigkeit der Funkenstrecken sowohl die Dämpfung der grossen Welle vermindern als auch vermöge der vergrösserten Homogenität des Erregers die Amplitude der kleinen Welle verkleinern, die der grossen vergrössern.

Durch die beschriebenen Untersuchungen dürfte die Wirkungsweise eines Righi'schen Erregers mit angehängten, beiderseits frei ausgespannten Drähten klargelegt sein. Mit Hülfe der gewonnenen Ansichten ist jetzt auch unschwer eine Lösung für die oben angedeutete Schwierigkeit in betreff der Wirkungsweise des einfachen Righi'schen Erregers zu finden. Auch ein solcher wird streng genommen als ein complicirter Erreger im Sinne v. Geitler's aufzufassen sein, welcher zwei übereinander lagernde Wellensysteme aussendet, ein von den beiden Erregerkugeln herrührendes und ein zweites, das durch sie und die durch die Luftfunkenstrecken leitend mit ihnen verbundenen Zuführungskugeln verursacht wird. Da nun jedoch bei der gebräuchlichen Anordnung des Righi'schen Erregers die Luftfunkenstrecken verhältnismässig sehr gross sind, die Capacität der Zuführungskugeln aber meistens nur klein ist, so wird die letztere Schwingung so schwach sein und eine so starke Dämpfung besitzen müssen, dass sie gegen die andere, unter viel günstigeren Bedingungen arbeitende Schwingung gar nicht in Betracht kommt und auch thatsächlich nicht zu beobachten ist.

Für Versuche mit der bei der praktischen Ausführung der Funkentelegraphie gebräuchlichen Anordnung der Drähte benutzte ich ebenfalls die für das Laboratorium bequemere horizontale Anordnung von Erreger und Empfänger. Als Luftleitung wurde für den Erreger einer der oben benutzten Drähte, für den Resonator wieder ein Stanniolstreifen verwendet. Der Erreger wurde durch die Wasserleitung, der Resonator durch Verbindung mit der Gasleitung des Instituts zur Erde abgeleitet. Da die Summe der Uebergangswiderstände beider

Erdleitungen nur ungefähr 4 Ω betrug, so war gute Erdv bindung als gesichert anzusehen. Um die etwas zu sta Wirkung abzuschwächen, wurde in jede Erdleitung noch Flüssigkeitswiderstand eingeschaltet.

Es ist vorauszusehen, dass diese Anordnung des Erreg in Bezug auf die Wellenlänge einer eventuellen Schwingu des Gesamtsystems von der bisher benutzten abweichen, übrigen jedoch ein dieser ganz ähnliches Verhalten zei wird. Dementsprechend findet auch Hr. Tietz für eine ä liche Versuchsanordnung kein Resonanzmaximum, sondern

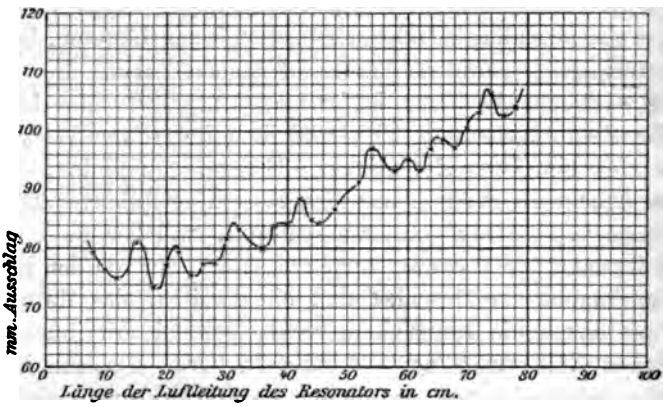


Fig. 8.

eine allmähliche Zunahme der Wirkung mit der Länge Luftleitung des Empfangsapparates.

Auch mir ist es nicht gelungen, für eine bestimm Länge der Luftleitung am Resonator ein grosses, herv stechendes Maximum und damit die Existenz einer durch Drähte hervorgebrachten längeren Welle nachzuweisen; w aber fand ich, wie die in Fig. 8 dargestellte Curve ze deutlich kleinere Maxima, welche eine Periode besitzen, der vom Erreger ohne Drähte ausgesandten Wellenlänge e spricht. Eine zwanglose Erklärung des Auftretens die Maxima ist mir nicht gelungen. Durch ihr Vorhandens dürfte aber das Bestehen der ursprünglichen Schwingung Erregers als gesichert anzusehen sein.

Obwohl sich bei der vorliegenden Anordnung eine du die Verwendung der Drähte bedingte Oscillation von grösse

Wellenlänge nicht nachweisen liess, glaube ich dennoch das Vorhandensein einer solchen annehmen zu müssen. Es scheint mir nämlich ohne eine solche Annahme der Umstand kaum erklärlich, dass man bei constanter Luftleitung am Erreger mit der Länge der des Resonators fortwährend wachsende Ausschläge erhält, wie dies Hr. Tietz gefunden hat und auch ich beobachten konnte, selbst bei einer Versuchsreihe, wo die Luftleitung am Empfänger bis zum Zwanzigfachen der des Erregers betrug. Wenn man weiter beobachten kann, dass das Ansteigen der Wirkung ein fast vollkommen lineares ist, so dürfte dies nur darauf hindeuten, dass diese Wellen von einer ganz anderen Grössenordnung sind, als die, welche einem einfachen Righi'schen Erreger zukommen.

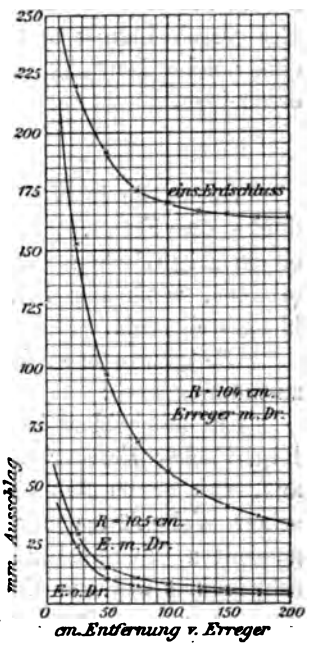


Fig. 9.

Auf das Vorhandensein einer solchen grösseren Schwingung scheinen mir auch die vorzüglichen Resultate hinzudeuten, welche Marconi mit einem neuerdings für das Telegraphiren auf weite Entfernungen verwandten Aufgabeapparate [1]) erzielte, welcher einfach aus zwei Kugeln von 2,5 cm Durchmesser besteht, von denen die eine mit der Luftleitung, die andere mit der Erde verbunden ist, und zwischen denen der Funke nicht in Oel, sondern in Luft überspringt. Bei diesem Erreger müssen nämlich die lediglich durch die beiden Kugeln erregten Schwingungen so wenig intensiv und von so starker Dämpfung sein, dass auf sie die Wirkung des Apparates schwerlich zurückgeführt werden kann.

Zum Schlusse will ich noch einige Resultate anführen, welche ich für die Abnahme der elektrischen Strahlung der verwandten Erregercombination erhielt. In Fig. 9 ist die Abnahme graphisch dargestellt. Es zeigt sich, dass die Inten-

1) Vgl. Elektrotechn. Zeitschr. XX. p. 289. 1899.

sität des Ansprechens eines auf die *kleine* Welle abgestimmten Resonators nach Anhängung der Drähte im grossen und ganzen in derselben Weise abnimmt, wie bei einem einfachen Righi'schen Erreger. Das Bild, welches die graphische Darstellung der Abnahme der Ausschläge für einen auf die *grosse* Welle abgestimmten Resonator ergiebt, erscheint einfach als eine Vergrösserung des für die kleine Welle erhaltenen. Die Abnahmecurve für einen einseitig an die Erde gelegten Erreger und Resonator wurde bei gleichen Luftleitungen derselben aufgenommen. Die Form derselben versuchte ich zunächst als eine Superposition der Wirkung der ursprünglichen Erregerschwingung und der einer grösseren Welle zu deuten; eine solche Deutung dürfte aber wohl kaum als notwendig erscheinen.

Resultate.

Durch die im Vorstehenden dargestellten Untersuchungen dürfte die Frage, welche Beeinflussung die Länge der von einem Righi'schen Erreger ausgesandten elektrischen Wellen erleidet, wenn der Primärleitung Drähte angehängt werden, klargestellt sein.

Die gewonnenen Resultate lassen sich folgendermaassen zusammenfassen:

Ein mit beiderseits frei ausgespannten Drähten versehener Righi'scher Erreger sendet zwei superponirte Wellensysteme aus, von denen das eine hinsichtlich seiner Erzeugung und seiner Wellenlänge mit dem vom Erreger ohne Drähte ausgesandten übereinstimmt, das andere durch die Gesamtschwingung des aus Erregerkugeln und den mit ihnen durch die Luftfunken leitend verbundenen Drähten gebildeten Leitersystems hervorgebracht wird und eine entsprechend grössere Wellenlänge besitzt.

Die Wirkung der ursprünglichen Schwingung des Erregers wird durch die Anwesenheit der Drähte verstärkt, indem in ihnen Schwingungen von derselben Periode und geringerer Dämpfung erregt werden, die ihrerseits wieder zur Strahlung beitragen.

Mit zunehmenden Luftfunkenstrecken nimmt der Wert des Verhältnisses der Amplitude der Gesamtschwingung zur Ampli-

tude der ursprünglichen Schwingung des Erregers ab. Die Gesamtschwingung zeigt eine mit der Länge der Luftfunken wachsende Dämpfung.

Wurde nur ein Draht am Erreger frei ausgespannt, der andere dagegen durch eine Erdleitung ersetzt, so war mit Hülfe der vorhandenen Beobachtungsmittel nur die ursprüngliche Schwingung des Erregers sicher nachzuweisen. Das Vorhandensein einer grösseren Schwingung ist zwar anzunehmen, aber ihre Wellenlänge war nicht messbar. Im übrigen gehen jedoch bei dieser Versuchsanordnung die Schwingungsvorgänge im Erreger in ganz ähnlicher Weise vor sich, wie bei Anhängung von beiderseits frei ausgespannten Drähten.

Zum Schlusse sei es mir gestattet, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. Dr. Wachsmuth, für die Anregung zu dieser Arbeit, sowie dem Director des Physikalischen Institutes, Hrn. Prof. Dr. Matthiessen, für die Bereitwilligkeit, mit der er mir die erforderlichen Apparate zur Verfügung stellte, meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 29. Mai 1900.)

12. *Theoretische Bestimmung des Verhältnisses von Wärme- und Elektricitätsleitung der Metalle aus der Drude'schen Elektronentheorie;* *von Max Reinganum.*

Hr. Drude hat kürzlich eine Elektronentheorie der Metalle gegeben[1]) und gezeigt, dass sich aus dieser Theorie das Verhältnis k/σ der Leitfähigkeiten für Wärme und Elektricität der Grössenordnung nach berechnen lässt.[2])

Diese Rechnung giebt deshalb nur die Grössenordnung dieses Verhältnisses, weil in derselben von zwei nur höchst ungenau bekannten Zahlen, dem Loschmidt'schen Wert der absoluten Zahl von Gasmolecülen im Gramm und dem Thomson'schen Wert des elektrischen Elementarquantums, Gebrauch gemacht wird.

Es lässt sich nun zeigen, dass die Benutzung jener beiden Zahlen nicht nötig ist, und dass man durch eine einfache Umformung mit den gut bekannten Werten des elektrochemischen Aequivalentes und der aus der Gastheorie folgenden Geschwindigkeit von Wasserstoffmolecülen das Verhältnis k/σ berechnen kann.

Hierzu gehen wir von der Drude'schen Gleichung (20) aus

$$\frac{k}{\sigma} = \tfrac{4}{3}\left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 . T. \tag{1}$$

Hierin bedeuten k und σ die Leitfähigkeiten des Metalls für Wärme und Elektricität, e ist die Ladung eines Elektrons im elektrostatischen Maasse, T bedeutet die absolute Temperatur und α ist durch die Gleichung definirt[3])

$$\frac{m_e u_e^2}{2} = \alpha T, \tag{2}$$

worin m_e die Masse eines Elektrons und u_e die mittlere Geschwindigkeit desselben bezeichnet. Gleichung (1) ist für das

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 1. p. 566. 1900.
2) l. c. p. 577—579.
3) Vgl. l. c. p. 572.

Fall aufgestellt, dass die Zahl der Elektronen von der Temperatur unabhängig ist, sie liefert daher den „normalen Wert" von k/σ.

Durch Combination von (1) und (2) erhalten wir

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{1}{3.T}\left(\frac{m_e . u_e^2}{e}\right)^2. \tag{3}$$

Nach der Grundhypothese der Drude'schen Theorie ist nun

$$m_e u_e^2 = m_H u_H^2, \tag{4}$$

wenn m_H und u_H Masse und Geschwindigkeit eines Molecüles gasförmigen Wasserstoffs von gleicher Temperatur bezeichnen.

Die Gleichung (3) wird daher

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{1}{3\,T}\left(\frac{m_H . u_H^2}{e}\right)^2. \tag{5}$$

Diese Beziehung lässt sich aber einfach prüfen.

Aus der Gastheorie ergiebt sich für $T = 291$

$$u_H^2 = 3{,}605 . 10^{10} \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2}.$$

Die Elektrolyse liefert, da gasförmiger Wasserstoff zweiatomig ist,

$$\frac{2e}{m_H} = 9{,}654 . 10^3 . 3 . 10^{10} \text{ elektrostat. Einh.},$$

also

$$\frac{e}{m_H} = 1{,}4481 . 10^{14}.$$

Beides in (5) eingesetzt ergiebt für $T = 291$

$$\frac{\varkappa}{\sigma} = 0{,}7099 . 10^{-10}.$$

Vergleicht man diese Zahl mit den von den Herren Jäger und Diesselhorst experimentell gefundenen Werten[1]), *so ergiebt sich eine überraschende Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung.*

Der berechnete Wert reiht sich, wie die Tabelle bei Drude zeigt, ganz unter die experimentell gefundenen ein, er ist etwas grösser als der kleinste der experimentellen Werte, welcher (für Aluminium) $0{,}706 . 10^{-10}$ beträgt.

1) Vgl. l. c. p. 578; W. Jäger u. H. Diesselhorst, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 38. p. 719. 1899.

Um übersehen zu können, inwieweit durch die sich bewährende Gleichung (1) unsere Kenntnis der Metalle vermehrt ist, haben wir zu untersuchen, welche Hypothesen der Drude'schen Theorie zur Ableitung der Gleichung (1) unbedingt notwendig sind.

Es zeigt sich, dass wir auch etwas andere Annahmen, als sie Hr. Drude macht, über die Beweglichkeit der Elektronen einführen können, *dass aber für die lebendige Kraft derselben immer Gleichung (4) anzunehmen ist, und ebenfalls immer für die Grösse ihrer Ladung eine einfache Ladung eines elektrolytischen Ions angenommen werden muss.*

Wir können zum Beispiel die Hypothese über die Beweglichkeit der Elektronen so abändern, dass wir, statt Stösse oder mit solchen äquivalente Ablenkungen der Elektronen untereinander anzunehmen, solche zwischen Elektronen und Metallatomen einführen.[1]) Ist die Grösse eines Elektrons klein gegen die eines materiellen Atomes, so ist dann die mittlere Weglänge eines Elektrons nach einer bekannten Formel von Clausius[2])

$$l = \frac{4\,W}{S},$$

worin W den von Masse freien Raum im Metall und S die gesamte freie Oberfläche der Metallatome bedeutet. Bei dieser Auffassung der Beweglichkeit ändert sich in den Drude'schen Formeln nur die Bedeutung der mittleren Weglänge. Da aber diese Grösse nicht mehr in Gleichung (1) enthalten ist, so führt auch diese Auffassung zu derselben Beziehung. Diese Theorie würde die Leitfähigkeit in Beziehung zur Zustandsgleichung der Metalle setzen, da für letztere ebenfalls der von Masse erfüllte Raum und die Oberfläche der Molecüle maassgebend sein muss.

Es ist aber auch wahrscheinlich, dass auch die Giese'sche Vorstellung[3]) der Wanderung von Elektronen in Metallen zu demselben Wert von k/σ führt.

Alsdann ist die Vorstellung etwa folgende:

---

1) Von einer derartigen Vorstellung geht Riecke aus; Wied. Ann. 66. p. 353 u. p. 545. 1898.

2) R. Clausius, Mechan. Wärmeth. 2. Aufl. 3. p. 54. 1889—1891.

3) W. Giese, Wied. Ann. 37. p. 576. 1889.

Die Elektronen wandern wie in Elektrolyten an materielle Atome gebunden, werden aber bei Stössen der Atome ohne Arbeitsleistung an andere Atome weiter gegeben. Die Wärmeleitung im Metall geschieht dann durch Stösse der Metallatome, und bei eben denselben Stössen geschieht im Falle eines elektrischen Stromes die Weitergabe der Elektronen.

Nehmen wir für den Augenblick an, die Dichte des Metalles sei nicht grösser als die eines Gases, so bleibt dann Gleichung (7) von Drude offenbar bestehen, nur dass l jetzt die Weglänge eines Metallatomes bedeutet. Ebenso bleiben Gleichung (11) und (12) daselbst bestehen, indem wir durch dieselben nicht die Bahn und Geschwindigkeit eines materiellen Atomes, sondern eines Elektrons, dessen Masse sich immer auswechselt, beschreiben. Es folgt daher Gleichung (1).

Nimmt man die Dichte des Metalles von der wirklichen Grössenordnung an, so ist es wenigstens sehr wahrscheinlich, dass man zu dem gleichen Resultat gelangt, da sich in der Endgleichung die Weglänge heraushebt.

Wegen der Versuche des Hrn. Kaufmann über Kathodenstrahlen, und der durch die Zeeman'schen Versuche glänzend bestätigten Lorentz'schen Theorie, welche den gebundenen Elektronen leuchtender Gase eine Anzahl Freiheitsgrade zuschreibt, erscheint zwar die Annahme nicht zu kühn, in Metallen ganz freie Elektronen anzunehmen; dennoch verdient wohl auch die erweiterte Giese'sche Theorie der Erwägung [1]), denn wenn man freie Elektronen annimmt, so würde, wenigstens wenn ihre Zahl mit der der Metallatome vergleichbar ist, die Theorie des Dulong-Petit'schen Gesetzes der specifischen Wärmen, wie sie nach Principien von Boltzmann durch Richarz [2]) ausgebildet wurde und bis jetzt nicht zu Widersprüchen führt, durch eine gänzlich andere Theorie dieser Gesetzmässigkeit zu ersetzen sein.

Selbstverständlich ist für die Wahl einer der Theorien die Frage von grösster Bedeutung, welche Theorie die thermo-

1) Hr. H. A. Lorentz entscheidet sich in seinem Buche „Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen bewegter Körper" (Leyden 1895) mehr aus mathematischen als physikalischen Gründen für die Annahme ganz freier Elektronen in Metallen.

2) F. Richarz, Wied. Ann. **48**. p. 708. 1893.

elektrischen, thermomagnetischen und magnetooptischen Erscheinungen am besten beschreibt.

Ich habe mir auch aus dem Grunde die Andeutung dieser Theorien gestattet, weil die *Berücksichtigung der Geschwindigkeitsverteilung* je nach der Wahl der Theorie die Gleichung (1) in verschiedener Weise abändert. Die Berücksichtigung dieses Gesetzes erweist sich deshalb als wünschenswert, weil wir nur dann den theoretischen Wert für k/σ als „normalen Wert" betrachten können.

Nehmen wir mit Hrn. Drude Stösse der Elektronen untereinander an, so tritt durch die Geschwindigkeitsverteilung an Stelle der Gleichung (5) daselbst die andere:

$$\Gamma = 0{,}350271 \,.\, u \,.\, l \,.\, \Re \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial x} \,.^{1}) \tag{6}$$

Die Bedeutung der Buchstaben vgl. bei Drude p. 573. l bedeutet jetzt die mittlere Weglänge bei Berücksichtigung der Geschwindigkeitsverteilung.

Führen wir, was allerdings durch eine genauere Untersuchung gerechtfertigt werden müsste, denselben Wert von l in Gleichung (10) (l. c.) ein, so wird, Gleichung (1), indem wir gleichzeitig die Drude'sche Gleichung (5) durch unsere Gleichung (6) ersetzen,

$$\frac{k}{\sigma} = 1{,}401084 \left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 . T.$$

Die frühere Rechnungsweise ergiebt dann

$$\frac{k}{\sigma} = 0{,}7460 \,.\, 10^{-10}.$$

Diese Zahl liegt den experimentellen Werten für Cu und Zn am nächsten. Doch ist diese Ableitung nicht zu sicher, zumal auch für dieselbe die schon in der Gastheorie vorhandenen Schwierigkeiten bestehen.[2])

Nehmen wir aber an, dass die Stösse zwischen Elektronen und Metallatomen stattfinden, so kann die Geschwindigkeit der letzteren gegen die der Elektronen als verschwindend klein betrachtet werden, wenigstens wenn die Masse der Elektronen den Wert hat, den Hr. Kaufmann aus der Deflexion der

1) Vgl. L. Boltzmann, Gastheorie 1. p. 79.
2) l. c. p. 93 ff.

Kathodenstrahlen findet. Durch die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen würde dann also nicht ihre Weglänge modificirt werden, weil die Stösse gegen praktisch ruhende Flächen geschehen. In diesem Falle bleibt also Gleichung (1) ohne Abänderung bestehen.

Die letzte der oben angedeuteten Theorien dürfte wohl bei Einführung der Geschwindigkeitsverteilung zu dem Resultat der Drude'schen Hypothese führen, da die Stösse gegen materielle Ionen, die sich mit gleicher mittlerer Geschwindigkeit bewegen, ausgeübt werden.

Auf alle Fälle ändert die Berücksichtigung des Verteilungsgesetzes das Resultat nur um wenige Procente.

Es erscheint daher, auch ohne Rücksicht auf die Geschwindigkeitsverteilung, durch die hier nachgewiesene gute Bestätigung der Drude'schen Gleichung die Anschauung als bewiesen, dass auch in den Metallen die Elektricität in discreten Mengen von der Grösse elektrolytischer Ionenladungen sich bewegt, und dass für die mit den Ladungen bewegten Massen die Principien der Gastheorie anzuwenden sind.

Dieses Resultat bedeutet eine weitgehende Analogie zwischen der elektrischen Leitfähigkeit der Elektrolyte und der Metalle.

Leiden, Mai 1900.

(Eingegangen 21. Mai 1900.)

13. *Ueber die Grundhypothesen der kinetischen Gastheorie; von Zemplén Győző.*

Die kinetische Theorie der Gase wurde bis jetzt immer auf Grund einer Annahme behandelt, welche vom Gesichtspunkte der Mathematik folgendermaassen formulirt werden kann:

Es sind vom Standpunkte der Wahrscheinlichkeitsrechnung zwei voneinander völlig unabhängige Erscheinungen, dass in demselben Augenblicke die Massenmittelpunkte zweier beliebigen Molekeln gewisse Geschwindigkeitscomponenten besitzen.

Die Wichtigkeit dieser Grundannahme ist besonders in Boltzmann's Gastheorie ausführlich besprochen.[1]) Von einem Aggregat von Molecülen, welches einer mit dieser wesentlich identischen Annahme entspricht, sagt Boltzmann, sein Zustand sei *molecular ungeordnet.*

Der erste Versuch, die Gastheorie von dieser Grundhypothese zu befreien, stammt von S. H. Burbury, der in seinem, gegen das Ende des vorigen Jahres erschienenen Buche seine diesbezüglichen Untersuchungen der Oeffentlichkeit übergab.[2]) In diesem Werke will Burbury auch die Notwendigkeit der Begründung einer neuen Gastheorie beweisen, indem er uns zeigt, dass die bisherige Behandlung der Gastheorie innere Widersprüche aufweist. Burbury bezeichnet nämlich eine mit der oben angeführten Grundhypothese wesentlich übereinstimmende Annahme als „*Annahme A*"[3]) und sucht zu beweisen, dass ein der Annahme *A* entsprechender Zustand mit der Zeit nicht bestehen kann, weil die daraus gezogenen Schlüsse auf Widersprüche führen.

In dem Folgenden versuche ich zu zeigen, dass die von Burbury aus der Annahme *A* abgeleiteten Widersprüche nur scheinbar sind, sodass, obgleich die Begründung einer neuen

1) L. Boltzmann, Vorlesungen über Gastheorie 1. p. 20—23.

2) S. H. Burbury, A treatise on the kinetic theory of gases. 1899. Cambridge, University press.

3) l. c. p. 9.

Gastheorie völlig erlaubt ist, die Notwendigkeit einer solchen nicht vorliegt, weil die alte, nach den Ergebnissen der bisherigen Forschungen, sich ohne Widersprüche aufbauen lässt, und auch mit der Erfahrung ziemlich befriedigend übereinstimmt.

Um dies auszuführen, muss ich einige von Burbury in die Gastheorie eingeführten, sehr nützlichen Neuerungen etwas näher besprochen; diese Neuerungen beziehen sich auf die Definition der Dichte und der Strömungsgeschwindigkeit in einem Aggregat von Molecülen, also in einem der kinetischen Theorie entsprechenden Gase.

Die Dichte σ in einem Punkte x, y, z eines Körpers zur Zeit t wird allgemein folgendermaassen definirt:

$$\sigma = \lim_{\Delta\omega=0} \frac{\Delta m}{\Delta \omega}, \tag{1}$$

wo $\Delta\omega$ ein den Punkt x, y, z enthaltendes Volumen, Δm die zur Zeit t im Volumen $\Delta\omega$ vorhandene Masse des Körpers bedeutet.

Wenn wir diese Definition ohne besondere Annahmen auf einen aus discreten Teilchen bestehenden Körper anwenden, dann liefert uns σ die *Dichte der Materie* der Molecüle im Punkte x, y, z zur Zeit t, giebt aber keinen Aufschluss über die räumliche Verteilung der Molecüle in der *Umgebung* des Punktes x, y, z, was wir eben in der Gastheorie mit der Einführung der Dichte erreichen wollen. Darum wurde bis jetzt angenommen, dass ein unendlich kleiner Raum noch unendlich viele Molecüle enthält.[1]) Streng genommen widerspricht diese Annahme der aus verschiedenen Gründen wahrscheinlichen Anschauung, welche auch als ein Ergebnis der Gastheorie erscheint, dass die Molecüle endliche Dimensionen besitzen. Burbury hält daher eine neue Definition der Dichte, bez. der zur Zeit t im Punkte x, y, z auf die Volumeneinheit entfallenden Zahl N der Molecüle für notwendig und setzt:

$$N(x, y, z, t) = \sum_{\tau} \varphi \left\{ \left((x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2 \right)^{1/2} \right\}, \tag{2}$$

wo φ eine solche Function von

$$r = \left((x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2 \right)^{1/2}$$

ist, welche folgenden Bedingungen genügt:

1) z. B. L. Boltzmann, l. c. p. 46, 100.

I. $\varphi(r) = 1$, falls $r \leqq a$, wo a eine constante Grösse bedeutet, z. B. den Radius einer Kugel, welche im Mittel ei Molecül enthält.

II. $\varphi(r)$ ist eine immer positive, continuirliche Functio von r und $d\varphi/dr < 0$ falls $r > 0$.

III. $\int_a^\infty r^2 \varphi(r)\, dr$ ist eine endliche und bestimmte Zahl.

In der Formel (2) sind x', y', z' die Coordinaten de Massenmittelpunktes eines Molecüles und die Summation $\sum'$ i nach x', y', z' auf alle Molecüle des Gases ausgedehnt. [1])

Auf ganz ähnlichen Betrachtungen beruht in Burbury Werk [2]) folgende Definition der Strömungsgeschwindigkeit componenten ξ, η, ζ im Punkte x, y, z zur Zeit t.

$$(3) \qquad \xi = \frac{\sum' \varphi(r)\alpha'}{\sum' \varphi(r)}, \quad \eta = \frac{\sum' \varphi(r)\beta'}{\sum' \varphi(r)}, \quad \zeta = \frac{\sum' \varphi(r)\gamma'}{\sum' \varphi(r)},$$

wo α', β', γ' die Geschwindigkeitscomponenten zur Zeit t jen Molecüls bedeuten, dessen Massenmittelpunkt in demselb Augenblicke sich im Punkte x', y', z' befindet. [3])

Derselbe Einwand, welchen Burbury gegen die bisheri Definition der Dichte und Strömungsgeschwindigkeit erhel gilt auch gegen die bisherige Definition der Maxwell'sch Function

$$f(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, t)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma,$$

welche die Verteilung der Geschwindigkeiten im Punkte x, y, zur Zeit t bestimmt, $f\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma$ ist ja die im Punkte x, y, z a die Volumeneinheit entfallende Zahl jener Molecüle, dere Geschwindigkeitscomponente zur Zeit t zwischen den Grenzer

$$(4) \qquad \alpha \text{ und } \alpha + d\alpha, \quad \beta \text{ und } \beta + d\beta, \quad \gamma \text{ und } \gamma + d\gamma$$

liegen. Ebenso wie $m \sum' \varphi(r)$, falls das Gas aus Molecüle der gleichen Masse m besteht, die *Dichte* des Gases im Punkt x, y, z zur Zeit t darstellt, können wir sagen, $f\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma$ s die *Dichte* derjenigen Molecüle im Punkte x, y, z zur Zeit

1) S. H. Burbury, l. c. p. 5 und 56; die Bezeichnungen sin verändert.

2) l. c. p. 5, 6, 56, 122.

3) Unter der Geschwindigkeit eines Molecüles soll fortan die G schwindigkeit ihres Massenmittelpunktes verstanden werden.

deren Geschwindigkeitscomponenten zur Zeit t zwischen den Grenzen (4) liegen. Es wird daher eine consequente Weiterführung der Burbury'schen Definition der Dichte und Strömungsgeschwindigkeit sein, wenn wir die Funktion $f\,d\alpha\,d\beta\,d\gamma$ folgendermaassen definiren:

$$(5)\quad \left\{ \begin{aligned} &f(x,y,z,\alpha,\beta,\gamma,t)\,d\alpha\,d\beta\,d\gamma = \\ &= \sum\nolimits_{\alpha\beta\gamma} \varphi\left\{((x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2)^{1/2}\right\} \end{aligned} \right.$$

wo $\Sigma_{\alpha\beta\gamma}$ eine Summation bedeutet, welche nach x_1, y_1, z_1 auf alle Molecüle ausgedehnt ist, deren Geschwindigkeitscomponenten zur Zeit t zwischen den Grenzen (4) liegen.

Nach diesen Bemerkungen gehen wir zur Prüfnng der Burbury'schen Widersprüche über.

Erster Widerspruch. [1])

Burbury nimmt an, die Bewegung der Moleküle sei stationär und erhält für diesen Fall aus dem Clausius'schen Virialsatze folgende Gleichung:

$$(\mathrm{IV})\quad \left\{ \begin{aligned} &\sum m\left\{\sum_{'}\left(\frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt}+\frac{dy}{dt}\frac{dy'}{dt}+\frac{dz}{dt}\frac{dz'}{dt}\right)\right\}+ \\ &+\sum X\left\{\sum_{'}(x'-x)\,\varphi(r)\right\}+\sum Y\left\{\sum_{'}(y'-y)\,\varphi(r)\right\}+ \\ &\qquad\qquad +\sum_{'} Z\left\{\sum_{'}(z'-z)\,\varphi(r)\right\} \\ &+\sum m\left\{\sum_{'} r\frac{d\varphi}{dr}\left(\lambda\frac{dx}{dt}+\mu\frac{dy}{dt}+\nu\frac{dz}{dt}\right)\right. \\ &\qquad\left.\left(\lambda\frac{dx'}{dt}+\mu\frac{dy'}{dt}+\nu\frac{dz'}{dt}\right)\right\}=0.\ [2]) \end{aligned} \right.$$

Hier sind X, Y, Z die Componenten sämtlicher (äusserer und intramolecularer) Kräfte, welche auf die in x, y, z vorhandene Masseneinheit ausgeübt werden,

$$\lambda=\frac{x'-x}{r},\quad \mu=\frac{y'-y}{r},\quad \nu=\frac{z'-z}{r},$$

und die Σ Summation ist nach x, y, z, auf alle Molecüle des Gases ausgedehnt.

1) l. c. Capitel IV.
2) l. c. p. 49, Gleichung (IV).

Die Gültigkeit dieser Gleichung ist an die bei ihrer Ableitung gemachten Annahmen gebunden, dass die Molecüle im Raume so zerstreut sind, dass keine aus dem Punkte x, y, z ausgehende Richtung vor einer anderen ausgezeichnet ist, was auf p. 48 in Burbury's Werk in folgenden Gleichungen ausgedrückt ist.

Im Mittel („on average") ist:

$$\lambda\mu = \mu\nu = \nu\lambda = 0 \quad \text{und} \quad \lambda^2 = \mu^2 = \nu^2 = \tfrac{1}{3}.$$

Burbury behauptet nun, dass bei der Annahme A

$$\frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt} + \frac{dy}{dt}\frac{dy'}{dt} + \frac{dz}{dt}\frac{dz'}{dt} = 0$$

und auch

$$\left(\lambda\frac{dx}{dt} + \mu\frac{dy}{dt} + \nu\frac{dz}{dt}\right)\left(\lambda\frac{dx'}{dt} + \mu\frac{dy'}{dt} + \nu\frac{dz'}{dt}\right) = 0,$$

beweist dann für den Fall, dass X, Y, Z nur vom Molecularsystem selbst stammen, also äussere Kräfte nicht vorhanden sind, dass dennoch das Glied:

$$B = \sum\{X\sum_{r}(x' - x)\varphi + Y\sum(y' - y)\varphi + Z\sum(z' - z)\varphi\}$$

nur negativ sein kann.

Es kann aber gezeigt werden, dass bei denselben Voraussetzungen $B = 0$ ist.

Wenn wir nämlich den ganzen Raum in Kugelschalen vom Radius r, von der Stärke dr, mit dem Centrum in x, y, z verteilen, dann ist, falls $R(r)$ die von dem Molecül in x', y', z' auf das in x, y, z ausgeübte Kraft bedeutet und Σ_r eine auf alle Molecüle der Kugelschale ausgedehnte Summation ist:

$$(6)\quad X = -\sum_{r=0\ldots\infty}(R(r)\textstyle\sum_r\lambda) \quad \text{und} \quad \sum_{r}(x' - x)\varphi(r) = \sum_{r=0\ldots\infty}(r\varphi(r)\textstyle\sum_r\lambda).$$

Wenn aber, wie dies bei der Ableitung der Formel (IV) vorausgesetzt wurde, keine Richtung vor einer anderen ausgezeichnet ist, also wenn die Molecüle im Raume, wie Burbury sagt „at haphazard" zerstreut sind, dann ist

$$\textstyle\sum_r\lambda = 0,$$

aus (6) daher $X = 0$, $\sum_{r}(x' - x)\varphi(r) = 0$ bei allen Werten von x, y, z und so auch

$$B = 0.$$

Burbury erhält für B ein von Null verschiedenes Resultat, weil er sich bei der Berechnung von B des, den Voraussetzungen nicht entsprechenden Gleichnisses

$$(\sum_r' \lambda)^2 = \sum_r (\lambda^2)$$

bedient.

Zweiter Widerspruch.[1])

Burbury macht folgende Annahmen:

1. Der Zustand des Gases entspricht der Annahme A,

2. die Bewegung der Molecüle ist eine stationäre Bewegung und berechnet den nach der Zeit genommenen Differentialquotienten folgender Grösse:

$$M = \int\int\int \left(\alpha^2 \frac{\partial \xi}{\partial x} + \beta^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} + \gamma^2 \frac{\partial \zeta}{\partial z} + \beta\gamma \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \right.$$
$$\left. + \gamma\alpha \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) + \alpha\beta \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right) dx\,dy\,dz.$$

α, β, γ sind die Geschwindigkeitscomponenten eines Molecüles, dessen Massenmittelpunkt sich zur Zeit t im Punkte x, y, z befindet, $\alpha, \beta, \gamma, \partial\xi/\partial x, \partial\eta/\partial y$ etc. sind als Functionen von x, y, z zu betrachten und die Integration ist auf den ganzen gaserfüllten Raum ausgedehnt; falls im Volumenelemente $dx\,dy\,dz$ zur Zeit t der Massenmittelpunkt keines Molecüles vorhanden ist, sind die betreffenden Componenten

$$\alpha(x, y, z, t) = \beta(x, y, z, t) = \gamma(x, y, z, t) = 0.$$

dM/dt ist in Burbury's Werk für den Fall vollständig berechnet, dass die Molecüle gleiche elastische Kugeln vom Radius $c/2$, von der Masse m sind. Burbury erhält[2]):

$$\frac{dM}{dt} = 2\pi c^3 \int\int\int \left\{ \frac{\varrho}{2h} \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} \right)^2 \right.\right.$$
$$+ \tfrac{1}{3} \left(\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)^2 + \tfrac{1}{3} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \right)^2$$
$$\left.\left. + \tfrac{1}{3} \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right] \right\} dx\,dy\,dz.$$

---

1) l. c. Capitel V und VI.

2) l. c. p. 77 D. und p. 157.

Burbury glaubt daraus schliessen zu dürfen, weil hier (die Dichte), h (eine der absoluten Temperatur invers proportionale Grösse) und c positiv sind, dass dM/dt selbst auch positiv ist, die Annahme A ist daher mit unserer Voraussetzung (2) in Widerspruch.

In dem Folgenden liefere ich den Beweis, dass, obwohl dM/dt als Summe lauter mit Quadraten multiplicirten positiver Zahlen nicht negativ sein kann, dennoch gleich Null ist, wenn falls der Zustand des Gases der Annahme A entspricht und die Bewegung eine stationäre ist, die Grössen:

$$(7) \qquad \frac{\partial \xi}{\partial x},\ \frac{\partial \eta}{\partial y},\ \frac{\partial \zeta}{\partial z},\ \frac{\partial \eta}{\partial z}+\frac{\partial \zeta}{\partial y},\ \frac{\partial \zeta}{\partial x}+\frac{\partial \xi}{\partial z},\ \frac{\partial \xi}{\partial y}+\frac{\partial \eta}{\partial x}$$

bei allen Werten von x, y, z verschwinden.

Ich beweise zuerst einen Hülfssatz, welcher aus den obigegebenen Definitionen der Grössen ξ, η, ζ folgt.

Ich definire den Mittelwert einer Function der Geschwindigkeitscomponenten α, β, γ auf die übliche Weise: Mittelwert der Grösse Q im Punkte x, y, z zur Zeit t

$$(8) \qquad = \bar{Q}(x,y,z,t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int\int Q(\alpha,\beta,\gamma) f(x,y,z,\alpha,\beta,\gamma,t)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int\int f(x,y,z,\alpha,\beta,\gamma,t)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma}$$

und beweise, dass

$$(9) \qquad \xi = \bar{\alpha}, \quad \eta = \bar{\beta}, \quad \zeta = \bar{\gamma}.$$

Diese Gleichungen wären nicht zu beweisen, wenn ξ, η, ζ die gewöhnlich gebräuchlichen Strömungsgeschwindigkeitscomponenten wären; in diesem Falle sind aber ξ, η, ζ die nach Burbury unter (3) neu definirten Grössen, die Gleichungen harren daher eines Beweises.

Es genügt aber, um diesen Beweis zu liefern, die in den Formeln (2), (3) und (5) auftretenden Summationen durch Integrationen zu ersetzen.

Es sei $m g(x,y,z,\alpha,\beta,\gamma,t)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma$ *die im gewöhnlichen Sinne genommene Dichte der Materie* jener Molecüle im Punkte x, y, z zur Zeit t, deren Geschwindigkeitscomponenten zur Zeit zwischen den Grenzen (4) liegen, sodass die Dichte der Materie der Molecüle

$$\sigma(x,y,z,t) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int\int m\, g(x,y,z,\alpha,\beta,\gamma,t)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma$$

und daher

$$(10)\quad \begin{cases} N(x,y,z,t) = \sum_{\nu} \varphi(x',y',z') = \int_{a}\int_{b}\int_{c}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{\alpha}\int_{\beta}\int_{\gamma} g(x,y,z,\alpha,\beta,\gamma,t) \\ \varphi(x+a, y+b, z+c)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma\, da\, db\, dc, \end{cases}$$

wo

$$x' = x + a, \quad y' = y + b, \quad z' = z + c,$$

ebenso ist:

$$(11)\quad \begin{cases} N\xi = \sum_{\nu} \alpha' \varphi = \int_{a}\int_{b}\int_{c}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{\alpha}\int_{\beta}\int_{\gamma} \alpha\, g(x,y,z,\alpha,\beta,\gamma,t) \\ \varphi(x+a, y+b, z+c)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma\, da\, db\, dc \end{cases}$$

und

$$(12)\quad \begin{cases} f\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma = \sum_{\alpha\beta\gamma} \varphi(r) = \int_{a}\int_{b}\int_{c}^{+\infty} (g(x,y,z,\alpha,\beta,\gamma, \\ \varphi(x+a, y+b, z+c)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma)\, da\, db\, dc, \end{cases}$$

aus (10) und (12) folgt aber, dass

$$\sum_{\nu} \varphi = \int_{-\infty}^{+\infty}\int\int f(x,y,z,\alpha,\beta,\gamma,t)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma,$$

ebenso aus (11) und (12):

$$\sum_{\nu} \alpha\varphi = \iiint \alpha f(x,y,z,\alpha,\beta,\gamma,t)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma,$$

sodass wirklich:

$$\xi = \frac{\sum_{\nu} \alpha\varphi}{\sum_{\nu} \varphi} = \frac{\iiint \alpha f(x,y,z,\alpha,\beta,\gamma,t)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma}{\iiint f(x,y,z,\alpha,\beta,\gamma,t)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma} = \bar{\alpha}, \quad \eta = \bar{\beta}, \quad \zeta = \bar{\gamma}.$$

Damit ist aber die Behandlung der Grössen ξ, η, ζ der alten Gastheorie übergeben. Mit Hülfe des H-Theorems bewies Boltzmann[1]), dass die *notwendige und hinreichende* Bedingung dafür, dass die Bewegung der Molecülen eine

1) L. Boltzmann, Gastheorie 1. p. 124–133. 1897.

stationäre sei, falls der Zustand der Annahme A entspricht (molecular-ungeordnet ist), folgende ist:

$$f = f_0 e^{-h\left((\alpha-u)^2+(\beta-v)^2+(\gamma-w)^2\right)}, \tag{13}$$

wo f_0, h, u, v, w so zu wählende Functionen der Coordinaten x, y, z sind, dass die Differentialgleichung

$$\alpha\frac{\partial f}{\partial x}+\beta\frac{\partial f}{\partial y}+\gamma\frac{\partial f}{\partial z}+X'\frac{\partial f}{\partial \alpha}+Y'\frac{\partial f}{\partial \beta}+Z'\frac{\partial f}{\partial \gamma}=0 \tag{14}$$

bei allen Werten von x, y, z und α, β, γ erfüllt sei.

X', Y', Z' sind hier die auf die im Punkte x, y, z vorhandene Masseneinheit wirkenden äusseren Kräfte.

Nun folgt gleich durch Integration[1]) aus (13), dass $u=\alpha$, also

$$u=\xi, \qquad v=\eta, \qquad w=\zeta. \tag{15}$$

Der übrige Teil meines Beweises stützt sich nun ganz auf eine Abhandlung Boltzmann's.[2])

Wir schreiben die Function f in folgender Form:

$$f = e^{-h(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)-k\alpha-l\beta-m\gamma+n}, \tag{16}$$

wo wegen (15)

$$k=-2h\xi, \quad l=-2h\eta, \quad m=-2h\zeta \tag{17}$$

und

$$n=\ln f_0 - h(\xi^2+\eta^2+\zeta^2).$$

Falls f der Differentialgleichung (14) genügt, genügt ihr auch

$$\psi=\ln f=-h(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)-k\alpha-l\beta-m\gamma+n,$$

daher muss folgende Gleichung bei den Werten x, y, z und α, β, γ s bestehen:

$$\begin{aligned}
&-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\left(\alpha\frac{\partial h}{\partial x}+\beta\frac{\partial h}{\partial y}+\gamma\frac{\partial h}{\partial z}\right)-\alpha^2\frac{\partial k}{\partial x}-\beta^2\frac{\partial l}{\partial y}-\gamma^2\frac{\partial m}{\partial z}\\
&-\beta\gamma\left(\frac{\partial l}{\partial z}+\frac{\partial m}{\partial y}\right)-\gamma\alpha\left(\frac{\partial m}{\partial x}+\frac{\partial k}{\partial z}\right)-\alpha\beta\left(\frac{\partial k}{\partial y}+\frac{\partial l}{\partial x}\right)\\
&+\left(\frac{\partial n}{\partial x}-2hX'\right)\alpha+\left(\frac{\partial n}{\partial y}-2hY'\right)\beta+\left(\frac{\partial n}{\partial z}-2hZ'\right)\gamma\\
&\qquad -kX'-lY'-mZ'=0.
\end{aligned}$$

1) L. Boltzmann, l. c. p. 133.

2) L. Boltzmann, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 76. Abt. II. p. 526—532.

Hieraus folgt aber:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{\partial h}{\partial z} = 0, \tag{18}$$

$$\frac{\partial k}{\partial x} = \frac{\partial l}{\partial y} = \frac{\partial m}{\partial z} = 0, \tag{19}$$

$$\frac{\partial l}{\partial z} + \frac{\partial m}{\partial y} = \frac{\partial m}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial k}{\partial y} + \frac{\partial l}{\partial x} = 0, \tag{20}$$

(19) und (20) sind wegen (18) und (17) mit folgenden Gleichungen identisch:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0,$$

$\delta M/dt$ ist daher in vollständigem Zusammenhange mit unseren Voraussetzungen gleich Null.

Man sieht also, dass Burbury's Resultate so interpretirt werden können, dass die ältere Gastheorie keine Widersprüche aufweist.

Besonders wichtig erscheint für Burbury's neue Gastheorie die Widerlegung dieses zweiten Widerspruches, weil er seine neue Theorie eben in der Weise aufbaut, dass dieser Widerspruch nicht mehr vorhanden ist.

Budapest, Mai 1900.

(Eingegangen 14. Mai 1900.)

14. *Ueber die Dicke der Uebergangsschichten (couches de passage) und die Wirkungsweite d Molecularkräfte; von G. Quincke.*

Hr. Georges Vincent[1]) hat den elektrischen Leitun widerstand dünner Silberschichten verschiedener Dicke messen, die nach dem Martin'schen Verfahren auf Glasplat niedergeschlagen waren. Die Dicke der dünnsten Silb schichten wurde nach dem auch von mir vor 30 Jahren nutzten Verfahren von Fizeau bestimmt aus der Interfere farbe der in Jodsilber umgewandelten Silberschicht. Mit d Stichel einer Teilmaschine wurden Teile der Silberschicht gemessener Länge und Breite ausgeschaltet, die Zunahme elektrischen Leitungswiderstandes gemessen und daraus „oberflächliche Leitungsvermögen" (der umgekehrte Widersts einer Silberschicht von 1 cm² in Ohm) für verschieden di Silberschichten berechnet. Bei Silberschichten von grösse Dicke als 0,000050 mm nahm das oberflächliche Leitun vermögen ab proportional der Dicke; bei dünneren Schich schneller als die Dicke. Hr. G. Vincent schliesst dara dass an der Silberoberfläche zwei Uebergangsschichten (couc de passage) von 25 $\mu\mu$ Dicke vorhanden sind, in welchen Silber eine andere „Constitution" hat, als im Innern.

Wenn der Widerstand der Contacte an den Enden dünnen Silberschichten bei diesen Versuchen des Hrn. Vincent immer gleich gross geblieben ist, so würde mei Ansicht nach aus denselben folgen, dass in Silberschich von geringerer Dicke als 50 $\mu\mu$ das Ohm'sche Gesetz ni mehr gültig ist, oder dass in solchen dünnen Silberschich ein constanter elektrischer Strom einen anderen, und z grösseren Widerstand zu überwinden hat, als in dicke Schichten.

1) G. Vincent, Ann. de chim. (7) **19**. p. 421—516. 1900.

Gleichzeitig möchte ich daran erinnern, dass Reinold und Rücker[1]) das elektrische Leitungsvermögen von reiner Seifenlösung in den dünnsten Schichten 7 mal grösser fanden, als in einer grossen Masse derselben Flüssigkeit. Aehnlich verhielten sich Lösungen von Kalisalpeter in Seifenwasser.

Hr. G. Vincent kritisirt nun in der erwähnten Arbeit auch meine Messungen der Wirkungsweite der Molecularkräfte[2]), bei denen ich den Randwinkel einer Flüssigkeit (Quecksilber oder Wasser) an der Berührungsfläche mit einer auf Glas liegenden dünnen keilförmigen Schicht fester Substanz (Jodsilber, Schwefelsilber, Silber, Collodium) gemessen habe. Bei derselben Flüssigkeit war der Randwinkel an verschieden dicken Stellen derselben festen Substanz derselbe, sobald die Schichtdicke grösser als $l = 0{,}000050$ mm war. Für dünnere Schichten änderte sich der Randwinkel continuirlich mit der Dicke der festen Schicht. Sobald mit zunehmender Dicke der festen Schicht der Randwinkel constant wird, kann das darunter liegende Glas nicht mehr auf die Flüssigkeit am Rande der Flüssigkeitsoberfläche wirken. Es ist so, als wäre die auf das Glas gelagerte Schicht für die wirkenden Molecularkräfte unendlich dick, und die Wirkungsweite der Molecularkräfte ist l oder 50 $\mu\mu$.

Hr. G. Vincent hält diesen Schluss für unrichtig. Nach ihm soll die Oberfläche des Silbers in Berührung mit Wasser eine mit der Dicke veränderliche Constitution haben, sobald das Silber dünner als 50 $\mu\mu$ ist, und eine constante Constitution jenseits dieser Grenze.[3]) Die Schicht von 50 $\mu\mu$ bestände aus 2 Uebergangsschichten, wie sie auch Hr. Bouasse[4]) angenommen habe.

Bei der Berechnung der Silberdicke aus der Interferenzfarbe der aus dem Silber entstandenen Jodsilberschicht wird

1) A. W. Reinold u. A. W. Rücker, Rep. Brit. Assoc. 1892. p. 639; Phil. Trans. 1893. A. p. 505—529.

2) G. Quincke, Pogg. Ann. 137. p. 402. 1869.

3) G. Vincent, Ann. de chim. (7) 19. p. 431. 1900. La surface de l'argent en contact avec l'eau a une constitution variable avec l'épaisseur, tant que celle ci est inférieure à 50 $\mu\mu$, mais qui devient constante au delà de cette limite. Ce nombre 50 $\mu\mu$ représente alors la somme des épaisseurs de passage.

4) H. Bouasse, Ann. de chim. (6) 28. p. 172. 1893.

die Dichtigkeit des Silbers und Jodsilbers constant angenommen in verschiedenem Abstand von der Oberfläche. Das thut Hr. G. Vincent ebenso wie ich. Warum nun in der „Uebergangsschicht" die Dichtigkeit des Silbers constant, die „Constitution" im übrigen aber verschieden sein soll, vermag ich nicht einzusehen. Ich kann auch nicht verstehen, warum die aus der Martin'schen Versilberungsflüssigkeit abgeschiedenen und in ihr schwebenden, ursprünglich gleichartigen, festen Silberteilchen durch die Ablagerung auf der festen Wand eine verschiedene Constitution annehmen sollen, je nachdem sie sich auf verschieden dicke Schichten ähnlicher Silberteilchen auflagern. Freilich wandern, wie ich vor kurzem nachgewiesen habe[1]), die in der Versilberungsflüssigkeit schwebenden Silberteilchen dem Lichte zu und die lange Zeit rätselhafte Anlagerung der Silberteilchen an der festen Wand erklärt sich durch periodische Ausbreitung an einer unmerklich dünnen Gashülle der Silberteilchen, die durch schnell aufeinander folgende Wirbelbewegungen in der umgebenden Flüssigkeit fortgetrieben werden, an der Wand stehen bleiben, und nach dem Verdampfen der anhängenden Wasserschicht an der Wand und aneinander haften. Da können die zuerst und die später an der festen Wand abgelagerten Schichten nur untergeordnete Verschiedenheiten zeigen, wenn überhaupt Verschiedenheiten vorhanden sind. Sicher besitzen aber Silber, Jodsilber und Schwefelsilber grössere Verschiedenheiten der „Constitution" als zwei aus ähnlichen Silberteilchen unter nahezu gleichen Bedingungen gebildete Silberschichten, und ich hätte für die verschiedenen festen Substanzen nicht denselben, sondern verschiedene Werte von l finden müssen, wenn die Schwankungen des Randwinkels von der verschiedenen „Constitution" der keilförmigen festen Schicht abhingen.

Uebrigens ist, sobald die Silberdicke richtig gemessen ist, die Wirkungsweite der Molecularkräfte mit meiner Methode des Randwinkels richtig bestimmt, mag das Silber der keilförmigen Schicht homogen sein, oder an den beiden Oberflächen zwei Uebergangsschichten haben, denn für die Schicht-

1) G. Quincke, Verhandl. d. Gesellsch. Deutscher Naturf. u. Aerzte in Düsseldorf (II) 1. p. 28. 1898.

dicke l würde die Dicke der inneren Silberschicht von constanter „Constitution" Null sein. Hr. G. Vincent behauptet freilich das Gegenteil (l. c. p. 495). Wird aber die Silberdicke mit der Fizeau'schen Methode falsch gefunden, so ist sie falsch bei meinen Versuchen und bei den Versuchen des Hrn. G. Vincent. Die Grösse der Wirkungsweite der Molecularkräfte wäre von mir unrichtig bestimmt. Aus den Versuchen des Hrn. G. Vincent würde dann immer noch folgen, dass in Silberschichten, die dünner als die Wirkungsweite der Molecularkräfte sind, das Ohm'sche Gesetz nicht mehr Gültigkeit hat, oder ein constanter elektrischer Strom einen grösseren Widerstand zu überwinden hat, als in dickeren Schichten. Das Vorhandensein der hypothetischen Uebergangsschichten wäre aber damit weder bewiesen noch widerlegt.

Wenn ich auch eine verschiedene Beschaffenheit der Materie bei Schichten aus Silber, Jodsilber und Schwefelsilber mit schwerer Verschiebbarkeit der Teilchen oder grosser Viscosität für unwahrscheinlich oder doch für unbedeutend halte, so ist dies bei Flüssigkeiten und Gasen mit Teilchen leichterer Verschiebbarkeit und grösserer Fluidität nicht mehr gestattet. Ich habe selbst mehrfach darauf hingewiesen[1]), dass die Dichtigkeit und physikalische Beschaffenheit der Flüssigkeit in der Nähe der Oberfläche eine andere sein muss, als im Innern. Ich habe betont, dass bei Flüssigkeitsschichten von geringerer Dicke als $2l$ die Dichtigkeitsänderung, welche eine Flüssigkeit in unmittelbarer Nähe der festen Oberfläche erfährt (l. c. p. 178) von der Zeit der Ausbreitung abhängt oder von der Zeit, während welcher die Molecularkräfte der Adhäsion auf die Flüssigkeitsteilchen wirken. Mit der Dichtigkeitsänderung muss auch eine Aenderung der anderen physikalischen und chemischen Eigenschaften der Materie verbunden sein, und diese mit der Entstehungszeit veränderliche Beschaffenheit dünner Flüssigkeitsschichten oder der Uebergangsschichten in der Nähe der Oberfläche der Flüssigkeiten bildet eine Hauptschwierigkeit bei der Untersuchung der Molecularkräfte. Ich habe schon 1877 ausgesprochen (l. c. p. 188), dass

1) G. Quincke, Pogg. Ann. **108.** p. 328. 1859; **139.** p. 88. 1870; Wied. Ann. **2.** p. 178 u. p. 188. 1877.

aus diesem Grunde die Messungen der Wirkungsweite der Molecularkräfte mit dünnen keilförmigen Schichten *fester* Substanz angestellt wurden.

Hr. G. Vincent[1]) stützt seine Auffassung meiner Messungen des Randwinkels an keilförmigen Schichten weiter dadurch, dass schon vor ihm Hr. Bouasse[2]) solche Uebergangsschichten angenommen hat, dass Plateau[3]) oder Reinold und Rücker[4]) durch Versuche an Seifenwasserlamellen zu ganz anderen Werten der Wirkungsweite der Molecularkräfte gekommen wären, wie ich, nämlich $l < 57\ \mu\mu$ oder $l = 7$ bis $14\ \mu\mu$. Er hätte hinzufügen können, dass Drude[5]) aus dem optischen Verhalten von Seifenwasserlamellen $l = 8{,}5\ \mu\mu$ gefunden hat. So interessant nun diese Versuche an und für sich auch sind, so kann man doch mit Lösungen von ölsauren Alkalien die Frage nach der Wirkungsweite der Molecularkräfte niemals entscheiden, da sich aus den wässerigen Lösungen derselben durch Hydrolyse eine Oelsäureschicht von unmerklicher und unbekannter Dicke abscheidet und man statt einer homogenen Flüssigkeitslamelle ein System von drei übereinander gelagerten Lamellen untersucht von wässeriger Flüssigkeit und Oelsäure, deren Dicken unbekannt sind.

Die Messungen von Lüdtge[6]) und van der Mensbrugghe[7]) über den capillaren Druck verschieden dicker Seifenwasserlamellen finden ebenfalls durch diese Oelsäurehaut ihre Erklärung, und man braucht nicht wie Hr. G. Vincent (l. c. p. 477) anzunehmen, dass die Oberflächenspannung einer homogenen Flüssigkeitslamelle bei bestimmten Dicken einen Maximal- oder Minimalwert besitzt.

---

1) G. Vincent, Ann. de chim. (7) **19.** p. 423—432. 1900.

2) H. Bouasse, Ann. de chim. (6) **28.** p. 172. 1893.

3) J. Plateau, Statique des liquides **1.** p. 210. 1873.

4) A. W. Reinold u. A. W. Rücker, Phil. Trans. 1881. **2.** p. 44[illegible] 1883. **2.** p. 645, 1886. **2.** p. 627, 1893. A. p. 505; Phil. Mag. **19.** p. [illegible] 1885; Natnre **37.** p. 406. 1888; Wied. Ann. **44.** p. 778. 1891; Proc. Ro[illegible] Soc. **53.** p. 394. 1893.

5) P. Drude, Wied. Ann. **43.** p. 158. 1892.

6) R. Lüdtge, Pogg. Ann. **139.** p. 620. 1870.

7) G. van der Mensbrugghe, Mém. d. Brux. **30.** p. 322. 18[illegible] **43.** (4) p. 18. 1882.

Uebrigens haben schon die Herren Reinold und Rücker[1]) 1891 ausdrücklich erklärt, „dass ein erdrückender Beweis dafür vorliegt, dass der Radius der Wirkungssphäre der Molecularkräfte bedeutend grösser ist als die Dicke der schwarzen Partie einer Lamelle". Die Dicke dieser schwarzen Partie wurde 1891 zu 17—12 $\mu\mu$, 1893 zu 80—230 $\mu\mu$ gefunden. Ich selbst habe die Bildung dieser dünnen Oelsäurehaut von unbekannter Dicke und deren Einfluss auf die Messungen der Wirkungsweite der Molecularkräfte 1894 ausführlich erörtert.[2])

Aus diesen Gründen kann ich auch Hrn. Riecke[3]) nicht zustimmen, der noch 1896 in seinem Lehrbuch der Experimentalphysik auf Grund der Drude'schen Untersuchungen $l = 8\ \mu\mu$ angiebt und die anderen Arbeiten auf diesem Gebiete gar nicht zu kennen scheint.

Hr. G. Vincent ist also nicht berechtigt die Uebergangsschichten an der Oberfläche von Seifenwasser auch ganz allgemein an der Oberfläche von festen Körpern oder Flüssigkeiten anzunehmen, bei denen sich nicht durch Hydrolyse unmerklich dünne Schichten neuer ölartiger Flüssigkeit bilden können.

Wenn Hr. G. Vincent weiter die Versuche von Lord Rayleigh[4]) und Karl T. Fischer[5]) über die Ausbreitung von Oel an der Oberfläche von Wasser und Quecksilber anführt und deren Bedeutung für die endliche Wirkungsweite der Molecularkräfte erörtert, so muss ich doch bemerken, dass ich viel früher[6]), im Jahre 1870, die Ausbreitung von Oel und anderen Flüssigkeiten auf der Grenzfläche von Wasser und Quecksilber mit Luft und anderen Flüssigkeiten beschrieben, und damit nachgewiesen habe, dass die Oberflächenspannung mit der Dicke der ausgebreiteten Flüssigkeitsschicht abnimmt

1) A. W. Reinold u. A. W. Rücker, Wied. Ann. **44.** p. 781. 1891.

2) G. Quincke, Wied. Ann. **53.** p. 619. 1894.

3) E. Riecke, Lehrbuch der Experimentalphysik **1.** p. 179 und 197. 1896.

4) Lord Rayleigh, Proc. Roy. Soc. **47.** p. 364; **48.** p. 127. 1890; Phil. Mag. **30.** p. 396. 1890.

5) Karl T. Fischer, Wied. Ann. **68.** p. 414. 1899; Dissertation München 1897.

6) G. Quincke, Pogg. Ann. **139.** p. 28—35, 45—82, besonders p. 68—70. 1870.

und einen Minimalwert erreicht, sobald die Dicke dieser Flü keitsschicht einen bestimmten sehr kleinen Wert überschr

Damit war die endliche Wirkungsweite der Molec kräfte auch für zusammenhängende Flüssigkeitsschichten wiesen, bei denen Fehler durch kleine Löcher oder Risse, sie bei festen Schichten vorkommen können, ausgeschl waren.

Mit diesen 1869 und 1870 veröffentlichten Arbeiten ich zuerst nachgewiesen, und zwar mit mehreren Meth nachgewiesen, dass die Wirkungsweite der Molecularkräfte unmerklich klein ist, wie damals allgemein angenommen w sondern einen endlichen messbaren Wert hat.

Dass ich durch „irrige Hypothesen" zu diesem Res gekommen wäre, wie Hr. G. Vincent (l. c. p. 494 und behauptet, muss ich durchaus bestreiten.

Heidelberg, den 25. April 1900.

(Eingegangen 27. April 1900.)

15. *Ueber Einwirkung eines Glühkörpers auf leuchtende Entladungen;* von K. v. Wesendonck.

Hr. Stark bemerkt in einer vor kurzem erschienenen Arbeit[1]), meine Untersuchungen[2]) betreffend ein von Hrn. Faye beobachtetes Phänomen hätten zu keinem klaren, widerspruchsfreien Resultate geführt, weil ich mich des Inductoriums bedient habe, wobei unter dem Einflusse eines glühenden Körpers auch der Schliessungsstrom (nach Hrn. Goldstein) das Gas zu durchbrechen vermöge, und hierdurch die Leuchterscheinungen verwickelt würden. Zur Untersuchung des Einflusses der Erhitzung diene am besten eine Influenzmaschine oder Hochspannungsbatterie.

Zur Zeit, da Verfasser die Arbeit über „Das Verhalten der Gasentladungen gegen einen glühenden Platinstreifen" unternahm, war das Experimentiren mit hohen Spannungen liefernden Batterien noch mit viel Umständlichkeiten verknüpft und geschah nur recht selten. Mit der Influenzmaschine hat Verfasser seiner Zeit wohl des öfteren gearbeitet, aber sie giebt, wie bekannt, besonders geschichtete Entladungen nicht ohne weiteres so hell und glänzend wie das Inductorium, dessen sich Verfasser zunächst um so eher bediente, als es sich ja um Versuche von Hrn. Faye handelte, der ja eben solche Apparate verwendet hatte. Das Auftreten des Schliessungsstromes ist doch auch nur dann *direct zu befürchten*, wenn der glühende Körper selbst *direct Elektrode für den die Leuchterscheinungen liefernden Entladestrom ist.* Wird der Glühkörper, insbesondere nicht zur Erde abgeleitet, seitlich in die Vacuumröhre eingeführt, *so ist die Gefahr nicht gross.* Ausserdem macht sich aber das *Auftreten des Schliessungsstromes bemerkbar durch besondere Erscheinungen*, wie negatives Glimmlicht an der Anode für den Oeffnungsstrom, Schichtenbildung in

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 1. p. 424. 1900.
2) K. v. Wesendonck, Wied. Ann. 26. p. 81—105. 1885.

sonst dunkeln Räumen, Veränderungen im Aussehen der v handenen Schichten etc. Man übersieht daher das Passi des Schliessungsstromes durchaus nicht leicht. Verfasser gla denn auch seinen nächsten Zweck, *die von Hrn. Faye beoba tete Erscheinung richtig zu deuten, erreicht zu haben.*[1]) scheinbare Anziehung der leuchtenden Entladung, und Wirkung der glühenden Körper auf durch seitliche Entladun sich bildende secundäre Kathodenerscheinungen, erklären Beobachtung des französischen Forschers. Es wurde be achtet beim Erglühen des Platinbleches die scheinbare, scl von Hrn. Faye angegebene Anziehung, „jedenfalls eine Fo der verbesserten Leitfähigkeit des Gases durch die Erhitzu (l. c. p. 84), ebenda die Wirkung auf Funken, ferner das kannte Auftreten *von sogenannten secundären Kathoden am Pla bleche* und *das Auseinandergehen der negativen Glimmlichtschich* unter Wirkung des Glühens (l. c. p. 85, 86, 91), demgeg über man die *Unempfindlichkeit des blauen Lichtes im ho Vacuum wie der Kathodenstrahlen* (p. 87) constatirte. Sehr stimmt wird auf das *Zurückweichen der Schichten vor dem heis Bleche zur Anode hin aufmerksam gemacht.* (p. 88, 90), eber auf die *Erweiterung des Schichtenintervalles* (p. 90) und *Bildung von Schichten* durch Glühen in Fällen, wo sonst kei auftreten, nur musste hierzu die Luft Spuren von gewis Beimengungen besitzen. Es wird die Erklärung dieser E scheinungen in bestimmte Beziehungen gesetzt zu einer etwaig *Dissociation der Gasmolecüle durch die Hitze* (p. 104) und (p. 1(betont, die genannten Beobachtungen sprächen dafür, dass ei solche *Zerlegung auch bei der Schichtenbildung von Bedeutu sei.* p. 86 heisst es, das Verhalten des Glimmlichtes sei w(ähnlich zu erklären, wie die Aufhebung des Leitungswid(standes an einer glühenden Kathode, die Hitze erleichtere d Molecülen den Eintritt in den eigentümlichen Zustand, der d Teilchen des negativen Glimmlichtes zugeschrieben werden müs Es wird auch (p. 101) ganz bestimmt constatirt, dass (zwischen den Elelektroden befindlicher Heizkörper *bei se grosser Verdünnung die Entladung nicht mehr wieder einzulei vermag, wohl aber bei grösseren Gasdichten* (p. 100). Dass d

1) Vgl. O. Lehmann, Elektr. Entladungen, p. 376. Halle 1898.

Erglühen des Platinbleches unter den Umständen, welche die besprochenen Erscheinungen zeigen, keine *merkliche Verunreinigung* des Inhaltes des Vacuumgefässes zur Folge zu haben braucht, wurde speciell nachgewiesen (p. 95—96), ferner auch die Möglichkeit von Entladungen seitens des die Incandescenz erzeugenden Stromes in das umgebende Medium angedeutet (p. 94).

Verwickelter Art sind allerdings die Erscheinungen in den Entladungsröhren von den Dimensionen, wie sie für Spectroskopie gebräuchlich sind. Aber hier liegt die Schwierigkeit wohl in der Natur der Sache, nicht in dem Glühen des Platinstreifens, denn auch die durch Berührung erregte Elektrorepulsion zeigt Complicationen (p. 99). Schliesslich sei noch erwähnt, dass man bereits zur Zeit meiner kleinen Arbeit annahm, die Elektricitätsleitung in einem erhitzten Gase sei eine dunkle oder könne es doch sein.[1])

Nach alledem sind die verdienstvollen Versuche des Hrn. Stark mit Anwendung einer Hochspannungsbatterie gewiss mit Freuden zu begrüssen, aber sie dürften doch wohl *nicht so viel des Neuen gebracht haben*, als nach dessen Darstellung man vielleicht annehmen könnte.

1) Vgl. E. Wiedemann, Elektricität, 4. I. Abt. p. 456. § 573. 1885. (3. Aufl. der Lehre vom Galvanismus etc.)

(Eingegangen 9. Mai 1900.)

16. *Berichtigung zur Arbeit: „Ueber die Grenzen des festen Zustandes IV“; von G. Tammann.*

Die in dieser Arbeit[1]) angegebenen Drucke sind nicht in Atmosphären, sondern in Kilogramm pro 1 qcm gemessen. Die Zahlenwerte aller Drucke bleiben nach Ersetzung der Bezeichnung Atm. durch kg pro 1 qcm ungeändert. Von den berechneten Werten wird infolge dessen einer, der dT/dp-Wert der Schmelzcurve des gewöhnlichen Eises, bei 0° um 3,3 Proc kleiner.

1) Ann. d. Phys. 2. p. 1. 1900.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

1900. № 7.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 2.

1. *Ueber Elektricitätszerstreuung in der Luft; von J. Elster und H. Geitel.*

Setzt man einen elektrisirten isolirten Leiter der Berührung mit der Luft aus, so beobachtet man bekanntlich, dass sein Potentialniveau im Laufe der Zeit sinkt. Durch gewisse Vorsichtsmaassregeln kann man sich versichern, dass diese Elektricitätszerstreuung nicht etwa allein auf einen Rest von Leitung über die den Versuchskörper tragenden Stützen zurückführbar ist. Unzweifelhaft findet ein Elektricitätsverlust an die Luft statt, wobei allerdings noch unentschieden bleibt, inwieweit bei diesem Vorgange die Luft selbst oder in ihr suspendirte Teilchen staubartiger oder anderer Natur beteiligt sind.

Die Wichtigkeit, die der genannten Erscheinung im Hinblick auf die Theorie der atmosphärischen Elektricität zukommt, veranlasste uns dazu, ihre Abhängigkeit von anderen meteorologischen Factoren näher zu untersuchen. Hierbei zeigte sich, dass gewisse Eigenschaften des Zerstreuungsvorganges sich weder unter der Annahme, dass die Luftmolecüle selbst, noch unter der, dass die in der Luft schwebenden Staubteilchen die Ladung des Versuchskörpers nach vorausgegangener Berührung forttragen, in völlig befriedigender Weise übersehen lassen, während dies leicht unter der Voraussetzung gelingt, dass die natürliche Luft von vornherein positiv und negativ geladene Teilchen enthält, deren Anzahl und Beweglichkeit in der freien Atmosphäre von Natur veränderlich, in begrenzten Luftmengen auch durch künstliche Eingriffe modificirbar ist.

Hiernach scheint es, dass wie die übrigen Formen der Elektricitätsbewegung in Gasen, so auch die gewöhnliche Zerstreuung im wesentlichen auf eine Ionenleitung zurückgeführt werden kann.

Wir erlauben uns im Folgenden über die Beobachtungen und Versuche zu berichten, die uns zur Annahme dieser Vorstellung geführt haben.

Da diese Versuche den Zweck hatten, das elektrische Verhalten der *natürlichen* Luft festzustellen, so sind sie fast alle entweder in der freien Atmosphäre oder in nur unvollkommen abgeschlossenen Räumen (Zimmern) ausgeführt, sie beziehen sich daher, wenn nicht ausdrücklich das Gegenteil hervorgehoben wird, auf Luftmassen von grosser Ausdehnung.

Systematische Messungen der Elektricitätszerstreuung im Freien sind zuerst von Hrn. Linss[1]) angestellt. Ein durch Schellack isolirter Pappcylinder ist mit einem Stanniolbelage überzogen. Nachdem ihm eine elektrische Ladung mitgeteilt ist, wird er eine gewisse Zeit lang in bestimmter Lage der freien Luft ausgesetzt. Zur Messung seines Potentialniveaus vor und nach der Exposition dient ein nach dem Sinusprincip construirtes Elektrometer, bestehend aus einer über einer Kreisteilung frei schwebenden Magnetnadel, die von einem Gehäuse eingeschlossen ist. In dieses kann der Versuchskörper in ein für allemal fixirter Stellung eingeführt und sein elektrischer Zustand aus der elektrostatischen Anziehung auf die eine Hälfte der Magnetnadel ermittelt werden.

Controlmessungen, bei denen der Versuchskörper die gleiche Zeit in geladenem Zustande innerhalb des Elektrometergehäuses belassen wurde, ergaben weit kleinere Beträge der Zerstreuung als im Freien, sodass man schliessen kann, dass der beobachtete Verlust nur zum geringsten Teile auf mangelhafte Isolation der Schellackstütze zurückzuführen ist.

Indessen ist es von vornherein nicht notwendig, dass das Isolationsvermögen des Schellacks dasselbe bleibt, gleichgültig ob seine Oberfläche von der freien Luft oder der abgeschlossenen des Elektrometergehäuses bespült wird.

Wir hielten es daher für wünschenswert, die Linss'schen Untersuchungen wieder aufzunehmen mit der Ergänzung, dass die Grösse des Elektricitätsverlustes, soweit er nicht von der Berührung des Versuchskörpers mit der Luft herrührt, bei jeder Beobachtung besonders bestimmt wird.

1) W. Linss, Meteorol. Zeitschr. **4.** p. 352. 1887; Elektrotechn. Zeitschr. I. 11. p. 506. 1890.

Wir glauben dies mittels der im Folgenden beschriebenen Vorrichtung erreichen zu können, die ausserdem, da sie als Messapparat das für den beabsichtigten Zweck modificirte Exner'sche Elektroskop verwendet, den Vorteil bietet, leicht transportabel zu sein.[1])

Die etwas stark gearbeitete Trennungsplatte *A* (Fig. 1) der Aluminiumblättchen des Elektroskopes trägt an ihrem unteren Ende einen kurzen cylindrischen Ansatz *A'* aus Messing und ist mit diesem, abweichend von der Exner'schen Construction, an der *tiefsten* Stelle des Gehäuses in einen starken, gefirnissten Ebonitstopfen eingelassen. Oben endet sie in eine kleine Kugel *B* mit conischer Bohrung *c*. Liegt das Instrument in dem zugehörigen Etui, so ist das Gehäuse oben durch den Deckel *D* geschlossen und die Schutzbacken *E* sind zusammen geschoben. Vor dem Gebrauche nimmt man den Deckel ab, zieht die Schutzbacken zurück, soweit dies möglich ist und führt durch die Oeffnung *F* des Gehäuses einen Metallstift ein, dessen unteres conisches Ende genau in die Bohrung der Kugel *B* hineinpasst und dem ein geschlossener cylindrischer Hohlkörper *G* aus geschwärztem Messingblech von etwa 9 cm Höhe und 5 cm Durchmesser aufgesetzt ist.

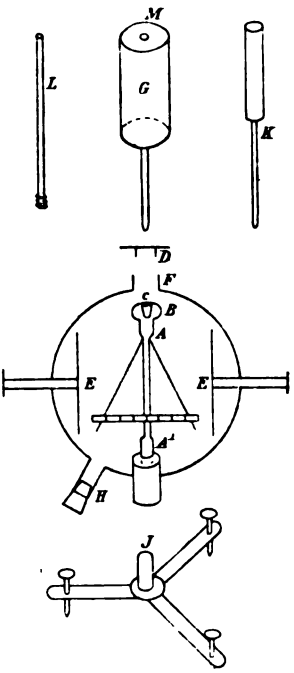


Fig. 1.

Der Vorzug der beschriebenen Construction des Elektroskopes liegt darin, dass die einzige isolirende Vorrichtung weder direct mit der Aussenluft noch irgend welchen fremden Körpern in Berührung kommen kann. Will man sie noch gegen einfallenden Staub und gegen Licht schützen, so ist dies durch eine unmittelbar über dem Ebonit bei *A'* angebrachte Schutzplatte aus dünnem Messingblech leicht erreichbar.

1) Der Apparat ist beschrieben in der Physikal. Zeitschr. 1. p. 11. 1899 und in Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity 4. p. 213. 1899.

Für den Fall, dass bei sehr hohem Feuchtigkeitsgehalt der Luft die Isolation des Ebonits mangelhaft werden sollte, ist eine Trockenkammer angebracht, nämlich der für gewöhnlich durch einen Gummistopfen geschlossene Glastubus H, in den ein erbsengrosses Stück metallischen Natriums, an eine durch den Gummistopfen geführte Nadel aufgespiesst, eingebracht werden kann. Selbstverständlich muss das Natrium, bevor der Apparat nach dem Gebrauche in das Etui gelegt wird, entfernt werden; zur Aufbewahrung dient ein Glasröhrchen von denselben Dimensionen wie der Tubus H.

Scala und Visirstreif des Elektroskopes sind wie bei der ursprünglichen Form angebracht, die Aichung geschieht mit einem Hochspannungsaccumulator.

Zur Anstellung von Zerstreuungsbeobachtungen in geschlossenen Räumen setzt man das Elektroskop auf den in der Mitte eines von Stellschrauben getragenen Dreifusses befestigten Zapfen J, führt den Zerstreuungskörper G ein und ladet dann das aus diesem und dem Elektroskope zusammengesetzte System mittels einer Trockensäule etwa positiv. Man wartet nun ungefähr 5 Min., damit der isolirende Ebonitstopfen an der Berührungslinie seiner Oberfläche mit dem eingefügten Metallcylinder sich positiv laden und innen dielektrisch polarisiren könne und liest dann die Divergenz der Blättchen ab, dieser möge ein Potential von V_0 Volt entsprechen.

Je nach dem Grade der Zerstreuung überlässt man nun den Apparat kürzere oder längere Zeit sich selbst, bis eine deutliche Spannungsabnahme stattgefunden hat, liest dann wieder die Divergenz ab (entsprechend V Volt) und notirt die zwischen beiden Ablesungen liegende Zeit t. Alsdann entfernt man den Zerstreuungscylinder G und führt statt dessen einen mit isolirender Handhabe versehenen Stift K ein, ladet nochmals mit demselben Vorzeichen, zieht den Stift heraus, sodass jetzt allein die Elektroskopblättchen mit ihrem Träger elektrisirt zurückbleiben und beobachtet wieder die Divergenz (V_0'). Nach der Zeit t', mindestens derselben, die man auf den ersten Versuch verwendet hatte, liest man die Divergenz V' ab. Während dieser Zeit bleibt das Gehäuse des Elektroskopes offen.

Bezeichnet man nun mit n das Verhältnis der Capacitäten

des Elektroskopes allein zu der Summe der Capacitäten von Elektroskop und Zerstreuungscylinder, so ist der Ausdruck

$$E = \frac{1}{t} \log \frac{V_0}{V} - \frac{n}{t'} \log \frac{V_0'}{V'}$$

ein Maass für die während der Expositionszeit von dem Zerstreuungscylinder einschliesslich des ihn tragenden Stiftes an die Luft abgegebene Elektricitätsmenge.

Will man einen Versuch mit negativer Ladung anschliessen, so muss man vor der ersten Ablesung das ganze System mindestens 5 Min. negativ geladen stehen lassen, damit der Ebonitstopfen seine Oberflächenladung wechseln kann, und der Rückstand der voraufgegangenen Ladung neutralisirt wird.

Die Constante n des Apparates bestimmt man durch den Versuch in folgender Weise. Man schraubt an den Zerstreuungskörper G in einer im Mittelpunkt seiner oberen Grundfläche gelassenen Oeffnung M ein mit einem Gewinde versehenes Ebonitstäbchen L ein, ladet das Elektroscop in der angegebenen Weise auf eine bestimmte Divergenz D_1 und senkt nun vorsichtig, ohne die Wand zu berühren, von oben her den Stift des unelektrischen Zerstreuungscylinders G in die Oeffnung F hinein, indem man als Handgriff das Ebonitstäbchen L benutzt, bis er in der conischen Oeffnung der Kugel B festsitzt. Nun liest man die Divergenz D_2 ab. Das Verhältnis der zu D_2 und D_1 gehörigen Voltzahlen ist die Constante n.

Das zweite Glied der Formel ist eine Correction, deren Betrag, wenn die Isolation gut ist, schwerlich über die Fehlergrenze der Methode hinausgeht. Wegen dieser Geringfügigkeit der Correction halten wir die hier angegebene Methode zur Bestimmung des Capacitätsverhältnisses n, obgleich sie ungenau ist, doch für ausreichend. Vernachlässigt ist dabei der Umstand, dass die Elektricitätsverteilung auf den Blättchen und ihrem Träger sich etwas ändert, sobald der Zerstreuungskörper aufgesetzt wird, auch die Capacitätsänderungen, die mit dem Divergiren und Zusammenfallen der Blättchen verbunden sind, können nicht in Betracht gezogen werden.

In der beschriebenen Form ist der Apparat zu Messungen der Zerstreuung im Freien noch nicht geeignet. Der geladene Cylinder G befindet sich nämlich dann in einem elektrischen

Felde, dessen Intensität verschieden, z. B. auf Bergspitzen s hoch und besonders bei Niederschlagsfällen stark wechselnd s kann. Daher werden die Blättchen des Elektroskopes keine c stante Einstellung zeigen, wenn nicht der Apparat sehr geschü aufgestellt ist. Die elektrische Dichtigkeit auf dem Zerstreuun körper wird, ausser von seiner Eigenladung, auch von d äusseren Kräften abhängen, die Zerstreuung also selbst du diese beeinflusst werden. Wir setzen deshalb auf denselt Dreifuss, der das Elektroskop trägt, in der Verlängerung c einen Stellschraube einen Metallstab, an dem ein unten offen oben durch einen Deckel geschlossener, innen geschwärz Cylinder aus Messingblech von etwa 14 cm Höhe und 19 Weite so befestigt wird, dass der Zerstreuungskörper G in sei Axe liegt. Leiten wir das Stativ zur Erde ab, so ist G d directen Einwirkungen der äusseren Kräfte — abgesehen v extrem hohen Intensitäten des elektrischen Feldes der Atn sphäre — ausreichend entzogen und zugleich gegen Nied schläge, Sonnenstrahlung und starke Luftbewegung geschüt Da der Cylinder unten offen ist, so kann die Luft frei e dringen. Selbstverständlich muss für diese Anordnung c Constante n besonders bestimmt werden.

Die Anwendung des Schutzcylinders ist ein Notbehelf, c mehrere Nachteile mit sich bringt. Er vermindert insbesond die Zerstreuung, da er, abgesehen von der Steigerung d Capacität des Systems, das Luftquantum einschränkt, das d elektrischen Einwirkung des Zerstreuungskörpers ausgesetzt i und bei starker Insolation und schwachem Winde eine gewis Stagnation der Luft in seinem Innern begünstigt. — Sämtlicl Bestandteile des Apparates, einschliesslich der zum Lad dienenden Trockensäule, sind nach einer vom Mechanik O. Günther in Braunschweig getroffenen Anordnung in eine leicht transportablen Kasten zu verpacken, der selbst a Unterlage zur Aufstellung des Instrumentes dient.

Die Isolation des Elektroskopes ist bei der beschrieben Einrichtung so gut, dass ein ihm erteiltes Potential von 230 V bei geschlossenem Deckel des Gehäuses in einer Stunde u nicht mehr als höchstens 10 Volt zurückgeht, bei geöffnete Deckel ist der Verlust in der Regel etwas grösser. Setzt m dagegen den Zerstreuungskörper frei oder umgeben von de

Schutzcylinder auf, so ist meist schon nach 5. sicher aber nach 15 Minuten eine augenfällige Abnahme der Divergenz zu beobachten, die für 15 Min. in freier Luft an unserem Wohnorte bis zu etwa 65 Volt (von der genannten Anfangsladung an gerechnet) betragen kann. Der Elektricitätsverlust an die Luft ist daher in zweifelloser Weise zu erkennen.

Wir führen nun seit mehr als Jahresfrist täglich um die Mittagszeit Messungen der Elektricitätszerstreuung vor einem nach Osten gelegenen Fenster des ersten Stockes eines frei gelegenen Hauses aus und zwar sowohl mit positiver wie mit negativer Ladung. Da jede Exposition 15 Minuten währt und sich an jede noch eine Correctionsbestimmung von gleicher Dauer anschliesst, ausserdem noch eine Wartezeit von 5 bis 10 Minuten nach dem Zeichenwechsel der Ladung innegehalten werden muss, so nimmt jede vollständige Messung etwa $1^1/_2$ Stunden in Anspruch. Zur Berechnung der Resultate dient die oben angeführte Formel, die Einheit der Expositionszeit ist, wenn nichts anderes bemerkt, 15 Minuten, die Logarithmen sind Brigg'sche, und n, die Constante des Apparates, beträgt 0,3. Die so gefundenen Zahlen sind noch mit 100 multiplicirt, es können die ganzen Einheiten der hierdurch erhaltenen Resultate als verbürgt gelten.

Wir teilen zur Charakteristik der Beobachtungen und zum Belege gewisser daraus zu ziehender Schlüsse einige Beispiele mit.

Betrag der Zerstreuung unter Mittag in Wolfenbüttel.

Datum	Für positive Ladung	Für negative Ladung	Bemerkungen
22.X. 1899	2,77	2,64	Nebel. Leichter S.E.
5. XI.	8,58	9,82	Wolkenlos. Sehr klare Fernsicht. Mässiger S.S.W.
15. XI.	3,18	3,02	Feiner Regen. Rauch und Dunst in der Luft. Mässiger N.W.
24. XI.	4,32	4,08	Verschleiert. Stürmischer W.S.W.
21. III. 1900	5,55	5,85	Etwas verschleierte Fernsicht. Frischer E.
31. III.	13,67	13,83	Himmel halb bedeckt. Sehr klare Fernsicht. Frischer N.

Bei der Betrachtung der Zahlen ergiebt sich zunächst, dass die Elektricitätsverluste für positive und negative Ladungen nahe bei einander liegen. Diese Erfahrung ist schon von Hrn. Linss in Darmstadt gemacht, wir können sie für Wolfenbüttel als in der Regel zutreffend bestätigen. Sie gilt, wie es scheint, im allgemeinen für Orte des Tieflandes und auf der Sohle von Thälern gelegene Punkte, solange das Potentialgefälle der atmosphärischen Elektricität unter einer gewissen Grenze bleibt.

Ferner fällt auf, dass die Luftbewegung nicht von ausschlaggebender Bedeutung für die Elektricitätszerstreuung sein kann, da sich diese am 24. November 1899 bei stürmischem Winde nur etwa halb so gross ergab als am 5. November bei nur mässiger Windgeschwindigkeit. Beispiele ähnlicher Art lassen sich vielfach zusammenstellen. Eine beschleunigende Wirkung der Luftbewegung soll natürlich nicht geleugnet werden, nur muss es auffallen, dass sie nicht stärker hervortritt.[1]) Dagegen ist, wie auch die herausgegriffenen Tage zeigen, der Einfluss der Luft*trübung* unverkennbar. Je mehr die Atmosphäre mit Staub, Rauch oder Nebel beladen ist, um so kleiner ist durchschnittlich die Elektricitätszerstreuung, die höchsten Werte wurden bei grosser Reinheit der Luft beobachtet, besonders in den Intervallen von Graupel- und Regenböen aus N. und N.W. im März und April, wenn bei tiefblauem Himmel die Fernsicht abnorm klar war.

Diese letzte Erfahrung, dass die „Leitfähigkeit" der atmosphärischen Luft durch die Anwesenheit leitender, in ihr schwebender Partikelchen nicht nur nicht vermehrt, sondern sogar wesentlich vermindert wird, muss zunächst paradox erscheinen. Es bleibt nichts übrig, als die Annahme, dass jener Staub die Zerstreuung jedenfalls nicht ausschliesslich herbeiführt, ja dass er höchstwahrscheinlich nur eine ganz untergeordnete Rolle dabei spielt.

Somit käme der Hauptanteil des Elektricitätsverlustes auf eine wahre Leitung durch die Luft zurück. Dass diese nicht in einem Uebergange der Ladung auf die Gasmolecüle selbst

1) Auf die Discussion des Beobachtungsmateriales im allgemeinen, nämlich den Einfluss anderer meteorologischer Elemente, möchten wir hier nicht eingehen, bemerken aber, dass eine Zunahme der Elektricitätszerstreuung mit dem Wassergehalte der Luft nicht erkennbar ist.

bestehen kann, folgt sowohl aus dem elektrischen Verhalten der Gase im allgemeinen, wie aus der Thatsache, dass die Zerstreuung im geschlossenen Elektrometergehäuse gegen die im freien Raume gemessene ausserordentlich klein ist. Es müssen vielmehr in der Luft Vehikel nicht staubartiger Natur in beschränkter Anzahl vorhanden sein, die, indem sie den Elektricitätstransport in ihr übernehmen, eben hierdurch an die Elektroden getragen und dort haftend ausser Wirkung gesetzt werden. Ein abgeschlossenes Luftvolumen wird daher durch elektrische Kräfte an Leitfähigkeit um so mehr einbüssen, je kleiner es ist. In der That erweist sich die Zerstreuung als viel geringer, sobald man den Apparat mit einem allseitig geschlossenen Mantel umgiebt.

Das Verhalten der atmosphärischen Luft bei der Elektricitätszerstreuung zeigt somit ein wesentliches Merkmal der Leitung durch Ionen, es erhebt sich daher die Frage, ob jenen Partikelchen, die in der Luft verteilt anzunehmen sind, elektrische Eigenladungen zugeschrieben werden müssen. Man wird hierzu genötigt, wenn sich Unterschiede in der Zerstreuung herausstellen, die vom Vorzeichen der Ladung abhängen.

Eine Luft, die die positiven Teilchen im Ueberschusse enthielte, müsste den Versuchskörper bei negativer Elektrisirung schneller entladen als bei positiver und umgekehrt. Die Beobachtungen im Freien auf Bergspitzen haben uns in der That eine solche „unipolare Leitfähigkeit" der Luft mit voller Deutlichkeit erkennen lassen.

Alle Messungen, die wir auf Berggipfeln (auf dem *Brocken* im Harze, dem *Säntis* und anderen Erhebungen in der Schweiz) angestellt haben, zeigten eine grössere Geschwindigkeit der Zerstreuung bei negativer als bei positiver Ladung.[1]) Wir stellen im Folgenden die auf dem *Brocken*, dem *Säntis* und dem *Gornergrat* bei *Zermatt* erhaltenen Zahlen mit denen zusammen, die wir im Weissbad am Fusse des *Säntis*, in *Zermatt* und in *Wolfenbüttel* nach unserer Rückkunft aus der Schweiz fanden.

1) Diese Erscheinung war uns schon früher bei Gelegenheit photoelektrischer Beobachtungen auf dem Sonnblick entgegengetreten, aber damals von uns in anderer Weise gedeutet (Wien. Ber. 119. IIa. p. 1011. 1891).

Ort	Datum und Stunde	Zerstreuung bei pos. Ladung	Zerstreuung bei neg. Ladung	Bemerkungen
Brocken (1140 m)	11. VI. 1899 2—3 Nachm.	6,67	10,28	Meist Sonnenschein. Fe schleiert. Schwache
Weissbad (800 m)	9. VII. 1899 3—4 Nachm.	9,66	9,52	Sonnenschein. Klare L
Säntisgipfel (2500 m)	13. VII. 1899 8—9 Vorm.	8,95	35,04	Sonnenschein. Luft sel Windstill.
Gornergrat (3140 m)	20. VII. 1899 10—11 Vorm.	3,28	31,26	Sonnenschein. Luft sel Sehr schwacher Wi
Zermatter Thal (1620 m)	21. VII. 1899 11—12 Mitt.	21,02	20,78	Sonnenschein. Leichter
Wolfenbüttel (80 m)	2. VIII. 1899 2—3 Nachm.	8,45	9,20	Wolkenlos. Windstille. lich klare Fernsich

Die Zahlen lassen deutlich die grossen Unterschie zwischen der Zerstreuung der beiden Elektricitäten auf Bei spitzen erkennen, während die in den Thälern oder im Ti lande beobachteten zusammengehörigen Werte nahe gleich sir Beachtet man, dass der für Wolfenbüttel angegebene Betr bei ziemlich klarer Luft gemessen wurde und daher sch über dem Durchschnittswerte für diesen Ort liegt, so ergi sich ferner eine Zunahme der Zerstreuung für beide Art der Ladung im Zermatter Thale. Die Luft des Hochgebirg war also, wenn von Nebel frei, im Monat Juli von höher Leitungsvermögen als die des Tieflandes, im Nebel wird au dort die Zerstreuung verschwindend klein. Der unipola Charakter der Erscheinung auf Bergspitzen zeigt, dass die L daselbst positiv geladene Teilchen enthalten muss.[1])

Sind wir somit für bestimmte Orte zu der Annahme ein elektrischen Eigenladung der als „nicht staubartig" erkannt Partikelchen genötigt, so erscheint es nicht zu gewagt, dies

1) Es war vorauszusehen, dass in der Nähe von Wasserfällen, dur die (nach der von Hrn. Lenard entdeckten Wirkung) die umgeben Luft negativ elektrisirt wird, die Zerstreuung für positive Ladungen si abnorm gross erweisen würde. Eine Beobachtung in der Nähe ei Wasserfalles bei *Zermatt* ergab für positive Ladung den Betrag 76,0 für negative 9,15.

Zustand im allgemeinen bei ihnen vorauszusetzen und auf sie die Bezeichnung Ionen anzuwenden, ohne ihnen damit im übrigen völlige Uebereinstimmung in Bezug auf das Verhältnis der elektrischen Ladung zur ponderabeln Masse mit denjenigen zuzuschreiben, die man künstlich durch Röntgen- oder Becquerelstrahlen erzeugen kann.

Geht man von dieser Annahme der Ionisirung der natürlichen Luft aus, so bietet sich von selbst die Aufgabe dar, die im Freien bei zum Teil unbekannten Nebenumständen beobachteten Eigenschaften der Elektricitätszerstreuung unter einfachen Bedingungen hervorzurufen. Insbesondere handelt es sich um den Einfluss von Staub und Nebel und das eigentümliche unipolare Leitvermögen der Luft auf Berggipfeln.[1])

Dass zunächst die Elektricitätszerstreuung durch die Gegenwart von Staub und Nebel stark gehemmt wird, lässt sich auf einfache Weise experimentell erkennen. Um eine grosse Oberfläche des elektrisirten Körpers zu erhalten, wählten wir als solchen einen aus weitmaschigem Drahtgeflecht (etwa 3 cm Maschenweite) zusammengebogenen Käfig von der Form eines Cylinders, dessen beide Endflächen durch kreisförmige Stücke desselben Geflechtes gebildet waren. Die Axenlänge betrug etwa 100, der Radius 50 cm. Der Körper wurde an drei in Siegellackstücken eingeschmolzenen Haken im Arbeitsraume aufgehängt, sein elektrischer Zustand konnte mittels eines Quadrantelektrometers, mit dem er in leitender Verbindung stand, beobachtet werden. Vor dem Versuche waren sämtliche Fenster geöffnet, um die freie Aussenluft hereinzulassen, dann wurden sie geschlossen, dem Körper durch eine Trockensäule eine statische Ladung erteilt, und nun beobachtet, um wieviel Scalenteile die Elektrometernadel bei positiver und negativer Elektrisirung in 30 Secunden zurückging. So ergab sich am 3. December 1899 für negative Ladung ein Rückgang um 15,3, für positive um 15,2 Scalenteile, während 1 Volt gleich 50 Scalenteilen war. Die dem Käfig erteilten Spannungen waren natürlich so gewählt, dass sie etwa gleichen Ausschlägen

1) Die Ergebnisse der im Folgenden beschriebenen Versuche sind zum Teil schon kurz mitgeteilt in der Physikalischen Zeitschrift und in Terrestrial Magnetism and Atmosph. Electricity, l. c.; ferner in der Phys. Zeitschr. 1. p. 245. 1900.

des Elektrometers vom Nullpunkte an entsprachen. Es wu
nun Ammoniakwasser und Salzsäure in zwei nebene
ander gestellte erwärmte Schalen gegossen und so der Ra
in kurzer Zeit mit dichtem Salmiaknebel erfüllt. Es fand s
ein Rückgang von nur 1,5 Scalenteile in gleicher Zeit für be
Arten der Elektrisirung. Wurde nun gründlich gelüftet,
stellte sich nach Vertreibung des Nebels etwa wieder
anfänglich beobachtete Betrag der Zerstreuung, nämlich
Zurückgehen um 14,1 Scalenteile heraus.

Der Elektricitätsverlust an die Luft wird also durch
Gegenwart von Salmiaknebel so stark vermindert, dass
zweifelhaft ist, ob der verbliebene Rest nicht ausreichend du
mangelhafte Isolation der Aufhängung und der Zuleitung z
Elektrometer erklärt werden kann. [1])

Der experimentelle Nachweis, dass auch in gleicher
der eigentliche Wassernebel wirkt, erforderte, da es nicht
ging, den ganzen Laboratoriumsraum damit zu erfüllen, e
besondere Vorrichtung. Diese bestand aus einem gros
cylindrischen Glasgefässe von etwa 22 Liter Inhalt, dessen obe
weite Oeffnung durch einen, auf einer darüber gekitteten F
sung aufzuschraubenden Metalldeckel *MM* (Fig. 2) geschlos
werden konnte. Durch eine von drei in ihm gelassenen O
nungen wurde die mit einer kleinen Compressionspumpe v
bundene Röhrenleitung *R* luftdicht eingeführt, an die mitt
eines T-Stückes ein Manometer und ein Auslasshahn an
schlossen waren. Durch eine andere Oeffnung ragte ein
Schwefel in eine Glasröhre eingekitteter und dadurch isolir
Draht *DG*, an dessen unterem Ende ein handgrosses Stü
Drahtgeflecht (in der Figur nicht gezeichnet) im Innern
Gefässes befestigt war, und durch die dritte die in ein d
ersteren paralleles Drahtnetz endigende, mit dem Elektrome
zu verbindende Elektrode *EF*. Auf den Boden des Gefäs
war Wasser gegossen und dieses durch einen hineingesenk

1) Uebereinstimmend hiermit findet Hr. Owens die Leitfähigk
der von Thoriumstrahlen durchsetzten Luft bei Gegenwart von Tab
rauch vermindert (Phil. Mag. 48. p. 376. 1899). Den gleichen Einf
üben nach Hrn. v. Wesendonck rauchende Substanzen auf das el
trische Leitvermögen der Flammengase aus. (Naturw. Rundschau
p. 261. 1900.)

Draht, der durch einen dort angebrachten Tubus geführt war, sowohl mit dem Metalldeckel *MM*, wie mit der Erdleitung verbunden. War nun die Luft im Innern comprimirt und öffnete man den Auslasshahn, so trat in bekannter Weise die Nebelbildung ein. Es war noch erforderlich, die zum Elektrometer führende Elektrode *EF* in der vorübergehend mit Wasserdampf übersättigten Luft völlig isolirend zu erhalten. Dies gelingt auf folgende Weise. Eine Glasröhre *AB* ist in der Nähe von *A* zu einer Kugel aufgeblasen und auf diese seitlich

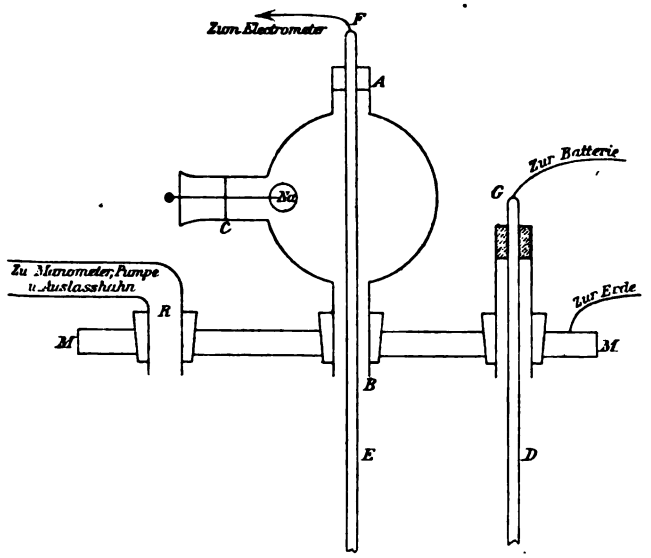


Fig. 2.

ein Tubus *C* aufgesetzt. Der Elektrodendraht *EF* wird bei *A* mit Schwefel eingekittet, sodass er, ohne die Röhre innen zu berühren, bei *B* frei austritt. Mittels eines gut passenden Stopfens wird diese in die mittlere Oeffnung des Deckels *MM* eingesetzt, bevor an *E* das Drahtnetz befestigt ist. Durch den Tubus *C* führt man, wie bei dem oben beschriebenen Elektroskope, ein Stück metallischen Natriums mittels einer Nadel ein. Die Luft in der Kugel bleibt dadurch auch bei plötzlichem Entspannen so trocken, dass die Isolation vollkommen ist.

Die Beobachtungsmethode war nun folgende. Nachdem die Luft in dem Apparate bis auf etwa 20 cm Quecksilber über den Atmosphärendruck comprimirt war, verbanden wir

EF mit dem noch zur Erde abgeleiteten Quadrantelekt meter und *D* mit dem einen Pole einer Accumulatorenbatte von 100 Elementen, oder einer Zink-Salmiaklösung-Koh kette von höherer Polspannung. Alsdann wurde die Erdleitu des Elektrometers unterbrochen und der Elektricitätsüberga zwischen den an *E* und *D* befestigten Drahtnetzen an der E wegung der Elektrometernadel verfolgt. Wurde nun die L durch Oeffnen des Auslasshahnes mit Nebel erfüllt, so verla samte sich, unabhängig vom Vorzeichen der Ladung der Ga der Nadel, um sofort wieder zu der alten Bewegung zurü zukehren, sobald der Nebel durch erneute Compression e fernt wurde. Bei schrittweisem Entspannen, indem man d Nebel in dem Maasse wiederherstellt, als er sich durch s mähliches Sinken lichtet, kann man das Tempo der Na längere Zeit verlangsamt erhalten. Ist schliesslich der Ueb druck in dem Gefässe verschwunden, so tritt mit zunehmend Durchsichtigkeit seines Inhaltes wieder die ursprüngliche L fähigkeit der Luft ein.

Wir verwandten zu diesen Versuchen sowohl natürlic unmittelbar aus dem Freien entnommene Luft, wie auch solc der durch vorhergegangene Einführung einer Flamme od durch die Gegenwart eines Stückes Uranpecherz künstlich e gesteigerte Leitfähigkeit erteilt war. In den letzten Fäl ist die Erscheinung sehr deutlich, da die Bewegung der Na bei Abwesenheit des Nebels viel beträchtlicher wird, d halten wir sie auch bei natürlicher Luft für unverkennb Die Ausschläge des Elektrometers in gleichen Zeiten bei neb freier und nebelhaltiger Luft standen im ersten Falle (l natürlicher Luft) im Verhältnis von etwa 7 : 5, im zweiten (l künstlich ionisirter) von 11 : 5.

Die Wirkung des Staubes und Nebels auf die Elektricitä zerstreuung lässt sich bekanntlich leicht übersehen, ind man beachtet, dass die Ionen infolge ihrer elektrischen Ladu an den Staubteilchen und Nebeltröpfchen haften und dur die hierdurch bewirkte enorme Zunahme der zu bewegend Masse lahmgelegt werden. Bei genügender Uebersättigung d Luft bilden sie sogar selbst die Condensationskerne des e stehenden Nebels. [1])

1) Wilson, Phil. Trans. 192. p. 403 und 193. p. 289. 1899.

Nachdem somit die durch Beobachtungen im Freien erkannte Verminderung der Leitfähigkeit der Luft bei Nebel durch den Versuch bestätigt war, handelte es sich nun um die Frage, ob sich für die Annahme einer elektrischen Eigenladung der in der Luft enthaltenen Träger der Elektricitätszerstreuung die experimentelle Begründung finden liesse. Sind solche geladenen Teilchen in elektrisch neutraler Luft vorhanden, so müssen sie gleiche und entgegengesetzte Elektricitätsmengen mit sich führen, es muss möglich sein, die eine Art von der anderen durch elektrische Kräfte zu trennen.

Wir verwandten zu den hierauf abzielenden Versuchen zuerst den oben beschriebenen transportabeln Apparat für Elektricitätszerstreuung. Stellt man diesen, nachdem man den Zerstreuungskörper *G* unter den Schutzcylinder eingeführt und den Elektroskopblättchen eine gewisse Divergenz erteilt hat, auf eine isolirende Unterlage und ladet nun das aus dem Gehäuse des Elektroskopes, dem Stative und dem Schutzcylinder bestehende System durch dauernde Verbindung mit dem einen Pole einer Trockensäule auf etwa $\pm$ 300 Volt, so beobachtet man, dass die Zerstreuung merklich schneller als sonst vor sich geht, wenn die Ladung des Zerstreuungskörpers mit der des ganzen Systems übeinstimmt, dagegen langsamer bei entgegengesetzten Vorzeichen.

Nimmt man die Existenz elektrisch geladener Teilchen in der Luft an, so ist die Deutung des Ergebnisses einfach. Der etwa positiv geladene Zerstreuungskörper zieht aus seiner Umgebung die negativen „Ionen" heran und wird durch Berührung mit ihnen allmählich entladen. Ist nun der Schutzcylinder an seiner Aussenfläche gleichnamig elektrisirt, so addirt sich das von ihm erregte Feld zu dem ersteren hinzu; die von ihm aus grösserer Ferne herangezogenen negativen Ionen gelangen zum Teil auch in das elektrische Feld des Zerstreuungskörpers und folgen den an seiner Oberfläche endigenden Kraftlinien. Die gleichnamige Ladung des äusseren Leitersystems wirkt also in der Art, dass sie die Anzahl der entgegengesetzt geladenen Ionen in der Nachbarschaft von *G* vermehrt, eine entgegengesetzte vermindert sie. Im ersten Falle wird die Zerstreuung beschleunigt, im zweiten verzögert.

Die Versuchsanordnung ist noch nicht rein; das Anlegen des Poles der Trockensäule bewirkt, da der Stil des Zerstreuungskörpers nicht von dem Schutzcylinder umschlossen ist, noch eine Aenderung in der Divergenz der Blättchen.

Von diesem Fehler ist die folgende Methode frei. Der Schutzcylinder wird entfernt, statt dessen aber der ganze Apparat mit einer allseitig geschlossenen cylindrischen Hülle aus weitmaschigem Drahtgeflecht (Maschenweite etwa 0,5 bis 2 cm) umgeben, die mit ihm auf derselben isolirten metallischen Unterlage ruht. Um den Zerstreuungskörper zu laden, bedient man sich einer isolirten, mit einer Elektricitätsquelle verbundenen Sonde. Diese führt man durch eine der Maschen des Netzes hindurch bis zur einmaligen Berührung mit G, während man zugleich die Drahthülle einen Moment ableitet. Hierauf verbindet man diese selbst mit einem der Pole einer Zamboni'schen Säule. Ist das Elektroskop auf dem Holzkasten aufgestellt, so legt man vorher noch einen Metalldraht darauf, der das Stativ metallisch mit dem einschliessenden Drahtnetze verbindet.

Ist die Maschenweite des letzteren nicht zu gross, etwa 1 cm^2, so ist das im Innern befindliche Elektroskop dem Felde der äusseren Hülle so gut wie völlig entzogen. Man erkennt dies daraus, dass eine Aenderung ihres elektrischen Zustandes durch Abschalten der Säule und Anlegen der Erdleitung kein merkliches Zucken der Elektroskopblättchen bewirkt.

Wir haben mit dieser Anordnung unter verschiedenen Wetterverhältnissen im Freien (auf einem Tische im Garten an der Ostseite des Hauses) Beobachtungen angestellt und ausnahmslos gefunden, dass bei gleichnamiger Ladung des Zerstreuungskörpers und des Drahtgeflechtes die Zerstreuung grösser ist, als bei entgegengesetzter. An manchen Tagen waren die Unterschiede überraschend gross, es scheint, dass ruhige, klare Luft sie am deutlichsten hervortreten lässt. Die Expositionszeit betrug 5—10 Min.

Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung einiger Messungen.

Datum und Stunde	Drahtkäfig pos. Zerstreuung für pos. Ladung	Drahtkäfig pos. Zerstreuung für neg. Ladung	Drahtkäfig neg. Zerstreuung für pos. Ladung	Drahtkäfig neg. Zerstreuung für neg. Ladung	Bemerkungen
13. VIII. 1899 6—7 Nachm.	10,01	4,44	2,73	8,72	Luft klar. Schwacher W. Maschenweite des Käfigs 3 cm.
26. X. 1899 3—4 Nachm.	6,27	1,48	1,15	6,99	Wolkenlos. Leichter S.E. Maschenweite des Käfigs 5 mm.
29. IV. 1900 11—12 Mitt.	10,58	4,32	3,31	10,60	Sonnenschein. Schwacher S.W. Maschenweite des Käfigs 5 mm.

(Wegen der Veränderlichkeit der zum Laden des Käfigs benutzten Zamboni'schen Säulen sind die Messungen verschiedener Tage nicht miteinander vergleichbar.)

Die Erklärung der Erscheinung mittels der Annahme freier Ionen in der Luft ist die schon vorhin gegebene. Die von der geladenen Umhüllung herangezogenen, ihr entgegengesetzt elektrisirten Ionen diffundiren zum Teil in das Innere hinein und gelangen so in das Feld des Zerstreuungskörpers, dessen Spannung sie schnell herabmindern, wenn er der Hülle gleichnamig elektrisirt ist, während eine entgegengesetzte Ladung nur durch diejenigen Ionen der anderen Art allmählich neutralisirt wird, die schon anfänglich im Innenraume vorhanden waren oder gegen die Kräfte des äusseren Feldes durch die Luftbewegung hineingetrieben sind.[1]) Die Versuche gelingen auch im Zimmer. Sehr auffällig können die polaren Unterschiede dann dadurch gemacht werden, dass man in der Nähe des geladenen Drahtgeflechtes eine zur Erde abgeleitete Flamme aufstellt und über diese hinweg Luft durch die Drahtmaschen gegen den Zerstreuungskörper bläst. Bei gleichnamiger Ladung der Hülle und des Elektroskopes fallen die Blättchen schnell zusammen, während sie bei ungleichnamiger selbst eine Zu-

1) In analoger Weise ist die von Matteucci beobachtete Erscheinung zu erklären, dass die Elektricitätszerstreuung durch Annäherung eines gleichnamig geladenen Körpers beschleunigt wird (G. Wiedemann, Elektricität 4. p. 605). Dieselben polaren Unterschiede der Zerstreuung innerhalb eines geladenen Metallkäfigs, wie sie hier für natürliche Luft beschrieben sind, hat Hr. Sagnac an Luft gefunden, die durch Röntgenstrahlen leitend gemacht ist (Compt. rend. 130. p. 820. 1900.)

nahme der Divergenz zeigen können. Es liegt auf der Hand, dass bei dieser Versuchsanordnung allerdings die unmittelbare Influenz der Drahthülle auf die in den heissen Flammengasen enthaltenen Ionen die gesteigerte Wirkung bedingt.

Bringt man schliesslich noch eine zweite zur Erde abgeleitete Hülle aus Drahtnetz an, die die andere geladene Rings frei umschliesst, so wird, wie zu erwarten war, die Zerstreuung im Innern auf jeden Fall vermindert, da einerseits die Ausdehnung des äusseren elektrischen Feldes durch den zweiten Mantel beschränkt wird, andererseits aber zwischen den beiden Cylinderflächen ein stärkeres Feld entsteht, dass die von aussen eingedrungenen Ionen grösstenteils gegen die Drähte des Geflechtes treibt.

Das unipolare Verhalten der Zerstreuung auf Bergspitzen lässt sich als eine Art natürlichen Analogons zu den beschriebenen Erscheinungen auffassen. Das elektrische Feld des negativ geladenen Erdkörpers, das an diesen Orten besonders stark ist, erteilt den positiven Ionen der Luft an sich schon eine gewisse Geschwindigkeit gegen alle mit der Erdoberfläche zusammenhängenden Leiter. Bei negativer Ladung des Zerstreuungskörpers addirt sich jene Geschwindigkeit zu derjenigen, die dieser allein den positiven Ionen erteilen würde, bei positiver heben sich die Bewegungsantriebe teilweise auf. Eine negative elektrisirte Fläche muss daher auf einem Berggipfel in gleicher Zeit einen grösseren Teil ihrer Ladung verlieren als eine positive.

Ist die vorhin entwickelte Anschauung richtig, dass durch die Maschen eines elektrisirten Hohlkörpers aus Drahtnetz Ionen in sein Inneres hineindiffundiren, deren Ladung der des Körpers entgegengesetzt ist, so müssen sie sich dort durch eine Volumenladung der eingeschlossenen Luft direct nachweisen lassen.

Wir brachten zu diesem Zwecke in der oberen Deckfläche des schon beschriebenen, frei und isolirt aufgehängten grossen Drahtkäfigs eine Oeffnung an, durch die wir einen Tropfencollector mittels eines über eine Rolle laufenden Drahtes schnell einsenken konnten. Der Collector stand mit dem Quadrant-

elektrometer in Verbindung. Wurde nun, bei zur Erde abgeleitetem Elektrometer und emporgezogenem Collector der Drahtkäfig 5 Min. lang durch Anschluss an einen Hochspannungsaccumulator oder eine Trockensäule auf etwa ± 300 Volt geladen, dann zur Erde abgeleitet und nun der Collector schnell so tief gesenkt, dass die Auflösungsstelle des Wasserstrahles etwa in der Mitte des Innenraumes lag, so zeigte sich, bei Aufhebung der Erdleitung des Elektrometers, eine schnell (in etwa 3—5 Min.) vorübergehende positive Elektrisirung der Innenluft, wenn der Käfig negativ, eine negative, wenn er positiv geladen gewesen war. Hielten wir während der Dauer der Ladung die Fenster des Zimmers geöffnet, sodass Durchzug stattfand, so blieb die Wirkung aus, ebenso verschwand sie, sobald durch Bewegen eines grossen Pappschirmes die Luft aus dem Drahtkäfig vertrieben wurde. Bei Gegenwart von Salmiaknebeln bedurfte es einer längeren Ladungszeit, bis der gleiche Elektrometerausschlag erzielt wurde, dagegen blieb dann die Elektrisirung — bei völliger Ruhe der Zimmerluft — viel längere Zeit bestehen. Hatten Gasflammen im Zimmer gebrannt oder zündeten wir solche während der Ladungsdauer an, so waren die Elektrometerausschläge ungleich bedeutender, als bei Ausschluss von Flammengasen.

Es konnte somit kein Zweifel sein, dass wir es mit einer wirklichen elektrischen Ladung der Luft im Innern des Käfigs zu thun hatten.

Indessen tauchten in uns doch Zweifel auf, ob die beobachtete Wirkung — selbst nach unmittelbar dem Versuche vorhergegangener Durchlüftung des Zimmers — ihrem ganzen Betrage nach der natürlichen Ionisirung der atmosphärischen Luft zuzuschreiben sei. In dem Beobachtungsraume waren nämlich öfters Versuche mit radioactiven Substanzen (Uranpecherz und den eigentlichen Radiumpräparaten) angestellt worden und wir hatten, anfänglich nicht ohne Zweifel an der Realität unserer Wahnehmungen, die erstaunliche Empfindlichkeit kennen gelernt, mit der die Elektricitätszerstreuung in der Luft auf das Vorhandensein solcher Stoffe reagirt. Schon das Einbringen eines Stückes Uranpecherz, ganz besonders aber geringe Mengen einer Radiumverbindung in ein geräumiges Zimmer verrät sich an dem oben beschriebenen transportabeln

Apparate durch eine abnorme Steigerung der Elektricitätszerstreuung. Auch die Verflüchtigung einer minimalen Substanzprobe des activen Baryumbromids und noch mehr des activen Wismuts im Bunsenbrenner wirkt in derselben Weise. Es lag daher der Verdacht nahe, dass selbst nach Entfernung aller irgend verdächtigen Substanzen und Reinigung des Zimmers die im Drahtkäfig aufgefangenen Ionen ihre Entstehung grösstenteils den Becquerelstrahlen verdankten, die von Spuren der am Fussboden oder den Wänden des Raumes haftenden radioactiven Stoffe ausgingen.

Es blieb nichts übrig, als die Versuche mit neuem Drahtkäfig in einem sicher radiumfreien Raume zu wiederholen. Durch die Freundlichkeit des Hrn. Gymnasialdirektors Brandes wurde uns ein leerstehendes Klassenzimmer des hiesigen Gymnasiums überlassen, in dem wir die gleiche Versuchsanordnung mit neuem Materiale wieder herstellten. Elektrometer, Ablesefernrohr und Scala waren allerdings die früher benutzten, ebenso der häufig mit Wasser abgespülte Tropfcollector, zum Laden des Käfigs diente eine neu verfertigte Trockensäule. Es ergab sich nun, dass die Erscheinung zwar wesentlich schwächer, aber bei völlig ruhiger Luft ohne Zweifel vorhanden war. Hinderlich war jedenfalls der im allgemeinen grössere Staubgehalt der Luft in dem neuen Beobachtungsraume.

Es konnte hier geschehen, dass die Wirkung zum Teil durch die Potentialdifferenz verdeckt wurde, die von vornherein zwischen der Auflösungsstelle des aus dem Collector tretenden Wasserstrahles und dem zur Erde abgeleiteten Drahtkäfig bestand, wenn der letztere nicht vorher elektrisirt gewesen war. Durch Einschalten eines Daniell'schen Elementes in die Erdleitung, das durch einen veränderlichen Widerstand geschlossen werden konnte, liess sich diese Potentialdifferenz compensiren. Die Elektrometerausschläge erfolgten alsdann in demselben Sinne, wie bei den früheren Beobachtungen.

Wir glauben daher, dass sich der Nachweis der Existenz von Ionen in der natürlichen Luft durch ihre Scheidung mittels elektrischer Kräfte in der That auf dem angegebenen Wege führen lässt.

Ebenso überzeugten wir uns davon, dass die Hemmung

der Elektricitätszerstreuung durch die Anwesenheit von Salmiaknebeln in gleicher Deutlichkeit, wie wir sie früher beobachteten, auch in dem jedenfalls radiumfreien Raume hervortrat.

Die übrigen beschriebenen oder erwähnten Versuche über die unipolare Elektricitätszerstreuung innerhalb eines geladenen Drahtgeflechtes sind überhaupt nicht in den Laboratoriumsräumen, sondern entweder im Freien oder in radiumfreien Zimmern mit unverdächtigem Material angestellt worden, dürfen also in dieser Beziehung als einwandfrei gelten.

Wenn nach den im Vorigen mitgeteilten Beobachtungen der natürlichen Luft ein gewisses Leitvermögen zuzuschreiben ist, so erhebt sich als nächste Frage die nach seinem Ursprung. Eine bestimmte Antwort darauf kann wohl noch nicht gegeben werden.

Der Gedanke liegt nahe, dass das Leitvermögen der Luft, d. h. ihr Gehalt an Ionen in der Masseneinheit, eine derartige Function der Temperatur ist, dass sie innerhalb des an der Erdoberfläche in Betracht kommenden Intervalles nur einen kleinen Betrag erreicht, während sie für Rotglühhitze zu merklicher Höhe ansteigt. Wenn durch elektrische Kräfte, also durch Entziehung von freien Ionen, die Leitfähigkeit vermindert oder vernichtet ist, so müsste sie sich hiernach von selbst in endlicher Zeit wiederherstellen. Man kann, soweit die Erfahrung reicht, nicht sagen, dass das Verhalten der Luft mit dieser Annahme in Widerspruch steht, sie würde aufgegeben werden müssen, wenn es gelänge, ein abgeschlossenes Luftquantum durch Einführung eines elektrischen Feldes seiner Leitfähigkeit dauernd zu berauben. Andererseits erscheint sie nicht ausreichend, sobald man die Zunahme der Ionisirung der Luft mit der Meereshöhe des Beobachtungsortes als erwiesen ansieht. Unsere Erfahrungen sprechen allerdings für diese Zunahme, doch kann man die Entscheidung wohl erst von Messungen der Zerstreuung bei Ballonfahrten erwarten, da an der Erdoberfläche noch unbekannte Störungen vorhanden sein könnten. Man beachte ausserdem, dass eine Vermehrung der Leitfähigkeit nicht allein auf eine grössere Anzahl von Ionen, sondern vielleicht auch auf ihre grössere Beweglichkeit, also geringere Masse im Vergleich zur Eigenladung zurückführbar ist. Als Grund für die Annahme einer mit der Höhe zu-

nehmenden Ionisirung der Luft lässt sich nach Hrn. Lenard die von ihm gefundene Wirkung des äussersten Ultraviolett auf gasförmige Körper geltend machen, die in einer mit der Absorption verbundenen Erzeugung eines elektrischen Leitvermögens der durchstrahlten Gase besteht. Man käme so auf die Sonnenstrahlen als Quelle der Ionisirung der äussersten atmosphärischen Schichten zurück, die dort gebildeten Ionen hätte man sich durch Diffusion und infolge der natürlichen Strömungen durch die ganze Atmosphäre verbreitet zu denken. Zu der gleichen Vorstellung führt die Annahme des Hrn. Birkeland, der die Sonne als Ausgangsort von Kathodenstrahlen betrachtet, die beim Eindringen in die Erdatmosphäre Luminescenzerscheinungen (die Polarlichter) hervorrufen und die Luft in leitenden Zustand versetzen. Wir möchten bemerken, dass man, abgesehen von jeder weiteren Annahme, schon aus der Thatsache der elektrischen Luminescenz gewisser Schichten der Atmosphäre, wie sie doch zweifellos bei den Polarlichtern vorkommt, auf ihre Ionisirung schliessen darf. Dann aber ist die Verbreitung der Ionen durch die gesamte Lufthülle des Erdkörpers nicht weiter als überraschend zu betrachten.

Wolfenbüttel, im Mai 1900.

(Eingegangen 15. Mai 1900.)

2. *Ueber den Einfluss kleiner Beimengungen zu einem Gase auf dessen Spectrum; von Percival Lewis.*

(II. Mitteilung.)

I. Wasserstoff (Fortsetzung).

In der ersten Mitteilung[1]) sind die Wirkungen kleiner Mengen von Hg-Dampf und anderen Substanzen auf das Wasserstoffspectrum beschrieben. Zu jenen Versuchen wurde eine mit äusseren Elektroden versehene Entladungsröhre benutzt. Zunächst führte ich dieselbe Untersuchung bei Anwendung innerer Elektroden aus, welche zur Vermeidung von Amalgambildung aus Eisen gemacht wurden. Sonst wurde wie früher verfahren.

Es wurden Beobachtungen angestellt: 1. mit geschlossenem secundären Strom, 2. mit Tesla'schem Strom, 3. mit Funkenstrecke und Condensator. Messungen der Helligkeit der roten Wasserstofflinie H_α, der grünen Hg-Linie und des in der nächsten Nähe der Hg-Linie liegenden zusammengesetzten Wasserstoffspectrums wurden bei verschiedenen Wasserstoffdrucken und Temperaturen des Hg-Reservoirs mittels eines Glan'schen Spectrophotometers ausgeführt. Die Ergebnisse sind in folgenden Tabellen zusammengefasst und durch die Curven (Fig. 1) dargestellt.

Tabelle I.

Secundärer Strom geschlossen. Temperatur des Hg-Reservoirs 1°.

Wasserstoffdruck	Intensität		
	H_α	zusammenges. Spectrum	Hg
0,6	120	11	17
1	76	6	13
1,2	81	7	15
1,4	76	5	6
3,2	65	4	4
5,8	36	5	2
9	20	8	4
13	5	5	1

1) P. Lewis, Wied. Ann. **69.** p. 398. 1899.

Tabelle I (Fortsetzung).
Temperatur des Hg-Reservoirs 18°.

Wasserstoff-druck	Intensität		
	H_α	zusammenges. Spectrum	Hg
0,5	81	9	51
1,3	61	5	34
3,2	49	8	36
4,8	36	5	15
12	3	2,5	4

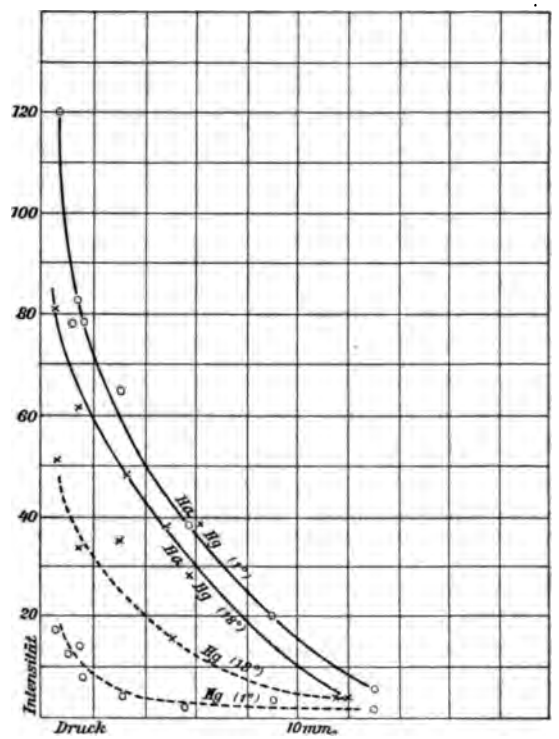


Fig. 1.

Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass der Einfluss Hg-Dampfes bedeutend ist, obgleich nicht so stark wie Gebrauch von äusseren Elektroden. Bis hinab zum Wass stoffdruck von 0,5 mm war kein Intensitätsmaximum erreic Beim Gebrauch äusserer Elektroden dagegen wurde die grö

Helligkeit bei einem Druck von 3 mm gefunden. In beiden Fällen wurde der primäre Strom constant erhalten.

Bei Anwendung des Tesla'schen Stromes war das Spectrum sehr lichtschwach, daher waren die Messungen unsicher. Auch in diesem Falle wurde eine Verminderung der Helligkeit des Wasserstoffspectrums bei der Anwesenheit des Hg-Dampfes festgestellt. Die Lichtintensität erreichte ein Maximum bei etwa 1,2—2 mm Druck (vgl. Fig. 2).

Tabelle II.

Tesla'scher Strom. Temperatur des Hg-Reservoirs 1°.

Wasserstoff-druck	Intensität		
	H_α	zusammenges. Spectrum	Hg
0,6	4,5	0,7	2,3
1,3	5,3	2	3
3,5	3,1	0,7	1,8
7	1,5	0,5	1
19	0	0,5	kaum sichtbar
28	0	0,3	
Temperatur des Hg-Reservoirs 18°.			
0,5	1,5	0,7	4,6
0,7	1,5	0,7	4,6
1,2	3,1	2,0	7,4
2,4	2	2,0	11
5	0,8	0,7	2,4
12	0,6	0,7	1,3

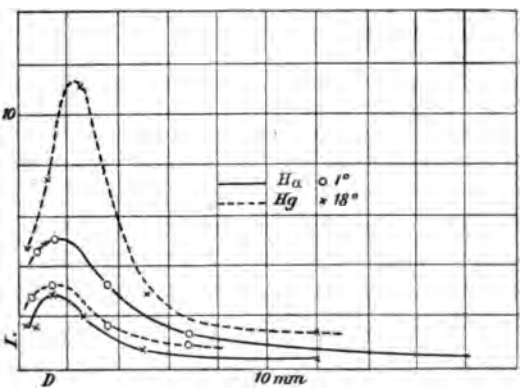


Fig. 2.

Bei Anwendung eines Condensators war es unmögl
wegen der Unregelmässigkeit der Entladung übereinstimme
Messungen zu machen.

Wegen der unvermeidlichen Oxydation der eisernen E
troden wurden keine Versuche bei Beimengung von Sauers
und Wasserdampf unternommen.

II. Stickstoff.

Es wurde auch der Einfluss kleiner Mengen von Hg-Dan
Sauerstoff und Wasserdampf auf das Spectrum des Stickst
untersucht. Die Entladungsröhre war mit äusseren Elektro
versehen. Während jeder Versuchsreihe blieb der prim
Strom constant. Ein an Stelle des bisher benutzten Vo
meters gesetzter Gasometer enthielt Stickstoff, welcher du
Erhitzen einer Lösung von Ammoniumsulfat und Natriumni
gewonnen wurde. Im übrigen wurde die früher beschrieb
Anordnung des Apparates[1]) benutzt. Um Spuren von Sa
stoff zu entfernen, wurde das Gas durch eine Pyrogallollös
hindurchgeleitet.

Die ersten Messungen zeigten grosse Veränderungen
Helligkeit des Stickstoffspectrums, welche, nachdem die E
ladung eine Zeit lang gedauert hatte, immer abnahm. Wa
scheinlich rührt diese Unregelmässigkeit von den an den G
wänden befindlichen fremden Substanzen her. Mit der Z
wurde die Intensität des Stickstoffspectrums constanter, d
war sie niemals so beständig wie die des Wasserstoffspectru

Einfluss des Hg-Dampfes auf das Stickstoffspectrum.

Es wurden Versuche mit reinem Stickstoff, alsdann
Gemischen von Stickstoff und Hg-Dampf angestellt. Die
tensitäten der hellsten roten und orangen Stickstoffbanc
sowohl als die der grünen Hg-Linie, wurden gemessen
verschiedenen Werten des Gasdruckes und der Tempera
des Hg-Reservoirs. Die Intensität des Stickstoffspectrums
der Nachbarschaft der Hg-Linie wurde von der scheinba

1) P. Lewis, Wied. Ann. **69.** p. 399. 1899.

Intensität der letzteren abgezogen, um ihre wahre Intensität zu bekommen.

Mit der Zeit wurde eine starke Verminderung der Intensität der Hg-Linie durch den Strom hervorgebracht. Wahrscheinlich hängt diese Abnahme mit der von Threlfall beobachteten langsamen Verbindung von Stickstoff mit Hg-Dampf in der Entladungsröhre zusammen.[1]) Um diese Veränderungen zu vermeiden, wurden die in folgenden Tabellen angegebenen Messungen gleich nach Schliessen des Stromes gemacht.

Tabelle III.

Reiner Stickstoff.

Stickstoffdruck	Intensität			
	Rothe Bande	Orange Bande	Im Grünen	Hg
0,8	57	—	6	—
1,5	70	36	8	—
1,8	87	49	24	—
2,5	87	57	39	—
3,2	100	—	—	—
3,5	105	65	36	—
4	100	61	31	—
5	93	57	—	—
5,5	87	53	—	—
6	81	45	31	—
6,5	75	42	28	—
9	61	39	24	—
10	53	39	28	—
17	39	26	18	—
25	33	20	16	—
60	16	9	8	—
100	8	—	—	—
N + Hg. Temperatur des Hg-Reservoirs − 4°.				
1,5	45	—	22	20
2,5	49	—	28	14
4	81	—	26	13
5	70	—	26	13

1) R. Threlfall, Phil. Mag. **35.** p. 1. 1893.

Tabelle III (Fortsetzung).

N + Hg. Temperatur des Hg-Reservoirs 5°.

Stickstoffdruck	Intensität			
	Rote Bande	Orange Bande	Im Grünen	Hg
0,9	9	11	5	26
1,3	28	22	8	25
1,7	45	—	15	27
2,5	57	36	16	26
3	70	—	18	24
4	70	45	22	23
7	61	42	28	17
13	49	31	26	7
26	33	—	—	2

N + Hg. Temperatur des Hg-Reservoirs 17°.

1,5	23	—	9	33
1,9	31	26	16	37
2,5	53	26	24	29
3,5	65	31	20	33
3,8	65	33	24	29
4	61	31	28	25
6,5	61	33	28	21
9,5	45	21	18	15
15	36	28 (?)	16	8
26	31	16	13	3

Die Intensitäten der roten Stickstoffbande und der Hg Linie bei verschiedenen Drucken sind durch die Curven (Fig. dargestellt.

Es geht aus diesen Curven hervor, 1. dass die Intensität der Stickstoffbanden ein Maximum bei einem Drucke von etw 3,5 mm erreichen; 2. dass oberhalb eines Druckes von u gefähr 20 mm die Helligkeit des Stickstoffspectrums sehr lan sam mit zunehmendem Drucke abnimmt, und 3. dass sie dur die Anwesenheit des Hg-Dampfes vermindert wird. Die Wirkung des Hg-Dampfes, obgleich eine bedeutende, schei nicht so einfach und regelmässig zu sein wie diejenige a

das Wasserstoffspectrum, weil sie durch chemische Verbindung complicirt wird.

Wegen der durch den Strom schnell hervorgebrachten Veränderungen wurde nur eine Ablesung bei jedem Drucke gemacht, folglich sind die Beobachtungsfehler grösser als bei

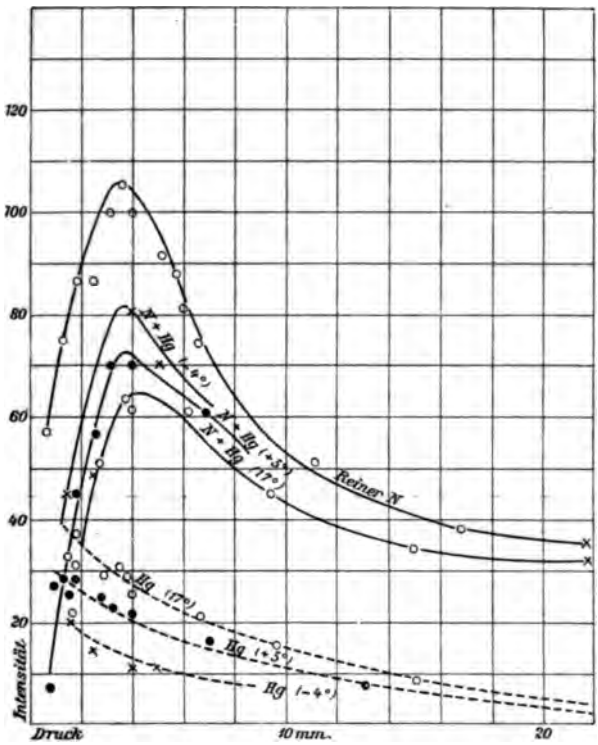


Fig. 3.

den Versuchen mit Wasserstoff. Besonders unbeständig war die Intensität im Grünen.

Bei Abkühlung des Hg-Reservoirs nahm die Intensität der Hg-Linie ab, dagegen nahm die des Stickstoffspectrums nicht wieder zu, wie bei Wasserstoff. Möglicherweise ist diese Thatsache durch die Anwesenheit der Verbindung Stickstoff mit Hg zu erklären. Hierunter steht ein Beispiel.

Tabelle IV.

Stickstoff-druck	Intensität				
	Rot	Orange	Grün	Hg	
4	107	42	33	0	—
—	45	28	18	52	Hg bei 2
—	45	28	11	18	Hg bei -

Einfluss des Sauerstoffs auf das Stickstoffspectrum.

Durch Erhitzen des in einer Kugel enthaltenen Kaliu permanganats wurde Sauerstoff entwickelt und dem Sticks beigemengt. Es wurden Versuche gemacht: 1. mit rein Stickstoff; 2. mit Stickstoff, der Spuren von Sauerstoff enthi 3. mit Stickstoff, der einige Procent Sauerstoff enthielt; 4. Stickstoff, der 5 Proc. Luft enthielt; 5. mit Stickstoff, 50 Proc. Luft enthielt; 6. mit Luft. Die Versuche mit Sau stoff und mit Luft wurden unter verschiedenen Bedingun gemacht, daher sind die Resultate nicht vergleichbar. Intensität der hellsten orangen Bande wurde gemessen.

Tabelle V.

1. Reiner Stickstoff		2. N + Spuren O		3. N + einige Proc	
Druck	Intensität	Druck	Intensität	Druck	Inten
0,9	41	0,9	34	1,2	6
1,5	60	1,5	36	2,3	6
3	68	2,5	43	2,5	6
4	62	3,5	59	3	
5	50	5	47	5	
6,2	36	—	—	8	
12	18	—	—	—	
4. N + 5 Proc. Luft		5. N + 50 Proc. Luft		6. Luft	
1,5	45	1,5	26	1	
3,5	49	3	28	2,8	
5	49	3,7	31	3,5	
10	33	4,5	24	5,5	
20	20	10	18	8	

Diese Ergebnisse sind in Figg. 4 und 5 graph gestellt.

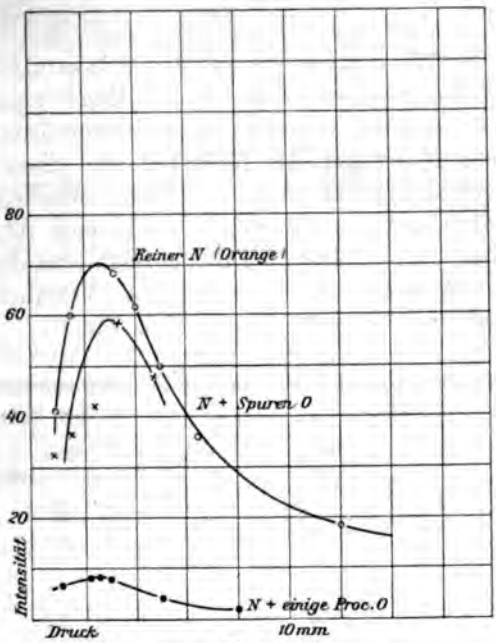

80
60
40
20
Intensität
Reiner N (Orange)
N + Spuren O
N + einige Proc. O
Druck
10 mm

Fig. 4.

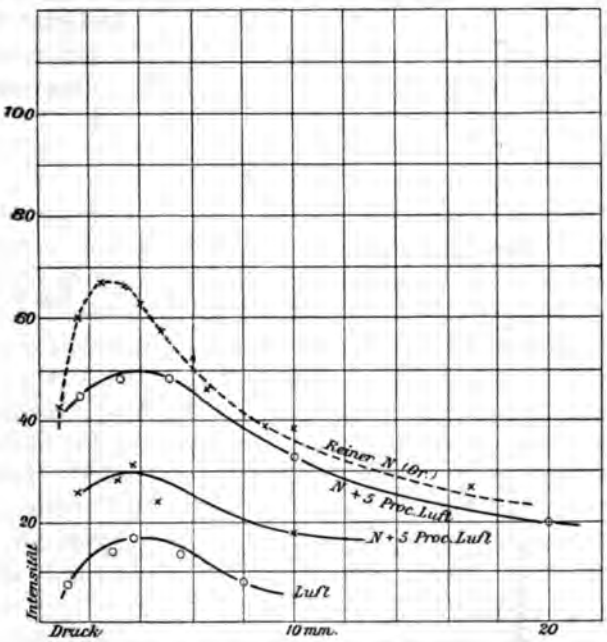

100
80
60
40
20
Intensität
Reiner N (Orange)
N + 5 Proc. Luft
N + 5 Proc. Luft
Luft
Druck
10 mm.
20

Fig. 5.

Einfluss des Wasserdampfes auf das Stickstoffspectrum.

Das Hg-Reservoir wurde durch eine Kugel ersetzt, welch eine sehr concentrirte wässerige Schwefelsäurelösung enthie Nachdem man Messungen der Helligkeit des reinen Sticksto spectrums gemacht hatte, wurde der Hahn zwischen der Ku und der Röhre geöffnet. Sogleich wurde eine Abnahme d Helligkeit bemerkt. Folgende Tabelle zeigt eine durch Hinz fügung des Wasserdampfes verursachte Verminderung d Lichtintensität von etwa 40 Proc. (Vgl. Fig. 6).

Tabelle VI.

1. Trockener N			2. N + H_2O		
Druck	Rot	Orange	Druck	Rot	Orange
1,3	70	33	1,5	28	18
2	87	45	2,5	45	24
3	100	53	2,9	53	26
3,5	93	53	3,2	57	31
4,5	81	45	4	57	31
7,5	70	42	4,5	53	28
10,5	57	33	7,5	45	22
24	36	18	12	24	20

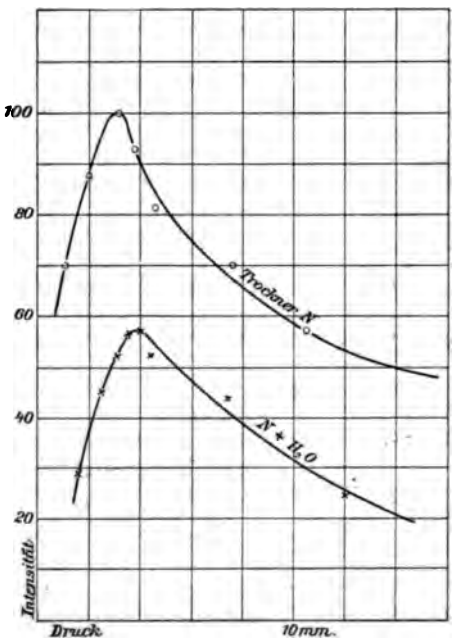


Fig. 6.

Nach weiterer Verdünnung der Schwefelsäurelösung war die Wirkung des Wasserdampfes bedeutend stärker.

Tabelle VII.

Druck	Rot	Orange	
4	93	53	Trockener N
—	7	3	$N + H_2O$

Bei dem letzteren Versuch werden die roten, gelben und grünen Teile des Spectrums fast vernichtet, während die blauen und violetten Banden deutlich sichtbar blieben, obgleich von geringerer Intensität. In reinem, trockenem Stickstoff war das Entladungslicht bei niedrigen Drucken blass rosa, bei höheren kupferrot. Nach Zusatz des Sauerstoffs oder Wasserdampfes wurde ihre Farbe violett.

Einfluss des Schwefel- und Joddampfes.

Jede dieser Substanzen wurde in der Röhre eingeschmolzen und stark erhitzt. Keine Veränderung der Helligkeit wurde dabei bemerkt. E. Wiedemann[1]) hat bei höheren Temperaturen der Röhre auch keinen merkbaren Einfluss des Joddampfes auf das Stickstoffspectrum gefunden.

Schluss.

Bringt man in die Flamme eines Bunsen'schen Brenners ein Metall *A*, welchem eine Spur des Metalles *B* beigemengt ist, so kommen die Spectrallinien von *B* deutlich zum Vorschein. Darauf beruht die Macht dieser Methode zur Entdeckung kleiner Beimengungen von Substanzen, oder zur Entdeckung von neuen Elementen. Man hat nun stillschweigend angenommen, dass die Gegenwart von *A* auf die Intensität der Linie von *B* überhaupt keinen Einfluss hat, obgleich mir messende Untersuchungen dieser Frage nicht bekannt sind. Doch konnte ich in der That keine Aenderung in der Intensität der Natriumlinien bei einem solchen Versuch erkennen, als ich Kaliumsalze zufügte. Ganz anders liegt die Sache,

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 5. p. 517. 1878.

wenn man ein Gas durch den elektrischen Strom zum Leuc bringt; so ist das Argon in der Luft in einer Geissler's Röhre nicht nachweisbar. Durch messende Versuche h Ramsay und Collie gefunden[1]), dass verhältnismässig gr Mengen von Helium und Argon bei Gegenwart von Wa stoff und Stickstoff nötig sind, damit ihre Spectra erk werden können; dagegen sind Spuren von Wasserstoff Stickstoff in Helium und Argon sichtbar. Helium wird bei grösseren Mengen in Argon sichtbar, dagegen kann s eine Spur von Argon in Helium entdeckt werden.

In diesen und früheren erwähnten Fällen sind zien grosse Beimengungen wirksam. Es ist fast immer angenom dass kleine Spuren einer fremden Substanz keinen merkli Einfluss auf das Spectrum einer anderen ausüben, beson wenn die letztere in grosser Menge vorhanden ist. M Versuche zeigen aber, dass sehr kleine Beimengungen zu ei Gase in einer Geissler'schen Röhre einen grossen Einfluss die Spectralerscheinungen in demselben ausüben können, deshalb mehr als bisher in Betracht gezogen werden sol

Berlin, Phys. Inst. d. Univ., März 1900.

1) W. Ramsay u. J. N. Collie, Proc. Roy. Soc. 59. p. 257. 1

(Eingegangen 16. Mai 1900.)

3. *Ueber Fluorescenz und Nachleuchten bei der elektrischen Entladung in Stickstoff; von Percival Lewis.*

Ich habe einige Fluorescenz- und Nachleuchtungserscheinungen in Stickstoff beobachtet, welche, wie die in der vorhergehenden Mitteilung beschriebenen, von kleinen Beimengungen zum Stickstoff abzuhängen scheinen.

I. Fluorescenz.

1. Die Anordnung der Entladungs- und Verbindungsröhren ist in Fig. 1 dargestellt.

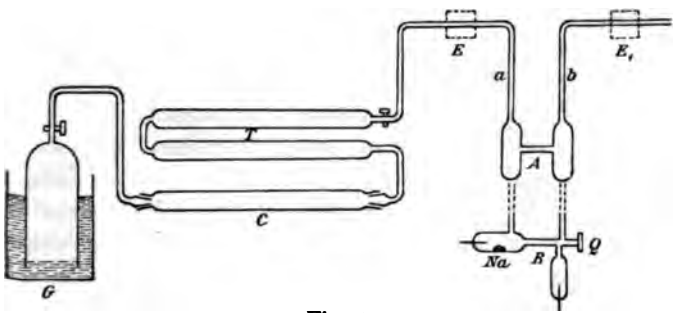


Fig. 1.

Zuerst wurde die H-förmige, mit äusseren Elektroden versehene Röhre *A* benutzt, später bei den Spectraluntersuchungen im Ultravioletten, die Röhre *B*, entweder mit inneren oder äusseren Elektroden, *G* ist der Gasometer, *C* und *T* die Kupfer- und Trockenröhren.

2. Wenn die Röhre Stickstoff enthielt, welcher durch Erhitzen einer Lösung von $(NH_4)_2SO_4$ und $2NaNO_2$ hergestellt und von Sauerstoff durch [illegible] Kupfer befreit worden war, bemerkte ich, dass [illegible] liessung des Stromes die Entladungsröhre [illegible] htvoll fluorescirte, wobei das Entladungs[illegible] der bei hohen Drucken scheinbar ganz [illegible] rescenz (welche ich

„β-Fluorescenz" nennen will), war nicht auf die Entladungsröhre allein beschränkt, wie die gewöhnliche Fluorescenz („α-Fluorescenz"), sondern beim Durchfliessen frischen Gases eine erhebliche Strecke (100 cm oder mehr) weit in den Zufluss- und Ausflussröhren (a und b, Fig. 1) zu sehen, in welchen kein Entladungslicht sichtbar war. Nach einigen Secunden hörte die β-Fluorescenz auf, zuerst in der Capillare der Röhre, schliesslich in den Ansatzröhren. Liess man frischen Stickstoff fortwährend durchströmen, so dauerte die β-Fluorescenz fort. Nach Unterbrechung des Stromes fand kein Nachleuchten statt. Wurde der Strom einigemal schnell geschlossen und unterbrochen, nachdem die Röhre mit frischem Stickstoff gefüllt worden war, so zog sich die β-Fluorescenz allmählich in die Ansatzröhren a und b zurück. Diese Thatsache deutet auf eine fortschreitende Veränderung des Gases, welche sich am schnellsten da vollzieht, wo der Strom am stärksten ist. Je schwächer der Strom, desto dauernder war die β-Fluorescenz. Bei Anwendung von äusseren Elektroden war sie etwas stärker und dauernder als bei Gebrauch von inneren Elektroden. Bei schwachem Strom und langsamem Durchfliessen von frischem Stickstoff strahlte das Glas ein glänzendes, opalescirendes, flackerndes, grünblaues Licht aus, welches nach seiner Intensität aber nicht nach seiner Farbe mit der durch Kathodenstrahlen erzeugten Fluorescenz vergleichbar war. Die gewöhnliche α-Fluorescenz war violett, nicht so intensiv, constanter und wie schon bemerkt, auf die Capillare beschränkt. Bei Drucken von 10—15 cm war die Helligkeit der β-Fluorescenz beinahe so gross wie bei niedrigen Drucken. Bei noch höheren Drucken, wenn keine sichtbare Entladung durch die Röhre ging, fluorescirte das Glas noch immer in der Nähe der Elektroden.

3. Dass es wirklich Fluorescenz des Glases war, nicht etwa irgend ein Leuchten des Gases, wurde durch Erhitzen eines Teiles der Röhre bewiesen. Als der Stickstoff langsam durchfloss, hörte die Fluorescenz an der erhitzten Stelle auf, obgleich sie zu beiden Seiten derselben sehr stark war. Nach Abkühlung fluorescirte dieser Teil wieder.

4. Wurde der Stickstoff nicht zuerst über erhitztes Kupfer oder durch Pyrogallollösung geleitet, so war die β-Fluorescenz bedeutend schwächer. Durch kleine Beimengungen von Sauer-

stoff, Wasserstoff, Wasserdampf oder Kohlenoxyd wurde sie vermindert, durch Zufügung grösserer Mengen dieser Substanzen ganz vernichtet.

5. Es schien die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, durch vollständiges Trocknen des chemisch bereiteten Stickstoffs und Entfernung der letzten Spuren von Sauerstoff den fluorescirenden Zustand beständig zu machen; daher leitete ich den Stickstoff durch Pyrogallollösung hindurch, über erhitzten Phosphor und glühendes Kupfer, danach durch concentrirte Schwefelsäure und fünf Trockenröhren, gefüllt mit Chlorcalcium, kaustischem Kali, Phosphorsäureanhydrid bez. Natronkalk und wieder Phosphorsäureanhydrid. Die Röhre wurde oftmals stark erhitzt und ausgepumpt. Die β-Fluorescenz dauerte nicht länger als vorher. Die Vermutung liegt nun nahe, dass diese Erscheinung nicht eine Eigenschaft des reinen Stickstoffs ist, sondern von Beimengungen zum Stickstoff abhängt.

6. Mit Stickstoff, der aus Luft mittels Pyrogallols und erhitzten Phosphors und Kupfers gewonnen wurde, war nur die α-Fluorescenz zu sehen. Wurde die Luft ausserdem über mit Ammoniak benetztes Kupfer geleitet (eine Methode, die nach Threlfall[1]) sehr empfehlenswert ist), so war eine schwache β-Fluorescenz wahrnehmbar. Entweder wurde der Sauerstoff nicht hinreichend entfernt, oder Argon und andere Bestandteile der Luft verhinderten die β-Fluorescenz. Mit aus Luft bereitetem Stickstoff war die α-Fluorescenz besonders stark. Beim Durchfliessen des frischen Stickstoffs jedoch wurde ihre Intensität vermindert, im Gegensatz zum Verhalten der β-Fluorescenz.

7. Morren[2]) hat eine sehr glänzende Fluorescenz in quecksilberhaltigem Stickstoff bemerkt, die er den ultravioletten Strahlen von Quecksilber zuschrieb. Die von mir beobachtete β-Fluorescenz trat ein, als kein Quecksilber vorhanden war, und wurde durch Hinzufügen desselben nicht verändert.

8. Es war anzunehmen, dass die β-Fluorescenz durch gewisse Strahlen hervorgerufen werde, welche der stromleitende Stickstoff unter gewissen Umständen aussendet. Es fragte

1) R. Threlfall, Phil. Mag. (5) **35**. p. 1. 1893.
2) A. Morren, Ann. Chim. Phys. (4), **4**. p. 296. 1865.

sich: 1. welche Strahlen die β-Fluorescenz erregen; 2. unter welchen Bedingungen diese Strahlen ausgesandt werden.

9. Während der β-Fluorescenz wurden keine Veränderungen des sichtbaren Spectrums bemerkt, nur eine Verminderung der Lichtintensität; doch war es unmöglich, diese Abnahme genau zu messen, da bei dem zur Erzeugung der β-Fluorescenz notwendigen Strömen des Gases der Druck und damit die Lichtintensität sich änderten. Bei sehr hohen Drucken verschwand während der β-Fluorescenz das sichtbare Spectrum fast vollständig.

Es wurde demnächst eine Untersuchung des ultravioletten Spectrums ausgeführt. Eine Röhre B (Fig. 1) mit Längsdurchsicht wurde mit einem Quarzfenster Q versehen, und das Spectrum mittels eines Quarzprismas und Linsen auf einen Baryumplatincyanürschirm erzeugt. Ruhender, die β-Fluorescenz nicht liefernder Stickstoff gab auf dem Schirm ein kurzes sichtbares Spectrum, und eine Gruppe von fünf hell fluorescirenden Banden im Ultravioletten. Bei stärkerem Strom war schwache diffuse Fluorescenz noch weiter im Ultravioletten zu sehen. Bei strömendem, also stets frischem, die β-Fluorescenz liefernde Stickstoff verschwand das sichtbare Spectrum und neue Banden tauchten im Ultravioletten auf, mit Helligkeitsmaximum jenseits der erwähnten fünf Banden. Unterbrach man die Strömung, so nahm das Spectrum sein ursprüngliches Aussehen wieder an.

11. Photographien des ultravioletten Spectrums wurden unter verschiedenen Bedingungen aufgenommen. Einige von vielen Aufnahmen sind in der Figur 2 dargestellt. Die Expositionszeit betrug immer zwei Minuten, und entsprechend Paare von Aufnahmen wurden während der β-Fluorescenz bez nach Aufhören derselben bei gleicher Stromstärke gemacht Der Gasdruck war im Durchschnitt ungefähr 2 cm. Es war selbstverständlich unmöglich, auf alle Teile des Spectrums gleichzeitig genau einzustellen, daher sind die Banden nicht gleich scharf. Durch Vergleichen mit den Funkenspectren von Cadmium und Zink und der von Deslandres angegebenen Karte des Stickstoffspectrums[1]) wurden die Wellenlängen der Banden

1) H. Deslandres, Compt. rend. **101.** p. 1256. 1885; Ann. Chim. Phys. (6) **15.** p. 46. 1888.

kanten festgestellt. Hierunter folgt die Erklärung der Photographien.

I. Innere Elektroden; schwacher Strom. 1. Spectrum des β-Fluorescenz liefernden Stickstoffs. Die maximale Intensität liegt bei den Wellenlängen 248 und 237 $\mu\mu$. Das sichtbare Spectrum fehlt, und die neben dem sichtbaren Spectrum liegende Gruppe von fünf Banden ist relativ schwach. 2. Spectrum

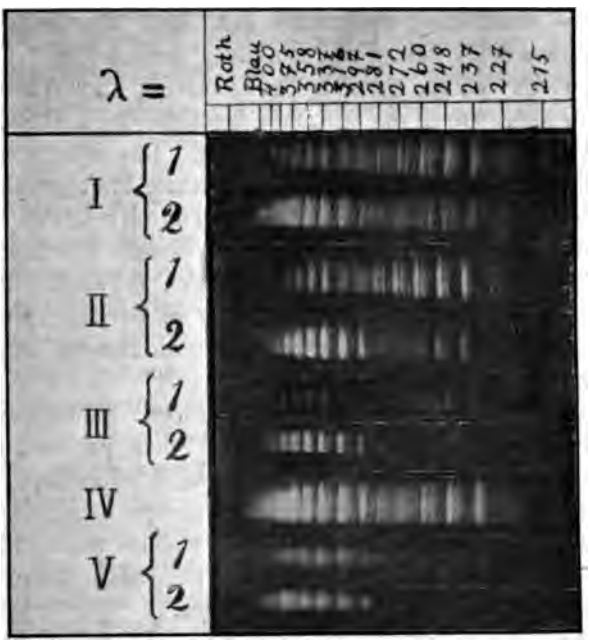


Fig. 2.

von demselben nach Aufhören der β-Fluorescenz. Das sichtbare Spectrum und die erwähnten fünf Banden sind stärker, die anderen ultravioletten dagegen schwächer. Die Banden bei den Wellenlängen 358 und 337 $\mu\mu$ sind die stärksten. Die Bande von $\lambda = 215$ $\mu\mu$ ist auf den Platten kaum sichtbar.

II. Aeussere Elektroden. 1. Bei β-Fluorescenz; 2. nach der Fluorescenz. Auf einigen nach der Fluorescenz aufgenommenen Platten fehlen die mehr brechbaren Banden fast vollständig.

III. Innere Elektroden; Tesla'scher Strom. 1. Bei β-Fluorescenz; das ganze Spectrum ist sehr schwach. 2. Nach der Fluorescenz; das sichtbare Spectrum und die nebenliegenden ultravioletten Banden sind stärker, die anderen ultravioletten Banden schwächer.

IV. Innere Elektroden. Spectrum des aus Luft bereiteten Stickstoffs. Der Strom war etwas stärker als beim Aufnehmen von I., daher erstreckt sich das Spectrum weiter in der Richtung des sichtbaren Spectrums hin, und alle Banden sind stärker; sonst ist kein Unterschied zu sehen.

Um die letzten Spuren von Sauerstoff und Wasserdampf zu entfernen, wurde metallisches Natrium in die Röhre eingeführt (*Na*, Fig. 1) und stark erhitzt. Das Spectrum wurde dadurch erheblich modificirt, wie die letzte Photographie zeigt.

V. Nach vollständigem Austrocknen durch erhitztes Natrium. 1. Bei langsamem Durchströmen von Stickstoff. Die fünf Banden sind stark, die anderen ausserordentlich schwach. 2. Nach dem der Stickstoff einige Stunden lang in Berührung mit dem Natrium geblieben war. Die brechbarsten Banden fehlen vollständig.

Die ausserordentlich starke Fluorescenz bei Zulassung von neuem Stickstoff hängt möglicherweise nicht nur von der Anwesenheit der sehr brechbaren Strahlen, sondern auch von der Abwesenheit der sichtbaren und infraroten Strahlen ab. In IV. sind die ultravioletten Banden ebenso stark wie in I und II., obgleich nur die α-Fluorescenz vorlag; doch sind die sichtbaren Strahlen relativ noch stärker.

12. Deslandres[1]) hat gefunden, dass es im Stickstoffspectrum drei Bandengruppen giebt, welche sich durch ihr physikalisches Verhalten voneinander unterscheiden. Die erste liegt im sichtbaren Gebiete und soll nach Deslandres dem reinen Stickstoff angehören. Die zweite liegt zwischen 500 und 280 $\mu\mu$ und die dritte zwischen 300 und 200 $\mu\mu$. Deslandres fand dass nach vollständigem Austrocknen der Röhre und Entfernen des Sauerstoffs mittels geschmolzenen Natriums die dritte Gruppe verschwand, während die zweite Gruppe stärker wurde. Deslandres zog daraus den Schluss, dass die zweite Gruppe

1) H. Deslandres, l. c.

zu einer Verbindung von Stickstoff mit Wasserstoff, die dritte zu einer Verbindung von Stickstoff mit Sauerstoff gehöre. Man sieht, dass die Fluorescenz erregenden Banden mit Deslandres' dritter Gruppe übereinstimmen.

13. Als ich das in der Röhre eingeschmolzene Natrium stark erhitzte, bis die Glaswände mit condensirtem Natriumdampf beschlagen waren, verschwand die β-Fluorescenz vollständig bei langsamem Durchströmen des Stickstoffs, und auf einer dabei aufgenommenen Photographie (vergl. V., 1.) zeigt sich die dritte Gruppe sehr schwach. Nachdem der Stickstoff einige Stunden lang in der Röhre geblieben war, war keine Spur dieser Banden auf den Aufnahmen zu sehen. Wurden die Zufluss- und Ausflussröhren mit äusseren Elektroden versehen (bei E und E_1, Fig. 1), so fluorescirten diese Röhren, die mit Natrium beschlagene Entladungsröhre dagegen gar nicht. Nur nach lang anhaltendem, schnellem Durchfliessen des Stickstoffs fluorescirte die letzte wieder. Wenn nun Fluorescenz auf beiden Seiten der Röhre stattfindet, und innerhalb derselben fortfällt, so muss man daraus schliessen, dass durch das Natrium keine permanente Veränderung des durchfliessenden Gases hervorgebracht wird. Eher läge die Vermutung nahe, dass die Ursache entweder in der Anwesenheit des von Salet beschriebenen Stickstoffnatriums[1]) oder in der Entfernung des festgehaltenen Wassers liegt. Warburg[2]) hat gefunden, dass unter gewöhnlichen Versuchsbedingungen Stickstoffnatrium nicht in merklicher Menge gebildet wird. Wahrscheinlich ist die von Deslandres gegebene Erklärung die richtige. Es ist oftmals bemerkt, dass Wasserdampf auf Glaswänden sehr hartnäckig festgehalten wird. Nach Deslandres gelingt es nicht, mittels Phosphorsäureanhydrid und anderen gewöhnlichen Trockenmitteln die ultravioletten Wasserdampfbanden wegzuschaffen. Erst nach Austrocknen durch geschmolzenes Natrium fallen sie fort. Das stets vorhandene Auftreten der Wasserstofflinien im Spectrum von verdünntem Stickstoff deutet auf ein Abdampfen und eine Zersetzung des Wassers durch die Entladung. Wenn diese Erklärung zutrifft, so muss die er-

1) G. Salet, Compt. rend. 82. p. 223, 274. 1876.
2) E. Warburg, Wied. Ann. 40. p. 4. 1890.

forderliche Menge von Wasserdampf oder Sauerstoff ausserordentlich klein sein; sind grössere Spuren dieser Substanzen vorhanden, so kommt keine β-Fluorescenz zu stande.

II. Nachleuchten.

14. Morren[1]), Sarasin[2]), Warburg[3]) u. a. haben Nachleuchten in Stickstoff enthaltenden Entladungsröhren bei Anwesenheit von kleinen Mengen Sauerstoffs untersucht. Gewöhnlich ist diese Erscheinung als ein weisslich schimmernder Nebel beschrieben worden. Sarasin[4]) hat auch ein gelbes Nachleuchten in Stickstoff bemerkt, welches er dem Stickstoffoxydul zuschrieb. Hertz[5]) hat nachleuchtende gelbbraune Strahlen in Luft beobachtet, deren Spectrum continuirlich war. In Stickstoff konnte ein Spectrum dieses Nachleuchtens nicht erhalten werden. Goldstein[6]) hat auch ein gelbes Nachleuchten in getrockneter Luft bemerkt, dessen Spectrum nicht beschrieben ist. Bei Anwendung von Röhren ohne Elektroden hat J. J. Thomson[7]) ein Nachleuchten in Stickstoff bei sehr niedrigen Drucken gefunden, dessen Spectrum aus Linien oder Banden besteht. Ausserdem habe ich keine Beschreibung der Farben oder des Spectrums von der bei dem Nachleuchten in Stickstoff auftretenden Strahlung gefunden.

15. Bei Anwesenheit von bemerklichen Mengen Sauerstoffs in Stickstoff habe ich das weissliche nebelige Nachleuchten gesehen, dessen Spectrum continuirlich zu sein schien. In Luft—Stickstoff, aus dem die letzten Sauerstoffspuren nicht entfernt waren, habe ich auch ein apfelgrünes Nachleuchten gesehen. Das Spectrum desselben war im Grünen continuirlich. Dieses Nachleuchten kann von Kohlenoxyd aus der Pyrogallollösung herrühren.

---

1) A. Morren, Ann. Chim. Phys. (4), p. 293. 1865.
2) E. Sarasin, Pogg. Ann. **140.** p. 425. 1870.
3) E. Warburg, Arch. de Gen. (3) **12.** p. 504. 1884.
4) E. Sarasin, l. c. p. 432.
5) H. Hertz, Wied. Ann. **19.** p. 78. 1883.
6) E. Goldstein, Verhandl. d. Phys. Gesellsch. **1.** p. **16.** 1883.
7) J. J. Thomson, Phil. Mag. **32.** p. 335. 1891.

16. Nachdem der Stickstoff so weit wie möglich von Sauerstoff befreit worden war, bemerkte man bei Condensatorentladung durch die Röhre einen prachtvollen chamoisgelben Nebel, welcher die ganze Röhre anfüllte und sich einige Centimeter weit in die Mündungen der Ansatzröhren hinein erstreckte. Bei hohen Drucken war die dünne weisse Funkenentladung von diesem schimmernden gelben Nebel ganz umhüllt. Nach Unterbrechung des Stromes blieb dieser Nebel einige Secunden lang sichtbar. Bei einfachem Inductionsstrom war kein Nebel oder Nachleuchten zu sehen. Beobachtete man das Spectrum dieses Nachleuchtens mittels eines Taschenspectroskopes, so waren drei helle Banden im Roten, Gelben (doppelt) und Grünen zu sehen, auch einige schwache Linien im Roten. Die doppelte gelbe Bande war bei weitem die hellste. Bei Anwendung eines Spectroskopes von höherer Dispersion sahen diese Banden sehr schwach und verbreitert aus. Für die Wellenlängen der Centra derselben ergaben sich durch Vergleichen mit dem Hg-, Na-, H_2- und Sonnenspectrum die angenäherten Werte:

$$624\ \mu\mu \qquad \left\{\begin{matrix}578\\574\end{matrix}\right\}\ \mu\mu \qquad 541\ \mu\mu.$$

Diese Banden scheinen mit drei Banden des Stickstoffspectrums übereinzustimmen. Bei hohem Druck und schwachem Strome hat das Stickstoffspectrum drei Intensitätsmaxima in der Nähe dieser Banden.

17. Nachdem die Röhre durch erhitztes Natrium vollständig ausgetrocknet und von Sauerstoff befreit worden war, fiel dieses Nachleuchten fort. Daher liegt die Vermutung nahe, dass auch diese Erscheinung von der Anwesenheit von ausserordentlich kleinen Mengen Sauerstoff herrührte. Vielleicht ist diese Phosphorescenz dieselbe, welche Sarasin bemerkte und dem Stickstoffoxydul zuschrieb. Es ist nicht in Luft oder bei gewöhnlichem Inductionsstrom zu sehen, daher ist es wahrscheinlich nicht dem von Goldstein[1]) beobachteten Nachleuchten verwandt.

Liess man Stickstoff in die ausgetrocknete Röhre zu, so

1) E. Goldstein, l. c.

veränderte sich die Farbe des Entladungslichtes von Gelb. Diese Farbe war der von glühendem Natrium sehr ähnlich, doch waren die Natriumlinien nicht zu Nach einigen Secunden wurde das Entladungslicht lilafarbig.

Ich möchte Hrn. Prof. Warburg für seinen Rat und Hülfe bei diesen Untersuchungen meinen verbindlichsten ausdrücken.

Berlin, Phys. Inst. d. Univ., März 1900.

(Eingegangen 16. Mai 1900.)

4. *Studien über die Erzeugung sehr hoher Töne vermittelst der Galtonpfeife (Grenzpfeife); von M. Th. Edelmann.*

Die sogenannte Galtonpfeife ist seit einiger Zeit den Ohrenärzten und Physiologen allgemeiner, jedoch den Physikern, wie mir scheint, noch wenig bekannt geworden. Dieses Instrument soll zur bequemen Erzeugung einer möglichst hoch hinaufreichenden Folge von hohen und auch ultramusikalischen Tönen, etwa von $a^4 = 3280$ g. S. angefangen, dienen und ist ursprünglich nur für ohrenärztliche Untersuchungen bestimmt gewesen. Die neueren Untersuchungen mit dieser Pfeife sind jedoch auch für den Physiker von hohem Interesse, weshalb ich eine von mir kürzlich in der „Zeitschrift für Ohrenheilkunde" veröffentlichte Arbeit mit einigen Abänderungen und Ergänzungen hier wiedergebe.

Nach der ursprünglichen Angabe Galton's [1]) ist die nach ihm benannte Pfeife als gedackte Orgelpfeife kleinsten Kalibers construirt, und mit einem durch Mikrometerschraube längs Maassstab verstellbaren Stempel versehen. Die Angabe über Tonhöhe geschah nur nach Pfeifenlängen in Millimetern. Gewöhnlich wird sie vermittelst eines kleinen Gummiballes, den man in der hohlen Hand hält und mit der Daumenspitze drückt, angeblasen und erzeugt auf diese Weise kurzdauernde (deshalb sehr gut zu unterscheidende) und verhältnismässig starke Töne, deren Schwingungszahl beim Hineinschrauben des Stempels continuirlich wächst und für die älteren Constructionen bei etwa 25000 g. S. sichere Töne zu geben aufhört.

Bei meiner neuen Form der Grenzpfeife geht der Ton bedeutend weiter in die Höhe und überschreitet für ausgezeichnet Hörende mit etwa 50000 g. S. die Hörgrenze, worauf kein Ton, sondern nur mehr das Blasegeräusch gehört wird. Bei Pfeifen mit sehr kleinem Lumen ist jedoch die

1) Galton, Inquiries into human faculty, p. 375 ff. 1883.

Bildung regelmässiger Luftschwingungen bei 110000 g. S. (etwa 3 mm Wellenlänge) experimentell leicht zu verfolgen und zwar vermittelst der von Schwendt zuerst bekannt gemachten Anwendung von Kundt'schen Staubfiguren zur Bestimmung sehr hoher Töne, welche auch von R. König[1]) angegeben und benutzt wurde.

Die ausserordentlich interessante Arbeit von Herrn A. Schwendt-Basel: „Experimentelle Bestimmung der Wellenlänge und Schwingungszahl höchster hörbarer Töne“[2]) hat in Bezug auf die Herstellung und Aichung der „Grenzpfeife“ wesentliche Erfolge gebracht. Bei deren Anfertigung war man früher fast ganz allein darauf angewiesen, die Beurteilung über ihre Brauchbarkeit oder Mängel dem Ohre anzuvertrauen; d. h. man laborirte so lange an jeder Pfeife herum, bis jemand, von dessen tadellosem Hörvermögen man überzeugt zu sein glaubte, bei einer Pfeifenlänge von etwa einem Millimeter und möglichst verkleinerter Maulweite einen recht spitzen Ton hörte. Bei gleicher Maulweite wie vorher, aber noch kürzerem Rohre, durfte schliesslich, wenn die Pfeife tadellos sein sollte, nichts weiter gehört werden, als bloss das reine Fauchen des austretenden Luftstromes.

Das Aichen war *noch* unsicherer. Ich bediente mich hierzu einer im Vergleiche zum Galton etwa fünffach vergrösserten, aber dieser vollkommen formähnlichen Pfeife. Bis zu gewissen Grenzen darf angenommen werden, dass sich die *gleichwertigen* Intervalle stimmen, wenn geometrische Formähnlichkeit der in beiden Pfeifen tönenden Luftsäulen eingehalten wird. Während nun das Durchstimmen der Grenzpfeife mit dem Ohre unmöglich und mit anderen Mitteln sehr schwierig ist, sind die viel tieferen (bezüglichen) Töne der *grossen* Pfeife mit den gewöhnlichen Mitteln ganz gut einzustellen und so ergiebt sich aus der Aichung der grossen Pfeife eine fünffach vergrösserte Aichung der Grenzpfeife.

Um ein erläuterndes Beispiel für diese Aichungsweise anzuführen, will ich zunächst annehmen, man habe für die Galtonpfeife (4 mm Durchmesser) mit einer Pfeifenlänge von

1) R. König, Wied. Ann. **69.** p. 626 u. 721. 1899.
2) A. Schwendt, Verhandl. d. naturf. Gesellsch. Basel **12.** Heft 2.

22,35 mm den Ton a^4 gefunden. Auf diesen Ton lässt sich noch leicht mit den sonst für das „Stimmen" gebräuchlichen Mitteln einstellen. Der 5,4 mal dickeren Pfeife giebt man nur eine Pfeifenlänge von $5{,}4 \times 22{,}35 = 120{,}7$ mm. Die tönenden Luftsäulen beider Pfeifen sind jetzt (in geometrischem Sinne) einander ähnlich. Bläst man unter solchen Verhältnissen die grosse Pfeife an, so ertönt sie mit dem Tone c^3. Dieselbe Pfeife besitzt für c^3 die Länge von 56,7 mm; sie stimmt c^4 bei 22,8 mm und c^5 bei 6,5 mm Pfeifenlänge. Dem angedeuteten Proportionalitätsgesetz entsprechend ist also beim Galton die Pfeifenlänge

$$\begin{aligned} \text{für } a^5 &= 56{,}7 : 5{,}4 = 10{,}5 \text{ mm} \\ a^6 &= 22{,}8 : 5{,}4 = 4{,}2 \text{ „} \\ a^7 &= 6{,}5 : 5{,}4 = 1{,}2 \text{ „} \end{aligned}$$

Mit Hülfe der Kundt'schen Staubfiguren sind später die wahren bezüglichen Längen zu 22,36—10,7—4,4 und 1,23 mm gefunden worden. Man ersieht aus diesen Zahlen, dass die angegebene Aichungsmethode noch bis a^7 gute Resultate liefern *kann*. Für noch höhere Töne wird jedoch diese Aichungsmethode unzuverlässig, weil die (günstigsten) Maulweiten *nicht* dem angegebenen Proportionalitätsgesetze für die übrigen Pfeifenausmaasse folgen. Die Tonhöhe ist von der Maulweite sehr abhängig, wie die nachstehend angegebenen Versuche beweisen.

Bei einer als gut erkannten Grenzpfeife wurden successive (von 24 mm an) zuerst von 2 zu 2 mm abnehmend bis 4 mm herab alle Pfeifenlängen eingestellt; hierauf wurden noch kleinere Pfeifenlängen näher aneinander stehend experimentirt, wie dies in der ersten, mit L bezeichneten Columne der nachstehenden Tab. I angegeben ist.

Für jede dieser Pfeifenlängen wurden die Maulweiten M variirt und mit Hülfe der Kundt'schen Staubfiguren festgesetzt, ob und welche Schwingungszahlen N zum Vorscheine kamen. Es zeigte sich z. B., dass für eine Pfeifenlänge von 24 mm zuerst ein reiner Ton auftrat, wenn man die Maulweite so vergrösserte, dass man am Mikrometer B, Fig. 1, den Wert 1,2 erreichte; dieser Ton kam zur Entwickelung bis $M = 1{,}4$. Er ist ein Oberton und hat 10 010 g. S. in der Secunde. Bei

successive erweitertem Maule erzeugte die Pfeife unklare Figuren, d. h. unreine Töne. Sie ertönt erst wieder mit regelmässigen Schwingungen bei Maulweiten zwischen 1,8 und 3,8, wobei aber ihr Ton (der Grundton) nach und nach von 3340 v. d. bis 3782 g. S. steigt. Bei noch mehr vergrösserter Maulweite wird die Pfeife zur Erzeugung reiner Töne wieder unbrauchbar.

Tabelle I.

L	*M*	*N*	*M*	*N*
24	1,2—1,4	10 010	1,8—3,8	3 340— 3 782
22	1,0—1,4	10 980	1,6—4,2	3 400— 3 546
20	0,8—1,0	20 020	1,4—4,0	3 780— 3 870
18	0,6—1,0	22 690	1,4—3,6	4 100— 4 480
16	0,9—1,0	24 310	1,4—3,2	4 600— 4 860
14	0,9—1,2	17 020	1,4—3,0	5 240— 5 490
10	0,8—1,0	18 910	1,3—3,0	5 972— 6 360
12	0,75—0,9	22 700	1,1—3,0	7 090— 7 560
8	0,5—0,6	25 220	0,7—3,0	8 110— 9 080
6	—	—	0,6—2,8	10 160—11 160
4	—	—	0,5—2,3	13 090—16 060
3	—	—	0,4—2,5	15 130—20 020
2	—	—	0,3—2,0	20 600—24 310
1,5	—	—	0,3—1,8	23 480—28 360
1	—	—	0,3—1,7	26 180—32 420
0,8	—	—	0,2—1,3	30 940—39 580
0,6	—	—	0,2—1,3	34 040—42 550
0,4	—	—	0,2—1,3	36 600—45 380
0,3	—	—	0,3—1,1	38 680—52 370
0,2	—	—	0,4—1,1	41 510—54 900
0,1	—	—	0,6—1,0	41 010—48 620
0,05	—	—	0,75—1,1	38 680—48 620

Die in der Tab. I niedergelegten Versuchsreihen zeigen: dass das untersuchte Galton nur bis zu einer Pfeifenlänge von 8 mm herab *reine* Obertöne bei enger Maulweite messen lässt. Ferner: dass, wie oben schon erwähnt, beim Anblasen des Grundtones eben dieser um so tiefer wird, je mehr man das Labium dem Mundstücke nähert. Es zeigt die Tab. I aber auch, dass das untersuchte Exemplar den höchsten durch

dasselbe erreichbaren Ton (54 000 g. S.) bei 0,2 mm Pfeifenlänge und 0,6 Maulweite giebt. Eine weitere Reduction der Pfeifenlänge erzeugte nicht nur keinen höheren, sondern sogar tiefere Töne. Woher dies kommt, weiss ich noch nicht; es zeigen indessen dieses Verhalten sehr viele Grenzpfeifen der älteren und auch der neuen Construction — aber nicht an derselben Stelle.

So wie oben geschildert war Herstellung und Aichung der Tongrenzpfeifen, bis die Arbeit Schwendt's bekannt wurde. Ich experimentirte sofort die Methode der Wellenlängebestimmung vermittelst Kundt'scher Staubfiguren unter Zuhülfenahme einer grossen Anzahl vorrätiger Pfeifen, und war darauf hin bei Gelegenheit der Naturforscherversammlung in München im September 1899 im stande, der ohrenärztlichen Section wesentliche Fortschritte vorzuführen. Dass Schwendt nicht selbst schon zum Nachweise der Entstehung ganz reiner sehr hoher Töne mit Hülfe meiner Tongrenzpfeife gekommen ist, liegt *nur* daran, dass er selbstverständlich noch mit solchen Instrumenten experimentirt hat, bei deren Herstellung nur das Ohr und nicht schon die Kundt'schen Staubfiguren mitgewirkt hatten; *darin* aber liegt gerade der grosse Erfolg der Anwendung dieser Staubfiguren, dass man durch dieselben endlich ein Mittel an der Hand hat [1]), mit unfehlbarer Sicherheit zu untersuchen, ob eine Pfeife taugt oder nicht: d. h. ob Mundstück und Pfeifenrohr genau conaxial sind; ob die cylindrische Schneide am Pfeifenrohr tadellos ist; ob der Stempel dicht etc. Dies alles ist erreicht, d. h. man hat ein brauchbares Instrument vor sich, wenn die Figuren *sofort* und bei verhältnismässig geringer Windpressung — ferner in regelmässiger, stehenbleibender Form in *allen* Tonhöhen, die man erreichen kann oder will, entstehen.

Bezüglich der Güte der Grenztonpfeifen war nicht ganz unwichtig, dass ich für dieselben schon seit Jahren die Form der Locomotivpfeife (kreisförmiges Mundstück, cylindrische Labie) gewählt habe; diese Wahl geschah aus dem einfachen Grunde,

1) A. Schwendt sagt in seiner Arbeit, p. 22, ganz richtig: „Fehlerhafte Construction und falsche Tonhöhebestimmung der betreffenden Instrumente sind mittels dieser Methode mit absoluter Sicherheit nachweisbar."

weil von allen mir bekannten Pfeifenformen diese alle vollkommen exacte Herstellung durch das Werkzeug de

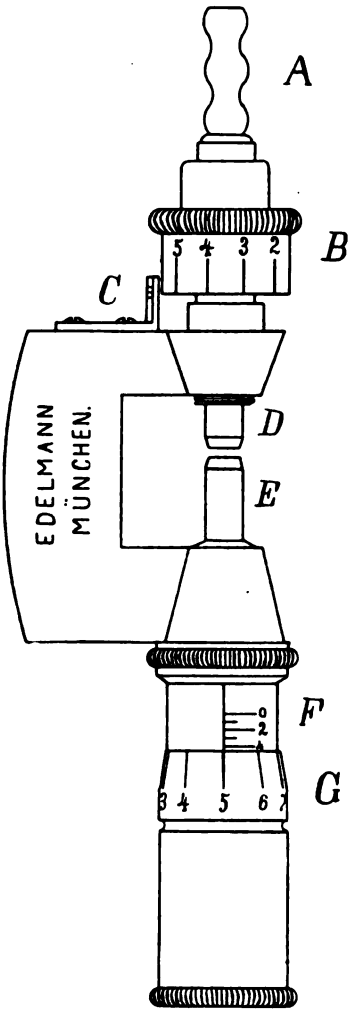


Fig. 1.

cisionsmechanikers geeigı alle wesentlichen Teile dei können auf der Drehbar durch Cylinderschliff herg werden. Bei dieser For Pfeife ist ausserdem, wa zu bemerken ist, die T*sehr* wenig abhängig vom druck.

Nebenstehende Fig. die Ansicht der neuen der Tongrenzpfeife. Die wesentlichen Teile der sind das Mundstück *D* u Pfeifenkörper *E*. Das stück ist ein ringförmiger S aus welchem die Luft Druck ausströmt. Als P körper dient ein cylind gedacktes Rohr, welche einer messerscharfen kr migen Schneide bei *E* (beginnend, der kreisfö Stimmritze in passender fernung (Maulweite) genau über liegt. Die aus der S ritze ausströmende Luft rings auf die Schneid Pfeifenrohr, wodurch die abgegrenzte Luftsäule in in tönende Vibration gerät.

Die Speisung mit Pr wird durch einen Sch ansatz *A* vermittelt, über welchen man ein beigegebenes l Gummiballgebläse stülpt. Der Ball wird in der hohlen gehalten und mit der Daumenspitze stossweise entspre stark gedrückt.

Auch andere Vorrichtungen, welche Pressluft liefern, könnte man zum Anblasen der Grenztonpfeifen verwenden, z. B. das Wassertrommelgebläse; allein die in solchen Apparaten behufs Förderung der Luft sich abspielenden mechanischen Vorgänge geschehen nicht lautlos und es tritt dabei ein Luftstrom in unsere Tonquelle, der schon mit Schallwellen belastet zu sein scheint; es ergiebt der Versuch, dass solche fremden Geräusche der normalen Tonentwickelung im Galton störend gegenübertreten. Man kann wenigstens so hohe Töne, wie sie vorher Niemand hervorgebracht hat (170000 g. S.) nur in der Nacht, wenn alles ruhig ist, *sicher* erhalten. Ein Gummiballgebläse ist von vorstehend geschilderten Nachteilen ganz frei und eine sehr einfache Sache; noch dazu scheinen die mit dem Gummiball hervorgebrachten, nur kurz dauernden Töne für das Ohr recht wahrnehmbar und unterscheidbar zu sein; sie sind bei weitem nicht so ermüdend als langanhaltende Töne, wenn es sich, wie hier fast stets, um obere Grenztöne oder diesen nahe liegende Schwingungszahlen handelt.

Mundstück *D* und Pfeifenkörper *E* sind in einen kräftigen Bügel eingeschraubt, an welchem das Instrument in die Hand genommen wird. Das Mundstück *D* trägt eine Teilungstrommel *B*, in Zehntel geteilt; diese Trommel läuft mit ihrem unteren Rande an einer Teilung *C* (es sind nur drei Scalenteile notwendig) vorüber; man kann vermittelst dieser Mikrometervorrichtung die Entfernung des Mundstückes von der Schneide am Pfeifenrohre — die sogenannte Maulweite — in ganzen und Zehntel-Schraubenumgängen variiren und ablesen. In der Fig. 1 ist beispielsweise die Maulweite auf 0,6 Schraubenumgänge (von einer in Wahrheit nicht ganz Null betragenden Anfangsstellung weg) eingestellt. Es hat sich diese neuere Einrichtung als unbedingt notwendig erwiesen, weil, wie wir oben in Tab. I gesehen, jeder Ton der Tongrenzepfeife eine Function von Pfeifenlänge *und* Maulweite ist.

Der Pfeifenkörper *E* ist ein gedacktes Rohr; d. h.: ein Stempel dichtet dem Mundstück gegenüber das Rohr immer ab. Jedoch ist dieser Stempel längs der Röhre zu verschrauben und seine jeweilige Höhe über dem Labium in Millimetern und deren Zehntel vermittelst Maassstab *F* und Trommel *G* abzulesen; beispielsweise sitzt bei der in der Fig. 1 gezeich-

neten Stellung die begrenzende Ebene des Stempels 4,5 mi unterhalb der Maulöffnung.

Sehr wesentlich ist es in Bezug auf den guten Zustan der Pfeife, dass die hauptsächlichsten Teile derselben (Stimn ritze, Rohr und Stempel) recht rein gehalten werden. Di Reinigen darf jedoch nur mit ganz weichem Leder vorgi nommen werden, damit Schärfe und Form des Labiums nicl leiden.

Mit solchen vollkommeneren Pfeifen kann man ohne Müh constatiren, dass die äusserste Gehörgrenze bei manchen Pei sonen an 50000 g. S. und noch etwas darüber hinaufreich Die Wahrnehmbarkeit von so hohen Tönen wird von Manchei bezweifelt, allein Melde urteilt sehr richtig, wenn er sag dass die Gehörgrenze von der Tonstärke abhängt und das sich diese Grenze um so mehr nach oben erstreckt, je stärke die Töne sind. Die Töne der neuen Pfeife sind jedoch aus nehmend stark; dies lässt sich sehr leicht daraus schliessei mit welcher Vehemenz der Figuren bildende Staub auf de ihm zukommenden Platz hingerissen wird, und wie bei rich tiger Dimensionirung der Resonanzröhre und günstiger Stel lung der Pfeife zu ihr sich die Fransen der Figuren im Rohr aufstellen: mitunter wie feststehende Membranen aussehen und bis über die Röhrenmitte aufsteigend. Erlischt der Ton so sinken diese wunderschönen Gebilde in sich zusammen, ui beim neuen Erklingen des Tones genau an derselben Stell wie vorhin sich wieder aufzurichten.

Schwendt hat in seiner mehrfach citirten Arbeit aus führlich angegeben, wie man mit Hülfe der Kundt'sche Staubfiguren die Schwingungszahl hoher Töne findet; nachdei ich sehr viele solcher Versuche gemacht habe, möchte ic dessen Vorschriften noch ein weniges erweitern, hauptsächlic im Hinblick auf die Erzeugung von Figuren, welche sehr hohe Schwingungszahlen entsprechen.[1])

Man trägt in eine Glasröhre, welche an einem Ende m Kork oder (bei engen Röhrchen) mit Klebwachs verschlossei

1) Solche Bestimmungen eignen sich vortrefflich als Uebungsau gabe im physikalischen Prakticum. (Preis der Pfeife 45 Mk.; Klemn und mehrere Röhrchen 8 Mk.)

wohl gereinigt und sorgfältig ausgetrocknet ist, trockenes Lycopodium ein und zwar kein grösseres Quantum, als zum Gelingen des Versuches eben unbedingt nötig ist. Hierauf wird das Pulver am verschlossenen Ende durch Verticalhalten der Röhre (und Klopfen) angehäuft. Jetzt hält man die Röhre mit dem offenen Ende schief nach abwärts, als wie wenn man das Pulver ausgiessen wollte. Es wird nach geringer Uebung und hauptsächlich dann, wenn alles recht trocken ist, sehr leicht gelingen, das Pulver in Form eines langen Streifens im Rohr zu verteilen. Bei sehr hohen Tönen empfiehlt es sich, das gröbere Pulver aus der Röhre fallen zu lassen und nur das allerfeinste, das an der Röhrenwand hängen bleibt, zu verwenden. Durch Klopfen mit einem Holzstäbchen an der Röhre kann man das gleichmässige Zurechtlegen des Pulvers noch unterstützen. Zuletzt muss man aber einen schwachen Schlag in der Richtung der Röhrenaxe machen, damit das Pulver sich lockert. Nun spannt man das Röhrchen in ein passendes Gestell horizontal ein und verdreht das Rohr so, dass der Staubstreifen nicht ganz unten, sondern etwas erhöht seitwärts liegt; das Pulver wird dann bei der leisesten Erschütterung herabgleiten können. Bläst man das Grenzpfeifchen in solcher Lage an, dass sich das Maul der Pfeife direct und mitten vor dem offenen Ende des Resonanzröhrchens befindet, so kommt die eingeschlossene Luftsäule zum Mitschwingen: natürlich im Tone der Pfeife. Da wo die Luftbewegungen am stärksten sind, fällt der Staub am weitesten herab — umgekehrt da, wo Schwingungsknoten sind, bleibt er oben liegen. Es bilden sich Wellenbäuche in Form herabhängender Fäden oder Festons und die Enden der Fäden bilden eine Wellenlinie, auf der man mit Leichtigkeit die Abstände der gleichen Höhen oder Tiefen messen kann. *Zwei* Wellenbäuche begrenzen eine *halbe* Welle.

Wie schon erwähnt, ist es unbedingt notwendig, dass sowohl die Röhren, als das Lycopodium ganz rein und trocken seien; das Pulver soll in der Röhre beim Neigen derselben leicht hin und her laufen, fast wie eine Flüssigkeit. Die Röhren werden zu diesem Zwecke zuerst mit rauchender Salpetersäure, dann mit destillirtem Wasser, endlich mit Alkohol ausgewaschen und im warmen Luftstrom getrocknet. Auch ist

anzuraten, Röhren und Pulver stets in einem gut schliessenden Gefäss aufzubewahren, in welche man irgend ein Trocknungsmittel, z. B. gebrannten Kalk, Phosphorsäure, Chlorcalcium oder dergl. giebt. Das Lycopodium trockne ich unter der Luftpumpe über Schwefelsäure (wobei durch Platzen der einzelnen Pollenkörner höchst eigentümliche Erscheinungen kommen). Man bedient sich zum Hervorbringen guter Staubfiguren einer Auswahl von Röhren, die zwischen einer Länge von 300 mm mit einem Lumen von 8 mm bis zur Länge von 20 mm und 1,5 mm lichter Weite variiren. Sehr hohe Töne erzeugten klare Figuren nur in sehr engen, kurzen (und dünnwandigen) Röhrchen; es muss selbstverständlich die Luftsäule im Röhrchen so erraten werden, dass sie auf den jeweils zu bestimmenden Ton *leicht* anspricht. Zum bequemen Einspannen der Röhrchen habe ich die in Fig. 2 abgebildete einfache Klemme construirt. Die Kundt'sche Röhre wird zwischen zwei Korkstöpseln *a* und *b* festgehalten, die vermittelst der Schraube *d* einander genähert werden. Mit der Zwinge bei *e* wird das Ganze an eine Tischplatte geklemmt.

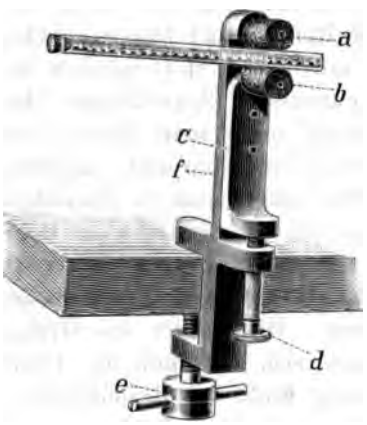


Fig. 2.

Sehr enge kurze Resonanzröhrchen jedoch klebt man am besten auf das obere Ende einer etwa 10 cm langen Klebwachsstange; deren unteres Ende wird nach dem Zurechtklopfen des Staubstreifens an die Tischkante festgedrückt. Das Röhrchen wird bequemer Weise während der Versuche *nicht* vom Klebwachs abgenommen, sondern letzteres samt der Röhre immer vom Tisch abgelöst, wenn der Staubstreifen neu geordnet werden soll. Die Klebwachsstange bildet sodann einen bequemen Handgriff zum Manipuliren mit dem Röhrchen.

Bezeichnet man mit N die Schwingungszahl des zu bestimmenden Tones pro Secunde; mit C die Fortpflanzungs-

geschwindigkeit des Schalles bei mittlerer Temperatur in der Luft während einer Secunde = 340400 mm; endlich mit λ die Länge der *ganzen* Welle, die man mit Hülfe von Zirkel und Maassstab sehr leicht an den Kundt'schen Staubfiguren abmessen kann, dann stehen bekanntlich diese drei Grössen unter sich in der durch beifolgende Gleichung gegebenen Beziehung:

$$N = \frac{C}{\lambda}.$$

Sehr häufig erscheint die ganze Röhre mit Staubfiguren gefüllt und man misst zur Erzielung grösserer Genauigkeit die Abstände der klarsten Partien der beiden voneinander möglichst entfernt stehenden Wellenbäuche, wobei man schwarzes Papier unterlegt. Je höher die Töne werden, desto schöner ausgeprägt sind die Kundt'schen Figuren, die man mit Hülfe der Grenzpfeifen hervorbringen kann.

Seit der Bekanntgabe der Schwendt'schen Arbeit wird jeder aus meinen Werkstätten zur Ablieferung kommenden Grenzpfeife eine Tabelle beigegeben, deren Herstellung und Zweck folgend angegeben ist.

Vermittelst Kundt'scher Staubfiguren wird zunächst eine Reihe von Bestimmungen der Schwingungszahlen für verschiedene Maulweiten und Pfeifenlängen vorgenommen und das Resultat dieser eingehenden Versuchsreihe zur zeichnerischen Ausführung zweier Curven benutzt:

1. Ordinaten: Schwingungszahlen, Abscissen, dazu gehörige Maulweiten.

2. Ordinaten: Schwingungszahlen, Abscissen, dazu gehörige Pfeifenlängen.

Durch messende Auswertung dieser Curven auf bekannte Weise erhält man umgekehrt für jede Pfeife Zahlenangaben, wie solche als Beispiel nachfolgend (Tab. II) angegeben sind; in Gemeinschaft mit einer solchen Aichungstabelle ist das neu construirte Grenzpfeifchen ohne Zweifel ein sehr bequemes und zuverlässiges Mittel zur Erzeugung sehr hoher hörbarer und nicht mehr hörbarer Töne. Die Tabelle besteht aus zwei Abteilungen und enthält:

1. Die zusammengehörigen Einstellungen von Pfeifenlä
(in Millimetern) und Maulweiten (in Schraubenumgängen) b
Tonerzeugung von a^4 angefangen und in der C-dur-Scala

Tabelle II.

Galtonpfeife Nr. 331.

Tonbezeichnung	Pfeifenlänge	Maulweite	Schwingungszahl pro Secunde	Schwingungszahl pro Secunde	Pfeifenlänge	
a^4	22,4	2,3	3480	10000	7,18	
h^4	19,06	2,3	3906,16	11000	6,38	
c^5	17,7	2,3	4133	12000	5,72	
d^5	15,75	2,3	4645,28	13000	5,13	
e^5	14,02	2,3	5213,68	14000	4,65	
f^5	13,3	2,3	5524,16	15000	4,21	
g^5	11,9	1,6	6200,6	16000	3,81	
a^5	10,63	1,6	6960	17000	3,48	
h^5	9,42	1,6	7812,3	18000	3,17	
c^6	8,88	1,6	8276	19000	2,99	
d^6	7,8	1,6	9290,6	20000	2,7	
e^6	6,8	1,6	10424	21000	2,49	
f^6	6,3	1,6	11048	22000	2,3	
g^6	5,5	1,6	12401	23000	2,12	
a^6	4,7	0,9	13920	24000	1,96	
h^6	3,95	0,9	15625	25000	1,8	
c^7	3,68	0,9	16435	26000	1,67	
d^7	3,01	0,9	18581	27000	1,54	
e^7	2,51	0,9	20854	28000	1,43	
f^7	2,3	0,9	22097	29000	1,34	
g^7	1,83	0,9	24803	30000	1,26	
a^7	1,47	0,9	27840	31000	1,17	
h^7	1,18	0,9	31249	32000	1,08	
c^8	1,0	0,9	32870	33000	0,99	
d^8	0,67	0,9	37162	34000	0,90	
e^8	0,4	0,9	41708	35000	0,82	
f^8	0,3	0,9	44193	36000	0,74	
.	.	.	.	37000	0,66	
.	.	.	.	38000	0,6	
.	.	.	.	39000	0,53	
.	.	.	.	40000	0,47	
				41000	0,41	
				42000	0,37	
				43000	0,33	
				44000	0,305	
				45000	0,27	
				46000	0,23	
				47000	0,22	
				48000	0,21	

schreitend, bis zu jener Grenze hinauf, bei welcher das jeweils untersuchte Instrument noch zuverlässige Bestimmungen giebt.

2. Die Pfeifenlängen nebst den dazu notwendigen Einstellungen für die Maulweiten zur Erzeugung aller Töne: von 10000 Schwingungen pro Secunde angefangen, von 1000 zu 1000 Schwingungen fortschreitend, bis zu jener Grenze, bei welcher die bezügliche Pfeife zuverlässige Bestimmungen nicht mehr ergiebt.

Zu bemerken ist noch, dass die Stimmungen der einzelnen Grenzpfeifen, obwohl sie möglichst gleich gemacht werden, nicht ganz gleich ausfallen; mit anderen Worten: Jede Pfeife bedarf ihrer eigenen Tab. II.

Von besonderem Interesse erschien es mir endlich, zu versuchen, wie sich die Grenzpfeifen der neueren Construction verhalten, wenn ihr Durchmesser mehr und mehr abnimmt. Die für ohrenärztliche Untersuchungen bestimmten Instrumente haben nach meinen bisherigen Erfahrungen am besten eine Rohrweite von 4 mm, weil man möglichst starker Töne bedarf und die Tonintensität bei kleinerem Durchmesser abzunehmen scheint. Ich liess nun noch eine Pfeife ausführen von 3 mm und endlich glückte nach Aufwand von viel Sorgfalt und Mühe sogar eine solche von nur 2 mm Durchmesser.

Die Versuche mit solchen Pfeifen haben nun das sicher interessante Resultat ergeben, dass man mit sehr engen Pfeifen Schwingungszahlen von so enormer Grösse erhalten kann, wie solche bis jetzt noch nie beobachtet worden sind: nämlich bis 170000 g. S. in der Secunde ($e^{10} = 163840$, $f^{10} = 174760$ g. S.), also noch nahezu eine Octave höher, als sie von R. König[1]) an seinen kleinen Stimmgabeln gemessen wurden.

In der folgenden Tab. III sind die Versuchsergebnisse mit diesen drei Pfeifen niedergelegt. In der ersten Columne sind die Pfeifenlängen angegeben, bei welchen ein Ton in jeder der drei Pfeifen zu erzeugen versucht wurde; die Maulweiten wurden so lange variirt, bis die Töne möglichst hoch (dritte, fünfte, siebente Columne für 4, 3, 2 mm) und die Figuren (ihre Länge ist in der zweiten, vierten, sechsten Columne angegeben) recht deutlich geworden waren. Die eingeklammerten

1) R. König, Wied. Ann. 69. p. 626 u. 721. 1899.

Werte beziehen sich auf Versuche, die nur unter sehr günstigen Bedingungen oder selten erhalten werden konnten, während die freistehenden sofort und ganz regelmässig auftreten.

Tabelle III.

Pfeifenlänge	Durchmesser 4 mm		Durchmesser 3 mm		Durchmesser 2 mm	
	Wellenlänge	Schwingungszahl	Wellenlänge	Schwingungszahl	Wellenlänge	Schwingungszahl
5	25,7	13240	24,3	14010	22,8	14930
4,5	23,2	14670	21,4	15910	20,8	16370
4	21,9	15540	20,3	16770	18,9	18010
3,5	20,1	16940	18,5	18400	17,1	19910
3	18,2	18700	16,5	20630	15,2	22390
2,5	16,3	20880	14,6	23320	13,2	25790
2	14,4	23640	12,7	26800	11,1	30670
1,5	12,3	27670	10,7	31810	9,2	36990
1	10,2	33370	8,9	34380	7,1	47940
0,8	9,6	35450	8,4	40520	6,8	50050
0,8	9,1	37400	8,1	42020	6,4	53180
0,7	8,6	39580	7,6	44780	6,0	56730
0,6	8,4	40520	7,2	47240	5,6	60780
0,5	8,2	42020	6,8	50050	5,2	65460
0,4	7,8	43640	6,4	53180	4,8	70930
0,3	7,4	45990	5,8	58690	4,4	77360
0,2	6,8	50050	5,2	65460	3,9	87280
0,15	(6,3)	(54030)	(4,7)	(72420)	3,5	97260
0,1	(5,5)	(61890)	(4,1)	(83020)	3,0	113460
0,09	(5,3)	(64230)	(3,5)	(97260)	(2,8)	(121670)
0,08	(5)	(68080)	(3,1)	(109800)	(2,5)	(136200)
0,075	—	—	—	—	(2,2)	(154700)
0,07	—	—	—	—	(2,0)	(170200)

(Eingegangen 15. Mai 1900.)

5. *Ueber die magnetische Kraft der Atome; von Robert Lang.*

Die Hypothese der Ampère'schen Molecularströme hat in neuerer Zeit eine genauere Fassung dadurch erhalten, dass man die die magnetische Kraft erzeugenden Ströme als Convectionsströme der rotirenden Ionenladungen betrachtet. Vornehmlich hat sich Hr. F. Richarz[1]) mit dieser Frage beschäftigt, in dessen Arbeit auch die Literaturangaben über einschlägige Vorarbeiten von W. Weber, Ebert und Chattock enthalten sind. Seit dieser Arbeit ist mir keine andere bekannt geworden, die sich näher mit derselben Frage befasst. Hr. Richarz hat sich darauf beschränkt, die Zulässigkeit der Erklärung des Molecularmagnetismus durch Rotationen der Valenzladungen nachzuweisen, indem er für Eisen das magnetische Sättigungsmoment direct berechnete und der Grössenordnung nach mit dem experimentell gefundenen in naher Uebereinstimmung fand.

Im Folgenden beabsichtige ich zu zeigen, 1. dass dieser Nachweis auch geführt werden kann unter Benutzung von Grössen, die ihrer Ordnung nach wesentlich von denen des Hrn. Richarz abweichen, 2. dass dadurch möglicherweise ein Zusammenhang zwischen dem minimalen Atomvolumen und dem Magnetismus aufgedeckt wird, der bisher nur empirisch erkannt war, 3. dass in Bezug auf den Atommagnetismus die ungesättigten Valenzen eine wichtige Rolle zu spielen scheinen, 4. dass die neue Hypothese eine Anzahl bisher wenig verstandener Erscheinungen einheitlich zu erklären gestattet.

I.

Aus der Ueberlegung, dass die rotirenden Valenzladungen elektrodynamische Wellen aussenden, und dass deren Periode grösser sein muss als die des äussersten sichtbaren roten Lichtes, und aus der Betrachtung der mit dieser Rotation verbundenen

1) F. Richarz, Wied. Ann. 52. p. 410—415. 1894.

lebendigen Kraft findet Hr. Richarz für die Rotationsdau die Grenzen:

$$3 . 10^{-15} < T < 10^{-12} \text{ sec}$$

und setzt schliesslich schätzungsweise $T \sim 10^{-14}$ sec. Ferner rechnet er den Durchmesser der Bahn eines Ions und setzt gleich der Kante des dem Fe-Atom zukommenden Elemen würfels $1{,}5 . 10^{-8}$ cm. Mit dem Wert $43 . 10^{-22}$ C.G.S. für Valenzladung ergiebt sich dann nach dem Satz von der Aequival zwischen einem Kreisstrom und einem Magnet das magnetis Moment eines Fe-Atomes $= 2 . 10^{-22}$ C.G.S. und daher, da Anzahl Molecüle in 1 g Fe auf $4 . 10^{22}$ zu schätzen ist, Sättigungsmoment des Fe = 8 C.G.S. Der Versuch ergab für 220, für Co 150, für Ni 60 C.G.S. Hr. Richarz demnach den Versuch, den vor der Richtung der Elemen magnete präexistirenden molecularen Magnetismus auf Rota der Valenzladungen zurückzuführen, für zulässig.

Nun ist aber über die innere Structur der Metalle n sehr wenig bekannt, während andererseits unsere Vorstellun über die Lösungen von Elektrolyten sich in neuerer Zeit aus ordentlich vertieft haben. Es erscheint daher nicht überflüs die Probe auf die Zulässigkeit der erwähnten Hypothese n am Metall, sondern an den Lösungen seiner Salze zu mac und dies um so mehr, als die Versuche an verdünnten p magnetischen Lösungen einer grossen Genauigkeit fähig auch in grosser Zahl angestellt und veröffentlicht sind. älterer Zeit sind es vorzüglich die grundlegenden Bestimmun von G. Wiedemann, aus neuerer Zeit diejenigen der He G. Jäger, St. Meyer, J. Königsberger, H. du B O. Liebknecht.

Wir benutzen zu dieser Probe die interessanten Er nisse der zwei zuerst genannten Physiker[1]), welche an Lösun von Chlorüren, Sulfaten und Nitraten der vier magnetisc Metalle Ni, Co, Fe, Mn erhalten wurden und welche zei 1. dass bloss der Metallgehalt für die Grösse der Magnetisirun zahl maassgebend ist, 2. dass die mit 10^6 multiplicirten At susceptibilitäten von Ni, Co, Fe, Mn, bez. 4,95; 10,0; 1 15,0 C.G.S. betragen und sich also verhalten wie 2 : 4 : 5

1) G. Jäger u. St. Meyer, Wied. Ann. **63**. p. 83—90. 1897.

Beide Ergebnisse sind Bestätigungen bez. Erweiterungen von Sätzen, die schon G. Wiedemann[1]) gefunden hat. Die Bestimmungen beziehen sich auf 17,5° C. und auf Feldstärken von $1 . 10^4$ bis $1{,}8 . 10^4$ C.G.S.; innerhalb dieses Intervalles zeigte sich keine Abhängigkeit der Magnetisirungszahl von der Feldstärke, sodass man annehmen kann, dass Sättigung erreicht war.

Berechnen wir also in derselben Weise wie Hr. Richarz das maximale Moment von 1 ccm normaler $FeSO_4$-Lösung (1 g Molecül in 1 l Wasser). Dieselbe enthält nach Nernst[2]) $5{,}4 . 10^{19}$ Molecüle und daher ebensoviel Fe-Atome. Mit der Richarz'schen Zahl $2 . 10^{-22}$ C.G.S. für das magnetische Moment des Fe-Atomes ergiebt sich hieraus als Sättigungsmoment von 1 ccm $FeSO_4$-Lösung $1{,}08 . 10^{-2}$ C.G.S. Nach G. Jäger und St. Meyer ist dieses Moment $4\pi . 12{,}5 . 10^{-6} . 10^4 = 1{,}57$ C.G.S. Man wird also sagen können, dass die Uebereinstimmung etwa dieselbe ist, wie oben beim metallischen Fe; das berechnete Moment ist 27 bez. 145 mal kleiner als das wirkliche.

Darf mithin die Richarz'sche Erklärung der Molecularströme durch Centralbewegungen der Ionenladungen im Princip als möglich angesehen werden, so ist nicht zu vergessen, dass der geführte Nachweis gewisse willkürliche Annahmen erforderlich machte. Zunächst wird gefordert, dass $T > 3 . 10^{-15}$ sec, dass also die Rotationen langsamer geschehen als die Schwingungen des äussersten roten Lichtes, da sie sonst als Licht empfunden werden müssten. Offenbar ist aber die andere gleich berechtigte Möglichkeit, dass $T < 7 . 10^{-16}$ sec, dass also die Rotationen schneller erfolgen als die Schwingungen des äussersten sichtbaren violetten Lichtes. Zum anderen setzt Hr. Richarz den Bahndurchmesser der rotirenden Ionen gleich der Kante des einem Fe-Atom zukommenden Elementarwürfels, wofür er 10^{-8} cm findet. Man sieht, dass dies zugleich der durchschnittliche Wert ist, den die kinetische Gastheorie für die Grösse der Molecüle angiebt. Mit Rücksicht auf die unvollkommene Raumausfüllung durch die Atome und im Hinblick auf den besonderen Umstand, dass gerade die magnetischen Stoffe sich durch ein Minimum des Atomvolumens auszeichnen,

1) G. Wiedemann, Die Lehre von der Elektricität, p. 960—962. 1895.
2) W. Nernst, Theoret. Chemie, p. 394.

erscheint es aber sehr wahrscheinlich, dass der Bahndurchmesser der rotirenden Ionen $< 10^{-8}$ cm ist. Um diese Möglichkeit zu untersuchen, setzen wir $T \sim 10^{-x}$ sec und den Bahndurchmesser $\delta \sim 10^{-y}$ cm. Dann ist das magnetische Moment des zweiwertigen Fe-Atomes:

$$(2 . 43 . 10^{-22}/10^{-x}) . 10^{-2y} = 8{,}6 . 10^{-21+x-2y} \text{ C.G.S.}$$

Daher das Moment eines Cubikcentimeters normaler $FeSO_4$-Lösung:

$$5{,}4 . 10^{19} . 8{,}6 . 10^{-21+x-2y} = 4{,}6 . 10^{-1+x-2y} \text{ C.G.S.}$$

Setzt man dies gleich dem experimentell gefundenen Wert 1,57 C.G.S., so folgt durch Vergleichung der Grössenordnung:

$$x = 2y + 1.$$

Hieraus folgt für:

$$y = 9 \qquad x = 19$$
$$y = 10 \qquad x = 21 \quad \text{etc.},$$

sodass als grösste Umlaufsdauer $T \sim 10^{-19}$ sec herauskommt. Man sieht, dass diese Zahlen alle die oben gestellte Bedingung für T erfüllen und dass auch bei dem grössten Wert noch Raum genug vorhanden bleibt für das ultraviolette Licht.

Für alle zusammengehörigen Werte von T und δ ergiebt sich als magnetisches Moment eines als zweiwertig angenommenen Fe-Atomes $8{,}6 . 10^{-20}$ C.G.S. und als Sättigungsmoment eines Cubikcentimeters normaler $FeSO_4$-Lösung 4,6 C.G.S. statt 1,6 C.G.S. *Somit ist erwiesen, dass die Erklärung der Molecularströme durch Ionenkreisläufe auch auf Grund von Grössen möglich ist, die ihrer Ordnung nach von denen des Hrn. Richarz wesentlichen abweichen.* Genau derselbe Wert berechnet sich für das magnetische Sättigungsmoment von 1 ccm der normalen Lösungen von $CoSO_4$, $NiSO_4$, $MnSO_4$ oder auch der Chlorüre und Nitrate der vier als zweiwertig angenommenen paramagnetischen Metalle. Denn in physikalisch-chemischer Beziehung, soweit sie bis jetzt bekannt ist, befinden sich alle diese Lösungen in übereinstimmendem Zustande; sie sind z. B. wahrscheinlich im gleichen Grade dissociirt[1]); ferner ist das Atomgewicht und das Atomvolumen für alle vier betrachteten Metalle fast

1) Nach G. Wiedemann (Lehre v. d. Elektricität 3. p. 960. 1895) ist übrigens der Magnetismus der verdünnten Lösungen unabhängig vom Dissociationsgrad.

genau gleich. Sind nun aber die Atommagnetismen thatsächlich verschieden und in der ganzzahligen Proportion 2:4:5:6 stehend[1]), so liegt der Gedanke nahe, dass dieses Verhalten herrührt von den verschiedenen freien Valenzen der Metalle. Denn es erscheint ja im voraus wahrscheinlich, dass nicht alle Valenzen der Atome, sondern nur die freien Kreisläufe ausführen und dass *daher nur die letzteren für die Entstehung des Atommagnetismus verantwortlich sind.* Danach müssten sich die freien Valenzen von Co, Ni, Fe, Mn in den genannten Lösungen verhalten wie 2:4:5:6. Hat dieser Gedanke einige Berechtigung, so ist in der magnetischen Untersuchung paramagnetischer Lösungen der Chemie ein Hülfsmittel an die Hand gegeben, das wenigstens einen Angriff auf ein bis jetzt so gut wie völlig abgesperrtes Gebiet erlaubt.

Nach den Angaben Mendelejeff's[2]) kommen folgende salzbildende Oxyde unserer vier Metalle vor:

Ni_2O_2, Ni_2O_3
Co_2O_2, Co_2O_3, Co_2O_4
Fe_2O_2, Fe_2O_3, Fe_2O_4, Fe_2O_6
Mn_2O_2, Mn_2O_3, Mn_2O_4, Mn_2O_6, Mn_2O_7.

Die Oxyde der Form R_2O_2 entsprechen den Salzen unserer magnetisch untersuchten Lösungen; die übrigen geben durch die Möglichkeit ihrer Existens wenigstens einen mutmaassenden Einblick in die Zahl der freien Valenzen. Schliesst man mehrfache Bindung aus, so ergiebt sich daraus als Verhältnis der freien Valenzen, immer in derselben Reihenfolge, 2:4:8:10. Man kann sich leicht denken, dass bei mehrfacher Bindung besonders der complicirten Verbindungen Fe_2O_6 und Mn_2O_7 das Verhältnis übergeht in 2:4:5:6.

Offenbar stellen die Salzlösungen der magnetischen Metalle einen einfacheren Fall dar als die Metalle selbst, ähnlich wie in Bezug auf das dielektrische Verhalten die Gase sich einfacher erweisen als die Flüssigkeiten. Dabei ist es nun interessant zu sehen, wie in Bezug auf magnetische Susceptibilität die freien Valenzen maassgebend zu sein scheinen, während

1) Vgl. oben p. 484.

2) D. Mendelejeff, Grundlagen der Chemie, p. 684; Tafel der Periodicität der Elemente. 1892.

für die dielektrische Capacität die gesamte Wertigkeitssumme[1]) der einfachen oder zusammengelagerten Molecüle bestimmend ist.

Wir kehren noch einmal zu den oben gefundenen Werten von T und δ zurück und zwar halten wir uns zunächst an die maximalen Werte $T \sim 10^{-19}$ sec und $\delta \sim 10^{-9}$ cm. T erscheint zunächst auffällend klein, während der Bahndurchmesser δ weniger vom gewohnten Wert abweicht. Doch verlieren diese Zahlen viel vom Ausserordentlichen durch folgende Ueberlegung. Hr. Richarz lässt die Valenzladungen mit den materiellen Atomen selbst rotiren, um die untere Grenze für T zu erhalten; er hat es also dabei mit der Trägheit der Materie zu thun. Wir wollen uns hier dagegen der von J. J. Thomson, P. Drude u. a. aufgestellten und auf die Erfahrungen an Kathoden- und Canalstrahlen gegründeten Ansicht anschliessen. Danach bestehen die chemischen Atome aus grösseren und kleineren Elektronen mit ganz bestimmter elektrischer Ladung. Für die kleineren, die Kathodenstrahlteilchen, ist das Verhältnis von Ladung und Masse durch Hrn W. Kaufmann[2]) $\varepsilon/m = 1{,}86 . 10^7$ C.G.S. bestimmt worden; die grösseren, wahrscheinlich positiven Elektronen haben die gleiche Ladung, aber grössere Masse. Für Ni z. B. findet Hr. Drude[3] das Massenverhältnis für negative und positive Elektronen aus optischen Daten gleich 1 : 9,45.

Im Falle der Molecularströme wird man sich also wohl die grösseren Elektronen als Kerne vorstellen, um welche die kleineren als Satelliten Kreisläufe ausführen, deren Umlaufsdauer $T = 10^{-19}$ sec ist. Aus dieser Vorstellung berechnet sich die lineare Geschwindigkeit der kleinen Elektronen zu $v = \pi\delta/T \sim 10^{10}$ cm/sec, also von der Ordnung der Lichtgeschwindigkeit. Dies ist die Geschwindigkeit, mit der die Elektronen als Kathodenstrahlteilchen durch das Crookes'sche Vacuum hindurchfliegen, nach den übereinstimmenden Angaben der Herren J. J. Thomson[4]), Ph. Lenard[5]) und

1) R. Lang, Wied. Ann. **56.** p. 534. 1895.
2) W. Kaufmann, Wied. Ann. **65.** p. 439. 1898.
3) P. Drude, Physikal. Zeitschr. **1.** p. 164. 1900.
4) J. J. Thomson, Phil. Mag. **44.** p. 293. 1897; $v = 1{,}5 . 10^9$ cm/sec
5) Ph. Lenard, Wied. Ann. **64.** p. 279. 1898; $v = 0{,}67$ bis $0{,}81 . 10^{10}$ cm/sec.

W. Wien.[1]) Es ist also wohl nicht zweifelhaft, dass die Elektronen solch ausserordentliche Geschwindigkeit annehmen können, wenn sie durch eine geeignete Kraft angetrieben werden. Dieser Antrieb ist bei den Kathodenstrahlen in dem starken Potentialgefälle an der Kathode zu suchen. Eine andere Frage ist, ob die Elektronen solche Geschwindigkeit auch im natürlichen Zustand, aus nicht erkennbarer Ursache, besitzen. Für diese Frage sind die jüngsten Messungen des Hrn. H. Becquerel[2]) an den von ihm untersuchten Strahlen höchst wichtig. Durch magnetische Ablenkungsversuche fand dieser Forscher für die fortgeschleuderten Teilchen der Radiumstrahlen $(m/\varepsilon).v = 1500$. Für die Kathodenstrahlen ist dasselbe Product $= 1030$ bis 1273. Nun sind sicher die Radiumteilchen nicht grösser als die Kathodenstrahlteilchen; somit ist die natürliche Geschwindigkeit der vom Radiumpräparat ausgeschleuderten Teilchen mindestens von der Ordnung 10^{10} cm/sec. Wir schliessen daraus, dass die gleich grosse Geschwindigkeit der Elektronen, auf die wir bei den Centralbewegungen, die den Magnetismus verursachen, gestossen sind, jedenfalls nicht unmöglich ist.

Was ferner den Bahndurchmesser δ betrifft, dessen grössten Wert wir $\sim 10^{-9}$ cm gefunden haben, so ist zunächst zuzugeben, dass δ^3 nicht genau mit dem Atomvolumen übereinstimmt, welches die Chemie als Quotient aus Atom- und specifischem Gewicht in festem oder flüssigem Zustand angiebt und welches sich bei den paramagnetischen Stoffen als Minimum erweist. Das Atomvolumen wird im allgemeinen grösser sein als δ^3. Andererseits wird behauptet werden dürfen, dass je grösser δ, also auch die von den Elektronen beschriebene mehr oder weniger kreisförmige Bahn ist, um so grösser wird bei gleicher Schwingungsweite des Molecularschwerpunktes die moleculare Wirkungssphäre sein, und umgekehrt wird unter denselben Umständen die Verkleinerung des Atomvolumens an eine Abnahme von δ gebunden sein. Lässt sich also auch die directe, gleichsinnige Aenderung des Atomvolumens und des Durchmessers δ nicht streng beweisen, so

1) W. Wien, Wied. Ann. **65**. p. 445. 1899. $v = 1 . 10^{10}$ cm/sec.

2) H. Becquerel, Compt. rend. **130**. p. 206—211. 1900; Beibl. **24**. p. 328. 1900.

ist doch ein solcher Zusammenhang wahrscheinlich und jedenfalls ist hier zum ersten Male *theoretisch eine notwendige metrische Beziehung des Magnetismus aufgefunden*, die der empirischen Regel vom minimalen Atomvolumen[1]) der magnetischen Stoffe nahe verwandt ist.

II.

Wir haben uns im vorigen Abschnitt überzeugt, dass die neue Deutung, die wir dem Molecularmagnetismus gegeben haben, jedenfalls keinen Widerspruch enthält und daher möglich ist. Wir zeigen jetzt, dass sie auch auf einige bis jetzt nicht erklärte Erscheinungen neues Licht wirft.

1. Zu der Erscheinung des Paramagnetismus gehören nach dem Vorhergehenden zwei Bedingungen: 1. minimales Atomvolumen, 2. freie d. h. ungesättigte Valenzen. Beide Bedingungen sind für den Sauerstoff erfüllt; vgl. in Bezug auf das Atomvolumen die Tafel in der Abhandlung des Hrn. St. Meyer[2]); für die Vierwertigkeit von O, der für gewöhnlich nur zweiwertig ist, diejenige des Hrn. Heyes.[3]) Danach erscheint es nicht mehr auffallend, dass O paramagnetisch ist, während die meisten anderen Gase Diamagnetismus zeigen. Denkt man sich also in dem O_2-Molecül je zwei Valenzen jedes Atomes gebunden, die anderen ungesättigt, so erhält man wie oben als magnetisches Moment eines O-Atomes $4{,}6 \cdot 10^{-1+x-2y}$ C.G.S. Andererseits fand Hr. R. Hennig[4]) die Susceptibilität des O, bezogen auf das Vacuum für 25° C. und 1 Atm. Druck, $0{,}12 \cdot 10^{-6}$ C.G.S.; die Feldstärke war dabei etwa 10^4 C.G.S. Daraus folgt für das magnetische Moment von 1 ccm O unter den angegebenen Verhältnissen $4\pi \cdot 0{,}12 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4 = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ C.G.S., also durch Vergleichung der Exponenten

$$x - 2y = -1.$$

Hieraus für

$$y = 9, \quad x = 17,$$
$$y = 10, \quad x = 19 \text{ etc.}$$

1) Vgl. J. Königsberger, Wied. Ann. 66. p. 731. 1898; St. Meyer Wied. Ann. 69. p. 261. 1899.

2) St. Meyer, Wied. Ann. 69. p. 236. 1899.

3) J. F. Heyes, Phil. Mag. (5) 25. p. 221. 1888.

4) R. Hennig, Wied. Ann. 50. p. 519. 1893.

Da eine Rotationsdauer $T \sim 10^{-17}$ sec zu nahe bei den ultravioletten Schwingungen liegt, so werden wir der zweiten Lösung den Vorzug geben.

Man sieht, dass die Werte von derselben Grössenordnung sind, wie beim Fe; nur der Bahndurchmesser $\delta \sim 10^{-10}$ cm erscheint etwas kleiner. Es mag übrigens bemerkt werden, dass der von Hrn. Richarz benutzte Wert des magnetischen Momentes eines vierwertigen Fe-Atoms 2.10^{-22} C.G.S. mit Benutzung des Gedankens der freien Valenzen auch ein richtiges Resultat giebt, wenn es auch fraglich erscheint, ob das Fe-Atom ohne weiteres mit dem O-Atom in magnetischer Hinsicht vertauscht werden darf.

2. Aus seinem umfangreichen Material über die Magnetisirungszahlen unorganischer Verbindungen zieht Hr. St. Meyer [1]) folgende Erfahrungssätze ab. Der Molecularmagnetismus k der paramagnetischen Verbindungen ist kleiner als die Summe der Atommagnetismen der Bestandteile. Oxydation scheint ganz allgemein das k des Elementes herabzudrücken und zwar so weit, dass paramagnetische Metalle diamagnetische Oxyde liefern können.

Der erste Satz ist eine unmittelbare allgemeine Folge der auseinandergesetzten Vorstellung von der Rolle der ungesättigten Valenzen für die Entstehung des Magnetismus. Denn bei der chemischen Verbindung zweier Stoffe handelt es sich immer um Bindung von Valenzen; also kann die Magnetisirungszahl einer Verbindung paramagnetischer Stoffe höchstens gleich der Summe der Atommagnetismen, wird aber meistens kleiner sein. Tritt der Fall ein, dass sämtliche Valenzen gebunden werden oder dass die Rotation der ungesättigten Valenzen durch die Bindung der übrigen gehindert ist, so kann die Verbindung diamagnetisch sein. Der zweite Meyer'sche Satz ist ein Beispiel dazu. Dass die Verbindung diamagnetischer Stoffe, bei vorhandenem minimalen Atomvolumen wenigstens eines der Bestandteile, schwach paramagnetisch erscheint, kann dadurch erklärt werden, dass durch die Bindung einzelner Valenzen zwischen den zu einem Molecül vereinigten Atomen andere vorher durch jene gebunden gewesenen Valenzen frei

1) l. c. p. 248 u. p. 254.

werden. Dieser Fall wird allerdings eine seltene Ausnah sein, erscheint aber möglich. Vielleicht bieten die Cu-V bindungen [1]) ein Beispiel dafür.

3. Die dritte Anwendung bezieht sich auf den eigentlich Kernpunkt der neuen Hypothese, nämlich die Grössenordnu der in Betracht kommenden Werte. Wir stellen uns na dem Gesagten vor, dass grössere, wahrscheinlich positive Ker von kleineren, wahrscheinlich negativen Satelliten, mit ein der Lichtgeschwindigkeit nahe kommenden Geschwindigke umkreist werden. Es ist nicht nötig die negativen Elektron dauernd an ihren Kern gebunden zu denken. Vielmehr i es wahrscheinlich, dass die einzelnen Elektronen bei ihr Centralbewegungen verschiedene Geschwindigkeit haben u dass der angegebene Wert einen Mittelwert darstellt. Erlan nun ein Elektron eine bedeutend grössere Geschwindigkeit, s sie dem Umlauf entspricht, so kann es aus der Sphäre ein Kernes ausund in diejenige eines anderen eintreten. Dies ä dert selbstverständlich an der Vorstellung nichts, die wir u vom stationären Zustand eines magnetischen Körpers mache

Wir denken uns nun einen der Länge nach zur Sättigu magnetisirten Eisenstab und zwar sollen die magnetisch Kraftlinien innerhalb desselben der Axe parallel laufen, sods sie nur auf den Grundflächen in die Luft aus- bez. eintrete Dann sind die Bahnebenen der Elektronen alle einander paral und senkrecht zur Axe des Stabes; ein Querschnitt des Stab nimmt also alle Bahnen in sich auf, deren Mittelpunkte v ihm getroffen worden. Im Innern des Stabes herrscht d besprochene stationäre Zustand. An der Grenze aber ist, w an der Oberfläche einer Flüssigkeit, ein Herausfahren beso ders schneller Elektronen möglich, wenn sonst kein Hinder vorhanden ist. Ein solches ist die Luft oder auch das Vacuu überhaupt ein Dielektricum, welches den Magnetstab umgiel weil durch das Austreten negativer Elektronen sofort ein u geheurer Potentialunterschied entsteht, der das Austret weiterer Elektronen verhindert. An den Polflächen selbst i wie man sieht, überhaupt keine Abschleuderung von Elekt

1) G. Wiedemann, Die Lehre v. d. Elektr. 3. p. 963; St. Mey Ann. d. Phys 1. p. 668. 1900.

nen zu erwarten. Ein in ein Dielektricum getauchter Magnetstab verliert also durch Elektronenstreuung nichts an seiner Energie.

Dieser Schluss verliert nichts an seiner Gültigkeit, wenn der Magnetstab nicht longitudinal, sondern beliebig magnetisirt ist.

Der an der Oberfläche eines Magnets senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien auftretende Potentialunterschied stellt eine elektromotorische Kraft dar, welche der Voltakraft ähnlich wirkt und sich an den betreffenden Stellen des Magnets ihr superponiren kann. Der Nachweis ihrer Existenz liegt bereits vor in den Versuchen über die elektromotorische Kraft der Magnetisirung. [1]) Wir beziehen uns hier auf die genauen Messungen von Hrn. Hurmuzescu. [2]) Es wurden 1 mm dicke, an den Enden mit Schmirgelpapier polirte Fe-Drähte in die beiden Schenkel eines U-Rohres eingesenkt. Der eine Schenkel befand sich zwischen den Polen eines starken Elektromagnets. Die Röhre war mit der Lösung von Essig- oder Oxalsäure gefüllt. Die senkrecht zum Magnetfelde stehende Elektrode berührte die Flüssigkeit nur an ihrem unteren Ende. Das Ergebnis war: die Richtung der Magnetisirung war ohne Einfluss. Die magnetisirte Elektrode war stets elektronegativ gegen die nicht magnetisirte (wie Cu zu Zn). Die Curve der elektromotorischen Kraft als Function der Feldstärke H hat Aehnlichkeit mit der Magnetisirungscurve als Function von H.

Diese Resultate sind eine einfache Folgerung aus unserer Hypothese. Die eine Elektrode ist transversal magnetisirt. Daher treten aus ihrer Berührungsfläche mit der Flüssigkeit Elektronen aus und laden diese negativ. Wegen der Leitungsfähigkeit der Säure und der übrigen Teile des Stromkreises gleicht sich der entstehende Potentialunterschied sofort aus und es entsteht ein Strom. Dabei bildet die magnetisirte Elektrode den positiven Pol. Dass die Richtung der Magnetisirung ohne Einfluss ist, ist nach unserer Vorstellung einleuchtend, ebenso dass die elektromotorische Kraft mit der Stärke der Magnetisirung bis zur Sättigung wachsen muss.

1) G. Wiedemann, Die Lehre v. d. Elektr. 3. p. 1132—1138.

2) Hurmuzescu, Journ. d. Phys. (3) 4. p. 118—127. 1895; Beibl. 19. p. 917. 1895.

Ebenso leicht sind die Ergebnisse einiger Abänderun Versuches, die Hr. Hurmuzescu gemacht hat, nach d gestellten Hypothese vorherzusehen. Es wurde z. B. magnetisirende Elektrode ganz mit einem isolirenden Ue versehen und nur in der Mitte ihrer Länge eine kleine, förmige Fläche von der Grösse der Querfläche des I freigelegt, sodass die in die Säure eingetauchte Elektro in jener kleinen Fläche von der Flüssigkeit berührt Die Elektrode wurde wieder transversal magnetisirt, jed gestellt, dass die Normale der entblössten Fläche da Mal senkrecht zur magnetischen Kraft des Feldes stan andere Mal ihr parallel lief. Die magnetisirte Elektro wieder der positive Pol des Elementes, jedoch war die e motorische Kraft verschieden. Es ergab sich

1. Stellung	$H = 5320$ C.G.S.	$E = 114 . 10^{-4}$ Volt
2. „	5320 C.G.S.	$19 . 10^{-4}$ „

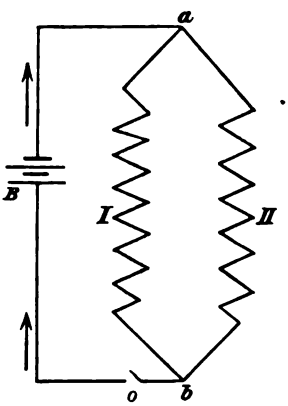
Ein solches Verhalten ist nach der Theorie zu er Im ersten Fall stehen die Bahnen der Elektronen senkre entblössten Fläche und können daher in deren ganze dehnung austreten. Im zweiten Falle liegen die Bahnen alle in der freien Fläche; wären diese ganz eben, so kein Elektron austreten; da sie ein wenig gekrümmt i einzelne Austritte möglich. Caet. par. sollten sich die motorischen Kräfte verhalten wie die Projectionen d trittsflächen auf eine durch die magnetische Kraft Elektrodenaxe gelegte Ebene. In einem anderen wurde die zuletzt beschriebene Elektrode parallel netischen Kraft angebracht. Die Bahnebenen der E standen also senkrecht zur entblössten Fläche un austreten. In der That waren die Resultate die im ersten Fall der transversalen Magnetisirung, wo d keit die Elektrode nur in der Grundfläche berührte, weniger regelmässig.

Heilbronn, 19. Mai 1900.

(Eingegangen 21. Mai 1900.)

6. *Ueber den Oeffnungsstrom in einem verzweigten Stromkreise; von K. R. Johnson.*

In einem früheren Aufsatze in diesen Annalen ist eine theoretische Erläuterung des Oeffnungsstromes in einem einfachen Stromkreise mit besonderer Rücksicht zu dem Entstehen des Oeffnungsfunkens gegeben worden. Es wurde da hervorgehoben, dass der Oeffnungsstrom des öfteren als eine beginnende Wellenbewegung, die durch den Oeffnungsfunken plötzlich vernichtet wird, betrachtet werden kann. Beim Unterbrechen des Kreises ist die Stromstärke ein Maximum und nimmt so sehr schnell ab, während die Potentialdifferenz an der Oeffnungsstelle gleichzeitig wächst und bald einen so hohen Betrag erreicht, dass eine Funkenentladung stattfindet, wodurch die Wellenbewegung plötzlich unterbrochen wird. Weil diese Vorgänge beim Unterbrechen eines Stromkreises sich fast augenblicklich abspielen und demgemäss genauen Beobachtungen entgehen, so muss man, wie es schon längst Edlund erwiesen hat, die experimentellen Beobachtungen über den Oeffnungsstrom auf den Fall eines verzweigten Kreises beschränken. Um eine Stütze in den Beobachtungen zu erreichen, wollen wir daher die theoretische Erläuterung des Oeffnungsstromes zu diesem Falle erweitern.



Wir gehen von der Anordnung, die in beistehender Figur schematisch gezeichnet worden ist, aus. Die Pole einer Batterie B sind durch den verzweigten Kreis $B\,a\,b\,o\,B$ vereinigt. Es sei W_1 der Widerstand des ersten (I) und W_2 der des zweiten Zweiges (II); L_1 das Selbstpotential des ersten und L_2 das des zweiten Zweiges. Es wird vorausgesetzt, dass der

Widerstand der Batterie sehr klein ist und gegenüber W_1 u W_2 vernachlässigt werden kann. Die Capacität C des Krei darf man dagegen nicht vernachlässigen, wie klein sie a sei; wenn kein Condensator eingeschaltet worden ist, so is somit die Capacität der Rollen I und II, welche wir an beiden Enden der Rollen, d. h. an die Verzweigungspun a und b verlegt denken. Wenn ein Condensator, dessen L leitungsdrähte an den beiden Seiten der Oeffnungsstelle festigt werden, im Kreise eingeschaltet wird, so ist C die samte Capacität des Condensators und der Rollen, denn Capacität der Rollen addirt sich einfach zu der des Cond sators, weil der Widerstand der zwischenliegenden Batt vernachlässigt werden kann. Von der Vernachlässigung Widerstandes der Batterie folgt, dass die Potentialdiffer zwischen den Punkten a und b der elektromotorischen K der Batterie während des constanten Stromes gleich sein m Es sei J_1' die Intensität des aufsteigenden Stromes im ers Zweige zur Zeit t vom Schliessungsaugenblicke an gerechnet u J_2' die des aufsteigenden Stromes im zweiten Zweige; es giebt sich somit

$$(1) \qquad \begin{cases} J_1' = \frac{E_0}{W_1}\left(1 - e^{-\frac{W_1}{L_1}\cdot t}\right), \\ J_2' = \frac{E_0}{W_2}\left(1 - e^{-\frac{W_2}{L_2}\cdot t}\right), \end{cases}$$

denn es beeinflusst die Capacität eines Condensators nicht d Verlauf, da die Entladung desselben durch die Oeffnungsst fast ohne Widerstand von statten geht.

Bei Benutzung der üblichen Anschauung, nach welc der ansteigende Strom die algebraische Summe des constan Stromes und des Extrastromes ist, so ergiebt sich mithin

$$(2) \qquad \begin{cases} j_1 = -\frac{E_0}{W_1}\cdot e^{-\frac{W_1}{L_1}t}, \\ j_2 = -\frac{E_0}{W_2}\cdot e^{-\frac{W_2}{L_2}t}, \end{cases}$$

wo j_1 der Extrastrom des ersten Zweiges und j_2 der des zwei beim Schliessen ist.

Bei Messungen wird aber nicht die Intensität des Extrastromes, sondern die gesamte Elektricitätsmenge oder das Zeitintegral desselben durch die Ablenkung der Galvanometernadel beobachtet. Es sei q_1 das Zeitintegral des Extrastromes im Zweige I und q_2 das entsprechende Integral im Zweige II; es ergiebt sich somit

$$(3)\qquad \begin{cases} q_1 = \int_0^\infty j_1\, dt = -\frac{E_0 \cdot L_1}{W_1^2}, \\ q_2 = \int_0^\infty j_2\, dt = -\frac{E_0 \cdot L_2}{W_2^2}. \end{cases}$$

Nur wenn die beiden Widerstände W_1 und W_2 einander gleich sind und somit die Nadel von dem constanten Strome keine Ablenkung aus ihrer Ruhelage erfährt, kann die Differenz $q_1 - q_2$ der Zeitintegrale vermittelst des Differentialgalvanometers gemessen werden. Diesen Umstand benutzte Edlund bei seiner Untersuchung über die Extraströme und es gelang ihm bei einem Wert von L_2 nahezu gleich Null dieselbe Ablenkung der Nadel des Differentialgalvanometers beim Oeffnen wie beim Schliessen zu erreichen.[1]) Wir werden unten den Edlund'schen Versuch näher besprechen und wollen zuerst den Oeffnungsstrom im verzweigten Kreise behandeln.

Beim Unterbrechen wird die Wirkung der elektromotorischen Kraft der Batterie aufgehoben und es tritt anstatt derselben die Potentialdifferenz des Condensators als elektromotorische Kraft auf. Es sei E die Potentialdifferenz des Condensators, i_1 und i_2 die Stromstärken in den beiden Zweigen zur Zeit t, vom Oeffnungsaugenblicke angerechnet. Man erhält somit

$$(4)\qquad \begin{cases} L_1 \frac{di_1}{dt} + W_1 i_1 = -E, \\ L_2 \frac{di_2}{dt} + W_2 i_2 = -E, \\ i_1 + i_2 = C \frac{dE}{dt}, \end{cases}$$

1) E. Edlund, Pogg. Ann. 77. p. 161. 1849; vgl. auch G. Wiedemann, Die Lehre von der Elektricität 4. I. p. 47. 1885.

welche Gleichungen aus der Theorie der oscillatorischen Ladung und Entladung eines Condensators wohl bekannt sind. Wegen der Gültigkeit dieser Gleichungen wird, wie bei dem einfachen Stromkreise, vorausgesetzt, dass keine Funkenentladung an der Oeffnungsstelle stattfindet. Durch Integration der Gleichungen (4) ergiebt sich

$$(5)\qquad \begin{cases} -\frac{L_1}{W_1}\cdot E_0 + W_1\int_0^\infty i_1\,dt = -\int_0^\infty E\,dt, \\ -\frac{L_1}{W_2}\cdot E_0 + W_2\int_0^\infty i_2\,dt = -\int_0^\infty E\,dt, \\ \int_0^\infty i_1\,dt + \int_0^\infty i_2\,dt = C\int_0^\infty dE = 0, \end{cases}$$

oder

$$(6)\qquad \begin{cases} -\frac{L_1}{W_1}\cdot E_0 + W_1 Q_1 = -\int_0^\infty E\,dt, \\ -\frac{L_2}{W_2}\cdot E_0 + W_2 Q_2 = -\int_0^\infty E\,dt, \\ Q_1 + Q_2 = 0, \end{cases}$$

wenn die beiden Zeitintegrale der Oeffnungsströme mit Q_1 und Q_2 bezeichnet werden. Aus den Gleichungen (6) erhält man

$$(7)\qquad Q_1 = -Q_2 = \left(\frac{L_1}{W_1} - \frac{L_2}{W_2}\right)\frac{E_0}{W_1 + W_2}$$

und es ist somit

$$Q_1 - Q_2 = 2\left(\frac{L_1}{W_1} - \frac{L_2}{W_2}\right)\cdot\frac{E_0}{W_1 + W_2}$$

und, wenn $W_1 = W_2$, ist die Differenz

$$Q_1 - Q_2 = \frac{E_0}{W_1}\cdot\left(\frac{L_1}{W_1} - \frac{L_2}{W_2}\right)$$

oder, numerisch dieselbe wie $q_1 - q_2$ aus den Gleichungen (3), oder

$$q_1 - q_2 = -(Q_1 - Q_2),$$

wenn die Widerstände der beiden Zweige einander gleich sind. Es ist eben dieselbe Schlussfolgerung, die Edlund durch seine experimentellen Untersuchungen über die Extraströme erreichte. Die Theorie hat uns bisher noch nicht zu der Beschränkung

), welche dem oben erwähnten Versuche nötig war, ge-
es wird aber bei der Ableitung der Potentialdifferenz E.
inen, dass diese Beschränkung, um den Oeffnungsfunken
miniren, notwendig ist.

us der letzten Gleichung (6) geht hervor, dass der
ngstrom im ersten Zweige im Sinne des constanten
es, der Oeffnungsstrom im zweiten Zweige aber in ent-
gesetztem Sinne fliesst, wenn $L_1 > L_2$ ist; d. h. der Oeff-
strom geht im ersten Zweige von a nach b und im zweiten
nach a zurück, und läuft somit im geschlossenen Kreise
eiden Zweigen rings herum; wie auch von Edlund an-
mmen wurde und welche Annahme er als Grundlage seiner
benutzte.

Von der Potentialdifferenz E an der Oeffnungsstelle hängt
bstverständlich ab, ob der Funke unterdrückt wird oder
und wir müssen daher die Potentialdifferenz E aus den
ungen (4) bestimmen. Eliminirt man daher zuerst i_2
en beiden letzten Gleichungen, so erhält man

$$L_2 \frac{di_1}{dt} + W_2 i_1 = L_2 C \frac{d^2 E}{dt^2} + R_2 C \frac{dE}{dt} + E.$$

Wird di_1/dt aus der ersten Gleichung (4) und aus (8)
irt, so ergiebt sich somit

$$\left\{ \begin{array}{l} (W_2 L_1 - W_1 L_2) i_1 = L_1 L_2 C \frac{d^2 E}{dt^2} \\ \qquad + L_1 W_2 C \frac{dE}{dt} + (L_1 + L_2) E. \end{array} \right.$$

Es wird somit in dieser Gleichung i_1 als eine Function
t und t gegeben; beim Einsetzen von i_1 in der ersten
ung (4) ergiebt sich

$$L_2 C \frac{d^3 E}{dt^3} + C(W_2 L_1 + W_1 L_2) \frac{d^2 E}{dt^2}$$
$$+ (L_1 + L_2 + C W_1 W_2) \frac{dE}{dt} + (W_1 + W_2) E = 0$$

las Integral dieser Gleichung ist

$$E = A_1 . e^{z_1 t} + A_2 e^{z_2 t} + A_3 e^{z_3 t},$$

z_1, z_2 und z_3 die Wurzeln der algebraischen Gleichung

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 L_2 C z^3 + C(W_2 L_1 + W_1 L_2) z^2 + (L_1 + L_2 + C W_1 W_2) z \\ \qquad + W_1 + W_2 = 0 \end{array} \right.$$

Es bietet die allgemeine Behandlung des Problems wegen der Gleichung dritten Grades einige Schwierigkeiten dar, und wir wollen daher nur einzelne Fälle rechnerisch verfolgen. Es mag indessen bemerkt werden, dass die Capacität C jedenfalls sehr klein ist; wenn z. B. ein Condensator von 1 Mikrof. im Kreise eingeschaltet worden ist, so ist $C = 10^{-15}$ in absolutem Maasse und da die praktischen Einheiten Ohm und Henry in absolutem Maasse 10^9 betragen, so sind auch LC und CW sehr klein.

Erster Fall. $W_1/L_1 = W_2/L_2$. Wenn die Constanten die Bedingung $W_1/L_1 = W_2/L_2$ erfüllen, so ergiebt sich aus der Gleichung (9)

$$L_1 L_2 C \frac{d^2 E}{dt^2} + L_1 W_2 C \frac{dE}{dt} + (L_1 + L_2) E = 0$$

und das Integral dieser Differentialgleichung ist

$$E = B \cdot e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi),$$

wenn $-\alpha \pm \beta i$ die Wurzeln der algebraischen Gleichung

$$z^2 + \frac{W_2}{L_2} z + \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right) \cdot \frac{1}{C} = 0$$

sind. Es ist somit

$$\alpha = \frac{W_2}{2 L_2} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{\sqrt{1 - \frac{L C W_2^2}{4 L_2^2}}}{\sqrt{L C}},$$

wenn $1/L_1 + 1/L_2$ durch $1/L$ ersetzt wird. L wird demnach durch die Gleichung

$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2},$$

definirt.

Wenn auch $W_1 W_2/W_1 + W_2$ durch W ersetzt wird, so ergiebt sich

$$\frac{W}{L} = \frac{W_1 W_2}{L_1 L_2} \cdot \frac{L_1 + L_2}{W_1 + W_2} = \frac{W_2}{L_2}$$

und demnach

$$\alpha = \frac{W}{2 L} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{\sqrt{1 - \frac{C W^2}{4 L}}}{\sqrt{L C}},$$

welche Werte dieselben wie beim einfachen Stromkreise sind und sich davon nur die abgeänderte Bedeutung der Constanten W und L unterscheidet.

Ferner ist zur Zeit $t = 0$, d. h. im Oeffnungsaugenblicke, die Potentialdifferenz des Condensators $E = 0$ und

$$\left(\frac{dE}{dt}\right) = \left(\frac{E_0}{W_1} + \frac{E_0}{W_2}\right)\frac{1}{C} = \frac{E_0}{CW}.$$

Man erhält somit $\varphi = 0$ und $B = E_0/CW\beta$, und es ist demnach

$$E = \frac{E_0}{CW\beta} \cdot e^{-\alpha t} \sin \beta t.$$

Aus dieser Gleichung ergiebt sich somit, dass die Potentialdifferenz zur Zeit

$$t = \frac{1}{\beta} \cdot \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}$$

ein Maximum E_m erreicht, und dieses Maximum ist

$$E_m = \frac{E_0}{W}\sqrt{\frac{L}{C}} \cdot e^{-\frac{\alpha}{\beta} \cdot \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta}}.$$

Wenn dieses Maximum hinlänglich gross wird, was am häufigsten eintrifft, da L/C, wie oben erwähnt, sehr gross ist, so muss ein Oeffnungsfunke entstehen; wenn das Maximum gegen über einen bestimmten Wert („den Widerstand der Grenzfläche", „die elektromotorische Gegenkraft") nicht kommt, so bleibt die Funkenentladung aus, was somit im allgemeinen dadurch bewirkt werden muss, dass die Stärke des constanten Stromes $E_0/W = E_0/W_1 + E_0/W_2$ sehr klein gemacht wird.

Wenn $W_1/L_1 \gtrless W_2/L_2$ ist, so liefert die Gleichung (11) die Potentialdifferenz E, die folglich drei Integrationsconstanten enthält. Es muss somit eine dritte Anfangsbedingung

$$\left(\frac{d^2E}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{E_0}{C} \cdot \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2}$$

um diese Constanten zu bestimmen, hinzugefügt werden. Diese Bedingung ergiebt sich aus der Gleichung (9). Wenn die drei Wurzeln der Gleichung (12) von der Form

$$z_1 = -r, \qquad \left.\begin{matrix} z_2 \\ z_3 \end{matrix}\right\} = -q \pm pi$$

sind, so ist mithin

$$E = A \cdot e^{-rt} + B \cdot e^{-qt} \sin(pt + \varphi)$$

und es besteht somit der Wechselstrom aus einer stetig abnehmenden Componente und einer Wellenbewegung. Wir wollen uns damit nicht beschäftigen, sondern gehen zum Lund'schen Falle über.

Zweiter Fall. L_2 ist nahezu Null.

Vom Gesichtspunkte experimenteller Versuche bede die Voraussetzung L_2 nahezu Null nichts anderes, als d L_2 gegenüber L_1 sehr klein, z. B. 0,000 001 Henry o 1000 cm gegenüber 1 Henry oder 10^9 cm ist. Es ist da zu beachten, dass L_2 immer gegenüber C sehr gross ist.

Die Wurzeln der Gleichung (12) werden in diesem F mit hinlänglicher Annäherung folgenderweise ermittelt. W alle Glieder der Gleichung, welche L_1 und C enthalten, v nachlässigt werden, so ergiebt sich

$$z_1 = -\frac{W_1 + W_2}{L_1}$$

als ein Annäherungswert einer Wurzel. Aus der Gleichung (folgt ferner

$$z_1 + z_2 + z_3 = -\frac{W_1}{L_1} - \frac{W_2}{L_2}$$

und

$$z_1 z_2 z_3 = -\frac{W_1 + W_2}{L_1 L_2 C}$$

oder

$$z_2 + z_3 = -\frac{W_2}{L_2} + \frac{W_1}{L_1}$$

und

$$z_2 z_3 = \frac{1}{L_2 C}.$$

Da W_1/L_1 gegenüber W_2/L_2 vernachlässigt werden ka so ergiebt sich somit

$$\left.\begin{matrix} z_2 \\ z_3 \end{matrix}\right\} = -\frac{W_2}{2L_2} \pm \frac{i}{\sqrt{L_2 C}} \cdot \sqrt{1 - \frac{C W_2^2}{4 L_2}}.$$

Wenn wir die Bezeichnungen

$$r = \frac{W_1 + W_2}{L_1}, \quad q = \frac{W_2}{2L_2} \text{ und } p = \frac{\sqrt{1 - \frac{C W_2^2}{4 L_2}}}{\sqrt{L_2 C}}.$$

vergleichen, so ergiebt sich somit

$$E = A \cdot e^{-rt} + B \cdot e^{-qt} \sin(pt + \varphi),$$

und die Constanten lassen sich aus den Gleichungen

$$A + B \sin\varphi = 0,$$

$$-Ar + B \cdot [-q \sin\varphi + p \cos\varphi] = \frac{E_0}{C} \cdot \frac{W_1 + W_2}{W_1 W_2},$$

$$Ar^2 + B \cdot [(q^2 - p^2) \sin\varphi - 2pq \cos\varphi] = -\frac{E_0}{C} \cdot \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2}$$

welche die Anfangsbedingungen enthalten, bestimmen. Davon erhält man

$$A = -B\sin\varphi = \frac{2p\cdot\frac{W_1+W_2}{W_1W_2} - \frac{L_1+L_2}{L_1L_2}}{p^2+(q-r)^2}\cdot\frac{E_0}{C} = \frac{E_0}{L_2C}\,\frac{\frac{W_2}{W_1}-\frac{L_2}{L_1}}{p^2+(p-r)^2},$$

$$B\cdot\cos\varphi = \frac{[(p-q)^2+r^2]\frac{W_1+W_2}{W_1W_2} - (q-r)\frac{L_1+L_2}{L_1L_2}}{p\,[p^2+(q-r)^2]}\cdot\frac{E_0}{C},$$

und wenn man berücksichtigt, dass r klein gegenüber p und q, und q klein gegenüber p ist, so ergiebt sich annäherungsweise

$$A = -B\sin\varphi = E_0\cdot\frac{W_2}{W_1}$$

und

$$B\cdot\cos\varphi = \frac{2E_0L_2}{CW_2^2}\cdot\left(1+\frac{W_2}{W_1}-\sqrt{\frac{CW_2^2}{L_2}}\right).$$

Es wird hieraus ersichtlich, dass, wenn z. B. $L_2 = 1000$ cm, $C = 1$ Mikrof. $= 10^{-15}$ und $W_2 = 1$ Ohm $= 10^{+9}$ ist, so ist $L_2/CW_2^2 = 1$ und somit werden $B\sin\varphi$ und $B\cos\varphi$ keine besonders grossen Werte erhalten und mithin auch nicht B. Es ist somit möglich, der Funkenentladung zu entgehen.

Wenn aber der Oeffnungsfunke nicht durch die Werte der Constanten unterdrückt worden ist, wird jedoch das Glied

$$A\cdot e^{-rt} = E_0\frac{W_2}{W_1}\cdot e^{-rt}$$

dadurch nicht beeinflusst (?). Es sei damit wie es will, dass die Funkenentladung unterdrückt werden kann, ist indessen erwiesen und wir können daher die Wellenbewegung als für die Beobachtungen mittels des Differentialgalvanometers bedeutungslos beseitigen. Es ergiebt sich somit aus der Gleichung (9)

$$W_2L_1i_1 = L_1\cdot A\cdot e^{-rt} = L_2E_0\frac{W_2}{W_1}\cdot e^{-\frac{W_1+W_2}{L_1}t}$$

oder

$$i_1 = \frac{E_2}{W_1}\cdot e^{-\frac{W_1+W_2}{L_1}t}.$$

Aus der letzten Gleichung (4) erhält man $i_1 + i_2 = 0$ oder

$$i_2 = -\frac{E_0}{W_1}\cdot e^{-\frac{W_1+W_2}{L_1}\cdot t}.$$

Es stimmt somit diese theoretische Darstellung des Oeffnungsstromes sowohl mit der Anschauung, die Edlund zu seinem Versuche führte, als mit seinen Beobachtungen überein. Es ist wohl zweifelhaft, ob das vollständige Eliminiren des Oeffnungsfunkens notwendig sei, ob nicht vielmehr Edlund bei diesem Versuche mit einer schwachen Funkenentladung arbeitete. Die Theorie giebt indessen das Mittel an, wodurch diese Funkenentladung am besten vermieden werden kann, nämlich durch Einschalten eines Condensators von zweckmässiger Capacität.

Der obenerwähnte Versuch lässt sich indessen folgenderweise erweitern. Wenn wir zu den beiden Zweigen I und II einen dritten inductionslosen Zweig hinzufügen, so wird von den Gleichungen (4) nur die letzte abgeändert und es kommt eine vierte Gleichung hinzu; dagegen sind die beiden ersten Gleichungen immer dieselben, und bei Integriren bleiben die beiden ersten Gleichungen unabgeändert; es ergiebt sich somit

$$W_1 Q_1 - W_2 Q_2 = \frac{L_1 E_0}{W_1} - \frac{L_2 E_0}{W_2}$$

und, wenn $W_1 = W_2$,

$$Q_1 - Q_2 = \frac{L_1 - L_2}{W_1^2} \cdot E_0 = -(q_1 - q_2).$$

Der dritte inductionslose Zweig dient nur als Mittel, den Oeffnungsfunken zu beseitigen, indem die Oeffnungsströme der Zweige I und II dadurch ablaufen. Bei dieser Anordnung kann man somit eine Inductionsrolle in jedem der Galvanometerzweige verwenden und demnach numerisch gleiche Ablenkungen beim Schliessen und Oeffnen erhalten.

(Eingegangen 22. Mai 1900.)

7. *Ueber das Lufthermometer bei hohen Temperaturen;* *von L. Holborn und A. Day.*

Zweite Abhandlung.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

In einer früheren Arbeit[1]) haben wir unsere Messungen mit dem Lufthermometer in hohen Temperaturen beschrieben. Die Untersuchung lief hauptsächlich darauf hinaus, Bedingungen aufzufinden, unter denen das Lufthermometer auch in hohen Temperaturen mit Sicherheit als Normalthermometer benutzt werden kann. Wir haben gezeigt, dass dieses Ziel durch Anwendung eines Platiniridiumgefässes mit Stickstofffüllung erreicht wird, das den bisher gebräuchlichen Porzellangefässen an Genauigkeit der Angaben und Bequemlichkeit der Handhabung überlegen ist.

Seitdem sind die Versuche in der Richtung fortgesetzt, die wir am Schlusse der ersten Abhandlung angaben. Um die Genauigkeit, welche das Platiniridumgefäss gewährt, vollständig ausnützen zu können, war zunächst die bis jetzt unbekannte Ausdehnung dieses Metalles in hoher Temperatur zu bestimmen. Denn die Correction, welche die lufthermometrischen Beobachtungen wegen der Gefässausdehnung erheischen, wächst schneller als die zu messende Temperatur. Sie beträgt für das Platiniridiumgefäss z. B. bei 500, 1000, und 1150° bez. 10, 30 und 40°. Auf die Ungleichmässigkeit der Ausdehnung ist bisher noch nicht genügende Rücksicht genommen. Sie bewirkt für dasselbe Gefäss bei den obengenannten Temperaturen 1,5 und 7°.

Nachdem alsdann der Einfluss des Druckes, den das Messgas auf die glühenden Gefässwände ausübt, nach einem einfachen Verfahren geprüft war, ist noch ein zweites Platiniridiumgefäss mit doppelter Wandstärke unter Benutzung eines neuen Ofens zu einigen Controlmessungen verwendet, die durch das-

1) L. Holborn u. A. Day, Wied. Ann. 68. p. 817. 1899.

selbe Thermoelement auf die vorhergehenden Vergleichung bezogen wurden.

Die Thermokraft dieses Elementes aus Platin—Plat rhodium lässt sich ebenso wie die von Elementen aus ande Platinmetallen innerhalb des beobachteten Temperaturint valles (300—1150°) durch eine Formel zweiten Grades d stellen. Man kennt also den Verlauf der Curve, wenn solc Elemente an drei Punkten geaicht sind. Um diese Messu vom Luftthermometer unabhängig zu machen, ist eine Rei von Schmelzpunkten reiner Metalle festgelegt worden, wo wir auch in einigen Fällen die Bedingungen, die den Schme punkt verändern, näher untersuchten. Hieran schliesst s alsdann ein Kapitel, das über die Messung mit Thermoelement über ihre Haltbarkeit und Genauigkeit unter verschiede Bedingungen handelt.

1. Ausdehnungsbestimmungen.

Um die Ausdehnung des Platiniridiumgefässes zu bestimm wurde ein Stab aus derselben Legirung (80 Pt, 20 Ir) v 500 mm Länge und 5 mm Durchmesser auf seine lineare A dehnung bis 1000° untersucht. Im Anschluss daran hab wir noch die Ausdehnung einiger anderer Körper bei hoh Temperatur zu messen begonnen und beabsichtigen, die E gebnisse dieser Untersuchung nach ihrem Abschluss bei ei anderen Gelegenheit ausführlich mitzuteilen, während wir u jetzt nur auf die für das Luftthermometer notwendigen Res tate beschränken. Geringe Aenderungen, welche diese Zahl durch eine weitere Ausarbeitung des Verfahrens treffen könnt bleiben ohne merklichen Einfluss auf die vorliegende A wendung.

Zunächst soll die Methode kurz beschrieben werden (Fig. Der Stab liegt bei der Messung seiner Ausdehnung symmetris in einem elektrisch geheizten Thonrohr von 80 cm Länge, dess Wandung in einem Abstand von 485 mm zwei Löcher von 1 c Durchmesser besitzt. Das Rohr ist gegen Wärmeabgabe dur zwei concentrische Chamottehüllen geschützt und in horizo taler Richtung auf zwei Steinpfeiler so aufgelegt, dass d Löcher nach unten gerichtet sind und man mit darunter fe aufgestellten Mikroskopen einige Teilstriche anvisiren kan

die an jedem Ende des Stabes auf einer angefeilten Ebene gezogen sind. Da auf diese Weise die Heizspule den Stab an beiden Enden überragt, so fällt die Temperatur an den Enden des Stabes nur um 10 Proc. gegen die Mitte ab. Es ist dies wegen der Zunahme der Ausdehnung mit der Temperatur vorteilhaft, da die Kenntnis einer Durchschnittstemperatur des Stabes nicht ausreicht, wenn dieser in seiner Länge zu grosse Temperaturunterschiede aufweist; wir sind deshalb damit beschäftigt, die Heizspule in der Richtung zu verbessern, dass eine noch grössere Gleichmässigkeit der Temperatur erreicht wird.

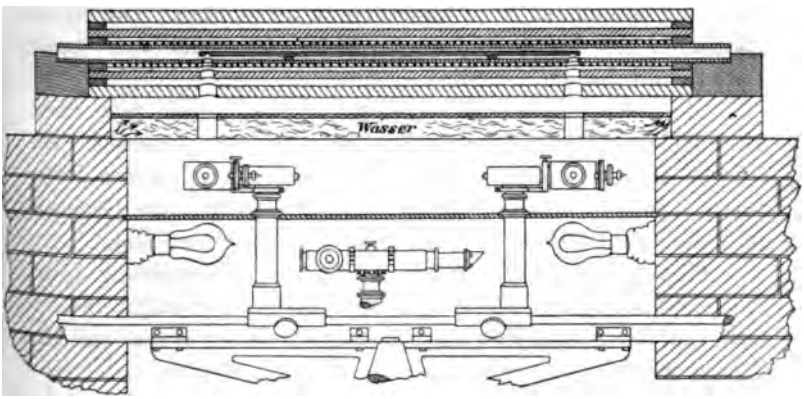


Fig. 1. $^1/_{10}$ nat. Grösse.

Die Mikroskope sind auf einer Schiene mittels klemmbarer Schlitten befestigt und gegen die Strahlung des Ofens durch ein mit Wasser gespültes Diaphragma geschützt. Die Ausdehnung wird nur mit dem Ocularmikrometer gemessen, und die erste Einstellung nach dem Erkalten des Ofens wieder bei Zimmertemperatur controlirt. Merkliche Verschiebungen der Mikroskope sind dabei nicht beobachtet, kleine Verrückungen des Stabes aber, die oft während des Heizens eintraten, sind ohne Belang, da sie sich durch die Messungen an den beiden Enden herausheben. Die Messungen wurden in der Regel bei 250, 500, 750 und 1000° angestellt und stimmen an verschiedenen Beobachtungstagen bei jeder dieser Temperaturen bis auf $\pm$ 0,01 mm überein, wobei zu bemerken ist, dass einer Umdrehung der Mikrometerschraube etwa 1 mm entspricht.

Die Teilstriche, die in der Axe des Stabes liegen, um den Einfluss einer geringen Biegung unschädlich zu machen, sind ziemlich kräftig, aber mit scharfen Rändern auf der Teilmaschine gezogen und mit Pariser Rot eingerieben. Sie werden durch künstliche Beleuchtung von unten sichtbar gemacht. Bei dem Eintritt der helleren Rotglut, wo der Stab von selbst hinreichend leuchtet, heben sich die Teilstriche sehr scharf auf der gut polirten spiegelnden Fläche der nicht oxydirbaren Metalle als helle Marken von dem dunklen Untergrunde ab. Aber schon bei Platiniridium, das sich beim Erhitzen bis 1000° mit einer dunklen Anlauffarbe überzieht, ist es vorteilhafter, auch den glühenden Stab künstlich zu beleuchten. Die Striche erscheinen dann ebenso, wie im kalten Zustande, als dunkle Marken auf hellem Grunde.

Die Temperatur des erhitzten Stabes wird mit einem Thermoelement an neun verschiedenen Stellen gemessen. Die Drähte sind beide zu diesem Zweck in ihrer ganzen Länge durch dünne Porzellanröhrchen isolirt, sodass die Lötstelle an beliebigen Stellen auf den Stab gelegt werden kann.

Platiniridium (80 Pt, 20 Ir). — Für die Ausdehnung λ_t des Platiniridiumstabes, der ebenso wie der unten erwähnte Platinstab von der Firma Heräus in dankenswerter Weise zur Verfügung gestellt war, ergaben sich folgende Werte:

t	λ_t (mm) beob.	ber.
250°	1,033	1,033
500	2,150	2,151
750	3,357	3,355
1000	4,645	4,645

Die mittlere Länge zwischen den beiden Gruppen von 5 Teilstrichen an den Enden betrug 483,07 mm bei 0°. Hieraus berechnet sich als Ausdehnung λ eines Stabes von der Länge Eins bei 0° die Formel:

$$\lambda = \{8198\,t + 1{,}418\,t^2\}\,10^{-9}.$$

Platin. — Von der Legirung 90 Pt, 10 Ir, aus der das zweite Platiniridiumgefäss hergestellt war, stand uns bisher kein Stab zur Verfügung. Wir haben aber schon einen solchen aus reinem Platin gemessen, für den wir hier die Ergebnisse mitteilen. Für die Legirung 90 Pt, 10 Ir ist alsdann die

Mittel aus Pt und 80 Pt, 20 Ir zunächst angenommen worden. Für reines Platin ergab sich:

t	λ_t (mm) beob.	ber.
250°	1,114	1,113
500	2,309	2,304
750	3,570	3,571
1000	4,909	4,914

Die Länge bei 0° betrug 483,52 mm und die Formel für die Länge Eins

$$\lambda = \{8889\,t + 1{,}274\,t^2\}\,10^{-9}.$$

Der Unterschied zwischen den beobachteten und den nach der Formel berechneten Werten bleibt in beiden Fällen unter 0,01 mm. Nachdem die Stäbe einmal bei 1000° ausgeglüht waren, betrugen die grössten Längenänderungen, die zwischen den Heizungen im kalten Zustande beobachtet wurden, 0,025 mm. In der Regel waren sie kleiner.

Porzellan. — Die Ausdehnung von Porzellan wurde ebenfalls an einem Stabe von ähnlichen Dimensionen gemessen. Er war unglasirt gewählt, damit er später bei noch höheren Temperaturen verwandt werden kann. Auf der an jedem Ende angeschliffenen Ebene waren mittels einer dünnen Kupferscheibe auf der Drehbank je 5 Teilstriche eingefräst, die etwa 0,15 mm Breite, aber noch hinreichend scharfe Ränder besassen. Die Einstellung war in hoher Temperatur schwierig, weil die Teilstriche nicht viel stärker leuchten als der Untergrund. Eine sichere Ablesung gelang bei künstlicher Beleuchtung, nachdem diese noch verstärkt war.

Der Stab hatte bei 0° eine Länge von 483,47 mm und ergab für die Ausdehnung folgenden Wert:

t	λ_t (mm) beob.	ber.	λ (mm)
250°	0,382	0,391	0,790
375	0,628	0,612	1,299
500	0,845	0,850	1,749
625	1,093	1,105	2,261
750	1,307	(1,377)	2,703
875	1,615	(1,666)	3,340
1000	1,977	(1,972)	4,089

Es ist hier noch bei Zwischentemperaturen beobachtet worden, nachdem man gefunden hatte, dass sich die Ausdehnung für die ursprünglich gewählten Punkte nicht durch eine Function zweiten Grades darstellen lässt. Zwischen 250 und 625° gilt näherungsweise die Formel

$$\lambda = \{2954\,t + 1{,}125\,t^2\}\,10^{-9}.$$

Sie trifft auch bei 1000° wieder zu, während sie bei 750 und 875° die Beobachtungsfehler übersteigende Abweichungen ergiebt. Auch unter 250° weicht sie ab, sie scheint hier zu grosse Werte zu liefern. Der Ausdehnungscoefficient wächst offenbar nach dem Eintritt der hellen Rotglut schneller wie unter 500° und ist in der Zwischentemperatur annähernd constant. Der Punkt bei 1000°, der wieder mit der Formel stimmt, ist demnach als Schnittpunkt zweier verschiedener Curven aufzufassen.

Wir wollen noch bemerken, dass die einzelnen Beobachtungsreihen nach dem ersten Ausglühen bei dem Porzellan im ganzen ebensogut übereinstimmen als bei den Metallen und dass die Messungen immer bei steigender Temperatur angestellt wurden. Es ist nicht ausgeschlossen, dass man Unterschiede findet, je nach der Richtung, in der man sich mit der Heizung dem Beobachtungspunkt nähert. Auch ist noch zu untersuchen, bis zu welchem Grade sich verschiedene Porzellanstäbe von derselben Herkunft in ihrer Ausdehnung unterscheiden können.

Die Ausdehnung von Berliner Porzellan ist früher von Holborn und Wien[1]) bei etwa 550 und 1050° an 9 cm langen, im Gasofen geheizten Platten bestimmt worden. Der gefundene Mittelwert 44×10^{-7} für den linearen Ausdehnungscoefficienten stimmt mit den vorliegenden Beobachtungen bei der höheren Temperatur innerhalb der damals zu erwartenden Genauigkeit überein, bei der tieferen Temperatur ist er zu gross ausgefallen.

Neuerdings hat Bedford[2]) für die Ausdehnung des französischen Porzellans (von Bayeux) zwischen 0 und 800° die Formel

$$\lambda = \{3425\,t + 1{,}07\,t^2\}\,10^{-9}$$

1) L. Holborn und W. Wien, Wied. Ann. **47.** p. 121. 1892.
2) T. G. Bedford, Phil. Mag. (5) **49.** p. 90. 1900.

angegeben. Eine Vergleichung mit unseren Resultaten ist wegen der verschiedenen Herkunft des untersuchten Materiales nicht möglich.

Unsere lufthermometrischen Messungen mit Porzellangefässen, bei deren Berechnung noch der von Holborn und Wien bestimmte Wert für die Ausdehnung benutzt worden ist, erfahren durch Einführung der neuen Werte für die Ausdehnung des Porzellans nur geringe Correctionen, da einmal die Ausdehnung überhaupt sehr klein ist, sodann aber der Ausdehnungscoefficient des Gases um $^1/_{700}$ verkleinert werden muss, weil der Ausdehnungscoefficient des Gefässes zwischen 0 und 100° zu gross angenommen ist. Die Correction bleibt zwischen 500 und 1000° immer unter 1°.

Glas 59^{III}. — Für die Messungen im Salpeterbade unter 500° hat ein Luftthermometergefäss aus Jenaer Glas 59^{III} gedient. Wir haben auch für dieses Material Ausdehnungsbestimmungen in Angriff genommen. Nach den bis jetzt vorliegenden Beobachtungen, die erkennen lassen, dass die Behandlung des Glases von grossem Einfluss ist, können wir nur schliessen, dass der Fehler der lufthermometrischen Messungen 0,5° nicht wesentlich überschreitet, wenn man im ganzen Bereich bis 500° als cubischen Ausdehnungscoefficienten den constanten Wert 18×10^{-6} annimmt. Für genaue Messungen wird es überhaupt zweckmässiger sein, auch in diesem Temperaturbereich das Platiniridiumgefäss zu gebrauchen, für welches die Ausdehnung besser definirt ist. Im Salpeterbade, das bei dem Gebrauch alkalisch wird, müsste man das Gefäss durch ein dünnes Glasrohr schützen.

2. Einfluss des Druckes auf das Luftthermometergefäss.

In hoher Temperatur stieg der Ueberdruck des Messgases in dem Platiniridiumgefäss auf etwa eine Atmosphäre. Obwohl dauernde Aenderungen des Gefässvolumens nach den einzelnen Heizungen nicht eintraten, so sollten doch auch etwa vorübergehend auftretende Vergrösserungen des glühenden Gefässes unter dem Einfluss des grösseren Druckes controlirt werden. Wir haben diese Frage in der Weise untersucht, dass wir auch die hohen Temperaturen noch mit vermindertem Druck

bestimmten, indem wir einen Teil des Messgases in den Manometerschenkel treten liessen, also Druck und Volumen gleichzeitig variirten. Hierdurch erfährt allerdings der Ausdehnungscoefficient des Gases eine kleine Aenderung, die wir auf etwa höchstens 1 pro mille schätzen und deshalb vernachlässigen.

Der kurze Manometerschenkel hatte schon früher für volumenometrische Zwecke zwei Spitzen erhalten (vergl. die Abbildung in der ersten Abh.), sodass durch Einstellung der Quecksilberkuppe auf die untere Spitze ein bestimmtes Volumen zu dem Lufthermometergefäss hinzugefügt werden konnte. Um die Temperatur des Zusatzvolumens sicherer messen zu können, als es das am Kopf des Schenkels befindliche kleine Thermometer gestattet, wurde noch ein zweites empfindlicheres an dem Schenkel befestigt und das Ganze mit einer Hülle aus Watte umgeben, die nur zwei kleine Stellen zur Durchsicht auf die Spitzen frei liess.

Es wurde in der Regel ein Satz von je drei Beobachtungen gemacht, wobei zuerst und zuletzt auf die untere, dazwischen auf die obere Spitze eingestellt wurde. Da man vor jeder Beobachtung länger warten musste, bevor der stationäre Zustand in der Temperatur des Messgases eintrat, so änderte sich inzwischen die Temperatur des Ofens um einige Grad. Diese Aenderung δ wurde mit dem Thermoelement gemessen.

Das Zusatzvolumen v' wurde durch Auswägung mit Quecksilber bestimmt. Es ergab sich hierbei der Wert 50,635 ccm als Mittel aus vier Bestimmungen (50,630, 50,609, 40,641, 50,658).

Die Unterschiede zwischen den einzelnen Beobachtungen erklären sich zum grössten Teil aus der unregelmässigen Ausbildung der Kuppe an der unteren Spitze bei dem Ausfliessen des Quecksilbers, das sehr langsam durch eine feine Capillare stattfand. Die Einstellung bei steigendem Quecksilber, die für die Temperaturmessung allein in Frage kommt, liefert genauere Werte. Ebenso die Bestimmung des Höhenunterschiedes der beiden Spitzen zu 161,60 mm, die bis auf 0,02 mm übereinstimmende Ablesungen ergab. Einem Fehler von 1 pro mille in der Bestimmung des Zusatzvolumens entspricht eine Abweichung von 1° bei einer mit der unteren Spitze gemessenen Temperatur von 1000°.

Zur Controle des Verfahrens sind einige Messungen des Gefässvolumens bei 0° angestellt. Für das erste Platiniridiumgefäss ergab eine Auswägung mit Wasser den Wert 208,49, die volumenometrische Messung 208,45 und 208,51 ccm. Für das zweite Gefäss ergaben die beiden Methoden 195,87 bez. 195,91 ccm.

Tab. XII enthält die Temperaturmessungen. H und t bezeichnen den mittels Manometer und Barometer gemessenen Druck und die daraus berechnete Temperatur bei der Ein-

Tabelle XII.

1899	H (mm)	t	H' (mm)	$t' - \delta$	δ	$t - t'$
22. Juli	871,71	553,0°	524,13	550,9°	+ 2,0°	+ 0,1°
			526,38	556,6	− 3,4	− 0,2
	877,37	558,7	526,80	557,8	+ 1,5	− 0,6
			528,35	562,0	− 2,9	− 0,4
2. August	1339,50	1022,7	663,06	1015,4	+ 6,3	+ 1,0
			666,71	1030,1	− 7,6	+ 0,2
	848,68	531,1	514,76	527,9	+ 2,5	+ 0,7
			517,07	533,8	− 2,9	+ 0,2
	855,11	537,4	517,76	535,5	+ 1,6	+ 0,3
			519,05	539,1	− 1,6	− 0,1
	1047,86	728,2	581,57	721,9	+ 5,3	+ 1,0
			585,81	734,9	− 7,3	+ 0,6
	1055,69	736,1	585,80	734,8	+ 1,1	+ 0,2
			586,89	737,9	− 1,9	+ 0,1
3. August	952,97	633,9	551,09	629,4	+ 3,5	+ 1,0
			558,78	651,4	−18,4	+ 0,9
	974,06	654,8	559,11	652,5	+ 1,6	+ 0,7
			560,58	656,7	− 2,4	+ 0,5
	1242,48	924,5	638,41	921,4	+ 1,5	+ 1,6
			639,87	926,7	− 3,1	+ 0,9
	1243,62	925,8	639,62	925,5	− 0,6	+ 0,9
			639,63	925,6	− 0,6	+ 0,8

stellung mit der oberen Spitze, H' und $t' - \delta$ die entsprech den Grössen bei Einstellungen auf die untere Spitze. Add man zu $t' - \delta$ den Temperaturgang δ, so ergiebt die Spa $t - t'$ den Unterschied der beiden Messungsmethoden. Die ist im Mittel gleich $\pm 0{,}70^\circ$ und überschreitet nur in ein Falle 1°. Es folgt daraus, dass die Messungen innerhalb d erreichten Genauigkeit von dem im Luftthermometer herrschend Druck nicht abhängen. Der Anfangsdruck betrug, ähnli wie früher, 294,40 mm, der Ausdehnungscoefficient der Sti stofffüllung 0,003666.

Es ist vorgeschlagen worden, dies Verfahren zur I stimmung des Gefässvolumens bei hoher Temperatur anzuwend wenn diese nur angenähert bekannt ist. Man könnte auf di Weise den Ausdehnungscoefficienten des Gefässes bestimm Allerdings erhält man neben der gewöhnlichen Gleichung die Berechnung der Temperatur bei constantem Volumen:

$$\frac{H V}{1 + \alpha t} = H_0 V_0$$

noch die Beziehung:

$$H' \left(\frac{V}{1 + \alpha t} + \frac{v'}{1 + \alpha t_0} \right) = H_0 V_0,$$

wenn man mit t_0 die Temperatur des Zusatzvolumens v' zeichnet. Die beiden Gleichungen sind jedoch nicht von e ander unabhängig und reichen deshalb nicht zur Bestimm der Unbekannten V und t aus.

3. Vergleichung des Thermoelementes mit dem Luftthermometer.

Zweites Platiniridiumgefäss. — Das zweite Platiniridiu gefäss hatte ungefähr dieselbe Form und Grösse wie das ers Dagegen bestand es aus der Legirung 90 Pt, 10 Ir und ha die doppelte Wandstärke (1 mm). Der Inhalt betrug 195,87 cc

Zunächst wurde das Gefäss mit concentrirter Salpet säure ausgekocht und nach mehrfacher Spülung mit Was gut getrocknet. Nachdem alsdann der Anschluss an das Man meter hergestellt war, pumpte man das Gefäss bei längere Erhitzen auf 1300° mehrfach scharf aus und spülte mit Sti stoff. Darauf wurde in hoher Temperatur das Messgas ei gelassen, dessen Menge im kalten Zustande abgeglichen wur

Das neue Gefäss hat sich bei verschiedenen Heizungen ebensogut bewährt wie das alte. Die Gasfüllung hielt sich bis auf 0,1 mm constant. Die neuen Vergleichungen des Lufthermometers mit dem Thermoelement T_2, die in Tab. XIII enthalten sind, stimmen unter einander und mit den früheren gut überein. Die Abweichungen, die für alle Vergleichungen von Lufthermometer und Thermoelement etwa 1° betragen, erklären sich aus der Anordnung des Ofens, bei der sich das ausgedehnte Gefäss und die kleine Lötstelle in einem Luftbade befinden. Auch bei der elektrischen Heizung hält sich die Gleichmässigkeit der Temperatur nur in den Grenzen von 1—2°. Hierbei sind die höchsten Temperaturen am gleichmässigsten, da der Ausgleich durch die Strahlung hier am grössten ist. Unterhalb 500°, der unteren Grenze, bis zu welcher wir das Luftbad benutzten, sind grössere Ungleichmässigkeiten zu erwarten.

Tabelle XIII.

Platiniridiumgefäss II (90 Pt, 10 Ir) mit Stickstoff gefüllt.

$V_0 = 195{,}87$ ccm, $v_t = 0{,}904$ ccm, $H_0 = 276{,}35$ mm, $\alpha = 0{,}003666$.

Tag	t	e_2 (MV)	beob.-ber.
9. October	562,1°	4759	0,0°
	571,7	4861	− 0,6
	573,2	4877	− 0,7
	829,5	7568	− 1,5
	1080,9	10423	− 1,8
12. October	552,0	4668	− 1,0
	552,2	4670	− 1,0
	552,6	4674	− 1,0
	821,2	7478	− 1,5
	822,9	7497	− 1,6
	822,5	7496	− 1,9
	1093,5	10558	− 0,7
	1096,1	10598	− 1,5
	1097,4	10616	− 1,7
21. October	669,1	5836	+ 1,1
	917,4	8526	− 0,2
	1068,3	10189	+ 0,5

Am 12. October fand die Heizung des zweiten Platiniridiu gefässes in dem alten Ofen statt, der für das erste Gefäss g dient hatte. An den beiden anderen Tagen wurde ein neu Ofen benutzt, und zwar mit zwei verschiedenen Heizröhr von ungleichmässiger Wickelung. Diese hatten eine Länge v 42 cm und einen inneren Durchmesser von 6 cm. Bei de alten Ofen waren die entsprechenden Abmessungen 35 u 5 cm. In ähnlichem Verhältnis waren auch die Chamott hüllen des neuen Ofens vergrössert.

In Tab. XIII bezeichnet t die am Luftthermometer beo achtete Temperatur, e_2 die Thermokraft des Elementes T_2 Mikrovolt. Die letzte Columne (beob.-ber.) enthält den Unte schied zwischen t und der aus einer Normalcurve für e_2 b rechneten Temperatur in Grad. Wir kommen unten auf die Berechnung zurück.

Beobachtungen mit dem ersten Platiniridiumgefäss. — Unse früher mit dem ersten Platiniridiumgefäss (80 Pt, 20 Ir) a gestellten Beobachtungen (l. c. Tab. IX. p. 848), die wir d mals vorläufig mit einem constanten Ausdehnungscoefficient berechneten, können jetzt wegen der Zunahme der Gefässau dehnung mit der Temperatur verbessert werden. Wir teile die neuen Werte in Tab. XIV (vgl. p. 517) mit. Hierbei bleiben di Zahlen (Tab. IX Cursiv gedruckt) weg, die bei Vorversuchen mi ungleichmässiger Heizung erhalten wurden. Die Temperaturen erhöhen sich bei 500° um 0,7°, bei 1000° um 4,9° und be 1150° um 7,5°. Ferner sind bei der Umrechnung wegen eine geringen Uebercompensation des Heizrohres, wie sie Tab. VII (l. c. p. 846) ergiebt, die Werte e_2 etwas vergrössert, und zwa bei 500° um 13 und bei 1150° um 5 MV. Für die Zwischen temperaturen ist die Correction geradlinig interpolirt. E entspricht dies den Messungen der Temperaturverteilung, nac denen die in der Mitte des Heizrohrs liegende Lötstelle von T_2 di Temperatur des Gefässes bei 620° um 1,2°, bei 820° um 1,0° bei 1010° um 0,5° und bei 1150° um 0,4° zu klein ergiebt

Beobachtungen unter 500°. — Nachdem alle Messunge im elektrischen Ofen zwischen 500 und 1150° beendet waren ist das Thermoelement T_2 zwischen 250 und 500° im Salpeter bade mit dem Luftthermometer (Gefäss aus Glas 59) verglichen worden. Diese Versuche bezweckten einmal eine Controle de

Tabelle XIV.

Platiniridiumgefäss I (80 Pt, 20 Ir) mit Stickstoff gefüllt.

Nach der Füllung	t	e_2 (MV)	beob.-ber.	Nach der Füllung	t	e_2 (MV)	beob.-ber.
	625,6°	5401	−0,1°		541,2°	4552	−0,1°
	812,1	7356	+0,6		542,8	4569	−0,2
20. Tag	907,3	8396	+1,2		615,5	5297	0,0
	1014,8	9622	+0,9	24. Tag	717,3	6343	+0,7
	1113,9	10770	+1,7		814,3	7385	+0,2
					919,7	8550	−0,2
	511,8	4252	+1,1		1017,6	9661	+0,1
	512,7	4268	+0,2		1106,6	10700	+0,4
	551,5	4655	−0,2				
	659,3	5754	−0,8		516,4	4304	+0,2
	703,8	6217	−0,9		616,3	5303	+0,1
22. Tag	757,0	6775	−0,5		721,3	6382	+0,7
	859,4	7881	−0,3	25. Tag	821,9	7462	+1,6
	949,2	8890	−0,6		913,4	8458	+1,8
	1001,5	9496	−1,6		1026,0	9756	+0,5
	1050,4	10044	−0,1		1134,5	11031	+0,7
	1052,8	10073	−0,1				
	1102,5	10653	+0,4		529,1	4429	+0,3
				2. Tag	614,8	5289	+0,1
					1008,8	9555	+0,6

früheren Beobachtungen unter 500°, an die das Element T_2 indirect durch Vergleichung mit T_1 angeschlossen war. Ferner bedurften die mit dem elektrisch geheizten Luftbade angestellten Messungen wenigstens bei 500° einer Bestätigung.

Das neuerdings benutzte Salpeterbad ist gegen das frühere erheblich verkleinert und wurde elektrisch geheizt, wodurch wir eine schnellere und genauere Herstellung des stationären Zustandes erzielten. Ein schmiedeeiserner Cylinder von 12 cm innerem Durchmesser, wie er zum Versand von Quecksilber dient, wurde in einer Höhe von 27 cm abgeschnitten und mit einem 2 cm dicken Deckel versehen, der eine Turbine für das Rühren trägt. Die Heizspule aus 1,5 mm dickem, blankem Constantandraht ist auf den mit Asbestpappe umgebenen Cylinder bifilar aufgewickelt und durch nass aufgestrichenes Chamottepulver festgehalten. Das Ganze steht in einem Mantel aus Chamotte, der so weit ist, dass um die Spule noch eine

1 cm dicke Luftschicht frei bleibt, die mit Asbe
abgedichtet wurde. Der Ofen kann bis 700° gebrau

Für Temperaturen unter 300°, wo man isoliren
keiten als Bad benutzen kann, hat uns eine Anor
Dienste geleistet, die hier nebenbei erwähnt werden
cylindrisches Glasgefäss mit evacuirter Wandung, v
nach Dewar's Vorgang für flüssige Luft verwend
Olivenöl gefüllt, in das ein Porzellanrohr taucht.

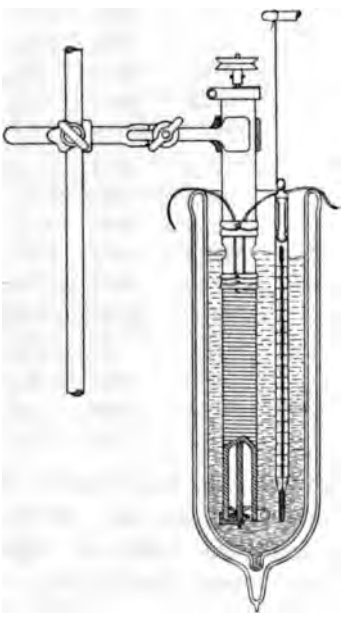


Fig. 2. 1/6 nat. Grösse.

sitzt auf seiner äuss
fläche zwei schrauben
laufende Furchen, in
Windungen eines bla
stantandrahtes liegen
nern des Rohres be
eine Turbine, deren L
Klemmringe am Po
festigt sind. Rührer
spule bilden so ein
in ein beliebiges isoli
hineingesteckt werden
Gefäss mit evacuirte
jedoch vorzuziehen,
eine geringe Strom
fordert, selbst wen
unversilbert benutzt,
ganz eintauchende Th
ablesen kann. Bei ei
von 1,2 *l* waren nur
erforderlich, um eine T
von 250° zu halten. Obwohl wir hierbei noch kei
des Gefässes beobachtet haben, wie es zuweilen
Temperaturen ohne wahrnehmbare Ursache vorkom
es doch geraten, gegen eine gewaltsame Zertrümm
Schutzvorrichtungen vorzusehen.

Tab. XV enthält die Vergleichungen von Ther
und Luftthermometer im Salpeterbade. Das G
letzteren war mit Stickstoff gefüllt, dessen Druck
bei 0° betrug.

Tabelle XV.

Salpeterbad.

	t	e_2 (MV)	beob.-ber.
6. Febr.	340,7°	2639	− 0,8°
	340,5	2635	− 0,5
	387,5	3076	− 0,9
	386,9	3071	− 1,0
	439,8	3573	− 1,0
	439,8	3572	− 0,9
	501,3	4171	− 1,3
	500,9	4168	− 1,4
8. Febr.	267,4	1970	− 0,6
	291,6	2191	− 0,8
	291,7	2193	− 0,9
	395,8	3153	− 0,8
	395,8	3151	− 0,6
	492,6	4082	− 0,7
	492,8	4084	− 0,7
29. März	359,6	2803	+ 0,4
	359,5	2802	+ 0,4
	400,5	3195	− 0,6
	402,4	3217	− 1,0
	498,5	4140	− 1,0
	498,3	4139	− 1,1

4. Formeln für Thermoelemente.

An einer anderen Stelle[1]) haben wir gezeigt, dass die Abhängigkeit der Thermokraft von der Temperatur bei Elementen aus Platinmetallen, sowie Gold und Silber in weiten Grenzen mit einer Genauigkeit von etwa 1° durch eine Function zweiten Grades dargestellt werden kann. Die Messungen erstreckten sich damals auf Drähte aus reinem Rhodium, Iridium, Palladium, Gold und Silber, ferner auf einige Legirungen aus Platin mit Palladium oder Ruthenium, deren Thermokraft gegen reines Platin bis 1300° bestimmt wurde. Die Elemente

1) L. Holborn und A. Day, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. Berlin. p. 691. 1899.

mit Palladium oder Palladiumlegirungen unterschieden s insofern von den anderen, als hier der Gültigkeitsbereich Parabel kleiner war.

Wir teilen hier im Anschluss an die Formel für Normalelement T_2, die aus den Vergleichungen mit dem L thermometer abgeleitet ist, auch einige Formeln für sol Elemente mit, die sich besonders für die Messung der höch Temperaturen eignen und deshalb eine Grundlage für Extrapolation der Beobachtungen bieten können. Die l mente sind mit dem Normalelement ungefähr von 50 zu verglichen; die beobachteten Thermokräfte sind dann dt graphische Interpolation auf die genauen Temperaturinterv der Tab. XVI zurückgeführt. Oberhalb 1300° ist die Un suchung erst nach der ersten Veröffentlichung in einem e trischen Ofen durchgeführt, der durch eine Spule aus Pla iridiumdraht geheizt wurde. Unter 1300° liegen diesel Beobachtungen wie früher zu Grunde; nur die Tempera scala und die untere Grenze für den Gültigkeitsbereich Formel ist etwas abgeändert.

Normalelement Pt—90 Pt, 10 Rh. — Für die Ther kraft e_2 (in Mikrovolt) des Elementes T_2 aus Platin und Pla rhodium gilt von etwa 250° an aufwärts die Gleichung:

$$e_2 = -310 + 8{,}048\,t + 0{,}00172\,t^2,$$

wenn sich die heisse Lötstelle auf der Temperatur t, die k auf 0° befindet. Die Formel beruht auf den Beobachtun mit den Platiniridiumgefässen und im Salpeterbade, die Tab. XIII bis XV enthalten sind. Daselbst findet man a unter der Columne (beob.-ber.) die Abweichung der Beob tung von der Rechnung.

Das Element T_1 ist früher oberhalb 500° durch l thermometrische Beobachtungen mit Porzellangefässen messen. Diese Bestimmungen zeigen grössere Abweichun untereinander, die teils in dem Verhalten der Porzellangefä teils auch in den sonstigen, damals unvollkommeneren Einr tungen des Luftthermometers ihren Grund haben. Wir se deshalb von diesen Beobachtungen ab und benutzen für Normalcurve nur die für T_2 gemessenen Temperaturen. ist jedoch nicht ohne Interesse, mit dieser die mit T_1 a

stellten Messungen zu vergleichen. Dies ist möglich, wenn wir die Normalwerte von T_1 (Tab. II, l. c. p. 829) auf T_2 zurückführen, durch die Anbringung der Unterschiede $T_2 - T_1$ (Tab. XI, l. c. p. 851), die sich durch directe Vergleichung der beiden Elemente ergeben haben.

In Tab. XVI sind in der ersten Columne die nach der Formel für e_2 berechneten elektromotorischen Kräfte von T_2 aufgeführt. Die Columne Δ giebt die Abweichungen, die man erhält, wenn T_2 aus T_1 abgeleitet wird, d. h. wenn T_2 auf die lufthermometrischen Messungen mit Porzellangefässen bezogen wird. Vergleicht man die entsprechenden Werte von Δ in Tabelle XI (loc. cit. p. 851), so ergiebt sich, dass diese Unterschiede Δ nach Berücksichtigung der Ausdehnung, die für die Lufthermometergefässe in hoher Temperatur beobachtet ist, sehr klein geworden sind. Die neuen Messungen der Porzellanausdehnung sind bei dieser Vergleichung ebenso bei T_1, wie die Ausdehnung des Platiniridiums bei T_2 in Rechnung gezogen.

Man wird hieraus den Schluss ziehen, dass man die Porzellangefässe mit nahe demselben Resultat wie die Platiniridiumgefässe benutzen kann, wenn man die ersteren nicht über 1100° erhitzt. Unter dieser Einschränkung wird man selbstverständlich nur beiderseits glasirte Gefässe benutzen, da die Glasur erst bei 1100° zu schmelzen beginnt. Ueber die sonstigen Vorsichtsmassregeln bei dem Gebrauch und die Abweichungen, welche die einzelnen mit Porzellangefässen angestellten Beobachtungsreihen zeigen, verweisen wir auf unsere erste Abhandlung.

Element Pt – 90Pt, 10Ru. — Das Element Platin-Platinruthen hat einen ähnlichen Verlauf wie das Normalelement. Tab. XVI enthält die beobachteten Werte und die Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung, wenn man der letzteren die Formel

$$e_3 = -359 + 9{,}260\,t + 0{,}00150\,t^2$$

zu Grunde legt.

Element Pt – Ir. — Für das Element Platin-Iridium ist eine Formel berechnet, die ebenfalls ungefähr von 300° an gilt. Die Curve ist in diesem Fall, wie bei allen folgenden Elementen

t	Pt–90Pt,10Rh			Pt–90Pt,10Ru			Pt–Ir			Pt–Rh_1			Pt–Rh_2			t
	e_2 ber.	Δ		e_3 beob.	beob.-ber.		e_4 beob.	beob.-ber.		e_5 beob.	beob.-ber.		e_6 beob.	beob.-ber.		
	MV	MV	Grad	MV	MV	Grad	MV	MV	Grad	MV	MV	Grad	MV	MV	Grad	
250°	1810	−10	−1,1°	2062	+12	+1,2°	1966	+47	+4,7°	2004	+12	+1,1°	2042	+ 12	+1,1°	250°
300	2260	+ 3	+0,3	2550	− 4	−0,4	2474	+39	+3,7	2536	+ 1	+0,1	2580	− 2	−0,2	300
350	2718	+ 9	+1,0	3056	−10	−1,0	3002	+23	+2,1	3112	+ 1	+0,1	3160	− 7	−0,6	350
400	3185	+ 9	+1,0	3580	− 5	−0,5	3550	− 1	−0,1	3714	− 6	−0,5	3780	− 5	−0,4	400
450	3661	+11	+1,1	4112	+ 1	+0,1	4156	+ 5	+0,4	4362	0	0,0	4432	− 4	−0,3	450
500	4145	+ 5	+0,5	4646	0	0,0	4778	0	0,0	5032	− 5	−0,4	5118	− 2	−0,2	500
550	4638	+ 4	+0,4	5184	− 4	−0,4	5424	− 9	−0,7	5744	− 1	−0,1	5834	− 3	−0,2	550
600	5139	+ 3	+0,3	5788	+ 1	+0,1	6102	−14	−1,0	6484	− 2	−0,2	6582	− 5	−0,3	600
650	5649	− 1	−0,1	6290	− 4	−0,4	6810	−16	−1,1	7260	0	0,0	7372	+ 2	+0,1	650
700	6168	− 6	−0,6	6860	+ 2	+0,2	7564	0	0,0	8076	+ 9	+0,6	8192	+ 6	+0,4	700
750	6695	− 9	−0,8	7430	0	0,0	8320	−10	−0,7	8906	− 1	−0,1	9038	+ 3	+0,2	750
800	7231	−10	−0,9	8012	+ 3	+0,3	9116	− 7	−0,4	9790	+10	+0.6	9928	+ 11	+0,6	800
850	7775	−11	−1,0	8596	0	0,0	9948	+ 4	+0,2	10688	+ 2	+0,1	10840	+ 8	+0,4	850
900	8328	−11	−1,0	9196	+ 6	+0,5	10798	+ 5	+0,3	11644	+19	+1,0	11802	+ 22	+1,1	900
950	8890	− 9	−0,8	9804	+ 8	+0,7	11670	0	0,0	12614	+17	+0,9	12782	+ 21	+1,1	950
1000	9460	− 8	−0,1	10410	+ 9	+0,7	12588	+14	+0,8	13600	− 2	−0,1	13774	− 1	−0,1	1000
1050	10039	0	0,0	11018	0	0,0	13518	+12	+0,6	14616	−24	−1,1	14800	− 22	−1,0	1050
1100	10626	+13	+1,1	11646	+ 4	+0,4	14482	+16	+0,8	15692	−19	−0,9	15884	− 18	−0,8	1100
1150	11222	—	—	12274	0	0,0	15462	+ 9	+0,5	16800	−15	−0,7	16976	− 39	−1,7	1150
1200	11827	—	—	12918	+ 5	+0,4	16482	+21	+1,0	17946	− 6	−0,3	18130	− 31	−1,3	1200
1250	12440	—	—	13556	− 4	−0,3	17498	− 5	−0,2	19106	−17	−0,7	19280	− 60	−2,5	1250
1300	13062	—	—	14208	− 6	−0,5	18580	+ 7	+0,3	20314	−11	−0,5	20492	− 60	−2,5	1300
1350	13692	—	—	14864	−12	−0,9	19662	− 9	−0,4	21556	− 5	−0,2	21728	− 69	−2,7	1350
1400	14331	—	—	15528	−17	−1,3	20766	−20	−0,9	22800	−30	−1,2	22988	− 87	−3,4	1400
1450	14979	—	—	16220	− 2	−0,2	21904	−35	−1,5	24136	+ 4	+0,2	24276	−110	−4,1	1450
1500	15635	—	—	16914	+ 8	+0,6	23056	−74	−3,0	25486	+19	+0,7	25684	− 46	−1,7	1500

aus reinen Metallen, gekrümmter als vorher bei den Legirungen. Die Formel lautet

$$e_4 = -248 + 7{,}282\,t + 0{,}00554\,t^2.$$

Element Pt—Rh. — Für das Element Platin-Rhodium standen uns zwei Drähte aus reinem Rhodium zur Verfügung. Das Material zu dem einen war von Heräus, das zu dem anderen in der Reichsanstalt gereinigt. Die Formeln für beide lauten:

$$e_5 = -228 + 7{,}230\,t + 0{,}00660\,t^2$$
$$e_6 = -235 + 7{,}410\,t + 0{,}00660\,t^2.$$

Die letzte Gleichung ist unter der Voraussetzung abgeleitet, dass die Abweichung der beiden Elemente Platin-Rhodium zwischen 300 und 1100° durch eine lineare Beziehung dargestellt werden kann.

Tabelle XVI enthält die Beobachtungen der verschiedenen Elemente, sowie die Abweichung zwischen Beobachtung und Rechnung in Mikrovolt und Grad. Es ist dabei zu bemerken, dass die Vergleichung zwischen einem Element und dem Normalelement nicht in einem Zuge bei derselben Anordnung über das ganze Temperaturgebiet gemacht worden ist. Es kamen hierfür vielmehr Oefen mit verschiedenem Temperaturgefälle zur Verwendung. Hierdurch ist oft ein kleiner Gang in die Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung gekommen, wenn auch die einzelnen Curvenstücke, die meistens zu ganz verschiedener Zeit bestimmt wurden, in den gemeinschaftlichen Intervallen stets bis auf etwa 1° übereinstimmten.

Für Temperaturen von 300 bis 1150°, die durch das Lufthermometer bestimmt worden sind, übersteigt der Unterschied zwischen den beobachteten und berechneten Werten selten 1°. Oberhalb 1150°, wo die Temperatur durch die Extrapolation der Formel von Element T_3 bestimmt ist, werden die Unterschiede teilweise grösser, bleiben aber noch unter 5°.

5. Schmelzpunkte von Metallen.

Um die Prüfung der Thermoelemente vom Luftthermometer unabhängig zu machen, haben wir die Schmelzpunkte verschiedener Metalle zwischen 300 und 1100° festgelegt. Wir bedienten uns hierbei zweier Methoden.

Bei der einen wird ein kurzer Draht (von etwa 1 cm Länge) des zu schmelzenden Metalles in die Lötstelle des Thermoelementes eingefügt und die Thermokraft im Augenblick des Durchschmelzens beobachtet. Dies Verfahren ist einfach, führt aber leicht zu zweifelhaften Angaben des Thermoelementes, wenn der Schmelzpunkt von der umgebenden Atmosphäre abhängt, wie es bei den an der Luft oxydirbaren Metallen meistens der Fall ist. Auch wird das Element bei der Erneuerung der Lötstelle ständig etwas verkürzt, weil man die angeschmolzenen Metalltropfen abschneiden muss.

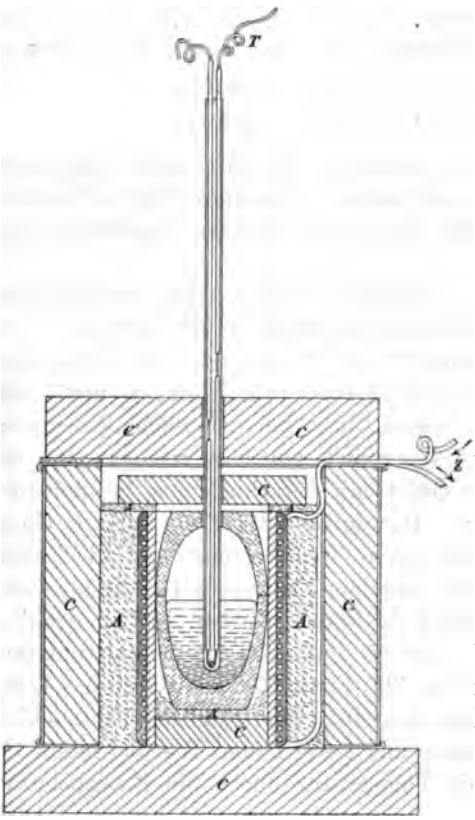


Fig. 3. $^1/_4$ nat. Grösse.

Bei der zweiten Methode wird eine grössere Menge des Metalles in einem Tiegel geschmolzen, in den das Thermoelement, durch ein Porzellanrohr geschützt, hineinragt. Bei richtig regulirter Heizung erkennt man den Eintritt des Erstarrungs- oder Schmelzpunktes daran, dass die Temperatur eine Zeit lang stationär ist. Im Folgenden sollen die beiden Verfahren als Draht- und Tiegelmethode unterschieden werden.

Für das letztere diente eine Vorrichtung, wie sie Fig. 3 zeigt. Ein Schmelztiegel aus Porzellan oder Graphit befindet sich im Innern einer auf ein kurzes Chamotterohr gewickelten Heizspule aus blankem Nickeldraht, deren Windungen auch durch Chamotte isolirt werden. Das Ganze ist durch lose

Asbestwolle *A* und den dicken Chamottemantel *C* möglichst gegen Wärmeabgabe geschützt. Die Drähte des Thermoelementes sind durch dünne Porzellanröhrchen (Gaszünderröhrchen) voneinander isolirt und von einem Schutzrohr von 5 mm Weite und 1,5 mm Wandstärke umgeben, das mindestens 4 cm in das schmelzende Metall taucht und 1 cm über dem Boden des Tiegels endigt. Fig. 3 stellt einen Graphittiegel dar, dem ein zweiter am Boden durchbohrter als Deckel dient. Die verwendeten Porzellantiegel von 1 mm Wandstärke hatten denselben äusseren Umfang und gleiche Höhe; sie blieben ohne Deckel. Ausserdem ist noch eine kleinere Sorte von Graphittiegeln benutzt worden.

Da durch die elektrische Heizung eine gleichmässigere Verteilung der Temperatur gewährt wird als im Gasofen, ausserdem systematische Unterschiede zwischen Schmelzpunkt und Erstarrungspunkt auch bei mannigfacher Variation des Heizstromes und der Menge des geschmolzenen Metalles nicht beobachtet wurden, so haben wir von einem Rühren des Metalles abgesehen. Nur bei Silber ist bei einem Teil der Versuche gerührt worden, um das geschmolzene Metall gleichmässiger mit der Luft in Berührung zu bringen.

Bei Vorversuchen war die Heizspule unmittelbar auf den Schmelztiegel aus Chamotte gewickelt. Aber einmal hielten diese Tiegel nicht immer dicht — geschmolzenes Kupfer drang durch ihre Wand —, andererseits war die Auswechselung der Tiegel, die fast an jedem Beobachtungstage geschah, bei der Verwendung einer besonderen Heizspule bequemer. Diese verzehrte bei 1000° etwa 600 Watt. Für die höchste Schmelztemperatur (Kupfer) war Vorsicht beim Anheizen nötig, da sonst leicht der Heizdraht (1 mm dick) durchbrannte. Seine Erneuerung ist übrigens sehr einfach.

Zur Temperaturmessung dienten Thermoelemente, die aus demselben Draht hergestellt waren wie T_2 und in ihren Angaben mit diesem als identisch anzusehen sind. Die Temperaturen über 500° sind aus der Normalcurve (Tab. XVI), die unter 500° aus der Messung der Elemente im Salpeterbade abgeleitet.

Bei jedem Versuch wurde die Thermokraft von Minute zu Minute bestimmt und danach die Temperatur als Function

der Zeit (Zeitcurve) aufgetragen. Eine Aenderung von 10 M konnte noch direct am Compensationsapparat durch Einschalt von 0,1 Ohm compensirt werden. Kleinere Unterschiede wurd durch den Ausschlag des Galvanometers interpolirt, wobei eine Scalenteil je nach dem Widerstande des Nebenkreises 0,5 b 1,4 MV entsprachen.

Die Genauigkeit der Tiegelmethode ist ohne weiter durch die Grenze gegeben, die man bei der Messung m Thermoelementen überhaupt einhalten kann und auf die w unten noch näher eingehen. Die Drahtmethode ist wenig genau, weil das Durchschmelzen etwas von der Spannung a hängt, welche die Drähte des Thermoelementes, namentlich d Platinrhodiumdraht, auf die Lötstelle ausüben und welche b den einzelnen Versuchen wechselt. Es kommen deshalb wo die höchsten Temperaturen, die man für den Schmelzpun beobachtet, der Wahrheit am nächsten, um so mehr s häufig der Draht an der Lötstelle kurz vor dem Durc schmelzen bricht.

Gold. — Der Schmelzpunkt des Goldes ist nach der Dral methode bestimmt. Es standen uns zwei verschiedene Gol proben zur Verfügung, von denen die eine (I) von der Gold- u Silber-Scheideanstalt zu Frankfurt stammte, die andere (II) der Reichsanstalt sorgfältig gereinigt war. Ein Unterschi in der Schmelztemperatur der beiden konnte nicht festgest werden. An den ersten beiden Beobachtungstagen wurde d Luftthermometerofen benutzt, später der Schmelzofen (Fig. 3), dem sich ein leerer Porzellantiegel befand. Das Schutzr für das Thermoelement fiel dabei weg. Die elektrische Heizu geschah so langsam, dass sich noch deutlich beobachten lie wie die Temperatur der Lötstelle kurz vor dem Durchschmelz stationär wurde. Die beobachtete Schmelztemperatur folgt h in Mikrovolt von T_2 und in Grad für die Proben I und

October 17.	10209 MV	1064,5°	I
	10209	1064,5	
	10206	1064,2	
	10208	1064,4	
„ 18.	10202	1063,9	II
	10201	1063,8	

November 15.	10211 MV	1064,6°	II
	10211	1064,6	
	10211	1064,6	
Januar 2.	10190	1062,9	II
	10190	1062,9	
	10200	1063,7	
	10189	1062,8	
„ 3.	10203	1064,0	II
	10197	1063,5	
	10213	1064,8	

Als Mittel gilt 1064.0° mit einer mittleren Abweichung von ± 0,6°.

Silber nach der Drahtmethode. — Der Schmelzpunkt des Silbers ist zuerst ebenfalls nach der Drahtmethode beobachtet. Es kamen hier zwei Proben der Frankfurter Scheideanstalt in Betracht, einmal ein Draht, der in der Stärke von 0,5 und 0,25 mm in die Lötstelle eingeschmolzen wurde, sodann ein Blech von 0,25 mm Dicke, von dem schmale Streifen mit der Scheere abgeschnitten wurden. Ein Unterschied in dem Schmelzpunkt der verschiedenen Punkte ist nicht beobachtet. Man benutzte dieselben Oefen wie bei Gold. Für die Schmelztemperatur ergab sich:

September 25.	8928 MV	953,3°
	8936	954,0
October 16.	8937	954,1
	8922	952,8
	8922	952,8
„ 18.	8914	952,1
	8927	953,3
	8930	953,5
	8935	953,9
November 15.	8939	954,3
	8958	956,0
	8925	953,1
	8941	954,5
	8924	953,0

Das Mittel ist gleich 953,6° mit einem mittleren Fehler von ± 0,9°.

Silber nach der Tiegelmethode. — Es ist von Callendar sowie von Heycock und Neville[1]) darauf hingewiesen, das das Silber in oxydirender Atmosphäre niedriger schmilzt od erstarrt als in reducirender. Der Unterschied wird dadurc verursacht, dass das Silber bei dem Schmelzen Sauerstoff a sorbirt, der aus dem erstarrten Metall wieder entweicht u dadurch die bekannte Erscheinung des Spratzens hervorru Für die Untersuchung der Frage, ob der in Luft nach d Drahtmethode bestimmte Schmelzpunkt von dem normalen a weicht, haben wir die Tiegelmethode benutzt.

Zuerst wurde das Silber im offenen Porzellantiegel g schmolzen, und zwar ohne dass man das geschmolzene Met rührte. Unter diesen Umständen erhielt man, im Gegens zu den Versuchen mit anderen Metallen, überhaupt kein bestimmten Schmelzpunkt. Sowohl bei dem Schmelzen, auch bei dem Erstarren besitzt die Zeitcurve die Gestalt (Fig. 4). Diese zeigt auf ihrem Verlauf nirgends einen horizo talen Ast, sondern nur ein Intervall von 6 bis 8°, wo di Temperatur allmählich fällt oder steigt. Die Methode lief in diesem Falle keine schärfere Bestimmung für den Schme punkt. Als man die Chamottedeckel des Ofens durch Glimm platten ersetzte, sodass man in den Tiegel hineinsehen konn ergab sich, dass das Metall in dem grössten Teil des fra lichen Intervalles sowohl bei dem Erstarren, als auch bei d Schmelzen flüssig war. Das Schmelzen oder Erstarren erfol ungefähr bei 954,5° (8940 MV). Es ist dabei zu bemerken, d durch die Vertauschung der Chamottedeckel mit den Glimm platten, von denen drei durch Luftschichten getrennt a einander folgten, an den Verhältnissen des Ofens nic Wesentliches geändert wurde.

Wurde das Thermoelement mit der Schutzröhre bew oder das Metall durch ein besonderes Röhrchen gerührt, sc blieb die Gestalt der Zeitcurve im allgemeinen dieselbe. Nur rückten die Grenzen für die langsame Temperaturänderung näher zusammen und konnten durch verstärktes Rühren herab- gedrückt werden.

1) C. T. Heycock und F. H. Neville, J. chem. Soc. 1895, p. 160 und 1024.

Tabelle XVII enthält verschiedene Beobachtungsreihen mit ıd ohne Rühren. G bezeichnet das Gewicht des geschmolzenen etalles in Gramm, t_1 und t_2 die untere und obere Grenze

Fig. 4.

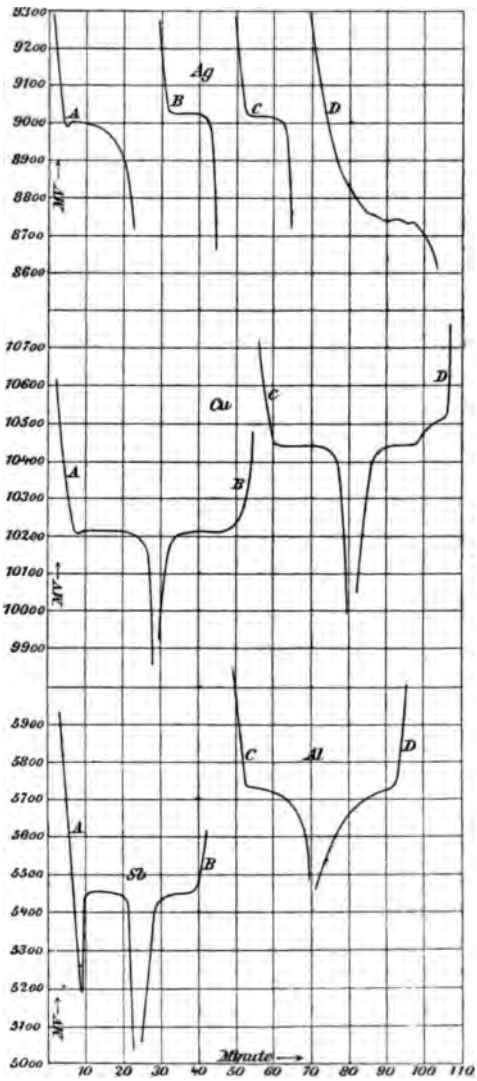


Fig. 5.

Fig. 6.

die langsame Temperaturänderung und t das Mittel aus den. Die Stärke i (Amp.) des Heizstromes giebt nur ungefähr ein ıass für die zugeführte Energie, da die Heizspulen an ver-

schiedenen Tagen nicht immer den gleichen Widerstand sassen, dieser wegen des grossen Temperaturcoefficienten Nickels auch noch vom Strom abhängt. E und S bed Erstarrungs- und Schmelzpunkt.

Tabelle XVII.

Schmelzen von Silber im Tiegel unter Luftzutritt.

Nov. 1899	G (g)	i (Amp.)		t_1 MV	t_1 Grad	t_2 MV	t_2 Grad	
Ohne Rühren								
16.	350	6,0	E	8940	954,4°	8983	958,2°	9
		8,3	S	8960	956,1	9016	961,0	9
		0,0	E	8973	957,3	9000	959,6	9
		8,0	S	8970	957,0	9014	960,9	9
		6,5	E	8926	953,2	9006	960,2	9
		9,0	S	8970	957,0	9014	960,9	9
17.	500	5,0	E	8968	956,8	9001	959,7	9
		8,0	S	8963	956,4	9018	961,2	9
		5,5	E	8942	954,6	8995	959,2	9
		8,0	S	8950	955,3	9011	960,6	9
mit Rühren								
18.	500	5,0	E	8931	953,6	8947	955,0	9
		6,0	E	8950	955,3	8967	956,7	9
20.	380	10,7	S	8931	953,6	9004	960,0	9
		8,0	E	8890	950,0	8943	954,6	9

Das Mittel aus den Werten von t, die für das ger Metall gewonnen sind, ist gleich 954,9°. Es unterscl sich nur um 1,3° von dem Wert, der nach der Drahtme gewonnen ist. Wir nehmen deshalb 955° als Schmelzp für das bei Luftzutritt geschmolzene Silber an, wobei z achten ist, dass der Punkt nicht genau definirt ist und na lich bei der Drahtmethode durch die Beschaffenheit der A sphäre erhebliche Schwankungen erleiden kann.

Nach dem Erstarren wurde das Spratzen mehrfach die Glimmerdeckel beobachtet. Es trat zwischen 933 940°, im Mittel bei 936° ein und war viel stärker, wen geschmolzene Metall vorher gerührt worden war.

Der Versuch, das geschmolzene Silber durch Ein von Sauerstoff zu sättigen und dadurch zu einem bestimm

Erstarrungspunkt zu gelangen, hat zu keinem Ergebnis geführt. Der Erstarrungspunkt unterlag jetzt vielmehr noch grösseren Schwankungen. Folgerichtig fiel er dabei viel tiefer. Er wurde z. B. bei 939, 938, 942 und 938° beobachtet. Bei derselben Temperatur ungefähr entwich vorher der Sauerstoff aus dem noch flüssigen Metall. Die Curve *D* (Fig. 4) giebt die Gestalt der Zeitcurve an, die sich freilich mannigfach änderte. So begann z. B. der Sauerstoff in einem Falle bei langsam sinkender Ofentemperatur gegen 940° zu entweichen, und das Thermoelement stieg dann unter andauerndem Spratzen des Silbers in 5 Minuten bis auf 963°. Bei dieser Temperatur erstarrte das Metall plötzlich und verstopfte dabei das Porzellanröhrchen, welches den Sauerstoff zuleitete.

Man bekommt höhere und besser bestimmte Werte für den Schmelzpunkt des Silbers, wenn man den Zutritt des Sauerstoffs verhindert. Diesen Zweck haben wir dadurch zu erreichen gesucht, dass das Silber einmal im Porzellantiegel unter Kochsalz geschmolzen wurde, sodann im Graphittiegel, auf den ein zweiter als Deckel aufgesetzt war. Die Zeitcurve hat in beiden Fällen sowohl bei dem Schmelzen als bei dem Erstarren einen scharf horizontal verlaufenden Ast, wie es Fig. 4 in Curve *B* (unter Kochsalz) und *C* (im Graphit) zeigt.

Tab. XVIII enthält die Beobachtungen, aus denen 961,5° als Schmelzpunkt des reinen Silbers folgt. Der Erstarrungs-

Tabelle XVIII.

Schmelzen von Silber ohne Zutritt von Sauerstoff.

Tag	*G* (g)	*i* (Amp.)		*t* MV	*t* Grad
Im Porzellantiegel unter Kochsalz					
23. Nov.	400	5,3	*E*	9023	961,7°
		10,7	*S*	9026	961,9
		6,7	*E*	9023	961,7
		11,3	*S*	9026	961,9
Im Graphittiegel.					
8. Dec.	352	6,7	*E*	9018	961,2
		9,5	*S*	9019	961,3
		6,0	*E*	9018	961,2
		9,3	*S*	9018	961,2

punkt fällt damit zusammen. Spratzen wurde in diesen Fällen nicht bemerkt.

Für die Drahtmethode sind die beiden Verfahren, den Sauerstoff vom Silber fern zu halten, nicht brauchbar. Denn man kann die blanke Lötstelle weder in flüssiges Kochsalz stecken, weil dies zu gut leitet, noch in die reducirende Atmosphäre eines Graphittiegels, weil hierdurch das Thermoelement verdorben werden kann.

Kupfer. — Der Schmelzpunkt von Kupfer ist wegen der starken Oxydirbarkeit des Metalles nicht nach der Drahtmethode bestimmt. Das im Tiegel erhitzte reine Metall war in Stücken von 100 g von dem Heddernheimer Kupferwerk bezogen. Der Schmelzpunkt wurde in oxydirender und reducirender Atmosphäre bestimmt.

Das an der Luft im offenen Porzellantiegel geschmolzene Metall hat im Gegensatz zum Silber einen bestimmten Schmelzpunkt, mit dem der Ertarrungspunkt zusammenfällt. Diese Erscheinung spricht dafür, dass das Kupfer unter diesen Umständen mit einer bestimmten Menge von Sauerstoff oder vielmehr von einer Kupferoxydverbindung gesättigt ist.

Um uns hinreichend von der Constanz des Punktes zu überzeugen, haben wir ihn sehr oft beobachtet, aber nie merkliche Unterschiede gefunden. Es war dabei gleichgültig, ob das zu schmelzende Kupfer frisch war oder schon einige Male demselben Zweck gedient hatte. Erst nach vielfacher Anwendung schien sich das Metall schwieriger schmelzen zu lassen, eine Erscheinung, die auf eine Abnahme der Wärmeleitfähigkeit hinweist und noch näherer Prüfung bedarf. Tab. XIX enthält die Beobachtungen, aus denen sich als Mittel für den Schmelzpunkt des Kupfers bei Luftzutritt 1065,0° ergiebt.

Erhitzt man dasselbe Metall, das mehrfach an der Luft geschmolzen ist, im Graphittiegel, so wird es allmählich reducirt. Der Schmelzpunkt steigt dabei bis auf 1084°, wenn das Kupfer hinreichend lange im geschmolzenen Zustande erhalten und dadurch vollständig reducirt worden ist. Bei unvollständiger Reduction werden Schmelzpunkte zwischen 1065 und 1084° beobachtet. Tab. XIX enthält am Schluss die Beobachtungen für den Schmelzpunkt des reinen Metalles; Fig. 5 zeigt Zeitcurven für die Beobachtungen im Porzellantiegel (Curve *A* und *B*) und im Graphittiegel (Curve *C* und *D*).

Tabelle XIX.

Schmelzpunkt von Kupfer.

Tag	G (g)	i (Amp.)		t MV	t Grad
In oxydirender Atmosphäre.					
7. Nov.	900	—	*E*	10216	1065,1°
29. „	330	7,5	*E*	10213	1064,8
		11,0	*S*	10215	1065,0
		7,5	*E*	10213	1064,8
		10,8	*S*	10214	1064,9
5. Dec.	350	10,3	*S*	10219	1065,3
		8,0	*E*	10210	1064,6
		10,5	*S*	10216	1065,1
6. „	350	7,5	*E*	10211	1064,7
		10,3	*S*	10220	1065,4
		7,0	*E*	10211	1064,7
		9,9	*S*	10219	1065,3
19. März	370	6,8	*E*	10213	1064,8
		10,3	*S*	10213	1064,8
		6,8	*E*	10211	1064,7
		10,3	*S*	10211	1064,7
21. „	370	6,5	*E*	10212	1064,7
		8,5	*S*	10214	1064,9
		8,5	*S*	10216	1065,1
23. „	370	8,2	*S*	10216	1065,1
		8,2	*S*	10219	1065,3
In reducirender Atmosphäre.					
7. Dec.	355	7,5	*E*	10432	1084,3
		10,2	*S*	10440	1084,2
		7,2	*E*	10440	1084,2
		10,4	*S*	10437	1083,9

Wenn das geschmolzene Kupfer Sauerstoff enthält, so wird die eingetauchte unglasirte Porzellanröhre, die als Schutz für das Thermoelement dient, schwarz gefärbt, während das reine Kupfer das Porzellan nicht merklich angreift.

Antimon. — Das Antimon ist ebenso, wie die folgende einfachen Metalle, von Kahlbaum bezogen. Mit Ausnahm des Aluminiums können sie nach früheren Erfahrungen al hinreichend rein angesehen werden. Für das Schmelzen de Antimons wurden Graphittiegel verwendet. Dabei trat b dem Erstarren eine geringe Oxydation der Oberfläche ein, d das Einleiten eines reducirenden Gases wegen einer möglich Störung des Thermoelementes nicht angewendet wurde. V dem Erstarren sank die Temperatur erst bedeutend (bis zu 20 unter den Schmelzpunkt, auf den sie dann plötzlich wied hinaufstieg (vgl. Fig. 6, Curve *A*). Sonst verlaufen die Zei curven normal. Das Mittel für den Schmelzpunkt ist 630,5

Aluminium. — Aluminium wurde sowohl im Porzella wie im Graphittiegel geschmolzen. Wie schon frühere Beo achter bemerkt haben, liefert das Metall keinen scharf b stimmten Schmelzpunkt. Die Zeitcurven (Fig. 6, *C* und haben eine ähnliche Gestalt, wie bei dem Schmelzen des Silbe an der Luft.

Wir nehmen 657,3° als Schmelzpunkt an. Es ist di der Mittelwert aus den Beobachtungen mit dem Porzella tiegel. Die Schmelzungen im Graphittiegel geben einen etw kleineren Wert. Doch ist dieser Unterschied wohl durch di ziemlich kleine Metallmenge verursacht, die im Graphittie gel zur Verwendung kam. Für die Aichung wird man den Schmel punkt des Aluminiums nicht wählen, sondern den benachbarten des Antimons vorziehen.

Zink. — Zink ist im Porzellan und im Graphit geschmol zen worden. Dieselbe Metallmenge wurde hierbei nicht sehr oft benutzt. Die Zeitcurve hat überall die normale Form. Als Mittel der Beobachtungen gilt 419,0°.

Blei. — Bei dem Schmelzen des Bleies macht sich di geringe Schmelzwärme bemerklich, die eine sorgfältige Regu lirung der Heizung verlangt. Als Schmelzpunkt wurde hier 326,9° erhalten.

Cadmium. — Cadmium liefert wegen seiner bedeutende Schmelzwärme ohne grosse Mühe scharfe Punkte. Der Mittel wert ist gleich 321,7°.

Tab. XX enthält die Beobachtungen für die Schmelz und Erstarrungspunkte von Antimon, Aluminium, Zink, Ble

und Cadmium. Tab. XXI und XXII liefern Beispiele für die Aufnahme der Zeitcurven. Die Zahlen bedeuten Mikrovolt der von Minute zu Minute bestimmten Thermokraft.

Tabelle XX.

Schmelzpunkt verschiedener Metalle.

Tag	*G* (g)	*i* (Amp.)		*t* MV	*t* Grad	
			Antimon			
14. Dec.	260	0,0	*E*	5453	630,8°	In Graphit
		8,5	*S*	5449	630,4	
		5,0	*E*	5452	630,7	
		7,5	*S*	5448	630,3	
			Aluminium			
4. Dec.	180	0,0	*E*	5729	657,7	In Porzellan
		8,5	*S*	5723	557,1	
		4,5	*E*	5727	657,5	
		7,5	*S*	5728	657,1	
		4,3	*E*	5725	657,3	
9. Dec.	110	0,0	*E*	5717	656,6	In Graphit
		8,0	*S*	5707	655,6	
		5,0	*E*	5718	656,6	
		7,5	*S*	5705	655,4	
			Zink			
2. Dec.	389	4,2	*E*	3377	419,2	In Porzellan
		7,9	*S*	3375	419,0	
		0,0	*E*	3376	419,1	
		7,0	*S*	3374	418,9	
30. März	293	0,0	*E*	3376	419,1	In Graphit
		7,3	*S*	3375	419,0	
		0,0	*E*	3376	419,1	
		7,3	*S*	3373	418,8	
			Blei			
15. Dec.	500	0,0	*E*	2507	326,9	In Porzellan
		7,0	*S*	2508	327,0	
		0,0	*E*	2505	326,7	
		6,0	*S*	2505	326,7	
26. März	493	0,0	*E*	2505	326,7	In Graphit
		5,8	*S*	2508	327,0	
		4,2	*S*	2510	327,2	
		0,0	*E*	2510	327,2	
		4,2	*S*	2510	327,2	

Tabelle XX (Fortsetzung).

Tag	*G* (g)	*i* (Amp.)		*t* MV	*t* Grad	
			Cadmium			
2. Dec.	430	0,0	*E*	2461	321,9°	In Porzella
		6,0	*S*	2460	321,8	
		0,0	*E*	2458	321,6	
		6,7	*S*	2459	321,7	
		0,0	*E*	2457	321,4	
		6,5	*S*	2459	321,7	
27. März	430	0,0	*E*	2459	321,7	In Graphit
		4,3	*S*	2458	321,6	
		0,0	*E*	2461	321,9	
		4,3	*S*	2460	321,8	

Tabelle XXI.

Zeitcurven (MV).

Minuten	Ag unter Kochsalz	Ag unter Kochsalz	Ag in Graphit	Ag in Graphit	Cu in Porzellan	Cu in Porzellan	Cu in Graphit	G
1	9423	8513	9439	8766	10590	10003	10680	
2	9330	8599	9354	8861	10475	10106	10609	
3	9247	8684	9255	8956	10370	10183	10530	
4	9130	8775	9156	9016	10310	10201	10455	
5	9039	8857	9056	9018	10240	10207	10444	
6	9024	8937	9018	9018	10210	10210	10442	
7	9024	9017	9017	9019	10210	10210	10442	
8	9023	9023	9018	9019	10212	10211	10442	
9	9022	9024	9018	9019	10214	10213	10442	
10	9022	9024	9018	9019	10213	10213	10442	
11	9022	9025	9017	9022	10213	10213	10443	
12	9022	9026	9017	9033	10214	10213	10443	
13	9021	9026	9016	9043	10213	10214	10443	
14	9021	9026	9013	9055	10213	10214	10442	
15	9020	9026	9006	9064	10212	10215	10442	
16	9018	9026	8976	9074	10212	10215	10441	
17	9014	9027	8763	9121	10211	10216	10439	
18	9007	9028	—	9290	10210	10219	10437	
19	8990	9027	—	—	10210	10227	10433	
20	8800	9029	—	—	10208	10245	10427	
21	8600	9029	—	—	10203	10268	10410	
22	—	9029	—	—	10200	10300	10342	
23	—	9031	—	—	10193	10340	10195	
24	—	9034	—	—	10177	10460	10070	
25	—	9037	—	—	10097	—	9968	
26	—	9050	—	—	9900	—	—	
27	—	9069	—	—	9740	—	—	
28	—	9232	—	—	—	—	—	
29	—	9350	—	—	—	—	—	

Tabelle XXII.

Zeitcurven (MV).

Sb in Graphit	Sb in Graphit	Zn in Porzellan	Zn in Porzellan	Pb in Porzellan	Pb in Porzellan	Cd in Graphit	Cd in Graphit
6216	5223	3551	3265	2718	2309	2852	2392
6080	5294	3500	3316	2671	2353	2809	2425
5960	5360	3449	3344	2621	2401	2767	2442
5840	5408	3400	3351	2574	2450	2726	2449
5720	5430	3376	3355	2529	2496	2685	2454
5600	5437	3376	3359	2506	2503	2646	2456
5495	5441	3376	3362	2506	2504	2607	2457
5390	5443	3376	3365	2505	2505	2570	2458
5280	5445	3376	3368	2505	2505	2533	2459
5190	5445	3376	3369	2505	2505	2496	2459
5450	5446	3376	3369	2505	2506	2462	2460
5454	5447	3375	3370	2504	2507	2460	2460
5454	5448	3375	3372	2503	2510	2459	2460
5453	5448	3375	3372	2502	2514	2459	2461
5454	5448	3375	3373	2501	2521	2459	2461
5452	5449	3375	3373	2497	2529	2459	2463
5452	5449	3374	3374	2488	2572	2459	2469
5451	5450	3373	3374	2473	2676	2459	2485
5451	5456	3374	3374	2444	—	2459	2499
5448	5468	3373	3374	2365	—	2458	2525
5438	5488	3373	3375	—	—	2458	—
5310	5512	3372	3375	—	—	2457	—
5060	5555	3370	3376	—	—	2456	—
—	5655	3366	3389	—	—	2454	—
—	—	3357	3404	—	—	2452	—
—	—	3342	3433	—	—	2449	—
—	—	3300	—	—	—	2422	—
—	—	—	—	—	—	2367	—

Legirungen. — Zum Schluss sind noch einige Legirungen zu erwähnen, deren Schmelzpunkt nach der Drahtmethode beobachtet wurde. Die durchzuschmelzenden Drähte wurden aus Blechproben geschnitten, welche die Frankfurter Scheideanstalt für Temperaturmessungen herstellt.

Da sich die Lötstelle in gewöhnlicher Atmosphäre befand, so gaben Silber-Kupferlegirungen kein Ergebnis. Das Silber saigert aus dem teilweise oxydirten Kupfer heraus und der Rest schmilzt bei wechselnder Temperatur über dem Schmelzpunkt des reinen Silbers durch.

Die beiden Legirungen 95Ag,5Au und 90Ag,10Au liessen wir besonders herstellen, um zu prüfen, ob ein kleiner Goldzusatz

den Einfluss des Sauerstoffs auf den Schmelzpunkt des Silbers aufhebt. Die Beobachtungen widerlegen diese Vermutung.

Die Beobachtungen sind in Tab. XXIII enthalten, wobei zu bemerken ist, dass die Temperatur über 1150° durch Extrapolation aus der Formel für das Normalelement (Tab. XVI) hergeleitet wurden.

Tabelle XXIII.

Schmelzpunkt von Legirungen.

Legirung	t MV	t Grad	Mittel	Legirung	t MV	t Grad	Mittel
95 Ag, 5 Au	8989	958,7	958,5°	95 Au, 5 Pt	10821	1116,4	1116,0°
	8990	958,8			10805	1115,0	
	8980	957,9			10799	1114,5	
90 Ag, 10 Au	9067	965,5	965,7		10826	1116,8	
	9070	965,8			10827	1116,8	
	9080	966,7		90 Au, 10 Pt	11551	1177,2	1176,3
	9060	964,9			11522	1174,9	
	9070	965,8			11533	1175,7	
40 Ag, 60 Au	9753	1025,3	1025,1		11495	1173,6	
	9756	1025,5			11578	1179,7	
	9730	1023,3			11482	1171,5	
	9760	1025,9			11599	1181,2	
	9757	1025,6		85 Au, 15 Pt	12285	1237,4	1237,7
					12282	1237,1	
					12273	1236,4	
					12317	1240,0	

6. Die Messung mit Thermoelementen.

Als vor etwa zehn Jahren die ersten Thermoelemente aus Platin-Platinrhodium zur Messung hoher Temperaturen von der Firma Heräus bezogen wurden, war sowohl das Platin als auch das Rhodium so wenig chemisch rein, dass eine Reproduction der Elemente mit annähernd derselben Thermokraft unmöglich war. Es ist aber gelungen, zuerst das Platin, dann das Rhodium in reinerem Zustande darzustellen. Hierdurch sind die Abweichungen zwischen den Thermoelementen aus verschiedenen Schmelzungen, die anfangs 10 Proc. und mehr betrugen, neuerdings auf etwa 1 Proc. herabgekommen. Auch

sind die Drähte im Laufe der Zeit immer homogener ausgefallen.

Da der Platindraht in Temperaturen über 1000° viel weniger beständig ist als das Platinrhodium, so wäre für eine bessere Haltbarkeit der Elemente viel gewonnen, wenn man das Platin durch ein anderes verwandtes Metall ersetzen könnte. Bis jetzt haben wir jedoch noch keinen Ersatz gefunden. Die Legirungen des Platins mit Iridium und Ruthenium, zum Teil auch die mit Palladium unterscheiden sich nämlich in thermoelektrischer Beziehung wenig vom Platinrhodium. Reines Palladium, das gegen Platinrhodium eine grössere Thermokraft besitzt als gegen Platin, kommt nicht in Frage, da es bekanntlich in sehr hohen Temperaturen noch weniger haltbar ist als Platin. Thermoelemente aus verschiedenen Platinrhodiumlegirungen endlich, wie sie früher über 1000° von Holborn und Wien benutzt worden sind, empfehlen sich wegen ihrer geringeren Empfindlichkeit nicht für den allgemeinen Gebrauch.

Die Thermoelemente waren zuerst nur zur Messung der Glühtemperaturen bestimmt. Es hat sich dann später gezeigt, dass sie auch für tiefere Temperaturen noch brauchbar sind. Aber unter 250° sollte man nicht damit heruntergehen, da alsdann die Fehlerquellen wegen der mit der Temperatur abnehmenden Empfindlichkeit merklicher werden.

Die Genauigkeit der Messung ist von Holborn und Wien früher auf 5° angegeben. Bei den vorliegenden Messungen sind wir weiter gekommen. Wir würden jetzt für die Temperaturen bis 1150° ungefähr 1° als Fehler angeben; d. h. bei einem beliebigen Temperaturgefälle zwischen den Lötstellen ist die Temperatur der heissen Lötstelle durch die Thermokraft auf etwa $\pm$ 1° bestimmt. Dies schliesst nicht aus, dass man bei einer bestimmten Anordnung der Drähte relativ genauer messen kann. Die Bestimmung der Schmelzpunkte liefert hierfür viele Beispiele.

Die Hauptursache des Fortschritts liegt in der Anwendung des elektrischen Heizverfahrens, wodurch die ganze Untersuchung der hohen Temperaturen an Einfachheit und Genauigkeit sehr gewonnen hat. Für die Thermoelemente kommt noch hinzu, dass sich mit dem elektrischen Ofen eine bestimmte

Verteilung der Temperatur stets wieder genau herstellen lässt, sodass man selbst mit unhomogenen Drähten unter denselben Bedingungen genaue Temperaturmessungen anstellen kann.

Doch ist zu beachten, dass in diesem Falle die Genauigkeit nur relativ ist und dass die Thermoelemente bei einem anderen Temperaturgefälle grössere Abweichungen zeigen können. Man muss dieses deshalb möglichst variiren, wenn die absolute Genauigkeitsgrenze bestimmt werden soll.

Bei der vorliegenden Untersuchung geschah dies in der Weise, dass man einmal die Temperatur an dem Ort der Lötstelle mit zwei Thermoelementen maass, deren Drähte möglichst verschiedenes Temperaturgefälle hatten. So bestimmte man z. B. die Temperatur in der Nähe eines Endes von einem elektrisch geheizten Rohr durch zwei an ihrer Lötstelle vereinigte Thermoelemente, von denen das eine auf dem kürzesten Wege aus dem Ofen führte, während das andere erst die heissere Mitte passirte.

Das zweite Verfahren, die Drähte der Thermoelemente auf ihre Homogenität zu prüfen, bestand darin, dass man möglichst viele Stellen des Drahtes zur Lötstelle macht und diese nach einander nur auf möglichst kleine Längen stets bei demselben Temperaturgefälle vergleicht. Für die letzte Methode, die wir vorziehen, ist der elektrische Schmelzofen (Fig. 3) besonders geeignet.

Wir wollen dabei bemerken, dass die Drähte für solche nur vorübergehend benutzte Lötstellen am besten mit Platindraht zusammengebunden werden. Uebrigens hat es auch auf die Thermokraft keinen Einfluss, wenn man den Draht gegebenen Falls an einigen Stellen zerschneidet und später in der Knallgasflamme wieder zusammenschmilzt. Nur sind dicke Knoten im Draht in vielfacher Beziehung hinderlich. Bei einiger Uebung lassen sich solche Lötungen im Draht mit dem Linnemann'schen Brenner jedoch so fein herstellen, dass sie nur schwach auf dem Draht hervortreten.

Thermoelemente, wie sie jetzt in der gebräuchlichen Drahtstärke (0,6 mm) aus reinen Metallen hergestellt werden, sind sehr homogen und zeigen auf Längen von mehreren Metern keine Abweichung, die 1° Unterschied bei der Temperaturmessung bewirken könnte. Dünne Drähte, die durch Aus-

ı aus den dicken hergestellt werden, sind gewöhnlich
er gleichmässig. So zeigten z. B. Drähte von 0,25 mm
etwa die doppelte Abweichung. Dieser Unterschied
ıen den dünnen und dicken Drähten konnte auch durch
ısches Ausglühen nicht beseitigt werden, dem die Drähte
em Gebrauch unterzogen wurden.
ei öfter wiederholter Erhitzung auf hohe Temperatur
n die Drähte unter Umständen ungleichmässiger werden.
iese Erscheinung ist auch schon früher hingewiesen.
pielt aber jetzt bei der Einhaltung der viel grösseren
ıgkeit eine wichtigere Rolle und wir müssen deshalb
ırlicher darauf eingehen.
)ie Veränderungen der Thermoelemente sind ähnlicher
vie sie nach Holborn und Wien für Platin und Palla-
durch Heizgase oder Wasserstoff in Gegenwart von
ım entstehen und auf den Widerstand dieser Metalle noch
r einwirken als auf ihre Thermokraft. Selbst bei der
ischen Heizung, wo Flammengase nicht zu fürchten sind,
n sich aus nicht hinreichend geglühten Ofenwänden Gase
:keln, die durch Platin hindurchgehen. Wir haben hierauf
in unserer ersten Abhandlung hingewiesen. Diese Gase
ı auch auf die Thermoelemente ein.
fan vermeidet sie möglichst bei Anwendung von Por-
, das einmal solche Gase nicht entwickelt, sodann auch
im unglasirten Zustande für sie wenig durchlässig ist.
Temperaturen unter 1100° kann man die Drähte noch
durch glasirtes Porzellan schützen. Alle Röhren aus
schmelzbaren Massen jedoch, die wegen der zu niedrigen
eratur (1400°) der Porzellanöfen im ungaren Zustande
ndet werden müssen, sind einmal porös, sodann entwickeln
ıfangs meist selbst in hoher Temperatur noch Gase, die
latin in Gegenwart von Silicium stark verändern können.
Benutzt man die Drähte von Thermoelementen, die durch
ı Einflüsse ungleichmässiger geworden sind, immer in
ben Anordnung, so beobachtet man oft nur geringe
schiede gegen die normalen Werte der Thermokraft.
er werden die Abweichungen stets, wenn man das Tem-
ırgefälle ändert. So beobachtete man mit einem ver-
nen Elemente C, das mit dem ungeänderten Element A

an der Lötstelle vereinigt war, bei 550° folgende Differenzen ($C-A$) in Mikrovolt, wenn die gemeinschaftliche Lötstelle aus der Mitte eines 40 cm langen elektrisch geheizten Rohres nach beiden Seiten herausgebracht wurde:

	I	II
Mitte	7	7
6 cm nach rechts	− 73	+ 3
6 cm nach links	+ 126	+ 36.

Bei I waren die Elemente gekreuzt, während bei II die beiden Drähte eines jeden Elementes je nach derselben Seite liefen. Anfangs hatten beide Elemente in allen Lagen auf 5 MV übereingestimmt, und C war erst verändert, seit es in einem Ofen aus nicht hinreichend ausgeglühter Chamotte gebracht war.

Wir könnten noch mehr Beispiele anführen, beschränken uns jedoch auf zwei Fälle, wo der Versuch gemacht wurde, die veränderten Drähte wiederherzustellen.

Das Element C', das zu dem Drahtvorrat T_2 gehörte, war längere Zeit in hoher Temperatur in langen Öfen benutzt und war aus demselben Grunde wie C verändert. In der alten Anordnung zeigte es jedoch bei der Vergleichung mit den Normalelementen H und G nur folgende geringe Unterschiede (MV):

	$H-C'$	$G-C'$		$H-C'$	$G-C'$
200°	+ 5	+ 5	800°	− 13	+ 5
300	+ 5	+ 6	900	− 12	+ 7
400	+ 4	+ 5	1000	− 13	+ 7
500	− 11	+ 6	1100	− 10	+ 8
600	− 13	+ 7	1200	− 9	+ 8
700	− 14	+ 7			

Das Element C' wurde darauf in den Schmelzofen gebracht, in dem sich schmelzendes Kupfer befand, wo es auf eine viel kürzere Länge erhitzt wurde. Es zeigte dabei 10092 MV an, während die beiden Normalelemente 10212 gaben. C' wurde danach eine Stunde bei heller Gelbglut ausgeglüht und zeigte danach 10095 MV für den Schmelzpunkt des Kupfers an. Erst nach mehrstündigem Glühen in heller Weissglut gab es 10170, und nachdem es alsdann um eine Länge von 5 cm an der heissen Lötstelle verkürzt war, erhielt man 10220. Für den Schmelzpunkt von Blei, Cadmium und Zink gab das Ele-

larauf in Uebereinstimmung mit den normalen Drähten
2460 und 3371 MV.
as Ausglühen der Drähte geschah elektrisch, indem ein
bis zu 17 Amp. hindurchgeschickt wurde. Bei Hinter-
erschaltung leuchten die beiden Drähte des Elementes
er Temperatur ungefähr gleich hell, da der kleinere
tand, den das Platin im kalten Zustande besitzt, durch
össeren Temperaturcoefficienten compensirt wird.
n Element *B* von derselben Gruppe war mehrfach in
i aus einer neuen Masse, die zum ersten Male probirt
bis 1600° erhitzt. Der Platindraht war dabei in der
ler Lötstelle sehr brüchig geworden und mehrfach neu
. Das Element zeigte danach bei 1000° um etwa 90 MV
lrig, wenn es in dem langen Ofen verglichen wurde. Im
zofen gab es jedoch für den Schmelzpunkt des Kupfers
10216 nur 9840 MV. Nachdem alsdann erst der
lraht, darauf der Platinrhodiumdraht um je 16 cm ver-
war, erhielt man 10290 bez. 10150 MV. Weitere Ver-
gen um 16 cm brachten keine Aenderung hervor. Diese
Stücke wurden deshalb wieder angesetzt und dann das
Element eine Stunde lang hell ausgeglüht. Am Schluss
man 10216 MV für den Schmelzpunkt des Kupfers.
das Ausglühen erhalten die Drähte, die nach stärkerer
ung ein stumpferes Ansehen annehmen, den Metallglanz
. Der Platindraht ist sowohl in seinem Aeussern, wie
iem thermoelektrischen Verhalten mehr verdorben, als
atinrhodium.
s ist wahrscheinlich, dass das Normalelement von früher,
s die von Holborn und Wien aufgestellte Scala re-
tirt und welches inzwischen vielfach bis 1600° zu Ver-
ngen benutzt worden ist, ähnliche Veränderungen er-
hat. Es zeigt jetzt bei 500 um 10° und bei 1000 um
i hoch gegen die früheren Angaben. Die neue Bestim-
des Goldschmelzpunktes giebt dagegen nur eine Diffe-
on 8°. Bei der früheren Messung war besonders dieser
schon gut bestimmt. Denn die grösste Abweichung
littel betrug bei 25 Messungen unter verschiedenen Be-
gen ± 4°, während sie bei Silber und Kupfer auf ± 10°
. Bei den tieferen Temperaturen sind damals leider

keine Fixpunkte bestimmt, sodass hier kein Vergleich me möglich ist.

Wir ziehen hieraus den Schluss, dass man die einn festgesetzte Temperaturscala sicher nur durch Fixpunkte, w die oben angegebenen Schmelzpunkte, aufrecht erhalten kan Ferner wird man gut thun, die Normalelemente in zwei Grupp zu teilen, von denen die eine nur für den Gebrauch bis : etwa 1200° in Porzellanöfen dient, während die andere au für höhere Temperaturen benutzt werden kann. Für die ist bis jetzt dieselbe Genauigkeit doch nicht zu erzielen, lange keine luftthermometrischen Messungen vorliegen und ei Verbesserung der technischen Hülfsmittel noch grosse Schwier keiten zu überwinden hat. Besonders soll noch darauf h gewiesen werden, dass bei der Messung von Temperaturgefäll wie sie zur Berechnung von Mitteltemperaturen grösserer Räu oft notwendig ist, auf die einwandfreie Beschaffenheit (Thermoelemente geachtet werden muss. Die beste Anordnu ist hier immer, wenn man die Temperatur an den verschieder Stellen gleichzeitig mit zwei Thermoelementen misst, wie es früher schon angegeben haben. Die Lötstellen der beid Elemente sind vereinigt, während man das Temperaturgefä in den Drähten für jedes Element möglichst verschie wählt.

Da für technische Betriebe, in denen die Temperat messung mittels Thermoelementen vielfach Eingang gefun hat, sich nicht übersehen lässt, bis zu welcher Grenze Elemente infolge von Beschädigung der Schutzröhren u anderen Zufällen verändert werden können, so ist hier e besondere Aufmerksamkeit angebracht, und zwar um so me je höher die zu messende Temperatur ist.

7. Schluss.

Zum Schlusse stellen wir unsere Angaben für die Schm punkte von Metallen mit den neueren Angaben anderer Be achter zusammen. Luftthermometrische Messungen von deren Beobachtern kommen hierbei nicht in Frage für hohen Temperaturen. Wir geben einmal die Messungen Platinwiderständen, wie sie von Callendar, sowie von Heyc

und Neville[1]) ausgeführt worden sind. Hierfür liegen nur luftthermometrische Messungen bis zu 445°, dem Siedepunkt des Schwefels, zu Grunde, nach der die höheren Temperaturen nach einer Formel zweiten Grades extrapolirt worden sind.

Ferner ist der Schmelzpunkt von Gold und Silber nach der Drahtmethode mit Thermoelementen von Berthelot[2]) gemessen. Die Temperaturmessung geschah nach einer optischen Methode. Es wurde nämlich der Brechungsindex und damit die Dichte einer Luftsäule bestimmt, die man in einem offenen, elektrisch geheizten Porzellanrohre erwärmte.

	Luft-thermometer	Platin-widerstand	Opt. Methode
Cadmium	321,7°	320,7°	
Blei	326,9	327,7	
Zink	419,0	419,0	
Antimon	630,6	629,5	
Aluminium	657	654,5	
Silber in Luft	955	955	962°
Silber, rein	961,5	960,7	—
Gold	1064,0	1061,7	1064
Kupfer in Luft	1064,9	—	
Kupfer, rein	1084,1	1080,5	

1) Die Zahlen beziehen sich meistens auf die Beobachtungen von Heycock und Neville (l. c.). Die neuste Angabe von Callendar (Phil. Mag. (5) 48. p. 519. 1899) weicht teilweise um 1° ab.

2) D. Berthelot, Compt. rend. 126. p. 473. 1898.

(Eingegangen 30. Mai 1900.)

8. *Temperaturdifferenz zwischen der Oberfläche und dem Innern eines strahlenden Körpers; von F. Kurlbaum.*

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Bei den experimentellen Untersuchungen über Strahlung wird die Temperatur der Oberfläche eines strahlenden Körpers gleich der seines Innern gesetzt, und zwar weil die Temperatur des Innern der Messung direct zugänglich ist, die der Oberfläche nicht. Unter Oberfläche ist hier natürlich nicht die mathematische Oberfläche verstanden, sondern auch die darunter befindlichen Schichten, die sich an der Ausstrahlung beteiligen, während ihre Ausstrahlung zum Teil von den darüber liegenden Schichten wieder absorbirt wird.

Bei den gut leitenden Metallen besitzen Oberfläche und Inneres merklich die gleiche Temperatur, bei gut strahlenden Oberflächen, die regelmässig zugleich schlechte Wärmeleiter sind, ist dies dagegen nicht immer der Fall. Es braucht kaum bewiesen zu werden, dass diesem Umstand einige Wichtigkeit zukommt, ich erinnere nur an die absoluten Bestimmungen strahlender Wärme, bei denen durchweg vorausgesetzt wird, dass Oberfläche und Inneres eines strahlenden sowie eines bestrahlten Körpers die gleiche Temperatur besitzen.

Im Folgenden möchte ich eine Methode geben, die Temperaturdifferenz zwischen Oberfläche und Innern wenigstens in einem bestimmten Fall zu messen, während bisher eine Methode hierfür nicht vorlag. Veranlasst wurde diese Untersuchung durch eine absolute Bestimmung strahlender Wärme mit Hülfe des Bolometers, bei der zunächst angenommen werden musste, der Temperaturzustand eines Bolometers sei genau derselbe, gleichviel ob das Bolometer durch Bestrahlung oder durch Stromwärme die Temperatur erreicht hätte. Es ist aber klar, dass ein durch Strom erwärmtes Bolometer aussen kälter als innen sein muss, während bei einem bestrahlten Bolometer die der Strahlungsquelle zugewandte Seite die heissere ist.

Methode.

In nachstehender Fig. 1 bedeuten B_1 und B_2 zwei Bolometer, zwischen denen eine Wand P aus 1 μ dickem Platinblech steht, welche beiderseits mit Platinschwarz überzogen ist. Es falle ein Strahlenbündel durch die Glasplatte G auf die schwarze Wand P, dann erwärmt sich die Wand und sendet Eigenstrahlung zu den Bolometern B_1 und B_2. Haben beide Seiten der Wand gleiche Temperatur, und ist die Situation vollkommen symmetrisch, so müssen sich die Wirkungen dieser Eigenstrahlung auf Bolometer B_1 und B_2 bei passender Schaltung in der Wheatstone'schen Brücke aufheben.

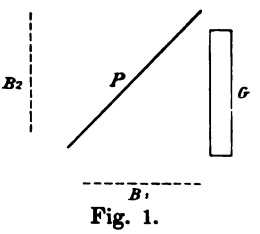


Fig. 1.

Umgekehrt kann bei ungleicher Wirkung auf die Temperaturdifferenz beider Seiten geschlossen werden. Hierbei ist noch die Wirkung der direct zu B_1 reflectirten Strahlen zu eliminiren, indem man G unmittelbar vor B_1 setzt und B_2 abblendet. In diesem Fall gelangen nur die reflectirten Strahlen nach B_1, während die Eigenstrahlung der Wand P vollständig von G absorbirt wird, da sie nur aus sehr langen Wellen besteht.

Die Intensität der zu B_1 reflectirten Strahlen ist die gleiche, ob die Strahlen zuerst G passirt haben und dann reflectirt werden, oder umgekehrt. Vorausgesetzt ist nur, dass sich das Absorptions- und Reflexionsvermögen der Wand innerhalb der vorkommenden Temperaturen nicht ändert. Auf den Umstand, dass bei der Stellung der Glasplatte G vor B_1 wegen schrägerer Incidenz eine grössere Glasdicke von den Strahlen durchsetzt wird, komme ich während der Besprechung der Fehlerquellen zurück.

Apparate.

Die bolometrische Anordnung ist schematisch im Horizontalschnitt in Fig. 2 dargestellt. Eine Messingplatte von 12 cm im Quadrat trägt die Rahmen für die Bolometer B_1 und B_2, welche rechtwinklig zu einander stehen, während sich auf der Winkelhalbirenden das geschwärzte Platinblech P von 1 μ Dicke befindet. Es ist auf einen Messingrahmen aufgelötet, der in die Führungen F_1 und F_2 passt, sodass seine Stellung

um 180° geändert werden kann. R_1 und R_2 sind Rahmen, in welche Glasplatten mit ihren Fassungen eingeschoben werden. Die Schirme S_1 und S_2 verhindern, dass Strahlung von den Diaphragmen D_1 und D_2 direct zu den Bolometern gelangen kann.

Ueber die Grundplatte passt ein Messingkasten, in dessen Wänden sich die mit Glasplatten verschlossenen Oeffnungen O_1 und O_2 befinden. Der Deckel des Kastens ist abnehmbar, sodass man die notwendigen Vertauschungen bequem vornehmen

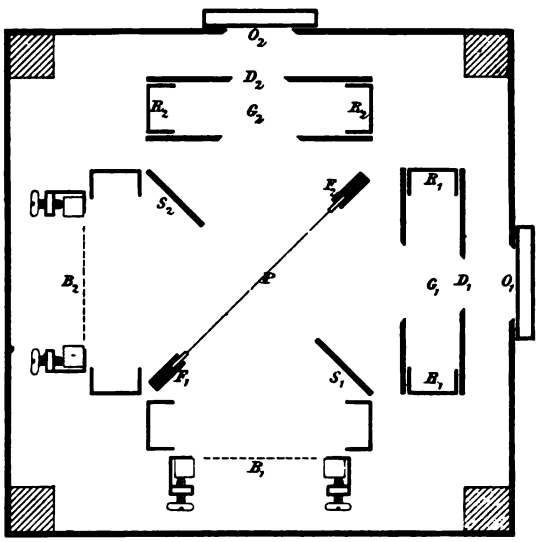


Fig. 2.

kann. Alle Teile im Innern des Kastens sind mit mattem Russlack geschwärzt. Da die Anordnung im Kasten möglichst symmetrisch zum geschwärzten Platinblech sein muss, so wurden Lehren verfertigt, nach welchen die einzelnen Abstände so regulirt wurden, dass die Lehren genau in die Zwischenräume passten.

Als Lichtquelle diente eine hundertkerzige Glühlampe mit zwei 1 mm dicken und 30 mm langen Kohlenfäden, hinter welcher ein Hohlspiegel stand; die Lampe brannte bei 29 Volt mit 12,6 Ampère.

Das Licht hatte noch eine Schicht von 2 mm Quarz und 20 mm Wasser, sowie eine Reihe von Diaphragmen zu passiren, ehe

es zum Bolometergehäuse gelangte. Zwischen der Lichtquelle und dem Absorptionsgefäss war ein Fallverschluss eingeschaltet.

Zu den beiden Bolometerzweigen wurde der Strom durch die Grundplatte geführt, sie bildeten mit zwei Manganindrahtrollen die vier Zweige einer Wheatstone'schen Brücke und waren so geschaltet, dass ihre Bestrahlung entgegengesetzte Ausschläge hervorrief. Die übrigen Apparate für die bolometrische Messung waren die gleichen, wie die früher benutzten und mehrfach beschriebenen.

Justirung.

Die im Bolometerkasten symmetrisch angeordneten Teile mussten noch auf ihre vollkommene Gleichheit untersucht werden. Beide Bolometerzweige wurden in einem anderen Kasten nebeneinander aufgestellt und abwechselnd der gleichen Strahlungsquelle ausgesetzt. Da das eine Bolometer, auch bei Vertauschung der Plätze, einen $1^1/_2$ Proc. grösseren Ausschlag gab, so wurde ihm in der Brücke ein kleiner Ballastwiderstand vorgeschaltet, der die Ausschläge bei gleicher Bestrahlung gleich machte.

Die beiden Seiten des elektrolytisch geschwärzten Platinbleches zeigten zunächst ein verschiedenes Reflexions- und Emissionsvermögen, wurden dann aber durch einseitige Elektrolyse gleich gemacht. Die Durchmesser der Diaphragmen D_1 und D_2, auf deren Grösse es hier allein ankommt, betrugen 15 mm und waren, wie Strahlungsmessungen ergaben, bis auf $^1/_6$ Proc. gleich. Die benutzten Glasplatten besassen eine merklich gleiche Durchlässigkeit.

Durch die nahe Abgleichung der Apparatenteile war es möglich, von sämtlichen noch vorhandenen kleinen Ungleichheiten frei zu werden. Bei jeder Messung wurde nämlich durch Drehung des Bolometerkastens um einen rechten Winkel abwechselnd die Oeffnung O_1 und O_2 der Lichtquelle zugewandt. Eine solche Drehung ist aber gleichbedeutend mit der Vertauschung der Bolometer, der beiden Seiten des geschwärzten Platinbleches, der Abstände des Bleches von den Bolometern, der Glasplatten und Diaphragmen. Es geben also zwei solche Messungen einen Mittelwert, der sämtlichen Vertauschungen entspricht, und dies ist wichtig, da es, wie

später gezeigt wird, nicht möglich ist, die Vertauschung vorzunehmen, ohne die Empfindlichkeit des Bolometers ändern.

Vorversuche und Hülfsbestimmungen.

1. Während sich (vgl. Fig. 2) in den Rahmen R_1 und Glasplatten befanden, wurde die Lichtquelle in einer Entfernu von ungefähr 12 cm von der Oeffnung O_1 aufgestellt und fiel beim Aufziehen des Fallverschlusses ein durch das Di phragma D_1 begrenztes Lichtbündel auf das geschwärzte Plati blech P, auf dem trotz des starken Absorptionsvermögens e scharf begrenzter, heller elliptischer Fleck sichtbar wurd Die schwarze Schicht sandte nun infolge ihrer Erwärmu die Strahlung W_1 und durch Reflexion die Strahlung R zu Bolometer B_1, während zum Bolometer B_2 nur die Eige strahlung W_2 der schwarzen Schicht gelangte. Bei der hi benutzten Schaltung der Bolometerzweige wurde ein Ausschl entsprechend $W_1 + R - W_2$, hervorgerufen, der sich gen messen liess.

Als aber zur Controle die Werte $W_1 + R$ und W_2 i sich allein gemessen wurden, indem eins der Bolometer dur einen geschwärzten Metallschirm verdeckt wurde, zeigte sic dass die einzelnen Werte und entsprechend ihre Differenz sehr voneinander abweichen. Bei einer längeren Versuch reihe nahmen die Ausschläge beständig ab und zwar oft l zu 3 Proc. Der Grund hierfür liegt darin, dass die Temp ratur des geschwärzten Platinbleches durch die Bestrahlu um ungefähr 4° erhöht wird und Luftströmungen im Kast entstehen, welche die im Bolometer bei Bestrahlung erzeug Wärme schneller fortführen, sodass das Bolometer ein kleineren Ausschlag anzeigt, also unempfindlicher erscheint Hatte der Bolometerkasten nach längerer Zeit wieder die u sprüngliche Temperatur angenommen, so wiederholte sich l jeder neuen Versuchsreihe die Abnahme der Ausschläge gleicher Weise. Eine solche Abnahme von 3 Proz. war se

1) Die Temperaturerhöhung des geschwärzten Platinbleches um ist roh dadurch gemessen, dass das Platinblech durch ein Bolometer v bekanntem Temperaturcoefficienten ersetzt wurde, welches, durch Str geheizt, die gleiche Strahlungsmenge pro Flächeneinheit aussandte.

deutlich nachweisbar, da die Grössen $W_1 + R$ und W_2 Ausschläge von etwa 200 mm hervorriefen, die auf ungefähr 0,5 mm genau waren.

Nun sind zwar die Differenzen $W_1 + R - W_2$ auch mit wechselnder Empfindlichkeit gemessen, da aber der Ausschlag nur etwa $^1/_{10}$ des Ausschlages von $W_1 + R$ ist, so nimmt auch der Fehler procentisch ab und tritt nicht mehr deutlich hervor. Gegenstand der Untersuchung ist hier nur $W_1 - W_2 / W_1$, und es ist somit erreicht, dass Zähler und Nenner mit gleicher procentischer Genauigkeit bestimmt sind.

2. Da bei der angewandten Methode abwechselnd eine Absorptionsplatte vor einen Bolometerzweig gesetzt und wieder entfernt werden muss, so ändert sich auch hierdurch die Empfindlichkeit des Bolometers und die Ausschläge sind nicht direct vergleichbar. Die Empfindlichkeit des Bolometers mit vorgesetzter Platte ist geringer, denn der Wärmetransport von dem durch Strahlung erwärmten Bolometer geschieht leichter durch die Platte hindurch, als durch die von der Platte verdrängte Luft, weil das Wärmeleitvermögen des Glases viel grösser als das der Luft ist.

Das Verhältnis beider Empfindlichkeiten kann leicht bestimmt werden, indem man den zu untersuchenden Bolometerstreifen allein mit 3 Widerständen aus dickem Manganindraht als Wheatstone'sche Brücke mit einem schwachen Strom abgleicht. Verstärkt man dann plötzlich den Strom, so erwärmt sich der Bolometerzweig und man erhält einen Ausschlag; das Verhältnis der Ausschläge bei vorgesetzter und nicht vorgesetzter Platte giebt das Verhältnis der Empfindlichkeiten des Bolometers, und hierdurch sind die Ausschläge reducirbar.

Ausschläge:

Ohne Platte		Mit Platte	
1	42,6 mm	3	37,8 mm
2	42,9	4	37,5
7	43,0	5	37,9
8	42,4	6	37,9
Mittel	42,7 mm		37,8 mm

Der Reductionscoefficient für die mit vorgesetzter Platte erhaltenen Ausschläge ist also 42,7/37,8 = 1,13.

Da die zu reducirenden Ausschläge sehr klein sind, so genügt eine Genauigkeit des Coefficienten von 1 Proc.

3. Die Platinbleche von 1 μ Dicke pflegen einzelne mikroskopisch feine Löcher zu besitzen, sodass durch das geschwärzte Blech hindurch Lichtstrahlen zum Bolometer gelangen, welche zu der Eigenstrahlung des Bleches hinzutreten. Diese Strahlungsmenge lässt sich bestimmen, indem man die Glasplatte direct vor das eine Bolometer setzt und das andere abblendet. Ihr Betrag ist nur ungefähr ein Fünftausendstel von der auf das Platinblech auffallenden Lichtmenge, sodass also dieser Bruchtheil der Platinfläche aus feinen Löchern besteht. Die Löcher werden sowohl von Platinschwarz wie von dem feinen Petroleumruss freigelassen, und zwar hatten alle von mir untersuchten 1 μ dicken Bleche solche Löcher.

Ein Kriterium dafür, dass die gemessene Strahlung nur aus durchgelassener Strahlung und nicht etwa aus Wärmestrahlung der Glasplatte bestand, liegt in dem Verschwinden des Ausschlages mit Schluss des Fallbrettes, ferner wurde bei den endgültigen Versuchen die Glasplatte durch zwei Platten mit einer Luftschicht ersetzt.

Versuche.

Nach den vorstehenden Gesichtspunkten ergab sich folgende Versuchanordnung als die vortheilhafteste, die mit Hülfe von Fig. 1 verständlich ist. Durch das Diaphragma D_1 begrenzt geht beim Aufziehen des Fallverschlusses die Strahlung der Glühlampe zum beiderseits geschwärzten Platinblech P; von dort gelangt eine Strahlungsmenge $R + W_1$ zum Bolometer B_1, welche aus dem reflectirten Licht R und aus der durch Temperaturerhöhung des Platinbleches ausgestrahlten Menge W_1 besteht. Zum Bolometer B_2 gelangt die Strahlung $W_2 + D$, welche aus der Eigenstrahlung W_2 des Platinbleches und der durch die mikroskopisch feinen Löcher hindurchgelassenen Lichtmenge D besteht.

Die zu den Bolometern B_1 und B_2 gelangenden Strahlungsmengen wirken auf das Galvanometer entgegengesetzt, dahe ist der hervorgerufene Ausschlag in willkürlichem Maass

$$A_1 = W_1 + R - W_2 - D.$$

Wird nun B_2 durch eine dicke, geschwärzte Metallplatte abgeblendet, so ist der Ausschlag

$$A_2 = W_1 + R.$$

Wird dann die Glasplatte G_1 in den Rahmen unmittelbar vor dem Bolometer B_1 gesetzt, so ist wegen der Absorption von W_1 der Ausschlag

$$A_3 = R.$$

Setzt man schliesslich den Metallschirm vom Bolometer B_2 vor B_1 und die Glasplatte G_1 vor B_2, so erhält man den Ausschlag $A_4 = D$, wodurch die relative Grösse der vier Strahlungsmengen bekannt ist, und

$$\frac{W_1 - W_2}{W_1} = \frac{A_1 - A_3 + A_4}{A_2 - A_3}$$

erhalten wird.

Jeder Ausschlag wurde, wie aus Tab. 1 ersichtlich ist, wiederholt, während das Licht durch das andere Diaphragma D_2 eintrat und die entsprechenden Vertauschungen vorgenommen waren.

Tabelle 1.

Ausschläge bei Eintritt des Lichtes durch Diaphragma.

	D_1		D_2		Mittelwert
A_1	1	20,5	3	20,3	20,3 mm
	2	20,3	4	20,4	
	7	19,9	5	20,2	
	8	20,1	6	20,4	
A_2	1	252,4	3	253,4	252,8 mm
	2	252,1	4	253,1	
	7	252,7	5	252,9	
	8	252,8	6	252,8	
A_3	1	19,0	3	19,3	19,0 . 1,13 [1]) = 21,5 mm
	2	18,7	4	18,9	
	7	18,6	5	19,2	
	8	19,3	6	18,9	
A_4	1	2,0	3	2,3	2,2 . 1,13 [1]) = 2,5 mm
	2	2,1	4	2,2	
	7	2,3	5	2,5	
	8	2,2	6	2,0	

$(W_1 - W_2) : W_1 = 0{,}006.$

1) 1,13 ist der p. 552 erwähnte Reductionscoefficient.

Nach dieser Beobachtungsreihe beträgt also die Te peraturdifferenz zwischen beiden Seiten des mit Platinschw überzogenen Platinbleches, auf welchem 1,2 mg/qcm nied geschlagen waren, 0,6 Proc. der Temperaturerhöhung des Blec über die Umgebung. Der so gewonnene Wert muss, wie ob erwähnt, unabhängig von kleinen Unsymmetrien im Appa sein. Es wurden fünf solche Reihen mit jedesmal ne Justirung des Apparates beobachtet, indem Bolometer B_1 u B_2, Diaphragma D_1 mit D_2, Glasplatte G_1 mit G_2 und beiden Seiten des Platinbleches P unter sich vertauscht w den. Die Mittelwerte sind in Tab. 2 zusammengestellt.

Tabelle 2.

Platinschwarz.

	A_1	A_2	A_3	A_4	$\frac{W_1 - W_2}{W_1}$
1	20,3	252,8	21,5	2,5	0,006
2	20,0	252,1	21,9	2,4	0,002
3	22,0	277,3	22,9	2,3	0,005
4	20,4	249,7	21,9	2,4	0,004
5	18,9	232,8	20,2	2,1	0,004
					Gesamtmittel 0,004

Diesem Gesamtmittel von 0,4 Proc. entspricht, da d Platinblech eine ungefähr 4° höhere Temperatur als seine U gebung hatte, eine Temperaturdifferenz zwischen beiden Sei des Bleches von nur ungefähr 0,016°.

In derselben Weise sind für ein beiderseits mit Petroleu russ geschwärztes Platinblech von 1 μ Dicke, auf welch 0,3 mg/cm Russ aufgetragen waren, die fünf Werte der Tab erhalten.

Tabelle 3.

Petroleumruss.

	A_1	A_2	A_3	A_4	$\frac{W_1 - W_2}{W_1}$
1	29,4	244,0	27,9	2,4	0,018
2	33,3	279,3	31,3	2,8	0,019
3	32,6	268,8	30,2	2,6	0,021
4	32,1	272,4	31,5	2,4	0,012
5	30,5	255,1	29,7	2,5	0,014
					Gesamtmittel 0,017

Diesem Gesamtmittel von 1,7 Proc., welches etwa viermal grösser als das für Platinschwarz gefundene ist, entspricht bei einer Temperaturerhöhung von 4° über die Umgebung eine Temperaturdifferenz beider Seiten von 0,068°.

Fehlerquellen.

1. Reflexionen.

Das Innere des Bolometerkastens ist mit einem matten, möglichst schwarzen Russlack überzogen, derselbe reflectirt jedoch immer noch 5 Proc. der auffallenden Wärmewellen, von den sichtbaren Wellen allerdings viel weniger. Es scheint nun auf den ersten Blick, dass diese diffusen Reflexionen eine grosse Fehlerquelle bilden, da das eintretende Lichtbündel ein sehr intensives ist. Dies Lichtbündel hat aber eine Schicht Wasser passirt und besteht hauptsächlich aus Strahlen, für welche das Auge ganz unvergleichlich empfindlicher ist als das Bolometer, sodass jede Reflexion leichter mit dem Auge als mit Hülfe des Bolometers wahrgenommen wird. Glüht man z. B. ein Platinblech bis zur deutlich sichtbaren Rotglut und giebt dem Bolometer eine solche Empfindlichkeit, dass es einige Hundert Skahlenteile anzeigt, so erhält man bei eingeschalteter Wasserschicht keinen Ausschlag, während das Auge noch leicht ein Tausendstel der durchgelassenen Lichtmenge wahrnimmt. Diese Ueberlegenheit des Auges nimmt für kürzere Wellen noch bedeutend zu.

Es sind nun in dem von der Glühlampe ausgehenden Lichtbündel allerdings immer noch Strahlen, die das Auge gar nicht wahrnimmt, das gesamte Lichtbündel ruft aber nach der ersten Reflexion am geschwärzten Platinblech nur einen Ausschlag von ungefähr 20 mm hervor und bleibt bei Schwächung länger für das Auge nachweisbar als für das Bolometer. Es kann also hier ein schädlicher Reflex dem Auge nicht entgehen.

Sobald sich nun auf dem geschwärzten Platinblech die Lichtstrahlen in Wärme umgesetzt haben, sendet es Wärmestrahlen aus, die ungefähr einen zehnmal grösseren Ausschlag hervorrufen als die reflectirten Strahlen. Da die Wärmestrahlen im Betrage von 5 Proc., und zwar nicht selectiv, reflectirt werden, so sinkt ihre Gesamtintensität nach der zweiten Re-

flexion, durch welche sie bei der Anordnung im Kasten frühesten zum Bolometer gelangen könnten, auf $^1/_4$ Proc., d. h. auf di Grösse der Beobachtungsfehler.

Die im Bolometerkasten stehenden Glasplatten, welch von den Lichtstrahlen 8, von den Wärmestrahlen 10 Proc reflectiren, sind bis auf die benutzten Stellen abgeblendet un so aufgestellt, dass die Strahlen durch einmalige Reflexio nicht zum Bolometer gelangen können.

2. Schwingungsdauer des Galvanometers.

Für diese Untersuchungen ist es nicht gleichgültig, welch Schwingungsdauer das Galvanometer besitzt, denn die Wider standsänderungen in der Brücke sind während der Dauer de Ausschlages nicht constant, sondern sie erreichen allmählich ihren grössten Wert, indem im Bolometerzweig der stationär Zustand eintritt. Fallen nun auf das Bolometer Lichtstrahle nur durch Reflexion an der Platinwand, so tritt dieser stationär Zustand früher ein, als wenn Wärmestrahlen von dem gleichfall einem stationären Zustand zustrebenden Platinblech ausgehen Da nun zwei gleich grosse Widerstandsänderungen bei ver schieden schnellem Anwachsen verschieden grosse Ausschläge her vorrufen, so ist es nötig, den stationären Zustand zu beobachten

Dies geschieht wegen der Unbequemlichkeit einer seh grossen Schwingungsdauer am leichtesten, indem man der Nade eine so starke Luftdämpfung giebt, dass sie fast ohne Umkehr punkt in ihre Ruhelage geht. Die Zeit des Ausschlages, de durch eine konstante Widerstandsänderung hervorgerufen wurde betrug hier 6 Secunden, bei einer Grösse des Ausschlages vo 100 mm ging der Ausschlag nur etwa 1 mm zurück. Dies Rückbewegung der Nadel erschien bei Licht- und Wärme strahlung noch verkleinert, der abgelesene Ausschlag entspra der Ruhelage für den stationären Zustand.

3. Absorption und Reflexion der Glasplatten.

Es war p. 547 gesagt, dass es gleichgültig sei, ob das a Platinblech reflectirte Licht die Glasplatte mehr oder wenig schräg, also in verschieden dicker Schicht durchsetze. Di ist nur insofern richtig, als die Strahlung vorher eine Schic Wasser und mehrere Glasplatten passirt hat und daher a

Wellen besteht, die von Glas nur noch wenig absorbirt werden. Ferner ist der gesamte Betrag der am Platinblech reflectirten Strahlung klein, der Ausschlag beträgt 20 mm, sodass eine Aenderung der an und für sich sehr geringen Absorption des Glases nicht mehr nachweisbar war.

Dasselbe gilt für die am Glase stattfindenden Reflexionen, die ungefähr 8 Proc. betragen und daher 1,6 mm entsprechen, sodass die Aenderung an dieser Grösse innerhalb der vorkommenden Winkel gleichfalls nicht mehr nachweisbar war. Natürlich kann diese Aenderung der Absorption und Reflexion bolometrisch leicht bestimmt werden, wenn sie zum Gegenstand einer besonderen Untersuchung gemacht wird, hierbei wäre auch zu berücksichtigen, dass eine eingeschaltete Glasplatte die Lichtquelle näher bringt.

Es sei hervorgehoben, dass durch eine derartige Fehlerquelle die Temperaturdifferenz zwischen beiden Seiten des geschwärzten Platinbleches zu gross gefunden werden müsste.

Resultate.

Es war gefunden, dass die Temperaturdifferenz zwischen beiden Seiten des geschwärzten Platinbleches gleich 0,016° war, wenn die Temperaturerhöhung über die Umgebung 4° betrug und die Schwärzung durch Platinschwarz hervorgerufen war. War das Blech mit Russ geschwärzt, so betrug die Temperaturdifferenz 0,068°. Diese Zahlen haben natürlich nur für den im Experiment vorliegenden Fall Gültigkeit. Sobald z. B. statt der Lichtstrahlen Wärmestrahlen einfallen, wird die Temperaturdifferenz kleiner, weil für diese Strahlen die schwarze Schicht durchlässiger ist und daher die Erwärmung mehr in tieferen Schichten erfolgt.

Die angegebenen Temperaturdifferenzen sind natürlich nicht genau gemessen, sondern es ist nur ihre ungefähre Grösse gezeigt, denn die Temperaturdifferenz ist z. B. bei Platinschwarz nicht wesentlich grösser als die in der Ungenauigkeit der Messungen liegenden Fehler. Jedenfalls ist sie wesentlich kleiner, als manche Physiker angenommen haben, und es ist eine Correction bei Strahlungsmessungen, wenigstens bei Platinschwarz daher kaum anzubringen, denn in dem praktischen Fall einer Oberflächenstrahlung tritt ungefähr nur

der halbe Betrag der obigen Grössen auf, da ja die Wärm nicht zwei strahlende Schichten zu passiren hat, sondern durc eine gut leitende metallische Fläche direct der strahlende Schicht zugeführt wird, z. B. in dem Fall, dass ein Bolomet durch Strom erwärmt wird, der die Veranlassung zu diese Untersuchung gab.

Die gewählte Erhöhung der Temperatur um 4° übe die Umgebung wird bei Bolometern, wenn man von der Be stimmung der Polarconstante absieht, kaum erreicht werden aber auch für kleinere Temperaturerhöhungen wird procentisch die Temperaturdifferenz zwischen Oberfläche und Inneren des Bolometers angenähert bestehen bleiben, da ja die Aus strahlung und das Leitvermögen der Luft, welche die Tempe raturdifferenz bedingen, sich innerhalb des kleinen Temperatur intervalles in der Nähe von Zimmertemperatur z. B. von 290 bis 294° abs. genügend genau durch lineare Functionen dar stellen lassen, trotzdem die Ausstrahlung mit der vierte Potenz der Temperatur zunimmt.

Sobald der ausstrahlende Körper eine wesentlich höhe Temperatur besitzt, wird die Temperaturdifferenz zwische Oberfläche und Innerem gleichfalls procentisch grösser. Fü gewisse Fälle lässt sich diese Temperaturdifferenz berechnen nämlich für einen im Vacuum strahlenden Körper, desse Emissions- und Wärmeleitvermögen bekannt ist, also z. B. für eine Thermometerkugel von 100°, welche zu einer schwar zen Hülle von 0° strahlt. Setzt man die Emission des Glases

$$h_{100} - h_0 = 0{,}016 \frac{\text{g-Cal.}}{\text{cm}^2 \text{ sec}},$$

seine Wärmeleitfähigkeit

$$\lambda = 0{,}002 \frac{\text{g-Cal.}}{\text{sec}},$$

die Dicke der Glaswandung $d = 0{,}02$ cm, und nimmt man an, dass die Temperatur des Quecksilbers constant auf 100° und die der schwarzen Hülle auf 0° gehalten wird, so ergiebt sich durch Gleichsetzung des Ausstrahlungsverlustes und des Wärmedurchganges bei der Temperaturdifferenz x zwischen äusserer und innerer Oberfläche des Glases

$$h_{100} - h_0 = \frac{\lambda x}{d}$$

und $x = 0{,}16°$.

Diese Differenz kann also zur Erklärung erheblicher Fehler nicht herangezogen werden.

Wegen der guten Wärmeleitfähigkeit der Metalle ist selbst bei den höchsten Temperaturen die Temperaturdifferenz zwischen der metallischen Oberfläche und dem Innern kaum zu fürchten. Z. B. ist innerhalb eines elektrisch geglühten Platinbleches, dessen Dicke $d = 0{,}01$ cm und dessen Oberfläche schwarz ist, und welches bei 1800^0 abs. im Vacuum strahlt, die grösste vorkommende Temperaturdifferenz

$$x = \frac{\sigma \cdot 1800^4}{\lambda} \cdot \frac{d}{2},$$

worin die Strahlungsconstante

$$\sigma = 1{,}28 \frac{\text{g-Cal.}}{\text{cm}^2 \text{ sec}} \cdot 10^{-12}$$

und das Wärmeleitvermögen des Platins

$$\lambda = 0{,}2 \frac{\text{g-Cal.}}{\text{sec}}$$

gesetzt, $x = 0{,}34^0$, also eine relativ kleine Grösse.

Innerhalb der auf das Blech aufgetragenen schwarzen Schicht sind die Temperaturdifferenzen aber viel grösser; nimmt man als Dicke 0,005 cm und als Wärmeleitung die gewiss zu hohe des Glases, also 0,002 an, so ergiebt sich eine Temperaturdifferenz von 34^0, die einer Strahlungsänderung von 7 Proc. entspricht.

Durch die Wärmeleitung und die Convection der Luft wird diese Temperaturdifferenz noch vergrössert, man sieht daher, welchen Vorteil die Verwirklichung des theoretisch schwarzen Körpers gegenüber einer geschwärzten Oberfläche in der genaueren Bestimmung der Oberflächentemperatur bietet, denn der durch die Oberflächeneinheit fliessende Wärmestrom ist beim schwarzen Hohlkörper ausserordentlich gering und daher eine merkliche Temperaturdifferenz zwischen der Oberfläche und den tiefer liegenden Teilen nicht vorhanden.

(Eingegangen 30. Mai 1900.)

9. *Ueber die Abhängigkeit des Charakters elektrischer Dauerentladung in atmosphärischer Luft von der dem Entladungsraume continuirlich zugeführten Elektricitätsmenge, nebst einem Anhange zur Kenntnis der Kugelblitze;*

von Max Toepler.

(Gekürzte Habilitationsschrift.)

Die Mannigfaltigkeit der elektrischen Entladungserscheinungen in freier Luft von Atmosphärendruck erschwert e Ueberblicken derselben; in vorliegender Arbeit soll nun ve sucht werden, sie von einem noch nicht gebräuchlichen G sichtspunkte aus, welcher eine übersichtliche Zusammenfassu gestattet, zu behandeln.

Schaltet man in den Schliessungskreis einer galvanisch Kette oder Accumulatorenbatterie einen nicht zu gross Schlagraum, so fliesst durch letzteren ein Strom. Stromstär und Spannung im ganzen Stromkreise reguliren sich hier dera dass in der Stromquelle ein constanter, durch die elektr motorische Kraft der Kette gegebener, willkürlich variab Sprung der Spannung herrscht. Die Ohm'schen Widerstän im Leiterkreise in Verbindung mit dem eigentümlichen G widerstande der sich im Schlagraume ausbildenden Entladun form (Glimmen, Büschel etc.) reguliren hier die Stromstär als abhängig variable Grösse.

Andererseits kann man sich den Fall denken, dass irgend einer Stelle eines Leiterkreises (mit Schlagraum) ei Elektricitätsquelle liegt, welche die Eigentümlichkeit besit dass durch sie beständig ein constanter Strom von willki licher Stärke erzeugt wird, und kann dann nach der sich h stellenden Verteilung der Spannung auf dem Stromkreise u der im Schlagraume auftretenden Entladungsform als abhäng variabler Grössen fragen.

Die letztere Fragestellung gewinnt dadurch praktisch Interesse, dass wir (wie in Abschnitt I näher gezeigt werd wird) in den vielplattigen Influenzmaschinen in der Tl

Stromquellen der zweitgenannten Art besitzen. Die in vorliegender Arbeit angegebenen Versuche zeigen aber weiter, dass die Einführung der Stromstärke als unabhängig variable Grösse auch an und für sich zweckmässig ist. Die mitgeteilten Beobachtungen ergeben nämlich, *dass die Entladungsform im Schlagraume im wesentlichen durch die Geschwindigkeit der Elektricitätszufuhr zu den Elektroden eindeutig bestimmt ist.*

In vorliegender Arbeit will ich also versuchen, eine zusammenfassende Darstellung der Abhängigkeit des Entladungsvorganges im Schlagraume von der (mittleren) Stromstärke zu geben, und zwar ausschliesslich für Elektricitätsentladung durch gewöhnliche Luft von Atmosphärendruck. Schon dieses Gebiet hat einen so grossen Umfang, dass ich mich im wesentlichen auf allgemein orientirende Beobachtungen und Messungen beschränken musste. Eine überwiegende Berücksichtigung hat von mir die Entladung zwischen einer zugespitzten und einer plattenförmigen (Halbleiter-) Elektrode gefunden; in diesem Falle erhält man besonders einfache Entladungsvorgänge.

I. Influenzmaschine als Stromquelle; Elektrodencapacität.

Als Stromquelle diente bei meinen Versuchen eine 60 plattige Toepler'sche Influenzmaschine. Diese lieferte mit *maximaler* Umlaufsgeschwindigkeit ihrer 60 beweglichen Glasscheiben (d. h. für etwa 20 Umdrehungen derselben in der Secunde):

bei	5000	Volt	Spannungsdifferenz	der	Conductoren	2,1	Tausendstel Amp.,
„	40000	„	„	„	„	1,9	„ „
„	60000	„	„	„	„	1,7	„ „
„	80000	„	„	„	„	0,5	„ „
„	90000	„	„	„	„	0,1	„ „

Hierdurch ist der Stromstärken-Spannungsbereich meiner Untersuchungen in vorliegender Arbeit gegeben.

Bei vielplattigen Influenzmaschinen, die mit einem Systeme von schrägen Conductoren versehen sind, ist die Elektricitätsmenge, welche von den rotirenden Glasscheiben auf die Saugvorrichtungen (Spitzenkämme) der Maschinenconductoren abströmt, bekanntlich der Rotationsgeschwindigkeit der Scheiben nahe proportional, und nahezu *unabhängig* von der Spannung auf den Conductoren.

Gleichgültig, ob der Elektricitätsfluss im Schlagraume nal continuirlich (z. B. in Form eines Büschellichtbogens) od ausgesprochen zeitlich discontinuirlich (als Funkenstrom) e folgt, gleichgültig ferner, wie gross hierbei die (mittlere) Spa nungsdifferenz der Elektroden ist, die benutzte 60 plattig Influenzmaschine entwickelt in der Zeiteinheit angenähert di gleiche (der Rotationsgeschwindigkeit der Maschinenscheibe proportionale) Elektricitätsmenge.[1])

Erst bei grösseren Spannungsdifferenzen als 50000 Vo nimmt die von den rotirenden Scheiben auf die Maschine conductoren abfliessende Elektricitätsmenge rasch ab (wob im Innern der Maschine der einer Nutzniessung unzugänglich Strom im Systeme der sogenannten Querconductoren zunimmt Die Abnahme der gelieferten Stromstärke bei sehr hohe Spannungen ist natürlich gegebenenfalles bei Interpretatio der im Schlagraume auftretenden Entladungserscheinungen z berücksichtigen.

Die zunächst etwas eigentümlich erscheinende Einführun der mittleren Stromstärke (fortgeführten Elektricitätsmeng als einer *unabhängig* Variablen, der Entladungsform und d Spannungsdifferenz der Elektroden als abhängig variabler Grösse erscheint nach dem Gesagten durchaus gerechtfertigt.

Elektrodencapacität: Die Auflösung des constanten Maschine stromes in eine Reihe von Stossentladungen im Schlagraun ist bedingt durch die Möglichkeit, auf den *Leiter*teilen beide seits des Schlagraumes Elektricität anzuhäufen.

Ich will unter „*Elektrodencapacität*" bei jeder Elektro die gesamte elektrische Capacität (in Centimetern oder Fara aller derjenigen Leiterteile verstehen, welche in gutleitend *metallischer* Verbindung mit dem Einströmungspunkte der Ele tricität in den Schlagraum stehen, und demnach unter Ur ständen ihre Ladung in letzteren momentan einströmen lass können.

Sind die Elektroden metallisch mit den Maschinencc ductoren verbunden, oder erfolgt die Entladung einfach zwisch den auseinandergezogenen Maschinenconductoren, so ist hi nach die Elektrodencapacität beiderseits je vom Schlagrau

1) Vgl. hierzu auch Tab. IX im XI. Abschnitte der vorliegen Arbeit.

bis zu den rotirenden Glasscheiben (der eigentlichen Stromquelle), also die Maschinenconductoren mit umfassend, zu rechnen. Sind *sehr grosse* Widerstände (Flüssigkeitssäulen, Halbleiter) in die Zuleitungen zu den Schlagraumelektroden eingeschaltet, so zählt die Elektrodencapacität nur vom Schlagraume bis zu diesen Widerständen. Ist das Material der Elektrode selbst ein Halbleiter, so ist ihre Elektrodencapacität als *sehr klein* anzusehen.

Ist die Elektrodencapacität beiderseits des Schlagraumes *verschieden* gross, so erfolgt, wie gleich hier vorausgreifend bemerkt sei, der Entladungsvorgang derart, als ob beiderseits die *kleinere* Elektrodencapacität vorhanden wäre; dies gilt jedoch nur so lange, als der Unterschied beider Capacitäten nicht allzugross ist.

II. Klassification der Entladungsformen.

Der Durchgang der Elektricität durch einen Luftraum hängt in qualitativer und quantitativer Hinsicht mit sehr vielen verschiedenartigen Grössen zusammen. Man kann hier unterscheiden — zunächst die in jedem einzelnen Falle *willkürlich festgelegten* Grössen, wie Intensität der Stromzuführung, Schlagweite, Elektrodengestalt, Elektrodencapacität, Luftdruck im Schlagraume, magnetische Feldstärke, Temperatur in ihm, die Gasart, welche den Schlagraum erfüllt (feuchte, trockene Luft) etc. — andererseits aber Grössen wie die Spannungsdifferenz der Elektroden, die Grösse und Gestalt der Fläche, aus welcher die Elektricität wirklich in den Schlagraum eintritt, die Wirkung des Stromes auf die Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden, die Art der räumlichen Ausbreitung des Elektricitätsflusses im Schlagraume, die Aenderung des elektrischen Feldes durch die Menge und Verteilung der je gerade im Schlagraume befindlichen elektrischen Teilchen, die chemische Veränderung des Gases im Schlagraume (Ozonisirung eventuell Ionisirung), die Wärmeerzeugung durch den Strom selbst etc., vor allem auch das mehr oder minder energische Mitreissen der Luft (Ausbildung von Gebläsen[1]) durch den Strom). Diese zweit-

1) A. v. Obermayer hat hierbei Windgeschwindigkeiten bis zu 2 m/sec nachgewiesen; vgl. Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 93. p. 419. 1886.

genannten Factoren lassen sich zwar auch zum Teil willkürlich beeinflussen, sind aber doch im grossen und ganzen nur als *sich selbst gegenseitig regulirende* anzusehen.

Bei Anstellung von Entladungsversuchen (mit constanter Stromzuführung) verfährt man nun derart, dass man für eine bestimmt getroffene Wahl der erstgenannten, willkürlichen Grössen beobachtet, was im Schlagraume vor sich geht. Es ist nun zweierlei möglich; entweder die gegenseitige Selbstregulirung der zweitgenannten Grössen führt zu einem nahezu stationären Zustande des Elektricitätsflusses im Schlagraume oder nicht. In ersterem Falle sprechen wir von einer (zeitlich) nahe continuirlichen Entladung (*Dauer*entladung), wie z. B. im Flammenbogen, in letzterem Falle dagegen von zeitlich discontinuirlicher Stossentladung, deren hervorragendster Repräsentant der Funkenstrom ist.

Formen der nahe continuirlichen Entladung: Die Gesamterscheinung des nahe continuirlichen Entladungsvorganges kann nun, wie die Beobachtung lehrt, sehr verschiedenartig sein. So unterscheidet man

Glimmentladung,
Büschelentladung,
Büschellichtbogen [1]),
Flammenbogen.

Diese Unterscheidung stützt sich zunächst nur auf eine ganz specielle Eigenschaft des Entladungsvorganges, nämlich auf seine Lichterscheinung; sie erweist sich aber auch sonst als recht zweckmässig. Zu berücksichtigen ist hierbei freilich, dass sich überall lückenlose Uebergänge zwischen den einzelnen Entladungsformen beobachten lassen, dass also die Klassification nicht immer streng durchführbar ist. Auch dürfte mit den genannten die Zahl der zweckmässigerweise voneinander überhaupt zu unterscheidenden Entladungsformen, wenigstens bei grösserer Schlagweite [2]), noch nicht erschöpft sein.

1) Diese Entladungsart habe ich früher eingehender untersucht; vgl. Wied. Ann. **63.** p. 109. 1897; Abhandl. d. naturw. Gesellsch. Isis in Dresden 1898. p. 3, sowie Beibl. **22.** p. 596. 1898; schliesslich Wied. Ann. **66.** p. 660. 1898 und **69.** p. 680. 1899.

2) Vgl. die Angaben über die „Streifenentladung" in Abschn. XXII.

Formen zeitlich discontinuirlicher Entladung: Wenn im Schlagraume ein Elektricitätsfliessen nur stossweise mit sich wiederholender Unterbrechung stattfindet, so beobachtet man solche Entladungserscheinungen, welche sich auffassen lassen als ein wiederholtes *kurzdauerndes* Auftreten von Formen der nahe continuirlichen Entladung.

Positiver und negativer Anteil jeder Entladung.

A. Bei Anwendung *symmetrischer* Versuchsanordnung zwischen gleich beschaffenen, gleich grossen Metallelektroden bilden sich keineswegs die einfachsten Entladungsvorgänge aus.

Alle Entladungserscheinungen lassen hier mehr oder minder deutlich einen positiven (der Anode zugelegenen) und einen negativen Anteil (nach der Kathode hin) unterscheiden. Das Grenzgebiet zwischen beiden Anteilen heisst „ausgezeichnete Stelle". [1])

Eine gleich intensive Entwickelung des positiven und negativen Anteiles ist — auch bei ganz symmetrischer Versuchsanordnung — nur selten. Meist überwiegt der positive Anteil.

Es wurde im Vorangehenden stillschweigend angenommen, dass die Entladungsform beider Anteile der Gesamterscheinung gleichartig ist, dass z. B. beide Anteile die Gestalt der Büschelentladung haben, oder beide diejenige des Büschellichtbogens besitzen etc. Dies ist indessen keineswegs immer der Fall; nicht allzu selten beobachtet man z. B., dass der

---

1) Am schärfsten findet sich die ausgezeichnete Stelle meist in der Lichterscheinung der Büschelentladung ausgeprägt; sie ist hier das Gebiet des Aufeinandertreffens des positiven und negativen Gebläses. Bezüglich der ausgezeichneten Stelle beim Büschellichtbogen vgl. Abhandl. Isis l. c., sowie Beibl. l. c. Bezüglich des Flammenbogens vgl. u. a. O. Lehmann, Wied. Ann. **63.** p. 297. Fig. 9. 1897. Auch die Funkenentladung lässt die ausgezeichnete Stelle erkennen, entweder direct (als dunkle Intermittenzstelle, vgl. P. Riess, Pogg. Ann. **137.** p. 451. 1869) oder besser noch bei Beobachtung des Funkens mit dem Schlierenapparate (vgl. A. Toepler, Pogg. Ann. **134.** p. 199, sowie Taf. III, Fig. 4—8. 1868); besonders deutlich erscheint die ausgezeichnete Stelle oft in der Spur auf Russ etc. gleitender Funken (vgl. Abhandl. Isis l. c. Photogramm 22; K. Antolik, Wied. Ann. **3.** p. 483. 1878).

eine Anteil die Form der Büschelentladung, der andere d des Büschellichtbogens zeigt. [1])

Jeder Anteil erscheint hiernach bis zu einem gewissen Grad *als ein selbständiges Gebilde.* [2])

B. Durch besondere Wahl der Versuchsbedingungen läss sich der eine oder andere Entladungsanteil bis zu hohem Grad *willkürlich* unterdrücken. Man beobachtet nämlich, dass einer seits die Gestalt der Elektroden, andererseits die Elektrodencapacität die Lage der ausgezeichneten Stelle beeinflusse *Steht ein plattenförmiger Halbleiter* (Schiefer, Basalt) *einer spitz Metallelektrode von nicht zu kleiner Capacität gegenüber, so der Entladungsanteil der Halbleiterplatte* in der Regel *fast ga unterdrückt;* dies ist daran zu erkennen, dass hier die au gezeichnete Stelle unmittelbar an den Halbleiter herang rückt ist.

Entladungen mit weitaus überwiegendem, positivem Antei will ich im Folgenden kurz als *positive Entladungen,* oder au als Entladungen positiven Charakters bezeichnen, zur Unte scheidung von *negativen Entladungen,* bei denen der negati Anteil überwiegt.

Eine *vollständige* Unterdrückung des positiven oder neg tiven Anteiles habe ich nur selten beobachten können. Mei blieb bei überwiegend negativer Entladung wenigstens ei schwache positive Glimmlichthaut an der Anode sichtbar, b überwiegend positiver Entladung wenigstens das erste negati Licht (das sogenannte helle Kathodenlicht gasverdünnter Räume in der Regel blieb jedoch auch noch das zweite Licht (en sprechend dem sogenannten ziegelroten Lichte beim Büsche lichtbogen bez. dem Pinsel der negativen Büschelentladung) erhalten.

Wir haben hiernach, als die Grenzfälle *einseitiger* En wickelung des nahe continuirlichen Entladungsvorganges, da Auftreten folgender Entladungsformen zu erwarten:

---

1) Vgl. Abhandl. Isis l. c. Fig. 14.

2) Vgl. hierzu auch O. Lehmann, Elektr. Lichtersch. p. 10, sowi Taf. IV. Figg. 10 u. 11. Hr. O. Lehmann nennt derartige Entladun mit verschiedenartigen Anteilen „*gemischte* Entladungsarten".

3) Vgl. Abhandl. Isis, l. c. p. 12; Wied. Ann. **66.** p. 670. Fig. 1898; Beibl. **22.** p. 596. 1898.

I. Ueberwiegend *positive Entladung*

positiver Anteil		negativer Anteil (verkümmert)
Glimmentladung Büschelentladung Büschellichtbogen Flammenbogen	combinirt mit	Glimm- bez. Büschelentladung.

II. Ueberwiegend *negative Entladung*

positiver Anteil (verkümmert)		negativer Anteil
Glimmentladung	combinirt mit	(Glimmentladung) Büschelentladung Büschellichtbogen Flammenbogen

C. Eine dritte Gruppe von Entladungserscheinungen bilden diejenigen, welche nur *eine einzige Elektrode* besitzen, wie z. B. die Elmsfeuer. An die Stelle der zweiten Elektrode mit unterdrücktem Anteile tritt hier ein ausgedehnter Luftraum (eventuell eine Wolke etc.), welcher die Zerstreuung der aus der Elektrode ausströmenden positiven oder negativen Elektricität übernimmt. Der im vorher besprochenen Falle schon überwiegende Entladungsanteil erscheint hier gänzlich isolirt.

Es schliessen sich den letztgenannten endlich diejenigen Entladungsvorgänge an, bei denen von einer bestimmten festbegrenzten Elektrode überhaupt nicht gesprochen werden kann; hierher gehören z. B. Blitze zwischen den Wolken, die Funken in einer kleinen Oeffnung einer Wand zwischen zwei mit Wasser (oder Luft) gefüllten Räumen [1]) etc.

In vorliegender Arbeit wird die *zweite Gruppe* von Entladungserscheinungen, bei denen in endlichem Schlagraume *ein Anteil der Entladung möglichst unterdrückt* ist, umfassend behandelt werden. Ihre Untersuchung liegt deshalb am nächsten, weil einerseits die Entladungsvorgänge hier noch nicht so complicirt sind, wie bei der ersten Gruppe, und andererseits ein eingehendes Studium der letzten, einfachsten Gruppe unerfüllbare Ansprüche an die verfügbaren Spannungen und zugleich Stromstärken stellen würde.

Dem Vorangegangenen wird sich die Zusammenstellung der Beobachtungsresultate im fünfzehnten Abschnitte unmittelbar anschliessen.

1) Vgl. A. Righi, Atti della Acc. dei Lincei 1. p. 329. 1877.

Beobachtungen und Messungen I.

(Grenzstromstärken.)

III. Versuchsanordnung.

In Fig. 1a und 1b ist die im Folgenden zumeist benutzte *Versuchsanordnung* schematisch dargestellt. Es bedeutet in Fig. 1a: *M* eine 60plattige Toepler'sche Influenzmaschine;

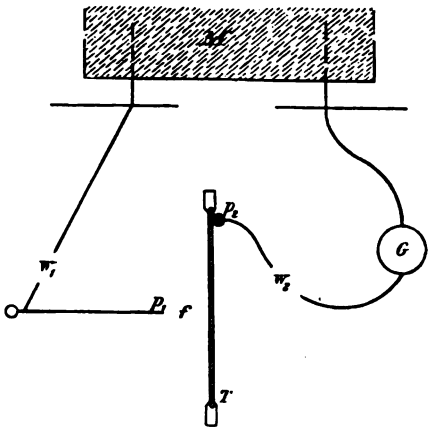


Fig. 1a.

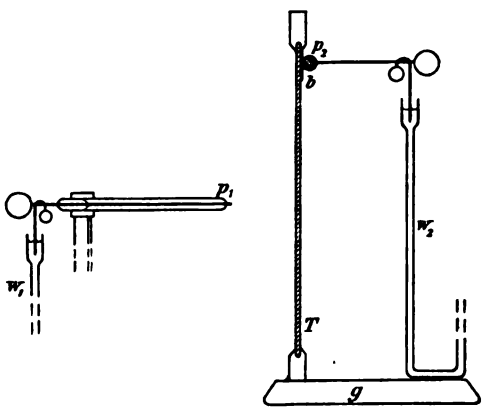


Fig. 1b.

w_1 und w_2 zwei Wasserwiderstände (je ca. 5 Millionen Ohm); *G* ein Wiedemann'sches Galvanometer mit wenigen gut isolirten Windungen, isolirt aufgestellt. Die Stromleitung führte

rseits von dem einen Maschinenconductor metallisch bis Widerstande w_1 und von diesem wieder metallisch bis zur trode p_1, andererseits metallisch von dem anderen Maschinen- luctor durch das Galvanometer G nach w_2, von w_2 dann allisch bis zu dem kleinen Stanniolbelege b auf der Rück- der Schieferplatte T. Irgend welche Funkenbildung auf Zuleitungen (infolge mangelnden Contactes) war sorgfältig ieden. Fig. 1 b zeigt eingehender die meist benutzte An- ung der Elektroden des Schlagraumes f. Ein 0,15 cm ker, vorn (bei p_1) abgerundeter Stahlstab (Stricknadel) war seiner ganzen Länge nach von einer 1 cm weiten Glas- e conaxial umgeben. Das Stahlstabende p_1 überragte das auf 0,2 cm Weite verjüngte Glasrohrende um 0,2 cm. Die re Elektrode wurde gebildet von einer 0,2 bis 0,3 cm ten, 23 cm hohen, 16 cm breiten ebenen Schieferplatte.[1]) Elektricitätsausstrahlung der Schiefertafelränder war durch ken und Ueberziehen ihrer Holzfassung mit Paraffin mög- t vermieden. Als Unterlage diente eine 2 cm starke, seits wieder auf einer ausgedehnten Glasplatte aufliegende affinplatte (g).

Grenzstromstärke zwischen positiver Glimmentladung und Funkenstrom bez. positiver Büschelentladung.

Die Versuchsbedingungen waren hier so gewählt, dass der ive Anteil der bei grösserer Stromstärke auftretenden adungsarten (Büschel, Funkenstrom oder Büschellichtbogen) überwiegende, den Schlagraum völlig oder wenigstens vollständig erfüllende Ausdehnung zeigte. Bei der Glimm- dung war hierbei die Lichterscheinung an der Anode auf Auftreten der bekannten, bläulich-violetten Lichthaut be- nkt; die Kathode zeigte entweder einen oder mehrere blaue Lichtpunkte oder schwach entwickelte Büschel.

Wird bei Glimmentladung die mittlere Stromstärke langsam ehrt, so steigt die Spannungsdifferenz der Elektroden. esslich erreicht man aber eine Stromstärke, bei der die

1) In den zunächst folgenden Abschnitten ist die Anordnung der roden etwas geändert.

Glimmentladung in Büschelentladung oder (bei nicht verschwindend kleiner Elektrodencapacität) in einen Funkenstrom übergeht. Die Stromstärke, bei welcher diese Aenderung der Entladungsform eintritt, sei als die „Grenzstromstärke der positiven Glimmentladung" bezeichnet.

In Tabelle I ist für Schlagweiten von 1—10 cm die Grenzstromstärke in tausendstel Ampère angegeben, wie sie sich bei verschiedener Wahl der Elektroden ergeben hat.

Bei den Messungen der ersten bis fünften Horizontalreihe diente als Kathode (an Stelle der Schieferplatte der Fig. 1) eine Zinkkugel von 40,1 cm Durchmesser. Der negative Influenzmaschinenpol war bei Reihe 1 bis 4 zur Erde abgeleitet, das Galvanometer war also hier keinen erheblichen Spannungen ausgesetzt; bei Reihe 5 bis 7 war dagegen kein Pol des Stromkreises zur Erde abgeleitet. Reihe 3 und 4 unterscheiden sich nur dadurch, dass die Beobachtung ihrer Werte an verschiedenen Tagen erfolgte. Nur bei Reihe 7 waren die Widerstände w_1 und w_2 (vgl. Fig. 1) ausgeschaltet (durch Metallbügel überbrückt).

Tabelle I.

	Durchm. der Anode in cm	Durchmesser der Kathode in cm	Luftdruck in cm Hg	Zimmertemp. in ° Cels.	Grenzstromstärke der positiven Glimmentladung Milliamp. bei einer Schlagweite (in cm) von								
					1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Spitze	40,1	74,8	18,1	0,115	0,111	0,105	0,122	0,107	0,126	0,118	0,107	0,1
2	0,5	40,1	75,1	18,7	—	0,298	0,321	0,313	0,304	0,302	—	—	—
3	1,0	40,1	75,4	20,1	—	—	0,203	0,204	0,203	0,206	—	—	—
4	1,0	40,1	74,7	18,1	—	(0,191)	0,225	0,241	0,248	0,271	—	—	—
5	1,0	40,1	74,7	18,1	—	—	0,241	0,233	0,245	0,241	0,273	—	—
6	1,2	Spitze	74,7	20,3	—	0,20	—	0,15	—	0,17	—	0,19	—
7	1,2	Spitze	74,7	20,3	0,101	0,120	0,128	0,114	0,104	0,104	0,117	0,123	0,1

Die Tabellenwerte sind mit wenigen Ausnahmen Mittel aus je fünf Bestimmungen.

Die Wertefolgen der Tabelle zeigen, dass die Grenzstromstärke der positiven Glimmentladung gegen Funkenstrom be-

positive Büschelentladung hin von der Schlagweite nahezu unabhängig ist.[1])

Wiederholte Beobachtungen bestätigten diese Thatsache. Dabei war aber, wie auch Tabelle I zeigt, die Grösse der Grenzstromstärke von Fall zu Fall sehr verschieden; sogar mit gleicher Versuchsanordnung und den gleichen Elektroden erhielt ich an verschiedenen Tagen verschiedene Absolutwerte. Nach allem scheint mir der Wert der Grenzstromstärke, bei welcher jeweilig der Uebergang von positiver Glimmentladung in Funkenstrom oder Büschelentladung eintritt, weniger von der Grösse der Elektrode, als von deren Oberflächenbeschaffenheit und damit zusammenhängend von der Ausbildung des wirklich glimmenden Oberflächengebietes abzuhängen.

V. Existensbereiche der einzelnen positiven Entladungsarten.

Die benutzte Versuchsanordnung war diejenige der Fig. 1 a; nur war die Schiefertafel S entfernt und p_2 stand p_1 gegenüber. Als Anode p_1 diente eine Messingkugel von 0,5 cm Durchmesser, als Kathode p_2 eine solche von 2,5 cm Durchmesser.

War die Schlagweite gross, z. B. 7 cm lang, so zeigten sich bei allmählicher Steigerung der mittleren Stromstärke im Schlagraume nacheinander folgende Entladungserscheinungen.[2])

Bei schwächstem Strome erschienen an der Anode *zischende Lichtfäden*; waren diese gut entwickelt, so bildete jede dieser in nahe gleichen Zeitintervallen auftretenden

1) Nähert man sich bei möglichst gleichmässiger Stromzufuhr der Grenzstromstärke der positiven Glimmentladung, so ändert sich in vielen Fällen deren Aussehen; es entsteht ohne Unstetigkeit ganz allmählich an der Anode eine rötliche züngelnde oder flackernde, geräuschlose Lichtspitze, welche mehr als 0,5 cm lang werden kann. Diese Weiterbildung der *Glimm*entladung habe ich früher (Wied. Ann. **66.** p. 660. 1898) schon als *Büschel*entladung aufgefasst, und daher (l. c.) von einer constanten Grenzstromstärke der positiven *Büschel*entladung gesprochen.

2) Jede derselben ist bei jeweilig constant gehaltener Stromstärke beliebig lange zu erhalten.

Der negative Anteil war hier (metallische Kathode) nicht gänzlich unterdrückt, füllte jedoch in allen Fällen höchstens 1 cm der Schlagweite. An der Kathode traten bei sehr geringer Stromstärke zischende (bläuliche) Lichtfäden, später Büschel oder rötliche Lichtfäden auf.

Einzelentladungen je eine baumartige, fein verästelte Lichtfigur, den bekannten, an Reibungselektrisirmaschinen bei hoher Spannung und grosser Schlagweite jederzeit zu beobachtenden gewöhnlichen, intermittirend *stossweise vorschiessenden* positiven *Büschel.* Schon bei weniger als 0,004 Tausendstel Ampère trat an die Stelle dieser zeitlich discontinuirlichen Entladung die bekannte, nahe continuirliche geräuschlose Glimmentladung; die Anode ist hierbei nur bedeckt mit einer matten bläulicher Lichthaut; der ganze Schlagraum lichtlos. Der Stromstärken-bereich der Glimmentladung reicht dann bis zu der im vorigen Abschnitte eingehender untersuchten Grenzstromstärke, welche in dem speciell vorliegenden Falle nur 0,056 Milliamp. betrug. Wurde diese Stromintensität überschritten, so erschien ein prasselnder Funkenstrom,. gebildet von hellen weissen Funken. Dieser verschwand dann erst wieder bei Ueberschreiten von 0,44 Milliamp. mittlerer Stromstärke. An seine Stelle trat eine intensive, nahe continuirliche positive Büschelentladung.[1]) Bei wesentlich stärkerem Strome wurde dann die Büschelentladung häufiger und häufiger von einzelnen rötlichen Funken durchsetzt, und bei etwa 1,20 Milliamp. bestand die Entladung wieder in einem Funkenstrome, nur besassen die einzelnen Funken jetzt nicht weisse, sondern rötliche Färbung. Zur Ueberführung dieses Funkenstromes in einen Büschellichtbogen (mit überwiegendem positiven Anteile) reichte bei der ins Auge gefassten grossen Schlagweite (7 cm) die maximale Maschinenstromstärke (2,1 Milliamp.) nicht hin.

Bei allmählicher Strom*schwächung* erschienen bei nahe denselben Stromstärkewerten alle die genannten Entladungsformen in umgekehrter Folge wieder.

Ebenso, wie soeben für 7 cm Schlagweite angegeben, wurden bei sonst ungeänderter Versuchsanordnung die einzelnen Grenzstromstärken auch für kleinere Schlagweiten bestimmt. Es ergab sich (Stromstärken in Milliampère):

---

1) Diese nahe continuirliche Büschelentladung erfolgt bei geringer Stromintensität meist gänzlich *geräuschlos*; erst bei grösserer Stromstärke hört man in der Regel ein mehr oder minder starkes Rauschen oder Sausen, manchmal auch einen hohen pfeifenden Ton. Die Geräuschbildung ist offenbar durch die Luftbewegung im Büschel veranlasst. Vgl. auch Abschnitt XIII.

Tabelle II.

Luftdruck 75,1 cm. Zimmertemperatur 18,7° C.

	Stossweise Entladung	Glimmen	Funkenstrom	Büschel	Funkenstrom	Büschellichtbogen
Schlagweite $f = 1{,}8$ cm	0,024	0,1024	—	—		0,62
„ $f = 3{,}5$ „	0,004	0,080	—	—		1.20
„ $f = 5{,}2$ „	$<0{,}004$	0,060	0,72	0,72		ca. 1,7
„ $f = 7{,}0$ „	$<0{,}004$	0,056	0,44	1,20		$>2{,}0$

Die Tabellenwerte sind in Fig. 2 eingetragen (Stromstärken als Ordinaten, Schlagweiten als Abscissen) und die zusammengehörigen Werte dann zu den stark gestrichelten Curvenzügen verbunden.

Die Verteilung der einzelnen Entladungsarten im Schlagweitenstromstärkenbereiche, wie sie Tab. II und Fig. 2 angiebt, kann für Entladung positiven Charakters als typisch angesehen werden. In quantitativer Hinsicht freilich wird die specielle Lage der Existenzbereiche der einzelnen Entladungsarten von zahlreichen Grössen wesentlich beeinflusst.

Ueber den Einfluss von Grösse und Gestalt der Elektroden kann ich Bestimmtes nicht angeben. Eine *spitze* Anode begünstigt die Ausbildung der Büschelentladung, im übrigen wird jedoch an dem durch Fig. 2 wiedergegebenen Bilde wenig geändert. So zeigt Fig. 3 die Verteilung der Bereiche der einzelnen Entladungsformen für den speciellen Fall, wo eine Messingspitze als Anode einer Messingkugel von 0,5 cm Durchmesser als Kathode gegenüberstand; die Versuchsanordnung war sonst die gleiche, wie sie bei Tab. II und Fig. 2 benutzt wurde; die wirklich gemessenen Werte sind markirt.

Auf den Einfluss der Elektrodencapacität werde ich im nächsten Abschnitt eingehen.

Es ist bekannt und schon öfters hervorgehoben, dass die Elektricitätsentladung zwischen *gleich*gestalteten, *gleich*grossen Elektroden von *gleicher* Elektrodencapacität doch einen *überwiegenden* positiven Anteil zeigt. Auch für diesen Fall, d. h. bei der so viel benutzten völlig symmetrischen Versuchsanordnung, gelten demnach angenähert die Betrachtungen der letzten Abschnitte. Figg. 2 und 3 geben also auch den Typus der Ver-

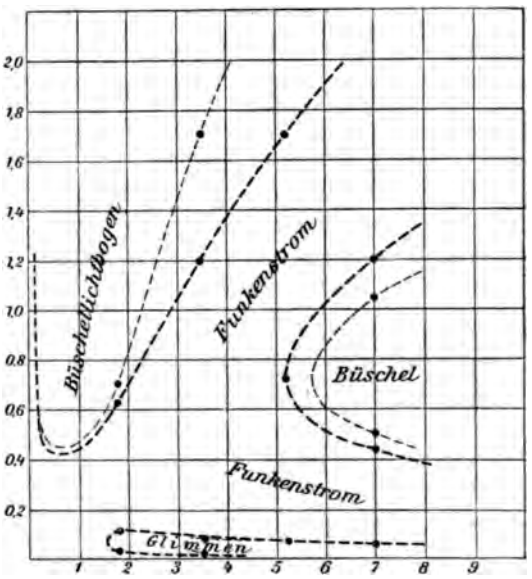

2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
1
2
3
4
5
6
7
8
9
Büschellichtbogen
Funkenstrom
Büschel
Funkenstrom
Glimmen

Fig. 2.

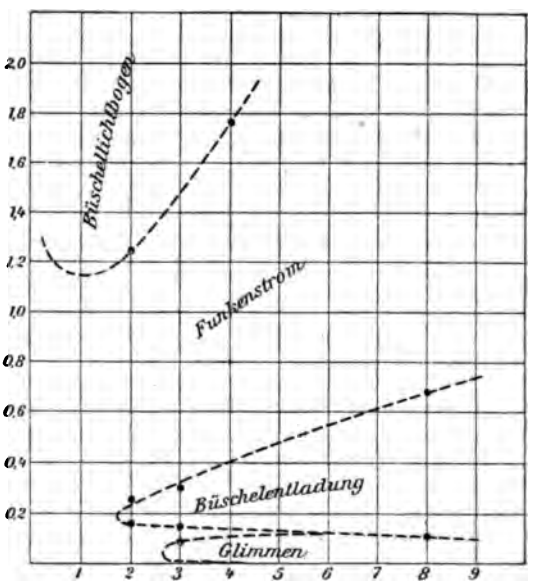

2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
1
2
3
4
5
6
7
8
9
Büschellichtbogen
Funkenstrom
Büschelentladung
Glimmen

Fig. 3.

teilung der Existenzbereiche der einzelnen Entladungsarten bei ganz symmetrischer Versuchsanordnung.

VI. Einfluss der Elektrodencapacität.

Die Versuchsanordnung, welche die Werte der zweiten Tabelle gegeben hatte, wurde nur insofern geändert, als die beiden *Elektrodencapacitäten* (vom Schlagraume bis zu den Wasserwiderständen je durch seitliches Anfügen eines 80 cm langen, in eine Messingkugel von 6 cm Durchmesser frei endigenden Metallstabes) *erhöht* wurden. Es ergab sich jetzt:

Tabelle III.

Luftdruck 75,1 cm. Zimmertemperatur 18,7° C.

		Stossweise Entladung	Glimmen	Funkenstrom	Büschel	Funkenstrom	Büschellichtbogen
Schlagweite	$f = 1{,}8$ cm	—	—	—	—	0,70	
„	$f = 3{,}5$ „	$<0{,}004$	0,076	—	—	ca. 1,7	
„	$f = 5{,}2$ „	ca. 0,002	0,066	—	—	$>2{,}0$	
„	$f = 7{,}0$ „	$<0{,}004$	0,056	0,50	1,04	$>2{,}0$	

Die Messungsergebnisse der Tab. III sind gleichfalls in Fig. 2 eingetragen, und ergeben die dünn gestrichelten Curvenstücke.

Ein Vergleich der schwach gestrichelten, für vergrösserte Elektrodencapacität geltenden, mit den stark gestrichelten, einer kleineren Elektrodencapacität entsprechenden Curven zeigt die Richtigkeit des Satzes: Eine Vergrösserung der Elektrodencapacität veranlasst nach allen Seiten hin eine Vergrösserung des Bereiches des zeitlich discontinuirlichen Elektricitätsflusses (Funkenstromes).

Nach dem Vorangehenden ist vorauszusehen, dass bei *verschwindend kleiner Elektrodencapacität* zeitlich discontinuirliche Entladung überhaupt nicht mehr auftreten wird, dass also bei Stromvermehrung die positive Glimmentladung unmittelbar in die nahe continuirliche Büschelentladung, und diese direct in Büschellichtbogen übergehen wird. Diesem idealen Grenzfalle kommt die in Fig. 1a und 1b angegebene Versuchsanordnung (Schieferplatte als Kathode) schon recht nahe.

In der That beobachtet man in diesem Falle (besonders leicht, wenn man eine sehr feine Spitze wählt), dass der Uebergang der räumlich sehr beschränkten Lichterscheinung des Glimmens in die ausgedehntere des positiven Büschels ganz allmählich erfolgt. Das blaue Glimmlicht nimmt bei Stromverstärkung zunächst rötliche Färbung an, dann erscheint lautlos, ganz allmählich aus dem Dunkel auftauchend, ein vom roten Glimmlichte zunächst noch durch ein dunkel gebliebenes Gebiet getrennter, dünner, bläulicher, 1—3 cm langer, beiderseits zugespitzter Lichtstrich (vgl. Fig. 4). Dieser bildet sich dann weiter zu dem positiven, nahe continuirlichen, fast ge-

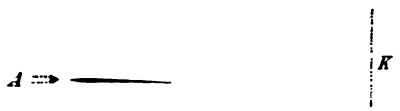


Fig. 4.

räuschlosen Büschel aus. In gleicher Weise erfolgt der umgekehrte Vorgang bei langsamer Stromschwächung.

Einen ganz allmählichen Uebergang von positiver Büschelentladung in den positiven Büschellichtbogen habe ich, wenigstens bei grösseren Schlagweiten, nicht beobachten können. Auch bei Anwendung der in Fig. 1b angegebenen Anordnung trat hier ein Funkenstrom auf, freilich nur aus rötlichen lichtschwachen, beinahe geräuschlosen Funken bestehend. Günstigstenfalls nahm jedoch die positive Büschelentladung schon Formen an, welche vor Auftreten der Funken an eine beginnende Schichtung erinnerten. Es bildeten sich nämlich in der blauen Krone des Büschels carminrote Lichtverdickungen.

VII. Grenzstromstärken bei rein negativer Entladung.

Im Einklange mit der Thatsache, dass man bei symmetrischer Versuchsanordnung meist Entladungen mit weit überwiegendem, positivem Anteile erhält, steht es, dass sich viel schwerer rein negative Entladung erzwingen lässt, als rein positive. Zwischen *Metall*elektroden, selbst wenn die Kathode spitz und die Anode plattenförmig ist, füllt, soweit ich beobachten konnte, der positive Anteil oft noch etwa ein Drittel

des Entladungsraumes. [1]) Selbst Halbleiterplatten, als Anode gewählt, unterdrücken den positiven Anteil nicht immer wie gewünscht. [2]) Die bei den folgenden Versuchen benutzte Schieferplatte, welche *rein* negative Entladung gab, musste daher erst besonders ausgesucht werden; dieselbe Platte wurde dann auch bei den Potentialmessungen der späteren Abschnitte benutzt.

Als Kriterium dafür, dass eine Halbleiterplatte rein negative Entladung giebt, glaubte ich ihre Fähigkeit, einen *rein* negativen Büschellichtbogen zu geben, ansehen zu müssen. Letzterer zeigt als hervorragendste Eigentümlichkeit [3]) einen ausgedehnten (etwa 0,5 cm langen), der Anode unmittelbar anliegenden Anodendunkelraum; die Anode selbst kann eine blaue Glimmlichthaut zeigen. [4])

Bei schwächstem Strome kann an spitzen Elektroden eine negative Glimmentladung auftreten, sonst habe ich diese Entladungsform nicht beobachtet. Es genüge daher hier ihr Vorhandensein zu erwähnen.

Bei schwachem Strome findet der Elektricitätsfluss in Form der bekannten, ruhig brennenden negativen Büschelentladung statt. Bei stärkerem Strome und grösseren Schlagweiten bilden sich meist, selbst an spitzer Kathode, nicht nur ein einziges, sondern mehrere negative Lichtbüschel aus; dies liess sich auch bei Anstellung der nachfolgend mitgeteilten Messungen nicht immer vermeiden.

Erreicht man eine bestimmte Stromstärke, die Grenzstromstärke der negativen Büschelentladung, so geht diese bei kleiner Elektrodencapacität unmittelbar in den negativen Büschel-

1) Auch bei meinen in Wied. Ann. **66.** p. 660. 1898 mitgeteilten Messungen (Metallelektroden) war bei spitzer Kathode die Entladung keine rein negative.

2) So ist bei dem Abhandl. Isis l. c. abgebildeten Photogramm 11 eines Büschellichtbogens der positive Anteil doch noch ca. 1 cm lang, obgleich eine Basaltplatte als Anode diente.

3) Vgl. Abhandl. Isis l. c. p. 13.

4) Die Abbildungen Wied. Ann. **63.** p. 115. Figg. 10 u. 11; Abhandl. Isis l. c. Photogr. 17, 19 u. 21, sowie Wied. Ann. **69.** p. 681. Fig. 2 zeigen rein negativen Büschellichtbogen. Der dunkle Anodenraum ist hier nichts anderes, als die ausgezeichnete Stelle zwischen dem den ganzen übrigen Schlagraum erfüllenden negativen und dem bis auf die Glimmlichthaut unterdrückten positiven Anteile.

lichtbogen über. In der Mitte des negativen Büschels bildet sich hierbei zunächst eine rötliche Lichtspitze aus [1]), welche dann bei geringster Stromverstärkung rasch länger und länger wird, und so schliesslich den Büschellichtbogen bildet.

Bei nicht verschwindend kleiner Elektrodencapacität treten zuerst an der Kathode zischende Lichtfäden, dann der bekannte, nahe continuirlich brennende negative Büschel, dann Funkenstrom, schliesslich der Büschellichtbogen auf. Also tritt wieder, ganz wie bei positiver Entladung, zwischen den nahe continiurlichen Entladungsformen ein zeitlich discontinuirlicher Elektricitätsfluss auf.

Als die Versuchsanordnung genau die in Figg. 1a und 1b angegebene, mit Einschaltung der Widerstände w_1 und w_2 war, erschien nur noch ganz vorübergehend ein Funkenstrom zwischen Büschelentladung und Büschellichtbogen, oft auch blieb er ganz aus. Die beiden ersten Reihen der folgenden Tabelle geben die Grenzstromstärken Büschel-Funkenstrom und Funkenstrom-Büschellichtbogen. Die Grenzstromstärkenwerte der beiden letzten Reihen erhielt ich, als die Kathodencapacität durch metallische Ueberbrückung des Widerstandes w_1 bis zu den rotirenden Maschinenscheiben ausgedehnt, also bedeutend vergrössert war.

Tabelle IV.

Luftdruck = 74,5 cm. Zimmertemperatur = 19,0° C.

Schlagweiten f in cm	1	2	3	4
Kleine Kathodencapacität.				
Grenzstromst.: neg. Büschel = Funkenstrom	0,34	0,54	0,66	0,80
„ : Funkenstrom = Büschellichtbogen	0,38	0,57	0,70	0,88
Vergrösserte Kathodencapacität.				
Grenzstromst.: neg. Büschel = Funkenstrom	0,35	0,54	0,69	—
„ : Funkenstrom = Büschellichtbogen	0,47	0,82	1,14	—

VIII. Ueber eine neue negative Entladungsart.

Ich vermutete, dass vielleicht bei künstlicher Verhinderung der Stromstreuung des negativen Büschels eine dem positiven Büschel ähnliche Entladungserscheinung auftreten würde. Dies ist bis zu gewissem Grade in der That der Fall.

1) Vgl. M. Toepler, Wied. Ann. 63. p. 115. Fig. 11. 1897.

Die Versuchsanordnung war folgende. Aehnlich, wie in Fig. 1b angegeben, war ein 0,15 cm starker Stahlstab fast seiner ganzen Länge nach von einer 0,7 cm weiten Glasröhre umhüllt. Das vordere Ende der Glasröhre war jedoch hier bis auf eine 0,1 cm weite Oeffnung zugezogen; diese enge Glasrohröffnung ragte über das abgerundete Ende des Eisenstabes um 0,2 cm hinaus. Dieser Kathode stand ein 0,5 cm starker, vertical gestellter Messingstab als Anode gegenüber. Kathode und Anode waren metallisch mit den Maschinenconductoren verbunden.

Bei schwachem Strome zeigte sowohl die Eisenkuppe, als auch die Glasrohröffnung *je* ein negatives Büschel (Diaphragmenwirkung). Bei stärkerem Strome traten aus dem Glasrohre züngelnde, carminrote Lichtfäden hervor. Diese wurden mit weiter vermehrtem Strome länger und länger. Jeder dieser Lichtfäden liess deutliche, wenn auch unregelmässige Schichtung erkennen. Währenddem zeigte die Anode immer nur zahlreiche Glimmlichtpunkte. Der ganze Entladungsvorgang erfolgte *völlig geräuschlos.* Die negativen Lichtfäden konnten schliesslich bis etwa $^2/_3$ des Schlagraumes erfüllen, dann aber ging die Entladung in einen Funkenstrom über. Fig. 5, die Reproduction eines mit 2 Sec. Expositionszeit aufgenommenen Photogrammes, zeigt (in natürlicher Grösse) die in Rede stehende Art von negativer Entladung bei grösstmöglicher Ausdehnung derselben, absichtlich aber auch noch zum Vergleiche einen einzigen Funken.

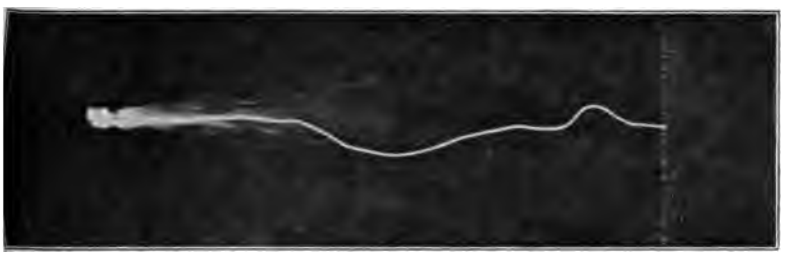


Fig. 5.

Die in Fig. 5 abgebildete Entladungsform ist wohl als eine specielle Form von negativem Büschellichtbogen aufzufassen, bei welchem die Lichterscheinung den Schlagraum noch

nicht ganz überbrückt. Der erste Ansatz zur Bildung de beschriebenen eigentümlichen Form negativer Entladung *ohn* künstliche Bahnverengerung ist meiner Meinung nach scho die Bildung einer roten Lichtspitze in der Mittelaxe des gewöhn lichen Büschels, wie sie die bereits mitgeteilte Photographie[1] eines negativen Büschels zeigt. Ich halte es für wahrscheinlich dass die negative Büschelentladung bei grosser Schlagweite stets zunächst in einen der hier beschriebenen Entladungs form ähnlichen *halben* Büschellichtbogen übergehen wird.

Beobachtungen und Messungen II.

(Spannungsdifferenzen.)

IX. Versuchsanordnung.

Schaltet man parallel zu der Hauptschlagweite, in welche eine nahe continuirliche Entladungsart herrscht, einen Neben schlagraum (im Folgenden stets mit F bezeichnet) mit *grosse* kugelförmigen Elektroden, so lassen sich Spannungsmessunge folgendermassen ausführen. Man nähert, während im Haup schlagraume dauernd nahe continuirliche Entladung bei con stanter, willkürlich gewählter Stromstärke stattfindet, die grosse Polkugeln der Nebenschlagweite einander ganz allmählich mel und mehr, bis *zum ersten Male* im Nebenschlagraume ei Funken bez. Funkenstrom auftritt. Die *Anfangs*potentia differenz der so gefundenen Nebenschlagweite F ist dann gleic der *Entladungs*potentialdifferenz in der Hauptfunkenstreck Man kann aber auch eine bestimmte Nebenschlagweite F fes einstellen und dann die Stromstärke im Hauptschlagraume s lange langsam ändern, bis zum ersten Male bei F eine En ladung einsetzt; in diesem Falle erhält man die zu eine (durch die Wahl der Länge F) festgelegten, bestimmte Spannungsdifferenz zugehörige Stromstärke. Die Grösse de Anfangspotentiales für jede beliebige Länge der Neben schlagweite F wird hierbei als bekannt vorausgesetzt. Zu be rücksichtigen ist freilich, dass man in den Fällen, wo di Spannungsdifferenz nicht constant, sondern Schwankungen vo kurzer Dauer ausgesetzt ist, durch Bestimmung der Neben

1) M. Toepler, Wied. Ann. **63.** p. 115. Fig. 11. 1897.

schlagweite keine mittleren, sondern die maximalen Spannungsdifferenzen erhält. Da während des Vorhandenseins irgend einer Dauerentladung (Glimmen, Dauerbüschel, Büschellichtbogen), soweit ich beobachten konnte, bei constanter Stromstärke eine nahezu constante Spannungsdifferenz zwischen den Elektroden herrscht, so unterscheiden sich die gemessenen Spannungsdifferenzenmaxima von den Spannungsdifferenzenmitteln nicht erheblich. Nur in der Nähe des Ueberganges einer

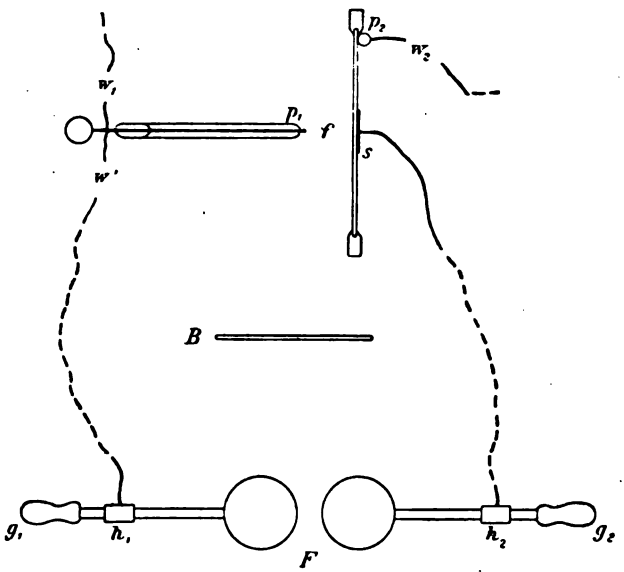


Fig. 6.

nahe continuirlichen Entladungsart in eine andere treten auch bei kleiner Elektrodencapacität relativ grosse Spannungsschwankungen auf. Die Anwendung einer Nebenschlagweite zur Messung der grossen in Frage kommenden Potentialdifferenzen (20 000—90 000 Volt) empfiehlt sich zu orientirenden Messungen deshalb, weil sie eine sehr rasche Einstellung gestattet.

Die *Einzelheiten der* zu Spannungsmessungen benutzten *Versuchsanordnung* sind in Fig. 6 schematisch dargestellt. Die Nebenschlagweite F besass Messingpolkugeln von je 6 cm Durch-

messer; diese waren an Messingstäbe von 0,6 cm Durchm angeschraubt, welche durch die Metallhülsen h_1 und h halten wurden. Letztere wurden von zwei je 41 cm l Glasstützen getragen, deren gegenseitiger Abstand 30 cr trug. Da die beiden Metallstäbe (mit ihren Polkugeln) i Hülsen h_1 und h_2 leicht verschieblich waren, so liess sic Schlagweite F mittels der isolirenden Handhaben g_1 u rasch vergrössern oder verkleinern. Gegenseitige Belic der Schlagräume f und F verhinderte die Ebonitplatte B. wirklich die Spannungsdifferenz der Elektroden der H schlagweite f zu messen, wäre h_1 und h_2 metallisch n und einem auf die *Vorder*seite der Schieferplatte (p_1 g über) aufzuklebenden Stanniolbelege zu verbinden ge Hierdurch wäre jedoch die Elektrodencapacität beiders sehr vermehrt worden. Um dies zu vermeiden, war eine der Wasserwiderstand w' eingeschaltet, andererseits de der Nebenschlagweite F metallisch verbundene Stanniol auf der *Rück*seite der Schieferplatte angebracht (s in der F Bei der gewählten Anordnung giebt die Nebenschlagwe freilich genau genommen nicht die gesuchte Spannungsdifi zwischen p_1 und der Vorderseite der Schieferplatte, so diese vermehrt um den Spannungsabfall von s quer dur Platte. Letzterer ist aber sicher nur relativ gering; als p_1 bis zur Berührung der Schieferplatte genähert direct mit p_2 verbunden war, sodass der Strom quer die Platte von s nach p_1 ging, ergab sich bei vollem (der Maschine (d. h. bei 2 Milliamp.) nur eine Nebens weite F von etwas über 0,1 cm. Hieraus ist zu schli dass bei der in Fig. 6 angegebenen Art der Nebensch die Spannungsdifferenz bei F im *ungünstigsten* Falle nu zu 5000 Volt grösser sein kann als die gesuchte Spann differenz zwischen p_1 und der p_1 zugekehrten Seit Schieferplatte.

Im Folgenden ist zur bequemeren Orientirung stets der gemessenen Nebenschlagweite F (in cm) auch noch entsprechende Spannungsdifferenz (Anfangspotential) in angegeben (vgl. die diesbezügliche Anmerkung in Abs XIX).

X. Abhängigkeit der Spannungsdifferenz der Elektroden von der Stromstärke, und Grenzspannung bei (negativer Büschel- und) positiver Glimmentladung.

Für gleiche Schlagweite und gleiche Stromstärke ist die Spannungsdifferenz der Elektroden wie bekannt (vgl. die Litteraturangaben Abschnitt XVII und XXIII) bei positiver Entladung in Form von Glimmen (Spitze = Anode) nahe die gleiche wie bei negativer Büschelentladung (Spitze = Kathode).

Vermehrt man (bei gleichbleibender Schlagweite f) die Stromstärke, so nimmt die Spannungsdifferenz zwischen Spitze und (Halbleiter-)Platte rasch zu, und *erreicht bei der Grenzstromstärke* ihren grössten Wert, *die „Grenzspannung"*.

Für die fest eingestellte Hauptschlagweite f von 4,3 cm Länge (Versuchsanordnung der Figg. 1 a und b) wurden folgende Messungen ausgeführt (Tabelle V). Bei fest eingestellter willkürlicher Schlagweite F wurde, mit schwachem Strome in f beginnend, dessen Stärke langsam vermehrt, bis bei F ein Funkenstrom auftrat. Es wurde also diejenige Stromstärke bestimmt, bei welcher die (Entladungs-)Spannungsdifferenz im Hauptschlagraume soeben den Wert der Anfangspotentialdifferenz bei F erreichte. Es ergab sich:

Tabelle V.

Luftdruck = 75,2 cm. Zimmertemp. = 18,9° C. Schlagweite f = 4,3 cm.

Schlagweite F in cm		0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25
dementspr. Pot. Diff. in Volt		25200	32600	39700	46400	52800	58900	64600
zugehörige Stromstärke in M.-A.	bei pos. Glimmen	0,034	0,075	—	—	—	—	—
	bei neg. Büschel	0,038	0,088	0,120	0,168	0,256	0,336	0,464

Bei Ueberschreiten von 0,464 Tausendstel Ampère ging die negative Büschelentladung im Hauptschlagraume in einen Funkenstrom über; demnach war hier 0,464 Milliamp. die Grenzstromstärke und 64600 Volt das Grenzpotential der negativen Büschelentladung. Dagegen betrug die Grenzstromstärke der positiven Glimmentladung nur 0,08 Milliamp.

Mit der gleichen Versuchsanordnung (vgl. Figg. 1a und ∈ wurden mehrere Tage später für verschiedene Schlagweiten die Grenzspannungen der negativen Büschel- und positive= Glimmentladung bestimmt. Die Tab. VI giebt die Mitte= werte aus je fünf Einzelbestimmungen.

Tabelle VI.

Luftdruck = 74,9 cm. Zimmertemperatur = 18,6° C.

Schlagweite f in cm		2	3	4	5	7	11
Grenzspannung bei neg. Büschelentl.	F in cm	0,78	1,41	2,05	2,50	—	—
	in Volt	26100	44100	60200	70000	—	—
Grenzspannung bei pos. Glimmentl.	F in cm	0,61	0,92	1,42	1,73	1,98	2,6
	in Volt	20700	30200	44300	52400	58400	722O
Minimalspannung bei pos. Büschelentl.	F in cm	—	0,70	0,81	0,88	1,20	1,9
	in Volt	—	23700	27000	29100	38300	56500

Die Grenzspannung bei negativer Büschelentladung (erste und zweite Reihe) ist, wie man sieht, beträchtlich grösser als diejenige bei positiver Glimmentladung (dritte und vierte Reihe), entsprechend der Thatsache, dass die Grenzstromstärke der ersteren Entladungsart grösser ist als diejenige der letzteren. Die Grenzspannungen verhalten sich bei gleicher Schlagweite etwa wie 4 : 3.

Die Bedeutung der Werte der beiden letzten Reihen der Tabelle ist erst im nächsten Abschnitte angegeben.

Die Grenzspannungsdifferenz des positiven Glimmens an der stumpfen Spitze (gegenüber einer Platte) habe ich bei Gelegenheit weiterer Messungen noch öfters bestimmt (vgl. Tab. VIII und XII); die erhaltenen Werte schwanken zwischen weiten Grenzen. Ein wesentlicher Grund zu Unregelmässigkeiten liegt in dem grossen Einflusse, welchen schon kleine Störungen in der Stromzufuhr auf die Grenzstromstärke und Grenzspannung der positiven Glimmentladung ausüben. Schon die kleinste Unterbrechungsstelle in der Stromzuleitung zur Anode oder auch Kathode ändert den Wert der Grenzspannung. (Näheres über den Einfluss einer Lücke in den Zuleitungen ist aus Abschnitt XIV zu ersehen.)

Tab. VII giebt Grenzspannungsdifferenzen der positiven Glimmentladung zwischen Elektroden von verschiedener Grösse. Bei den angegebenen Bestimmungen standen die zusammengehörigen Elektroden der Hauptschlagweite f und Nebenschlagweite F untereinander und mit den Maschinenconductoren in *metallischer, lückenloser* Verbindung. Die Elektrodencapacität war also hier recht erheblich, beiderseits auf *mindestens* 50 cm zu schätzen. Eine gegenseitige Belichtung beider Schlagräume war wie immer ausgeschlossen.

Als stumpfe Spitze (erste bis dritte und zehnte Tabellenreihe) diente der stets benutzte, 0,15 cm starke Stahlstab mit abgekugeltem Ende (vgl. Fig. 1b). Die Elektricitätszufuhr zu den Messingkugelanoden des Hauptschlagraumes erfolgte durch einen 0,2 cm starken, von einem dünnen Glasröhrchen eng umhüllten Messingstab. Als Kathode dienten Messingkugeln und eine Zinkkugel von 40 cm Durchmesser. Kathode und Anode waren stets beide isolirt aufgestellt, nur bei Beobachtung der Werte der fünften Horizontalreihe war die Kathode zur Erde abgeleitet.

Bei jeder Elektrodencombination wurde die Grenzspannungsdifferenz des positiven Glimmens wiederholt (an verschiedenen Tagen) bestimmt. In Tab. VII habe ich aber nicht Mittelwerte, sondern je diejenige Wertefolge mitgeteilt, welche die grössten Absolutwerte ergeben hatte; die grössten Grenzspannungsdifferenzen entsprechen den störungsfreiesten Versuchsbedingungen.

In Reihe eins, sieben und zwölf der Tabellen sind *Anfangspotentialdifferenzen* (vgl. Abschnitt XVI) angegeben. Zu ihrer Bestimmung verfuhr ich folgendermaassen. Es wurde für jede Schlagweite wiederholt die Spannungsdifferenz der Elektroden ganz allmählich, von kleinsten Werten ausgehend, erhöht, bis überhaupt eine Elektricitätsentladung eintrat. Ist die Nebenschlagweite F klein, so beginnt der Entladungsvorgang jeweilig mit einem Funken *bei F*. Vergrössert man die Schlagweite F successive und wiederholt immer wieder den Versuch, so erreicht man schliesslich eine Länge F, bei welcher soeben jedem Funken bei F ein *mit Geräusch und Lichtentwickelung* verbundenes Austreten von Elektricität aus der Anode des Hauptschlagraumes f in letzteren voraufgeht. Es wurde somit

Tabelle VII.

	Durchm. der Anode in cm	Durchm. der Kathode in cm	Luftdruck in cm Hg	Zimmertemp. in °Cels	Hauptschlagweite f in cm			2	4	6	8	10
1	Spitze	40	75,5	18,3	Anfangspotentialdifferenz	in	Volt	< 5400	< 6900	< 9100	< 9800	< 10500
2	Spitze	40	75,5	18,3	Grenzpotentialdiff. d. Glimmens	„	„	23600	36600	46200	54100	62000
3	Spitze	40	75,1	17,3	Spannungsdifferenz b. Büschel	„	„	(kein Büschel)		32900	40000	47800
4	0,5	2,5	75,3	18,9	Grenzpotentialdiff. d. Glimmens	„	„	41100	58900	66000	71100	79800
5	0,5	2,5	75,3	18,9	„ „ „	„	„	43300	60100	67900	—	—
6	0,5	3,0	75,3	19,1	„ „ „	„	„	45900	64500	74800	82000	—
7	0,5	40	75,3	19,3	Anfangspotentialdifferenz	„	„	< 18100	< 20700	< 23600	< 26300	< 27500
8	0,5	40	74,2	18,0	Grenzpotentialdiff. d. Glimmens	„	„	34700	53800	67700	82500	> 88300
9	0,5	40	74,2	18,0	Spannungsdifferenz b. Büschel	„	„	(keine Büschelentl.)			45500	—
10	1,0	Spitze	74,7	20,3	Grenzpotentialdiff. d. Glimmens	„	„	25200	40500	52300	62000	—
11	1,0	3,0	75,0	19,4	„ „ „	„	„	—	66200	77200	84400	—
12	1,0	40	76,1	19,0	Anfangspotentialdifferenz	„	„	< 26400	< 32000	< 34300	< 38900	< 42800
13	1,0	40	75,1	17,3	Grenzpotentialdiff. d. Glimmens	„	„	38900	58400	70900	85200	—

diejenige Nebenschlagweite festgestellt, deren Anfangspotentialdifferenz sicher ein wenig grösser war als die gesuchte Anfangspotentialdifferenz des Hauptschlagraumes.

Die dritte und neunte Tabellenreihe giebt Spannungsdifferenzen bei positiver Büschelentladung. Der Existenzbereich letzterer war hier infolge der hohen Elektrodencapacität wesentlich beschränkt (vgl. Fig. 11). Die Angaben sind daher genau genommen weder als Minimalspannungsdifferenz noch als Grenzspannungsdifferenz der positiven Büschelentladung im Sinne des nächsten Abschnittes anzusehen, sondern als Zwischenwerte.

XI. Spannungsdifferenz der Elektroden bei nahe continuirlicher positiver Büschelentladung.

Die in den vorangehenden Abschnitten und auch hier benutzte Versuchsanordnung (Figg. 1a und 6) war der Ausbildung einer zeitlich discontinuirlichen Entladung so wenig günstig, dass sich nach Ueberschreiten der Grenze der Existenzfähigkeit der positiven Glimmentladung in der Regel kein Funkenstrom, sondern höchstens einige discontinuirlich auftretende, stossweise erscheinende Büschel bildeten. Dann aber erschien sogleich der ruhige und geräuschlose positive Dauerbüschel. Hierbei ging die Spannungsdifferenz der Elektroden ganz auffallend herunter. Die Nebenschlagweite F konnte dementsprechend jetzt wieder wesentlich kleiner gemacht werden als dem Grenzpotentiale der positiven Glimmentladung entsprach, ohne dass bei F eine Entladung aufgetreten wäre. Die *fünfte Reihe der sechsten Tabelle* giebt an, wie weit F verkleinert werden konnte, bis endlich bei F ein Funkenstrom auftrat. Diese Werte sind Minimalwerte der Spannungsdifferenz für die positive Büschelentladung, da die Potentialdifferenz bei der Büschelentladung mit der Stromstärke weiterhin wieder etwas wächst. Dies zeigt die folgende Tabelle VIII (Versuchsanordnung wie bei Tabelle VI, vgl. Figg. 1b und 6).

In der ersten Verticalcolumne der Tabelle sind die Grenzstromstärken und die zugehörigen Grenzspannungen der positiven Glimmentladung angegeben.

Tabelle VIII.

Luftdruck = 74,9 cm. Zimmertemperatur = 18,6° C.

		Glimmen	positive Büschelentladu			
Schlagw. *f* gleich 2 cm	Stromst. in M.-A.	0,044	0,10	0,80	1,20	
	F in cm	0,76	0 65	0,75	0,75	
	in Volt	25600	22000	25200	25200	
Schlagw. *f* gleich 5 cm	Stromst. in M.-A.	0,064	0,32	0,70	1,20	1
	F in cm	1,52	0,92	1,10	1,20	1
	in Volt	47000	30200	35500	38300	38
Schlagw. *f* gleich 8 cm	Stromst. in M.-A.	0,064	0,55	0,72	1,12	1
	F in cm	ca.1,9	1.36	1,42	1,55	1
	in Volt	56500	42800	44900	47800	47

Um für nahe continuirliche, einstielige, positive Büsch entladung die Abhängigkeit der Potentialdifferenz der El troden von der Schlagweite bei gleichbleibender Stromstä festzustellen, diente mir wieder die in Figg. 1a und 6 gegebene Versuchsanordnung. Zugleich nahm ich jedoch Gelegenheit wahr, die Unabhängigkeit der von der benutz 60 plattigen Influenzmaschine bei constantem Gange derselt gelieferten Stromstärke von der Spannungsdifferenz zwisch ihren Conductoren zu prüfen. Ich liess daher die Masch ohne Rücksicht auf ihre verschiedene Beanspruchung du zwei Laboratoriumsdiener nach den Schlägen eines Metrono in *möglichst gleichmässigem Gange halten;* beobachtet wu dann die (bei Dauerbüschel von verschiedener Länge *f*) lieferte Stromstärke und je zugleich auch die Spannungsdiffere der Elektroden des Schlagraumes *f* bei der sich herstellend Stromstärke. Es ergab sich als Mittel aus je 10 Bestimmung

Tabelle IX.

Luftdruck = 76,2 cm. Zimmertemperatur = 21,3° C.

Hauptschlagweite *f* in cm	Stromstärke in M.-A.	Nebenschlagweite *F* in cm	Spannungsdiff. in Volt
2,5	0,602	0,63	21400
5,0	0,600	1,03	33500
7,5	0,609	1,40	43800
10,0	0,601	1,83	54800
12,5	0,581	2,28	65300

Wie ein Vergleich der zweiten und vierten Verticalcolumne der neunten Tabelle zeigt, lieferte die benutzte 60 plattige Influenzmaschine in der That bei constanter Rotationsgeschwindigkeit ihrer Scheiben stets den gleichen Strom, unabhängig von der Spannungsdifferenz der Maschinenconductoren; eine wesentliche Abnahme der Stromstärke trat erst oberhalb 60000 Volt ein.

Wählt man als Anode nicht wie bisher eine stumpfe Metallspitze, sondern eine grössere Metall*kugel*, so bilden sich an ihr bei grosser Schlagweite und starkem Strome häufig *mehrere* lang gestielte, gleichzeitig brennende positive Büschel aus.

Erfolgt die Büschelentladung in Form eines *einzigen* langgestielten Büschels, so ist die Spannungsdifferenz der Elektroden während der Büschelentladung bei gleicher Schlagweite nahezu *unabhängig* von der Grösse der Anode. Dies zeigt Tab. X. Es wurden hier (Versuchsanordnung im übrigen wieder wie Figg. 1a und 6) als Anode p_1 nacheinander eine stumpfe Messingspitze und Messingkugeln von verschiedenem Durchmesser benutzt. Die rückseitigen 0,2 cm starken Zuleitungen zu ihnen waren in jedem Falle mit Glas und Siegellack umhüllt, um Elektricitätsausströmen aus ihnen zu verhindern.

Tabelle X.

Luftdruck = 75,3 cm. Zimmertemperatur = 16,7° C.

Durchmesser der Polkugel (Anode)	Schlagweite f gleich 3 cm					f gleich 8 cm	
	Spitze		d = 1,0 cm		d = 2,5 cm	Spitze	d = 1,0 cm
Stromstärke in M.-A. .	0,40	1,12	0,64	1,20	1,84	0,36	0,32
Spannung bei Büschelentl. F in cm	0,60	0,75	0,74	0,81	0,81	1,41	1,55
Spannung bei Büschelentl. in Volt	23400	25200	24900	27000	27000	44100	478

XII. Positive Glimm- und positive Büschelentladung bei grosser Schlagweite.

Bei den in Tab. XI angegebenen Messungen war die Versuchsanordnung der Figg. 1a und 6 auch insofern abgeändert, als der Halbleiterplatte eine horizontale Lage, der anderen Elektrode eine verticale Stellung gegeben war. Die hier be-

nutzte Schieferplatte war 30 cm breit, 50 cm lang, 0,5 cm stark; ihre Rückseite war durchaus mit Stanniol belegt und letzteres mit dem einen Pole des nebengeschalteten Funkenmikrometers metallisch verbunden, ebenso natürlich auch mit dem einen (negativen) Influenzmaschinenconductor. Um Elektricitätsverluste zu vermeiden, lag die Schieferplatte auf einer sie allerseits weit überragenden Glasplatte, ausserdem aber waren auch noch die Ränder der Schieferplatte dick mit Paraffin überzogen. Als gegenüberstehende kleinere Elektrode diente wieder der schon oft benutzte, 15 cm lange, 0,15 cm starke, bis auf sein abgekugeltes Ende von einer Glasröhre umgebene Eisencylinder. Die Messungen erfolgten (wie bei Tab. V) in der Weise, dass (für die Hauptschlagweiten $f = 5$, 10 und 15 cm) jedesmal diejenige Stromstärke abgelesen wurde, bei welcher soeben in der fest eingestellten Nebenschlagweite F ein Funkenstrom auftrat.

Tabelle XI.

Luftdruck = 74,7 cm. Zimmertemperatur = 16,8 ° C.

	Stromstärke in M. A. bei der Spannung von			
	32600 Volt (F = 1,0 cm)	46400 Volt (F = 1,5 cm)	58900 Volt (F = 2,0 cm)	70000 Volt (F = 2,5 cm)
neg. Entlad. f = 5 cm	—	0,138	0.248	0,360
pos. Entlad. f = 5 „	0,031	—	—	—
neg. Entlad. f = 10 „	0,015	0,040	0,096	0,149
pos. Entlad. f = 10 „	0,018	0,040	0,094	—
neg. Entlad. f = 15 „	—	0,027	0,053	0,087
pos. Entlad. f = 15 „	—	0,028	0,050	0,077

Die Angaben der Tabelle beziehen sich auf negative Entladung in Form eines einzigen Büschels und auf positive Glimmentladung.

Ferner wurde mit der gleichen Versuchsanordnung die Grenzstromstärke der positiven Glimmentladung, sowie die zugehörige Grenzpotentialdifferenz festgestellt; ausserdem wurde auch noch bestimmt, wie tief jedesmal die Potentialdifferenz sank bei Eintritt der (einstieligen) positiven Büschelentladung. Es ergab sich:

Tabelle XII.

Luftdruck = 74,7cm. Zimmertemperatur = 16,8cm.

	Grenzstromstärke d. posit. Glimmentlad. in M.-A.	Grenzspannung der pos. Glimmentladung in Volt	Minimalspannung der pos. Büschelentlad. in Volt
$f =$ 5 cm	0,0767	41100 ($F = 1{,}3$ cm)	29700 ($F = 0{,}9$ cm)
$f =$ 10 „	0,0944	60200 ($F = 2{,}05$ „)	51100 ($F = 1{,}68$ „)
$f =$ 15 „	0,0944	74000 ($F = 2{,}68$ „)	71800 ($F = 2{,}58$ „)

Während der Büschelentladung stieg auch hier wieder (vgl. Tab. VIII) die Spannungsdifferenz der Elektroden nur wenig mit wachsender Stromstärke. So fand sich z. B. für 10 cm Schlagweite bei 1,0 Milliamp. 53 600 Volt ($F = 1{,}78$ cm), und bei 1,36 Milliamp. 56500 Volt ($F = 1{,}90$ cm).

XIII. Beobachtungen am positiven Büschel und negativen Büschellichtbogen.

Positive Büschelentladung. Bei kleiner Schlagweite (bis ca. 5 cm), aber nicht zu kleiner *constanter* Stromstärke (ca. 0,5 Milliamp.), erscheint die nahe continuirliche Büschelentladung als ein schmaler, nahezu geradliniger, die Elektroden verbindender Lichtstreif (von etwa 0,01 qcm Querschnitt). Seine Färbung ist bei geringer Stromstärke nach der Anode zu carminrot, nach der Kathode zu bläulich. Unmittelbar an der Kathode (Halbleiterplatte) verbreitert sich die Lichterscheinung zu einer auf der Kathodenplatte aufliegenden mattbläulichen Lichtscheibe; letztere erreicht bis zu 5 cm Durchmesser. [1])

Entfernt man bei *constanter* Stromstärke die Elektroden mehr und mehr, so verlängert sich der Lichtstrich zunächst. Weiterhin aber verdickt und vergrössert sich die Lichtscheibe an der Kathode, und schliesslich entwickelt sich aus ihr die Krone des Büschels. Bei kleiner Schlagweite überblickt man

1) Vgl. Wied. Ann. **63.** p. 110. 1897, Figg. 1 und 2; die in diesen Figuren abgebildeten Entladungsprocesse zeigen links von der Halbleiterplatte (hier Zwischenelektrode) negativen Büschellichtbogen, rechts dagegen (nahe continuirliche) positive Büschelentladung.

also zunächst gewissermaassen nur den Stiel des Büschels und erst bei grösserer Schlagweite tritt dann sozusagen die Krone aus der Halbleiterplatte hervor. So überblickt man z. B. für etwa 0,6 Milliamp. erst bei 12—15 cm Schlagweite das voll entwickelte Büschel.

Das allmähliche Entstehen eines positiven Büschels in grossem Schlagraume bei allmählicher Strom*verstärkung* ist schon im sechsten Abschnitte (vgl. Fig. 4) geschildert.

Zwischenkörper im Schlagraume. Ebenso wie man bekanntlich bei nahe continuirlicher positiver Glimm- oder negativer Büschelentladung einen kleinen Körper in den Schlagraum (zwischen Spitze und Platte) halten kann, ohne wesentliche Störung des Charakters des gesamten Entladungsvorganges, ebenso kann man auch in die Krone des nahe continuirlichen Büschels einen Leiter, Halbleiter oder Nichtleiter einführen. Der Zwischenkörper wird einfach von dem bläulichen Lichte der Büschelkrone umspült; nach der Kathodenplatte zu bildet sich hierbei ein Schattengebiet, nach der Anode zu eine Lichtverdichtung (wohl infolge der Stauung des von der Spitze ausgehenden Gebläses). Es kann z. B. der isolirt aufgestellte Experimentator ruhig einen Finger normal zur Axe des Büschels in dessen Krone einführen, ohne dass die nahe continuirliche Büschelentladung zerstört wird; andererseits hat (günstigenfalls) der Experimentator nur das Gefühl, dass er seinen Finger in ein Gebläse schwach erwärmter Luft hält.

Bei den geschilderten Versuchen nimmt der in die Krone des Büschels gehaltene kleine Körper die Spannung an, welche an der Einführungsstelle in dem Büschel herrscht. Dies ist jedoch keineswegs nötig. Führt man in die Krone des Büschels einen Leiter von *bestimmter, unveränderlicher* Spannung ein, so regulirt sich selbstverständlich umgekehrt die Spannung auf den Elektroden in leicht zu übersehender Weise derart, dass sich im Büschel an der Einführungsstelle des Leiters von selbst die Spannung des letzteren herstellt.[1]) Dies geht so weit, dass man z. B. einen *zur Erde abgeleiteten* Draht normal zur Büschelaxe in die Krone des Büschels einführen und

1) Das Gleiche ist natürlich auch bei den übrigen nahe continuirlichen Entladungsformen anzunehmen, nur fällt es hier nicht so in die Augen, wie gerade bei der positiven Büschelentladung.

dann (langsam) in letzterer *hin- und herbewegen* kann, ohne dass hierdurch die Ausbildung des positiven Büschels gestört würde. Nähert man z. B. den Draht der Anode, so sinkt auf letzterer die Spannung und steigt entsprechend auf der Kathode.

Büschellichtbogen. Gewissermaassen mit Umgehung der hohen Grenzspannung von Glimmen oder Büschelentladung kann man (in ganz analoger Weise, wie dies für den Flammenbogen bekannt ist) einen längeren Büschellichtbogen erhalten durch allmähliche, vorsichtige Vergrösserung des zunächst kleinen Schlagraumes, *während in ihm schon ein Büschellichtbogen vorhanden ist.* Die relative Verlängerung lässt sich freilich beim Büschellichtbogen nicht so weit treiben, wie beim Flammenbogen, wo sie bekanntlich bis zu mehr als dem Hundertfachen der eigentlichen Schlagweite gehen kann.

Mit Hülfe von *zwei* 60plattigen Influenzmaschinen, welche mir vorübergehend zur Verfügung standen, erhielt ich in der eben angegebenen Weise zwischen Spitze und Halbleiterplatte einen negative Büschellichtbogen von 14—15 cm Länge; die Stromstärke betrug hierbei etwa 3 Milliamp. Dagegen war für positiven Büschellichtbogen nur eine Länge von 7 bis 8 cm zu erzwingen.

Bei grosser Schlagweite (15 cm) war die Lichtgestalt des rein negativen Büschellichtbogens folgende. In der Nähe der Kathode bestand der Büschellichtbogen wie immer aus einer Reihe scharf getrennter Lichtschichten. Weiter ab von der Kathode wurde die Schichtung immer unklarer. Immerhin liessen sich bis etwa 8 cm Abstand 9—10 Lichtschichten gut unterscheiden. Weiterhin bestand dann der Büschellichtbogen in einem ungeschichteten Lichtbande; dieses verbreiterte sich nach der Anodenplatte zu ein wenig und zeigte schliesslich die Tendenz, in mehrere wenig divergirende Aeste zu zerfallen; jedoch betrug hierbei der Gesamtquerschnitt der Lichterscheinung in der Nähe der Anode doch nur höchstens 0,5 qcm.

Die Färbung des Büschellichtbogens war der grossen Stromstärke entsprechend kaum mehr carminrot, sondern eher ziegelrot.

Bei starkem Strome beginnen auch die ursprünglich dunklen

Zwischenräume Licht auszusenden. Hierdurch wird die Schic tung für das Auge weniger auffallend; an Stelle hellerer u dunklerer Stellen unterscheidet man jetzt nur noch verschied gefärbte Gebiete längs der Entladungsbahn.

Schliesslich sei noch auf folgendes aufmerksam gemac Mit Anwendung des Wehneltunterbrechers geben Inductio apparate bekanntlich eine eigentümliche, nahe continuirlic Entladung. Dieselbe ähnelt in Gestalt und Färbung d kurzdauernden ungeschichteten gelblichen Büschellichtbog welcher bei wenig verlangsamter Entladung grosser Leyden Batterien dem Initialfunken folgt. Die Annahme erschei naheliegend, dass die in Rede stehende nahe continuirlic Ruhmkorffentladung nichts anderes ist, als ein Büschellich bogen mit relativ hoher Stromintensität; eine Schichtung, w sie dem von mir untersuchten Büschellichtbogen eigen i kommt freilich schon wegen der Inconstanz in der Stromzufu nicht zur Ausbildung.

Elektrostatische Ablenkung der Entladungsbahn. Nähert m elektrisch geladene Körper einem Büschellichtbogen, so wi seine Bahn abgelenkt. Dies läs sich leicht in auffallender Wei folgendermaassen zeigen. Mit d Zuleitung zur spitzen Kathode (vgl. Fig. 7) sei der beweglic Draht *d* verbunden. Nähert m sein freies Ende *b* dem Büsche lichtbogen, so wird dieser a gelenkt.[1]) Ja man kann, wie d Figur zeigt, das Drahtende *b* b in die normale Verbindungslin von *a* nach der Schieferplatte *s*, d. h. an Punkte der ursprün lichen Bahn des Büschellichtbogens vorschieben, ohne dass d (die Spitze *b* in grossem Bogen umgehende) Büschellichtbog erlischt.

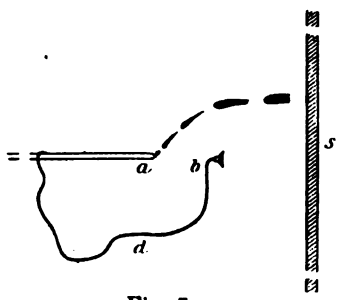


Fig. 7.

1) In ähnlicher Weise wird auch eine nahe continuirliche positi einstielige Büschelentladung zwischen *a* und *s* abgelenkt, nur sprin hier der Ausgangspunkt der Entladung sehr leicht von *a* nach *b* üb Letzteres ist dadurch zu erschweren, dass man den Draht *d* bei *b* nic in eine Spitze, sondern in eine Metallkugel (z. B. von 2 cm Durchmess endigen lässt.

Wie die Figur angiebt, findet nicht nur von *a* aus Elektricitätsentladung in Form von Büschellichtbogen, sondern gleichzeitig auch von der Drahtspitze *b* durch ein negatives Büschel statt. Ich möchte nur darauf hinweisen, dass meist bei gleicher Versuchsanordnung *in mehrfacher Art eine* stationäre Stromspaltung möglich ist, je nachdem der Entladungsprocess eingeleitet wird. In dem besprochenen Falle war das Drahtende erst dann an die Stelle *b* gebracht worden, als von *a* nach *s* schon ein Büschellichtbogen bestand. Wäre dagegen die relative Lage der Elektroden *a*, *b* und *s* schon ursprünglich die in der Figur angegebene gewesen, und wäre dann, von kleinsten Werten ausgehend, die Stromstärke bis zu dem gleichen Werte wie im obigen Falle gesteigert worden, so würde jetzt bei *b* ein Büschellichtbogen, bei *a* ein (schwacher) Büschel die Elektricitätsentladung vermitteln, wobei die Spannungsdifferenz der Elektroden eine kleinere sein würde, als im vorher besprochenen Falle.

IV. Einfluss stossweiser Elektricitätszufuhr zu den Elektroden.

Die Versuchsanordnung, ähnlich der im XII. Abschnitte, war die in Fig. 8 schematisch dargestellte. Die plattenförmige Elektrode (*s*) wurde hier gebildet durch eine einseitig mit Stanniol belegte grosse Glasplatte; die Stanniolbelegung bedeckte eine Kreisfläche von 60 cm Durchmesser. In der Zu-

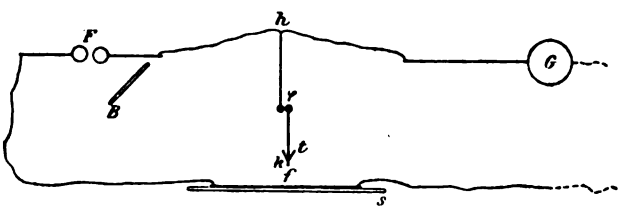


Fig. 8.

leitung zur kleinen Elektrode war eine variable Funkenstrecke φ eingeschaltet. Die Abstände hF und hG betrugen mehr als 100 cm. Eine gegenseitige Belichtung der Funkenstrecken f, F und φ war durch die undurchsichtige Ebonitwände B und durch den mit Siegellack innen überzogenen

Glastrichter t verhindert. Als kleine Elektrode k die
Messingkugel von 0,5 cm Durchmesser.

An Stelle des nahe continuirlichen positiven G
erscheinen bei Vorschaltung einer Funkenstrecke φ za
kurze (zunächst nur bis 1 cm lange) Lichtfäden. Bei st
Strome erscheint die Anode umgeben von einer Strahle
bei grosser Schlagweite (ca. 15 cm) habe ich diese Entl
form mit Strahlen bis zu 5 cm Länge beobachtet. Man
in letzterem Falle, dass die Strahlenhülle gebildet w
zahllosen kurzen, gestielten, positiven Büscheln. Die Vo
funkenstrecke φ bewirkt hiernach, dass schon bei sch
Strome an Stelle des Glimmens eine besondere Entlad
— die *positive Streifenentladung* (vgl. Abschnitt XXII)
zeugt wird, bestehend aus einer Anzahl kurzer, faden
positiver Büschel (vgl. Fig. 4). Erst bei einer Stro
welche *wesentlich grösser* ist, als für $\varphi = 0$ die Grei
stärke für positive Glimmentladung, erscheint Büschelen
den Schlagraum wieder in Form eines einzigen grossen
voll überbrückend.

Bei negativer Entladung tritt an der kugelförmigen
in der Regel auch schon bei constanter Stromzufuhr
negative Streifenentladung (in Form zischender Lichtf
der Kathode) auf; nur ausnahmsweise bildet sich ein w
wickelter negativer Büschel. Bei Vorschaltung der Fu
tritt überhaupt nur noch Streifenentladung auf. A
zahlreichen zunächst leicht unterscheidbaren einzelne
fäden wird bei Stromverstärkung auch hier eine die
fast lückenlos umgebende mattblaue Lichthülle. Di
derselben ist bei gleicher Stromstärke etwas kleiner
jenige bei positiver Streifenentladung; auch fehlt der
Kern, welcher bei *positiver* Streifenentladung aus den
zahlreicher, positiver Büschel hervorgeht; sonst ähne
jedoch die positive und negative Streifenentladung sel

Bei stossweiser Elektricitätszufuhr ist die grösst
nungsdifferenz (Grenzspannung), welche überschritten
muss, ehe einstielige positive Büschelentladung bez.
erhalten wird, viel niedriger, wenn die Elektricitätszuf
kleinen Elektrode stossweise, als wenn dieselbe allmäh
schieht; es ergab sich

Tabelle XIII.

Luftdruck = 75,6 cm. Zimmertemperatur = 18,3° C.

	Grenzspannungen (Funkenpotentiale) für positive Entladung bei			
	$\varphi = 0$ (langsame Stromvermehrung)		$\varphi = 0{,}05$ cm (rasche Stromvermehrung)	
	F in cm	in Volt	F in cm	in Volt
Schlagweite $f = 5{,}0$ cm	2,1 (1,9—2,2)	61300	1,05 (0,9 —1,1)	34100
„ 9,9 „	3,29 (3,1—3,5)	85800	1,74 (1,62—1,90)	52600
„ 15,0 „	> 3,6	> 91000	2,92 (2,88—3,00)	78600
„ 18,0 „	—	—	ca. 3,6	ca. 91000

Im zweiten Falle der Tabelle ($\varphi = 0{,}05$ cm) wurden die Versuche so angestellt, dass die Influenzmaschine bei metallisch verbundenen Maschinenconductoren in constantem Gange erhalten wurde (sodass sie etwa 1 Milliamp. lieferte); die metallische Verbindung wurde dann *plötzlich gelüftet*, sodass jetzt die zuvor verschwindend kleine Spannungsdifferenz bei f und F rasch in die Höhe ging.

(*Bemerkung während des Druckes:* Ein Vergleich der Wertefolgen in Tab. XIII mit denen der Tab. XII zeigt, dass die Grenzspannung der positiven Streifenentladung (bei $\varphi = 0{,}05$ cm) nur wenig höher ist als die Minimalspannung bei positiver einstieliger Büschelentladung. Nach allem scheint sich durch Vorschalten von φ die Abhängigkeit der Spannung von der Stromstärke z. B. bei 10 cm Schlagweite in der Weise zu ändern, wie es Fig. 9 (Stromstärke als Abscisse, Spannung als Ordinate) zeigt; der Spannungsverlauf für $\varphi = 0$ ist schwach, derjenige für $\varphi > 0$ stark gestrichelt.)

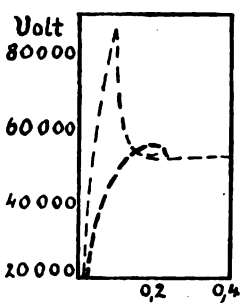


Fig. 9.

Die angegebenen Thatsachen lassen sich natürlich auch zur Discussion der Erscheinungen bei der bekannten Stossentladung von Inductionsapparaten heranziehen.

Zusammenfassung.

Der zusammenfassenden Besprechung der Entladungsgänge bei Schlagweiten von 1 bis 8 cm und Stromstärken zu 2 Tausendstel Ampère sei folgendes voraus bemerkt.

In der Einleitung (vgl. Abschnitt II) war schon hervorgehoben worden, dass die Art des im Schlagraume auftretenden Entladungsvorganges in jedem einzelnen Falle bedingt durch das Ergebnis der gegenseitigen Selbstregulirung verschiedener einander beeinflussender Veränderungen des Schlagraumzustandes. Wenn sich nun auch für jede bestimmte Stromstärke und Schlagweite, wie die Beobachtung ergiebt, der Regel auch eine bestimmte Entladungsart ausbildet, wird man doch von dieser eine von Fall zu Fall oder auch nur dauernd sich bis ins einzelne gleich bleibende Aus-Durchbildung nicht erwarten dürfen. Wie man sich jederzeit leicht überzeugt, und wie ein Vergleich meiner Tabellenangaben untereinander zeigt, ist die Unsicherheit der Erscheinungen sogar *recht erheblich*. Wenn ich trotzdem versuche, in der folgenden Zusammenstellung in qualitativer und auch quantitativer Hinsicht ein zusammenhängendes Bild der Abhängigkeit der Entladungsvorgänge von der mittleren Stromstärke zu geben, so kann damit nur beabsichtigt sein, die Verhältnisse so zu schildern, wie sie unter den gleichen Versuchsbedingungen zwar in der Regel angenähert immer wieder auftreten, zu denen aber beträchtliche Abweichungen (besonders in quantitativer Hinsicht) keineswegs selten sind.

A. Spitze Elektrode[1]) gegenüber einer ausgedehnten Pla

XV. Existenzbereiche der einzelnen positiven und negativen Entladungsarten.

Bei verschwindend kleiner Elektrodencapacität treten im Schlagraume nur nahe continuirliche Entladungsvorgänge zeitlich ausgesprochen discontinuirliche Entladung (wie st

1) Hierunter ist im Folgenden speciell eine *stumpfe* Spitze (Krümmung etwa 0,5 mm) gemeint.

weiser Büschel etc. oder gar Funkenstrom) kommt *nicht* zur Ausbildung.

Bei Entladung rein positiven Charakters (spitze Anode, plattenförmige Halbleiter-Kathode) zeigt die Anode, wenn man von schwächster Stromintensität ausgeht, bei deren Steigerung zunächst das bekannte positive Glimmen, dieses geht allmählich in nahe continuirliche positive Büschelentladung über, und bei noch wesentlich grösserer Stromstärke erscheint dann der positive Büschellichtbogen.

Bei Entladung negativen Charakters (spitze Kathode, plattenförmige Halbleiter-Anode) tritt zuerst die bekannte negative Büschelentladung auf[1]); bei hinreichender Stromstärke erscheint dann der negative Büschellichtbogen.

Obgleich der Uebergang irgend einer Entladungsart in die nächstfolgende (bei verschwindend kleiner Elektrodencapacität) in vollkommen allmählicher Weise erfolgt (vgl. die Schilderung dieser Uebergänge in Abschnitt VI und VII), so findet doch die Aenderung der Entladungsform (wenigstens bei Schlagweiten über 1 cm) innerhalb eines sehr geringen Aenderungsbereiches der Stromstärke statt. Man kann demnach recht wohl je von einer *bestimmten* Stromstärke, der „*Grenzstromstärke*" sprechen, bei welcher der ins Auge gefasste Uebergang stattfindet.

Bei verschiedenen Schlagweiten erhält man für die Grenzstromstärke zwischen den gleichen Entladungsformen im allgemeinen verschiedene Werte; die Grenzstromstärken sind also Functionen der Schlagweite. Figg. 10a u. 10b zeigten, erstere für positive, letztere für negative Entladung, die Abhängigkeit der *Grenz*stromstärken von der Schlagweite.

Die Grenzstromstärke zwischen positiver Glimm- und positiver Büschelentladung ist nahezu constant, unabhängig von der Schlagweite (vgl. Abschnitt IV, Tabelle I). Dagegen nimmt die Grenzstromstärke zwischen positiver Büschelentladung und positivem Büschellichtbogen mit der Schlagweite rasch zu. Die Grenzstromstärke der negativen Büschelent-

1) Unter welchen Voraussetzungen der negativen Büschelentladung bei allerschwächsten Strömen eventuell eine negative Glimmentladung vorausgehen kann, bleibe dahingestellt.

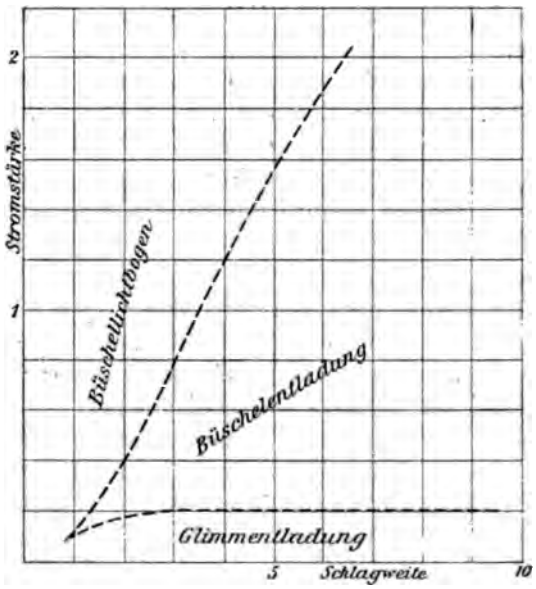


Fig. 10a (positive Entladung)

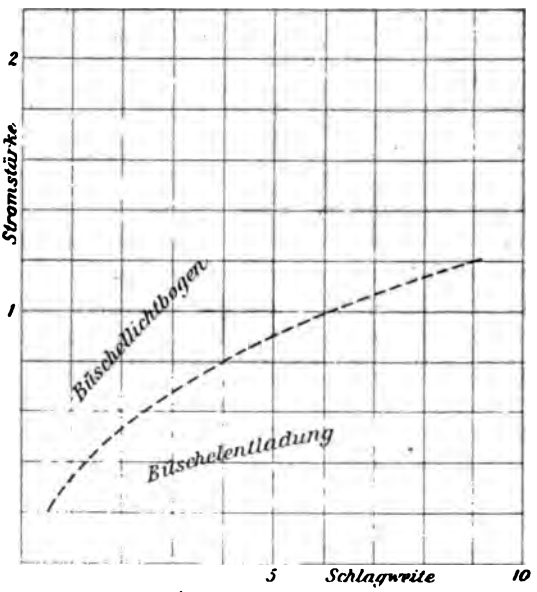


Fig. 10b (negative Entladung)

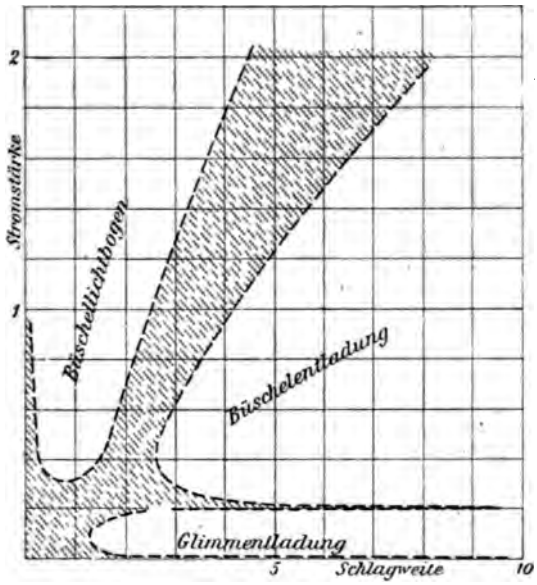


Fig. 11[a] *(positive Entladung)*

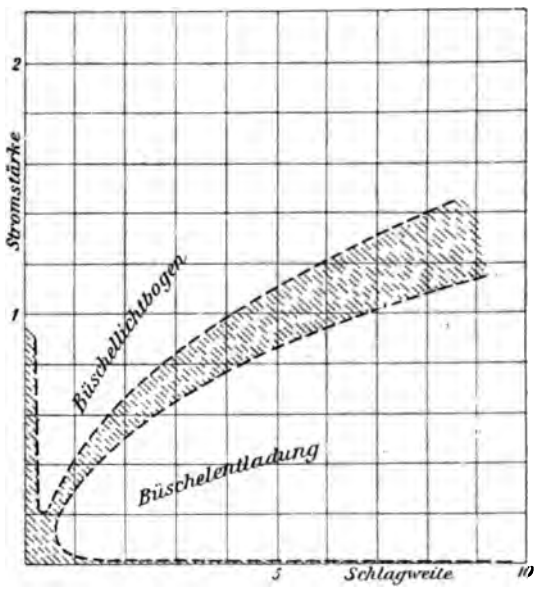


Fig. 11[b] *(negative Entladung)*

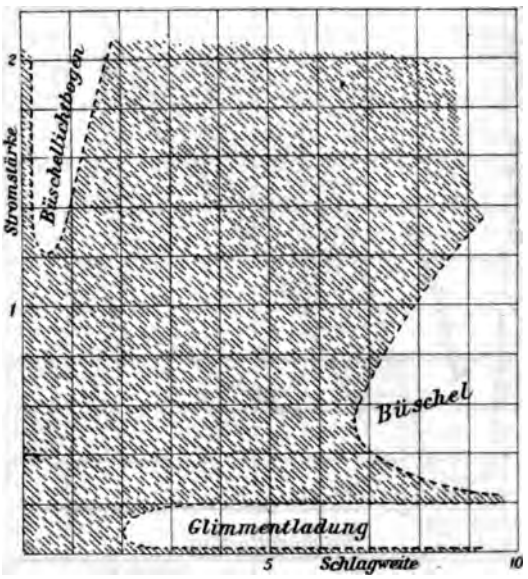


Fig. 12.ª (positive Entladung.)

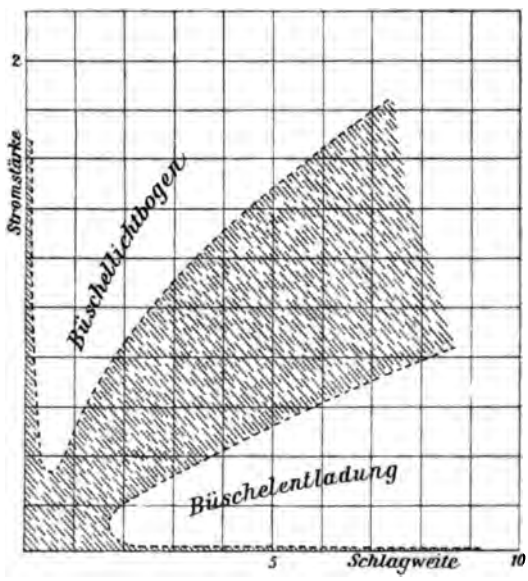


Fig. 12.ᵇ (negative Entladung.)

ladung gegen den negativen Büschellichtbogen wächst gleichfalls mit zunehmender Schlagweite.

Hervorzuheben ist, dass man nahezu die gleichen Grenzstromstärken erhält, ob man die Uebergänge bei zunehmender oder bei abnehmender Stromstärke beobachtet.

Jeder der nahe continuirlichen Entladungsarten kommt also, wie Figg. 10a u. 10b zeigten *ein bestimmter Schlagweiten-Stromstärkenbereich zu, innerhalb dessen sie und nur sie allein (unter normalen Verhältnissen) existenzfähig ist.*

Der vorangehend besprochene Fall verschwindend kleiner Elektrodencapacität ist ein Grenzfall, den man zwar, genau genommen, experimentell nicht vollkommen verwirklichen kann, dem man aber doch schon mit der von mir benutzten, in Fig. 1a und 1b angegebenen Versuchsanordnung recht nahe kommt.

Ist die Elektrodencapacität nicht verschwindend klein, so erfolgt der Uebergang zweier nahe continuirlicher Entladungsarten ineinander nicht mehr allmählich, sondern es tritt an allen Uebergängen zeitlich discontinuirliche Entladung auf. Die Erscheinungsform der zeitlich discontinuirlichen Entladung kann sehr verschieden sein; zahlreiche, zischende Lichtfäden, stossweise auftretende Büschel, halbe Funken, vor allem aber der eigentliche *Funkenstrom.*

In Figg. 11a und 11b ist für positive und negative Entladung das Stromstärken-Schlagweitengebiet der zeitlich discontinuirlichen Entladung (wie man es für etwa 10 cm Elektrodencapacität beobachten könnte) schraffirt.

Bei Vergrösserung der Elektrodencapacität verbreitert sich das Gebiet der discontinuirlichen Entladung allseitig. Von der hiermit verbundenen Zurückdrängung der Gebiete nahe continuirlicher Entladung wird besonders stark der positive und negative Büschellichtbogen getroffen.[1]) Bei etwa 50 cm Elektrodencapacität nimmt die zeitlich discontinuirliche Entladung ungefähr das in Figg. 12a und 12b schraffirt dargestellte Stromstärken-Schlagweitengebiet ein.

---

1) Dies ist der Grund, weshalb der Büschellichtbogen so lange übersehen wurde.

Spannungsdifferenz der Elektroden.

XVI. Anfangspotentialdifferenz.

Die Spannungsdifferenz, bei welcher eine Entladung, d. h. ein Abströmen der Elektricität aus den Elektroden in den Schlagraum überhaupt beginnt,[1]) heisst die *„Anfangspotentialdifferenz"*,[2]) gleichgültig, welches die zuerst entstehende Art der Entladung ist, also auch dann, wenn die Entladung den Schlagraum *nicht* in sichtbarer Weise *überbrückt.*[3])

Die Anfangspotentialdifferenz für die von positiver oder negativer Elektrode ausgehende Entladung unterscheidet sich, wenn überhaupt, so höchstens um etwa 5 Proc.[4]) Sie wächst mit der Schlagweite und erreicht für unendlich grosse Schlagweiten einen *endlichen* Grenzwert ($A\infty$); dies ist diejenige Spannung, welche auf einer frei im allerseits unelektrischen Raume befindlichen isolirten Elektrode nicht überschritten werden kann, ohne dass von der Elektrodenoberfläche aus spontan Elektricitätsentladung in den freien Raum hinein erfolgt.[5])

Der Wert der Anfangspotentialdifferenz hängt vor allem von der Gestalt und Grösse der Schlagraumelektroden ab.

---

1) Ich sehe hier ab von der event. im Schlagraume stattfindenden minimalen, rein elektrolytischen Elektricitätsleitung.

2) Ausser der Anfangspotentialdifferenz hat man noch zu unterscheiden die „Entladungspotentialdifferenz", d. h. die Spannungsdifferenz der Elektroden, während im Schlagraume eine Entladung (Glimmen, Büschel etc.) stattfindet, ausserdem die verschiedenen „Funkenpotentialdifferenzen", bei denen speciell ein Funkenstrom im Schlagraume einsetzt. Eine allgemein gebräuchliche Nomenclatur besteht bisher leider noch nicht; vielfach werden auch die genannten verschiedenen Begriffe nicht scharf genug unterschieden.

3) Insofern bei nicht zu grossem Schlagraume die bei nicht verschwindend kleiner Elektrodencapacität und Elektrodengrösse zuerst (beim Ueberschreiten der Anfangspotentialdifferenz) auftretende stossweise Entladung einen Funkenstrom bildet, *kann* die Anfangspotentialdifferenz zugleich auch die Bedeutung einer Funkenpotentialdifferenz (vgl. Abschnitt XVIII) haben. Ist der Schlagraum gross im Vergleiche zum Durchmesser der kleineren Elektrode, so ist dies indessen in der Regel *nicht* der Fall.

4) Vgl. A. Heydweiller, Wied. Ann. 48. p. 226. 1893.

5) A. Heydweiller, l. c. p. 231.

An sehr *spitzen* Elektroden (gegenüber einer Platte) erreicht die Anfangspotentialdifferenz überhaupt keinen hohen Wert[1]), wenigstens im Vergleiche zu den an der gleichen Spitze möglichen Entladungspotentialdifferenzen. Selbst an der bei den Messungen zu vorliegender Arbeit von mir meist benutzten, kaum noch als stumpfe Spitze zu bezeichnenden Elektrode (0,15 cm starker Stahlcylinder mit abgekugeltem Ende) erreichte die Anfangspotentialdifferenz noch nicht 12000 Volt (vgl. Tab. VII erste Reihe).

XVII. Potentialdifferenz der Elektroden während des Vorhandenseins irgend einer Entladungsart im Schlagraume (Entladungspotentialdifferenz).

Spitze gegenüber Halbleiterplatte, Elektrodencapacität verschwindend klein.

Da für eine bestimmte Schlagweite und Stromstärke nur eine bestimmte (positive oder negative) Entladungsart existenzfähig ist, so gehört auch zu jeder Schlagweite und Stromstärke nur je *ein* Wert der Spannungsdifferenz für positive oder negative Entladung. Der Einfachheit halber will ich im Folgenden bei positiver und negativer Entladung stets nur die Absolutwerte der Spannungsdifferenz ins Auge fassen und von ihrem Vorzeichen absehen.

In den beiden nachstehenden Tabellen habe ich den Versuch gemacht, auf Grund meiner Messungen für verschiedene Schlagweiten und Stromstärken die zugehörigen Spannungsdifferenzen anzugeben.

Tabelle XIV.

Rein positive Entladung (spitze Anode, plattenförmige Kathode).

Stromst. in Milliamp.	Spannungsdifferenz der Elektroden in Volt bei Schlagweiten von					
	2,5 cm	5,0 cm	7,5 cm	10,0 cm	12,5 cm	15,0 cm
0,1	27000*	42500*	53000*	62000*	69000*	74000*
0,3	*19000*	*30000*	*39000*	*51100*	*62500*	*71800*
0,6	*21400*	*33500*	*43800*	*54800*	*65300*	—
1,0	*21500*	*35000*	*45500*	*55600*	—	—
1,5	6500	*36000*	*46300*	*55600*	—	—
2,0	6400	11000	*46300*	—	—	—

1) Vgl. J. Precht, Wied. Ann. **49.** p. 170. 1893.

Die Werte der Spannungsdifferenzen für positive Glimmentladung sind mit einem Sternchen (*) versehen, diejenigen für positive Büschelentladung sind in liegender, die für positiven Büschellichtbogen in stehender Schrift gedruckt.

Tabelle XV.

Rein negative Entladung (spitze Kathode, plattenförmige Anode).

Stromst. in Milliamp.	Spannungsdifferenz der Elektroden in Volt bei einer Schlagweite von					
	2,5 cm	5,0 cm	7,5 cm	10,0 cm	12,5 cm	15,0 cm
0,05	—	—	*39000*	*47000*	*54000*	*60000*
0,1	*27000*	*40000*	*51000*	*60000*	*68000*	*74000*
0,3	8000	*64000*	*77000*	—	—	—
0,6	7400	12400	—	—	—	—
1,0	6900	11600	—	—	—	—
1,5	6500	11000	15000	—	—	—
2,0	6400	10500	14500	—	—	—

Die Spannungsdifferenzen für negative Büschelentladung sind mit liegenden, die für negativen Büschelbogen mit stehenden Ziffern angegeben.

Die Tabellen sollen natürlich nur eine Uebersicht über den allgemeinen Charakter der Abhängigkeit der Spannungsdifferenz von Schlagweite und Stromstärke geben; im einzelnen Falle werden natürlich je nach der Natur (Oberflächenbeschaffenheit etc.) der benutzten Elektroden erhebliche Abweichungen in quantitativer Hinsicht auftreten.

Bei der folgenden, eingehenderen Besprechung der Spannungsverhältnisse beschränke ich mich auf die Betrachtung des speciellen Falles der *Abhängigkeit der Spannungsdifferenz von der Stromstärke bei der constanten Schlagweite von etwa* 5 *cm* (vgl. hierzu Fig. 13). Die Angaben der obenstehenden Tabellen gestatten dann ohne weiteres die Betrachtungen auf andere Schlagweiten zu übertragen.

A. Positive Entladung (spitze Anode, plattenförmige Halbleiterkathode).

Die Art der Abhängigkeit der Spannung von der Stromstärke bei constanter Schlagweite (5—6 cm) ist aus Fig. 13 (stark gestrichelter Linienzug) zu ersehen.

Positive Glimmentladung. Mit wachsender Stromstärke[1]) steigt die Spannungsdifferenz rasch an und erreicht bei der Grenzstromstärke einen grössten Wert, die „Grenzpotentialdifferenz" der positiven Glimmentladung.

Positive Büschelentladung. Beim Uebergange vom positiven Glimmen zu positiver Büschelentladung sinkt die Spannungsdifferenz sehr rasch erheblich; in dem von mir untersuchten speciellen Falle (vgl. Tab. VI) bei allen Schlagweiten von 1 bis 8 cm auf etwa $^2/_3$ des Wertes der Grenzpotentialdifferenz der

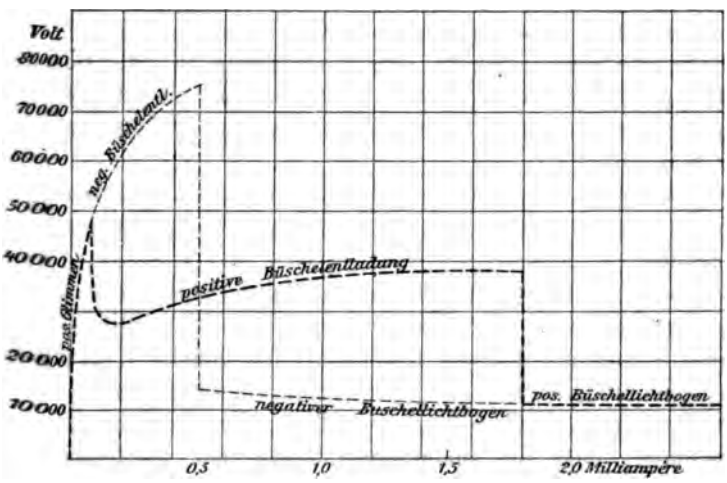


Fig. 18.

Glimmentladung. Bei positiver Büschelentladung steigt die Spannung wieder mit der Stromstärke, und zwar erst rascher, dann langsamer, um schliesslich fast constant zu werden (vgl. Tab. VIII).

Positiver Büschellichtbogen.[2]) Der Uebergang von positiver Büschelentladung in den positiven Büschellichtbogen ist wieder von einem erheblichen Potentialsturze begleitet. Beim Büschel-

1) Ueber die Verhältnisse bei sehr schwachem Strome vergleiche Abschnitt XX.

2) Meine Messungen (Wied. Ann. **66.** p. 674. 1898) beziehen sich freilich nur auf den *negativen* Büschellichtbogen, indessen ist es wahrscheinlich, dass die daselbst gefundenen Spannungsverhältnisse nahezu auch für den positiven Büschellichtbogen gelten.

lichtbogen fällt die Spannung ganz langsam mit wachsender Stromstärke.

B. *Negative Entladung* (spitze Kathode, plattenförmige Halbleiteranode).

Negative Büschelentladung. Die Spannungsdifferenz wächst rasch mit der Stromstärke (vgl. den schwach gestrichelten Linienzug in Fig. 13). Der bei der Grenzstromstärke erreichte grösste Wert, die Grenzspannungsdifferenz, ist für gleiche Schlagweite stets wesentlich grösser als die Grenzpotentialdifferenz der positiven Glimmentladung (vgl. Tab. VI).

Negativer Büschellichtbogen: Der Spannungssturz beim Uebergange der negativen Büschelentladung in den Büschellichtbogen ist ein sehr grosser. Beim negativen Büschellichtbogen nimmt die Spannungsdifferenz langsam ab mit wachsender Stromstärke. [1])

Ueberblicken wir die verschiedenen Entladungsarten positiven und negativen Charakters (vgl. Fig. 13), so erkennen wir folgendes:

Bei gleicher Stromstärke und gleicher Schlagweite ist die Spannungsdifferenz der Elektroden für positive Glimm- und negative Büschelentladung angenähert die gleiche [2]); bezüglich der Spannungsverhältnisse sind demnach diese beiden Entladungsformen in Parallele zu stellen. Ebenso ist wohl anzunehmen, dass die Spannungsdifferenz bei positivem und negativem Büschellichtbogen nahe die gleiche ist. Die gestielte positive Büschelentladung steht isolirt. [3])

Mit wachsender Stromstärke folgen sich, wie man sieht, die Entladungsarten schrittweise derart, dass die Spannungsdifferenz der Elektroden (beim Uebergange) sprungweise kleiner wird. Der Grund hierfür dürfte sein, dass hierbei — wie schon die Lichterscheinungen zeigen — die Strom*dichte* von Entladungsform zu Entladungsform grösser wird. Sowohl bei positivem Glimmen als auch bei negativem Büschel findet die

---

1) Vgl. M. Toepler, Wied. Ann. **66**. p. 674. 1898.

2) Vgl. auch A. v. Obermayer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **93**. p. 940. 1886, sowie E. Warburg, Wied. Ann. **67**. p. 82. 1899.

3) Vgl. jedoch Abschnitt VIII.

Entladung auf breit gestreuter Bahn statt[1]); im Büschellichtbogen ist die Stromdichte viel grösser; die (einstielige) positive Büschelentladung steht zwischen beiden.

Um einen vollen Ueberblick über die Abhängigkeit der Spannungsdifferenz von der Stromstärke (bei einer bestimmten Schlagweite) zu gewinnen, hätte man noch zu berücksichtigen, dass bei allerschwächsten Strömen eventuell der Entladung unter Lichtentwickelung ein lichtloses Elektricitätsfliessen durch den Luftraum, wie durch einen Elektrolyten, vorhergehen kann ($p = k_1 + k_2 . i$; p Spannungsdifferenz, i Stromstärke, k_1 und k_2 Constanten). Andererseits wird bei immer weiter vermehrter Stromstärke der Büschellichtbogen schliesslich in einen Flammenbogen übergehen; für letztere Entladungsart gilt dann bekanntlich angenähert die Gleichung

$$p = c_1 + \frac{c_2}{i},$$

wo c_1 und c_2 Constanten bedeuten. Zwischen diesen beiden Beziehungen steht der Fall p = const., welcher, wie oben gezeigt wurde, nahezu für Büschellichtbogen und positive Büschelentladung gilt.

XVIII. Elektrodencapacität klein, aber nicht verschwindend klein; Spitze gegenüber Platte. — Funkenpotentiale!

Der Einfachheit halber sei im Folgenden angenommen, dass die Capacität beider Elektroden die gleiche ist.

Die Vergrösserung der Elektrodencapacität ändert, soweit ich bemerken konnte, nichts an dem Potentialverhalten *während* des Vorhandenseins einer der nahe continuirlichen Entladungsarten im Schlagraume. Dagegen ist, wie in Abschnitt VI und XV ausführlich behandelt wurde, der allmähliche Uebergang der einzelnen Entladungsarten ineinander gestört. Es erscheint hier zeitlich discontinuirliche Entladung. Ihr Auftreten, bedingt durch das Vorhandensein nicht verschwindend kleiner Elektrodencapacität, wird offenbar *verursacht* durch den Potentialsturz, welcher, wie aus dem letzten Abschnitte hervorgeht, bei allen Uebergängen stattfindet.

1) Vgl. die diesbezüglichen Messungen von Hrn. E. Warburg l. c.

Die discontinuirliche Entladung, welche man bei v schwindend kleiner Stromstärke beobachtet, wird in Abschnitt 3 eingehend behandelt werden.

Wir betrachten hier zunächst den Uebergang von p tivem Glimmen in positive Büschelentladung. Ist die El trodencapacität nicht zu klein, so schiebt sich zwischen d Stromstärkenbereich für die nahe continuirliche Glimm- u den Bereich der nahe continuirlichen Büschelentladung zeitli discontinuirliches Elektricitätsfliessen ein (und zwar bei klein Elektrodencapacität in Form von stossweise vorschiessend Büscheln, bei grösserer als Funkenstrom). Dieses bildet si wahrscheinlich folgendermaassen. Beim Uebergange wird plöt lich infolge Widerstandsverminderung im Schlagraumgebie in der Nähe der Spitze ein Teil der auf den Elektroden a gehäuften Elektricität zum raschen Einströmen in letzter gebracht; eine kurzverlaufende, stossweise, partielle Elektrode entladung erfolgt. Das in Bildung begriffene Büschel ka hierbei seinerseits sogleich in eine Art plötzlich und vorüb gehend auftretenden Büschellichtbogen bez. in einen Flamm bogen von sehr kurzer Dauer, d. h. in einen Funken üb gehen. Steigt die Stromstärke hierbei momentan vorüb gehend sehr hoch, so erscheint dieser Funken weiss, so rötlich. Die mehr oder minder entladenen Elektroden br chen infolge ihrer (grossen) Capacität Zeit zur Aufladu dann erst entsteht ein zweiter Stossbüschel oder Funken. erscheint also eine Reihe zeitlich discontinuirlich auftreten Büschel oder ein Funkenstrom. Vermehrt man die Stro stärke, so folgen sich die Stossentladungen in immer kleine Zeitintervallen; immer weniger kann der Schlagraum zwisc zwei Entladungen in den ursprünglichen Zustand (bezügl seiner Temperatur, Leitfähigkeit etc.) zurückkehren; die Re von Stossbüscheln geht schliesslich in nahe continuirli Büschelentladung über.

Für den Uebergang der negativen Büschelentladung den negativen Büschellichtbogen gelten ähnliche Betrachtung Die einzelnen Funken des hier auftretenden Funkenstro sind immer relativ (bei der gleichen Elektrodencapacität) s *stark*, entsprechend dem bei diesem Uebergange stets s grossen Potentialsturze (vgl. Fig. 13).

Wird die Grenzstromstärke der positiven Büschelentladung überschritten, so tritt zunächst stossweise Funkenentladung *zwischen der Anode und der Krone des Büschels*, d. h. also ein Strom von *halben* Funken auf; bei grösserer Stromintensität werden diese halben Funken allmählich immer länger, und schliesslich erst bilden sich Funken aus, welche den Schlagraum voll überbrücken.

Es bleibt endlich noch derjenige Funkenstrom zu besprechen, welcher *für kleinste Schlagweiten* bei allen Stromstärken zu beobachten ist. Ueberblickt man die Reihenfolge der Entladungserscheinungen, welche bei *constanter* Stromstärke (z. B. 1 Milliamp.), aber abnehmender Schlagweite eintreten (vgl. Figg. 11a und 11b) und bedenkt man, dass bei mikroskopisch kleiner Schlagweite für alle Stromstärken schliesslich ein Flammenbogen zwischen den Elektroden auftreten wird [1]), so liegt der Gedanke nahe, dass der in Rede stehende Funkenstrom nichts anderes ist, als diejenige zeitlich discontinuirliche Entladung, welche sich zwischen den Bereich des Büschellichtbogens und des Flammenbogens bei nicht verschwindend kleiner Elektrodencapacität einschieben muss. An einer ideal feinen Spitze würde man sicher bei *sehr* kleinen Schlagweiten discontinuirliche Entladung des genannten Ursprunges beobachten können; an stumpfen Spitzen hängt jedoch die Ausbildung eines Funkenstromes damit zusammen, dass die Anfangspotentialdifferenz bei kleinen Schlagweiten einen *relativ* hohen Wert besitzt.

Jeder Funkenstrom besteht nur dann aus einer Reihe zeitlich äquidistanter, gleichartiger Funken, wenn sein (Stromstärken-)Existenzbereich gross ist, also bei grosser Elektrodencapacität. Dies gilt jedoch auch nur unter der weiteren Einschränkung, dass man sich den Grenzen seines Existenzbereiches nicht nähert. In der Nähe letzterer, bei kleiner Elektrodencapacität also überhaupt, sind die Funkenströme

1) Von der Ausbildung eines regelrechten Flammenbogens kann natürlich bei den geringen hier in Frage kommenden Stromstärken (bis 2 Milliamp.) noch keine Rede sein. Ein glühend *roter* Punkt, welcher bei 2 Milliamp. und allerkleinster Schlagweite dauernd zwischen Metallelektroden zu beobachten ist, kann wohl als der erste Ansatz zur Ausbildung des Flammenbogens aufgefasst werden.

äusserst unregelmässig. Mit wachsender Stromstärke kann sich schon am Funkenstrome die Annäherung an die nächstfolgende nahe continuirliche Entladungsart durch eine Abnahme der *mittleren* Spannungsdifferenz der Elektroden zeigen.

Funkenpotentiale. Bei Entladung in Form von Funken spricht man von einem „Funkenpotential".

Meist versteht man unter Funkenpotentialdifferenz wohl diejenige Spannungsdifferenz zwischen den Elektroden, welche soeben überschritten werden muss, damit speciell ein Funken bez. Funkenstrom ausbricht, gleichgültig, ob im Schlagraume schon vorher Glimmen oder Büschelentladung vorhanden war, oder nicht. Nach dem Vorangegangenen ist *dieser* Begriff des Funkenpotentiales *vieldeutig*; sowohl das Anfangspotential (vgl. Abschnitt XV) als auch das Grenzpotential der positiven Glimmentladung, wie auch das Grenzpotential der negativen Büschelentladung etc. kann die Bedeutung eines Funkenpotentiales annehmen. Für eine bestimmte Schlagweite wären also unter Umständen fünf verschiedene Funkenpotentiale zu unterscheiden.

Versteht man dagegen, wie es wohl auch geschieht, unter Funkenpotential in engerem Sinne diejenige Spannungsdifferenz, bei welcher für allmählich vom Nullwerte aus vergrösserte (mittlere) Stromstärke überhaupt *zum ersten Male* ein Funkenstrom auftritt, so ist die Vieldeutigkeit wenigstens in den meisten Fällen vermieden.

Solange die Funkenpotentialdifferenz (im engeren Sinne) zugleich Anfangspotentialdifferenz ist, besitzt sie die gleichen Absolutwerte bei positiver und negativer Entladung; bei grösseren Schlagweiten ist, wie man aus den Angaben der vorangehenden Abschnitte ersehen kann, die positive Funkenpotentialdifferenz wesentlich kleiner als die negative.

B. Kugelelektroden.

XIX. Anfangspotentialdifferenz.

Anfangspotentialdifferenzen zwischen Kugelelektroden sind vielfach gemessen worden[1]); es genüge hier, zur Orientirung

1) Vgl. die Arbeiten von Hrn. A. Heydweiller, Wied. Ann. 40. p. 464. 1890 u. 48. p. 213. 1893; daselbst findet sich auch eine kritische Sichtung älterer Arbeiten mit ausführlicher Litteraturangabe.

Steht einer isolirten Kugel speciell eine gleichgrosse abgeleitete gegen-

auf die Angaben von Anfangspotentialdifferenzen in Tab. VII zurückzuweisen.

XX. Stossentladung (Funken) bei schwächstem Strome.

Sehr wenig wissen wir über den Einfluss der Elektrodengrösse auf die Erscheinungen und speciell die Spannungsdifferenz von Kugelelektroden während des Verlaufes der verschiedenen nahe continuirlichen oder auch zeitlich discontinuirlichen Entladungsarten. Selbst die dürftigen Angaben des vorliegenden und des nächsten Abschnittes meiner Arbeit beruhen daher im wesentlichen auf Vermutungen, im Gegensatze zu der auf Thatsachen gegründeten Darstellung der vorangehenden Abschnitte.

über, und kennt man die Anfangspotentialdifferenz zwischen ihnen für irgend eine Schlagweite, so kann man, wie Hr. Heydweiller gezeigt hat, die Anfangspotentialdifferenz für jede beliebige andere Schlagweite berechnen.

In dem Falle, dass jede Kugelelektrode 6 cm Durchmesser hat, findet man, unter Zugrundelegung einer Spannungsdifferenz von 38300 Volt bei 1,2 cm Schlagweite, folgende Werte der Anfangspotentialdifferenzen:

Schlagw. F in cm	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,4	3,0	3,6	4,2
Anfangspotential-differenz in Volt	20390	29680	38300	46440	54060	67890	80160	90900	100400

Soweit experimentelle Potentialbestimmungen reichen (bis 1,6 cm Schlagweite), stimmen die berechneten Werte mit den beobachteten gut überein.

Auf einen Vergleich der zu messenden Spannungen mit den bei verschiedenen Schlagweiten F zwischen zwei Metallkugeln von je 6 cm Durchmesser herrschenden Anfangspotentialdifferenzen gründen sich alle meine in vorliegender Arbeit mitgeteilten Messungen von Spannungsdifferenzen. Die zu leichterer Orientirung zu den gemessenen Schlagweiten F beigefügten Potentialdifferenzenangaben in Volt sind aus der vorstehenden Tabelle durch graphische Interpolation gefunden. Die angegebenen Werte setzen freilich genau genommen voraus, dass die eine Elektrode gleiche Spannung besitzt wie der umgebende Raum (zur Erde abgeleitet ist); solange jedoch die Schlagweite F kleiner ist als der Radius der Elektroden, dürfte es gleichgültig sein, ob die *weitere* Umgebung beider Elektroden mit einer Elektrode gleiche Spannung besitzt

Ist *an einer ideal feinen Spitze*, welche in nicht z
Abstande einer plattenförmigen zweiten Elektrode g
steht, das Anfangspotential erreicht, so setzt die
Entladung wohl sogleich mit nahe continuirlichem
ein; weder für kleine noch für grosse Elektrodencaps
bei Beginn der Entladung zeitlich discontinuirlich
weises Fliessen der Elektricität auf. Der Verlauf
nungsdifferenz als Function der Stromstärke dürfte

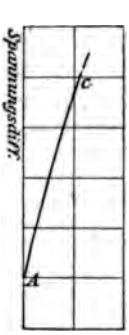


Fig. 14a.

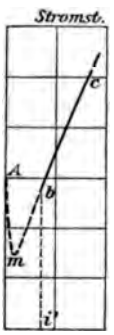


Fig. 14b.

feine Spitze) etwa der in
angedeutete sein; *A* bedeute
fangspotentialdifferenz und
Minimumpotentialdifferenz d
entladung, *AC* den Verlau
tentialdifferenz für die Glimm
bei zunehmender Stromstär

Das in Fig. 14a angege
halten ist jedoch wohl nu
idealer Grenzfall anzusehe
feine Spitzen zeigen, wie
Röntgen nachgewiesen hat
noch eine *höhere* Anfangspotentialdifferenz als die
potentialdifferenz beim Glimmen; ist nämlich einmal
tinuirliche Glimmentladung eingeleitet, so kann man
stärke wesentlich verkleinern, das Glimmen erhält s
hat wohl anzunehmen, dass bei nicht ideal spitzer A
Kathode) der Verlauf der Spannungsdifferenz bei
ladung als Function der Stromstärke etwa der in
skizzirte ist. Die Constanz der von Hrn. W. C. Röntg
angedeuteten Weise erhaltenen Minimumpotentialdiffere
dafür, dass bei *Spitzen* wirklich bei Stromschwächun
entladung bis zum Umkehrpunkte *m* der Fig. 14b
fähig bleibt. Bei grösseren (Kugel-)Elektroden schei
nicht mehr möglich zu sein, die Glimmentladung oh
liche Hülfsmittel bis zu einer Spannungsdifferenz
auffallend kleiner ist als die Anfangspotentialdiff
erhalten.

---

1) W. C. Röntgen, Götting. Nachr. 1878. p. 396; vgl.
Wied Ann. **49.** p. 174. 1893.

Ist die Elektrodencapacität einer grösseren (kugelförmigen) Elektrode nicht verschwindend klein, so tritt nach Ueberschreiten der Anfangspotentialdifferenz stets zunächst stossweise, zeitlich discontinuirliche Entladung[1]) auf. Erst wenn die mittlere Stromstärke einen bestimmten Wert i' überschreitet, erscheint die nahe continuirliche Glimmentladung. Nach dem Gesagten ist die Veranlassung zu dem Auftreten des discontinuirlichen Elektricitätsfliessens zu Beginn der Entladung — ebenso wie für die Funkenströme beim Uebergange zweier nahe continuirlicher Entladungsarten in einander — ein Potentialsturz; dieser ist hier gegeben in der Differenz zwischen Anfangspotentialdifferenz und der Minimumpotentialdifferenz des Glimmens (d. h. durch $[A—m]$ in Fig. 14b).

XXI. Glimmen und Büschel an Kugelelektroden.

Ein dauernd ungestörtes Glimmen findet, wie schon bemerkt ist, an grösseren Elektroden in der Regel nur bei Spannungsdifferenzen statt, welche *grösser* sind als die Anfangspotentialdifferenz. Nur wenn die Grenzspannungsdifferenz des Glimmens (gegen die Büschelentladung hin) grösser ist als die Anfangspotentialdifferenz, ist demnach nahe continuirliche Glimmentladung *überhaupt* dauernd existenzfähig.[2]) Die Abhängigkeit des Wertes der Anfangspotentialdifferenz einerseits, der Grenzpotentialdifferenz des positiven Glimmens andererseits von der Schlagweite ist nun im allgemeinen eine derartige,

1) Die Form der hier auftretenden stossweisen Entladung hängt vor allem auch ab von der Schlagweite und der Stromstärke. So erhielt ich z. B. bei positiver Entladung zwischen einer kleinen Messingkugel von 0,5 cm Durchmesser und einer solchen von 3 cm Durchmesser bei etwa 2 cm Schlagweite einen Funkenstrom, bei 4 cm Schlagweite stossweise Büschelentladung, bei etwa 6 cm zuerst stossweise (intermittirend) auftretendes Glimmen und erst bei etwas grösserer Stromstärke Stossbüschel; häufig beobachtet man auch bei grosser Schlagweite nur stossweises Glimmen, welches dann bei hinreichender Stromstärke direct in nahe continuirliche Glimmentladung übergeht.

2) Ich sehe von den Fällen ab, bei denen die Ausbildung der Glimmentladung in bekannter Weise durch passende Ueberzüge über die Elektrode oder dergleichen besonders begünstigt ist.

wie sie Fig. 15 zeigt (vgl. die Angaben in Tab. VII). Es i anzunehmen, dass Glimmentladung nur für Schlagweiten grösse als s (bei Werten der Spannungsdifferenz, welche dem schra firten Gebiete $\beta\gamma\delta$ angehören) dauernd bestehen kann. Fü Schlagweiten kleiner als s würde nach Ueberschreiten d Anfangspotentialdifferenz s gleich Büschelentladung au treten, oder bei nicht s kleiner Elektrodencapacit nur Funkenstrom.

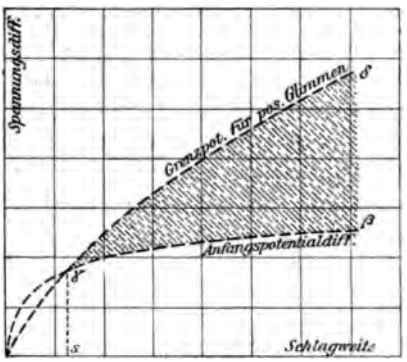


Fig. 15.

Ueberblickt man d Werte zusammengehörig Anfangspotentialdifferenzen und Grenzspannungsdifferen zen des positiven Glimmen an Anoden von wachsende Grösse (vgl. Abschnitt Tab. VII), so erkennt ma dass die Anfangspotentialdifferenz viel rascher mit dem Anoden durchmesser zunimmt, als die Grenzspannungsdifferenz. Es i hiernach vorherzusehen, dass die Schlagweite s der Fig. 15 m wachsender Anodengrösse erst langsam, dann aber schneller un schneller zunimmt. Da aber Glimmen bei kleinerer Spannun als die Anfangspotentialdifferenz in der Regel nicht existen fähig ist, so ist zu vermuten, dass positive Glimmentladun an *grossen, metallischen* Kugelanoden schliesslich überhau nicht mehr auftreten wird. Schon an einer blanken Metal kugel von 3 cm Durchmesser dürfte positives Glimmen b weniger als 10 cm Schlagweite nicht dauernd existenzfähig sei

Da *negative* Glimmentladung, soweit ich bemerken konnt überhaupt nur an spitzen Elektroden, d. h. an solchen m kleiner Anfangspotentialdifferenz auftritt, so ist wohl a zunehmen, dass die Grenzspannungsdifferenz des *negativ* Glimmens (gegen die negative Büschelentladung hin) bei alle Schlagweiten nur sehr kleine Absolutwerte besitzt.

Die Grenz*stromstärke* der positiven Glimmentladung ist a der gleichen Kugelelektrode (ebenso wie an einer Spitze) a genähert constant, unabhängig von der Schlagweite (vgl. Tab. Ihr Absolutwert an verschiedenen, verschieden grossen Anode

dürfte wesentlich von der Ausdehnung des jeweilig glimmenden Oberflächengebietes abhängen; er scheint für Anoden von etwa 0,5 cm Durchmesser ein Maximum (ca. 0,3 Milliamp.) zu erreichen, und dann für grössere Anoden wieder abzunehmen. Beobachtet man die Lichterscheinung an einer Oberfläche, deren Glimmen nahe daran ist, in Büschelentladung überzugehen, so bemerkt man, dass an vielen Oberflächenstellen das bläuliche Glimmen in rötliche, etwa 0,05 cm hohe kegelförmige Lichtspitzen (kleine Flämmchen) übergeht, welche oft unstät auf der Oberfläche sich hin- und herbewegen. Schliesslich bricht aus einer dieser carminroten Lichtspitzen ein positiver Büschel hervor. Zum Ausbruche einstieliger positiver Büschelentladung scheint hiernach nur erforderlich zu sein, dass an einem beschränkten Oberflächengebiete eine bestimmte Stromdichte überschritten wird. Voraussichtlich ist diese *locale* Grenzstromdichte für alle Anoden die gleiche.

Auch die nahe continuirliche positive (und negative) einstielige Büschelentladung ist bei Spannungsdifferenzen, welche wesentlich kleiner sind als die jeweilige Anfangspotentialdifferenz, nicht dauernd existenzfähig. Dies gilt jedoch nicht mehr für den Büschellichtbogen, und wie bekannt, erst recht nicht für den Flammenbogen. Ganz allgemein dürfte der Satz gelten: Je kleiner die Elektrodencapacität, je gleichmässiger die Stromzufuhr und je grösser die Stromintensität ist, um so leichter lässt sich nahe continuirliche Entladung bei Spannungsdifferenzen, welche kleiner sind als die jeweilige Anfangspotentialdifferenz, dauernd ungestört erhalten.

Bei positiver einstieliger Büschelentladung herrscht (bei derselben Stromstärke) zwischen Elektroden der verschiedensten Grösse angenähert die gleiche Spannungsdifferenz (vgl. Abschnitt XI, Tab. X). Ob für die negative einstielige Büschelentladung ein Gleiches gilt, wäre noch zu untersuchen. Für den Büschellichtbogen (und Flammenbogen) ist wohl auch ohne weiteres anzunehmen, dass die Spannungsdifferenz der Elektroden von der Elektrodengrösse nicht wesentlich abhängt.

An einer grösseren Kugelanode besitzt der *kurze* positive Büschel stets nur eine verkümmerte Krone, gebildet aus wenigen *schwach* divergirenden Lichtfäden; oft besteht der positive Büschel sogar nur aus einem einzigen (zwei und mehr

Centimeter langen) *Lichtfaden*, ohne Krone, gleichend dem in Fig. 4 abgebildeten positiven Büschel (an einer Spitze, im ersten Stadium der Entwickelung). Letztere Büschelform ist besonders dann zu beobachten, wenn sich an der Kugelanode *mehrere* positive Büschel gleichzeitig zeigen.

Auch der negative Büschel, welcher ja stets nur kurz ist, besitzt an einer grösseren Kugelkathode eine andere Gestalt als an einer Spitze. Bildet sich, was weitaus die Regel ist, an der Kugelkathode nicht ein einziger negativer Büschel, sondern mehrere Büschel gleichzeitig, so erscheinen diese als *dünne Lichtfäden*; in dieser Entwickelungsform *ähnelt* der *negative* Büschel auffallend dem oben geschilderten kurzen, fadenförmigen *positiven* Büschel.

Die fadenförmigen Büschel sind bei grossem Schlagraume und grosser mittlerer Stromstärke häufig so zahlreich, dass die Kugelelektrode allseitig nahezu gleichmässig von einer Strahlenkrone umgeben erscheint, und es nahe liegt, diese Lichterscheinung als eine besondere Entladungsart anzusprechen. In der That ist die genannte Lichterscheinung als ein Anfang zur Ausbildung nahe continuirlicher positiver bez. negativer Streifenentladung anzusehen.

XXII. Zur Streifenentladung.

Meine Auffassung bezüglich der als positive oder negative Streifenentladung zu bezeichnenden Entladungsformen sei kurz durch die folgende Nebeneinanderstellung klargelegt.

	Glimmentladung	Büschelentladung
Ausgangsform:	ein einziger Glimmpunkt	ein einziges einstieliges Büschel
Uebergang:	zahlreiche discr. Glimmpunkte	zahlreiche kurze Büschel
Endform:	zusammenhängende Glimmlichthaut	*„Streifenentladung“*.

Positive und negative Streifenentladung entstehen demnach durch Zusammenschmelzen zahlreicher positiver bez. negativer Büschel.

In einheitlicher Form erfolgt jedoch leider die Elektricitätsentladung aus grossen Elektroden, selbst aus Kugelelek-

troden, nur selten, erst recht nicht bei Anwendung einer unregelmässig gestalteten kleinen Elektrode (Gesteinsstück, wie Basalt etc.).

An der Oberfläche grosser Elektroden findet nämlich das Ausströmen (bez. Einströmen) von Elektricität in der Regel unter *gleichzeitiger Ausbildung verschiedener Entladungsformen an verschiedenen Oberflächenteilen statt.*[1])

C. Grosse Schlagweiten.

XXIII. Positive Entladung; grosse Schlagweiten (8—20 cm); Spitze gegenüber Platte.

Bezüglich der Abhängigkeit der Spannungsdifferenz von der Schlagweite (und zum Teil auch Stromstärke) bei positiver Glimm- und negativer Büschelentladung liegen Messungen von Hrn. A. v. Obermayer vor.[2]) Wie bei kleinen Schlagweiten, so fand sich für die genannten Entladungsarten auch noch bis zu 15 cm Schlagweite unter gleichen Versuchsbedingungen annähernd die gleiche Spannung (vgl. l. c. p. 941). Bei gleichbleibender Stromstärke nähert sich die Spannungsdifferenz mit wachsender Schlagweite einem oberen Grenzwerte (l. c. p. 417).

Für die Art und Weise, wie für positive Glimm- und negative Büschelentladung die Spannung mit der Stromstärke zunimmt, giebt Tab. XI (Abschnitt XII) der vorliegenden Arbeit einen Anhalt.

Die Grenzstromstärke, bei welcher die positive Glimm- in positive Büschelentladung übergeht, war für kleine Schlagweiten als nahe constant anzusehen. Dies gilt (vgl. Tab. XII) auch noch für grössere Schlagräume. In letzterem Falle ist zu berücksichtigen, dass unter der Grenzstromstärke diejenige

1) So tritt z. B. an einer Gesteinsecke Büschel- oder Streifenentladung auf, während gleichzeitig die benachbarten Kanten oder Flächen positives Glimmen zeigen. — An einer (Messing-)Kugel von 1 cm Durchmesser habe ich bei grösseren Schlagweiten (12—15 cm) oft ein Glimmen der Kugeloberfläche zugleich mit einstieliger positiver Büschelentladung beobachtet; im nächsten Oberflächengebiete rings um die Ansatzstelle des Büschelstieles fehlte hierbei das Glimmen.

2) A. v. Obermayer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wiss. zu Wien **98.** p. 409 u. 924. 1886.

Stromintensität zu verstehen ist, bei welcher das Glimmen an der Spitze *überhaupt* in ein einstieliges Büschel übergeht, auch wenn das Büschel den Schlagraum zunächst noch *nicht* völlig *überbrückt.* Der Absolutwert der Grenzstromstärke (und der zugehörigen Grenzspannungsdifferenz) ist natürlich an verschiedenen (mehr oder minder stumpfen) Spitzen ein verschiedener.

In Fig. 16 ist (nach Tab. VI und XII) für Schlagweiten (als Abscissen) bis zu 15 cm der Verlauf der Grenz-

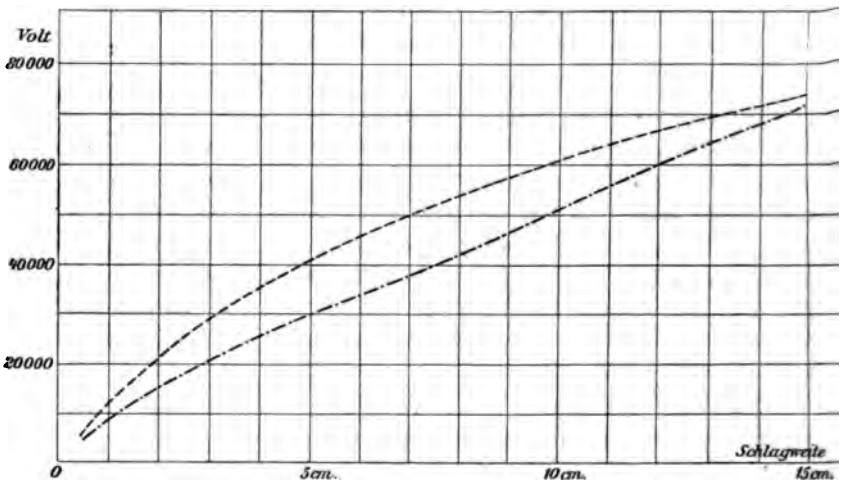


Fig. 16.

potentialdifferenz der positiven Glimmentladung (gestrichelte Curve) und der hierauf jedesmal beobachtete kleinste Spannungswert bei positiver Büschelentladung (strichpunktirte Curve) eingezeichnet. Letztere zeigt einen eigentümlichen Verlauf. Die Grösse des Potentialsturzes beim Uebergange von positivem Glimmen in positives Büschel nimmt bei wachsender Schlagweite zunächst zu, oberhalb 10 cm aber wieder ab; bei ca. 20 cm Schlagweite ist derselbe fast verschwunden. *Bei sehr grossen Schlagweiten dürfte demnach der Uebergang vom Glimmen einer Spitze in positive Büschelentladung an derselben überhaupt nicht mehr von einer merklichen Abnahme der Spannungsdifferenz begleitet sein.* Das Auftreten der Büschelentladung würde sich

dann nur noch darin äussern, dass die rasche Zunahme der Spannungsdifferenz mit der Stromstärke bei Glimmentladung ziemlich unvermittelt in eine viel langsamere bei Büschelentladung übergeht.

XXIV. Eine einzige Elektrode; Elmsfeuer.

Ueberblickt man die Lichterscheinungen, welche sich für die einzelnen Entladungsarten in verschieden grossen Schlagräumen zwischen einer kleinen Elektrode und einer ausgedehnten *Halbleiter*platte bei je *constant erhaltener Stromstärke* ausbilden, so bemerkt man folgendes:

Bei Vergrösserung des Schlagraumes ändert sich die Lichtgestalt der Entladung, soweit sie schon im kleineren Schlagraume ausgebildet war, nicht mehr wesentlich; die einzelnen Lichtteile behalten ihre relative Lage zur kleineren Elektrode bei. [1])

Da wohl ohne weiteres anzunehmen ist, dass bei *sehr* grosser Schlagweite eine Aenderung derselben auf die bei einer bestimmten Stromstärke sich ausbildende Lichterscheinung an der kleinen Elektrode keinen Einfluss mehr haben kann, so besagt der ausgesprochene Satz eigentlich nur, dass der Entladungsprocess in der Nähe der kleinen Elektrode auch schon dann fast ausschliesslich von dieser aus regulirt wird, wenn ihr die Halbleiterplatte noch relativ nahe steht.

Auf Grund des angegebenen Satzes und unter Berücksichtigung der Ausbildung der Lichterscheinung der einzelnen nahe continuirlichen Entladungsformen bei den grössten bisher erreichten Schlagweiten lässt sich nun ein wohl im allgemeinen zutreffendes Bild der Lichterscheinungen gewinnen, welche *an einer kleinen hervorragenden, alleinstehenden* Elek-

---

1) Der oben speciell für die *Lichterscheinung* der Entladung ausgesprochene Satz besitzt vielleicht auch in allgemeinerer Fassung, d. h. auch für das thermische Verhalten etc., eine wenigstens angenäherte Gültigkeit.

Im Gegensatz zu allen übrigen Entladungsformen haftet die Lichterscheinung des *positiven Büschellichtbogens* nicht an der kleineren Elektrode, sondern an der Halbleiterplatte (d. h. der Kathode, Abhandl. Isis, l. c. p. 8 *fälschlich* Anode genannt); ich sehe daher von ihm bei den folgenden Betrachtungen ganz ab.

trode gegenüber einer *sehr entfernten* plattenförmigen Elektrode von grosser Ausdehnung bei Stromstärken bis etwa 2 Milliamp. auftreten werden.

Bei *positiver* Entladung wird die hervorragende Elektrode bis zu einer Stromstärke von etwa 0,1 Milliamp. nur Glimmen zeigen. Kommt es bei weiterer Stromverstärkung zur Bildung eines einstieligen positiven Büschels, so dürfte dieses bei 0,5 Milliamp. eine Höhe von etwa 12—15 cm besitzen. Oft jedoch wird die Glimmentladung in positive Streifenentladung übergehen. In diesem Falle ist für 1—2 Milliamp. die Ausbildung einer kugeligen Lichthülle von höchstens 5 cm Radius um das Ende der Anode vorherzusehen.

Bei *negativer* Entladung erscheint bei schwachem Strome Glimmen, bei stärkerem bildet sich wohl nur an sehr feinen Spitzen und bis zu Stromstärken von etwa 0,5 Milliamp. ein *einziges* wohlentwickeltes (bis 1 cm grosses) negatives Büschel aus; in der Regel dürfte jedoch, besonders an ausgedehnteren Elektroden, sogleich negative Streifenentladung auftreten. Bei 1—2 Milliamp. bildet diese eine Lichthülle von höchstens 3 bis 5 cm Radius um die Elektrode.

Die voranstehenden Angaben sind wohl auch auf die Lichterscheinungen des bekannten Elmsfeuers an einer hervorragenden, alleinstehenden Spitze (hohen Blitzableiter gegenüber ausgedehnter Wolkenbank) übertragbar. [1])

Wird die Elektrode nicht von einer stumpfen Spitze oder kleinen Kugel gebildet, sondern von irgend einem unregelmässig gestalteten Halbleiter (Basaltblock, feuchten Felsgipfel, bez. auch feuchten Rasen etc.), so bilden sich natürlich an allen hervorstehenden Oberflächenteilen zahllose discrete glimmende Punkte, eventuell auch zeigen einzelne Oberflächengebiete eine zusammenhängende Glimmlichthaut. In quantitativer Hinsicht ist nach dem Verhalten von Basaltstücken als Elektrode anzunehmen, dass eine *glimmende* Fläche von 1 Quadratmeter Grösse wohl im günstigsten Falle bis zu

1) Es sei darauf hingewiesen (vgl. A. v. Obermayer, Meteor. Zeitschr. 5. p. 325. 1888), dass bei Elmsfeuer in vielen Fällen als zweite Elektrode sogar relativ *nahe* Gegenstände, z. B. der Spitze entgegenfallende elektrisch geladene Schneeflocken oder Graupelkörner anzusehen sind.

1 Amp. abgeben oder aufnehmen kann. In Hinsicht auf den Abschnitt über Kugelblitze sei hierzu noch bemerkt, dass die Lichterscheinung des Glimmens, wie bekannt, eine wenig auffallende ist, sodass dieselbe bei Tag oder auch Nachts, wenn die Aufmerksamkeit durch eine andere in der Nähe befindliche einigermaassen helle Lichterscheinung abgelenkt wird, leicht zu übersehen ist. Auch bei Tage leicht bemerkbare Lichterscheinungen treten erst dann auf, wenn die Strömungsintensität (an Kanten, Ecken) so gross wird, dass Streifenentladung oder positive Büschelentladung sich bildet.

Anhang.

Zur Kenntnis der Kugelblitze.

Ausser den Elmsfeuern tritt uns in der Natur noch eine eigentümliche Art nahe continuirlicher Elektricitätsentladung entgegen, die sogenannten „*Kugelblitze*".[1])

Unter den Entladungsformen, welche bisher auf die verschiedenste Weise hergestellt worden sind, ist sicher keine mit den Kugelblitzen völlig identisch. Jedoch haben wir in dem Büschellichtbogen einen Entladungsprocess zu experimenteller Verfügung, welcher in der verschiedensten Hinsicht dem in Kugelblitzen stattfindenden ähnelt; verschieden sind eigentlich nur die räumlichen Dimensionen des Entladungsvorganges. Ganz besonders in die Augen fallend ist diese Aehnlichkeit, wenn man die Kugelblitze mit den Leuchterscheinungen vergleicht, welche bei Büschellichtbogen in etwas *verdünnter* Luft (von etwa 5 cm Quecksilberdruck) zu beobachten sind.[2])

1) Schilderungen von Kugelblitzen finden sich in F. Arago's Werken 4. p. 25—49 (herausgeg. v. W. G. Hankel); noch zahlreichere, bis in neuere Zeit reichende „Beispiele von Kugelblitzen" hat Hr. Sauter in der „Beilage zum Programme des Kgl. Realgymnasiums in Ulm zum Schlusse des Schuljahres 1891—1892" (Ulm 1892) zusammengestellt. Der Kürze halber werde ich im Folgenden Beispiele von Kugelblitzen aus letztgenannter Sammlung einfach mit *S* und Angabe der Beispielsnummer (also z. B. *S*, 14) citiren.

2) Hr. A. Righi hat zuerst auf die grosse Aehnlichkeit, welche zwischen Kugelblitzen und der von ihm in gasverdünnten Räumen untersuchten Form von sehr verlangsamter Entladung grosser Leydener Batterien, einem speciellen Falle von Büschellichtbogen, besteht, ausdrücklich aufmerksam gemacht; vgl. Lum. Electr. 42. p. 501. 1891.

Ueberträgt man, natürlich unter Beachtung der geänderten Grössenverhältnisse und mit Berücksichtigung des erwähnten Beobachtungsmateriales über Kugelblitze die am Büschellichtbogen festgestellten Gesetze, Beziehungen und Eigentümlichkeiten auf die Kugelblitzentladung, so lässt sich letztere in folgender, zum Teil in das Wesen des Entladungsmechanismus eindringender Weise zusammenfassend schildern.

Beginn des Entladungsprocesses bei Kugelblitzen. — Der gesamte Entladungsvorgang wird (von seltenen Ausnahmen vielleicht abgesehen) eingeleitet durch einen gewöhnlichen (sogenannten Linien- oder Zickzack-)Blitz.[1]) Dies gilt sowohl für Entladung zwischen zwei Wolken, als auch zwischen Wolke und Erde. In diesem *Initialblitze* gleichen sich diejenigen Elektricitätsmengen aus, welche in ihn an seinen Endpunkten in *kürzester* Zeit einströmen können. Von der Menge dieser unmittelbar verfügbaren Elektricität hängt die Intensität des Initialfunkens ab; sie ist wohl in der Regel nicht unerheblich, doch sind auch Kugelblitze beobachtet worden, bei denen der Initialfunken wahrscheinlich nur sehr schwach war.

Die Bahn des Initialblitzes verbleibt für kurze Zeit in einem Zustande der Art, dass in ihr Elektricität leichter bewegt werden kann, als im umgebenden Luftraume; der Blitz hinterlässt einen Endladungscanal. Wird bald nach der Blitzentladung neue Elektricität in den beiderseitigen Ursprungsgebieten des Blitzes frei, oder erfolgt aus fernerliegenden Wolkenteilen ein nachträgliches Zuströmen von Elektricität, so kann der Entladungscanal von einer Reihe von Nachentladungen in Form wie der von gewöhnlichen Blitzen benutzt werden. Es ist jedoch auch möglich, dass im Entladungscanale ein nahe continuirliches Fliessen von Elektricität eintritt.[2]) Ohne geeignete Beobachtungshülfsmittel bemerkt man

1) Vgl. *S*(15), (24), (29), (39), 45, 46, 91, 94, 116, 118, 128, 126, (129), 132, 137, 138, 141, 166, 213; in all diesen Fällen von Kugelblitzen ging ein gewöhnlicher Blitzschlag dem Erscheinen durch Leuchtmasse des Kugelblitzes *unmittelbar voraus*. — Auch die verlangsamte Entladung grosser Leydener Batterien wird bekanntlich durch einen Initialfunken eingeleitet (vgl. Wied. Ann. 63. p. 115. 1897). Die Intensität des Initialfunkens hängt von der Elektrodencapacität ab.

2) Dass ein Elektricitätsnachfliessen auf der Bahn des Initialblitzes thatsächlich bei intensiven Blitzschlägen *in der Regel* stattfindet, hat Hr.

das Nachfliessen natürlich nur in den seltenen Fällen, in denen der Initialblitz schwach, das Nachfliessen stark und langdauernd erfolgt [1]), oder wenn der Entladungscanal (vielleicht vom Winde verschoben) noch während der Nachentladung seine Bahn wesentlich änderte. [2])

Erfolgt der Elektricitätsnachfluss sehr gleichmässig, so findet günstigenfalls eine regelmässige Lichtschichtung, Leuchtmassenbildung längs der Entladungsbahn statt [3]) (Perlschnur- oder Rosenkranzblitze und Kugelblitze).

Die Leuchtmasse. — Bei langdauerndem, nahe continuirlichem Elektricitätsflusse zwischen Wolke und Erde kommt es im Entladungscanale fast ausnahmslos nur zur Bildung einer *einzigen* Leuchtmasse; nach ihrer Gestalt wird der ganze Entladungsprocess bekanntlich Kugelblitz genannt.

Aus welchen Gründen nur an einer oder mehreren Stellen der Entladungsbahn eine intensive Lichtentwickelung (Bildung einer Leuchtmasse, Lichtkugel, Flamme oder dergl.) stattfindet, ob an der leuchtenden Stelle ein besonders hoher Wert des Potentialgradienten herrscht, ob es eventuell an ihr zur Ausbildung eines Luftwirbels kommt etc., lässt sich zur Zeit noch nicht sagen; wir kennen ja doch selbst für den Büschellichtbogen noch nicht die nötigen und hinreichenden Bedingungen zur Ausbildung von Leuchtmassen. Anzunehmen ist wohl, dass die Leuchtmasse zugleich eine etwas verengte Stelle der Entladungsbahn bezeichnet.

Die Grösse der Leuchtmasse wird sehr verschieden angegeben, meist faust- bis kopfgross. Ihre *Gestalt* ist wohl stets nur in erster Annäherung als eine Kugel zu bezeichnen.

Ogden N. Rood (American Journ. of Science and Arts 5. March 1873) nachgewiesen. Nach seinen Beobachtungen und Messungen zeigen fast alle Blitzschläge entweder nahe continuirliches Nachfliessen oder eine Reihe von Nachentladungen.

1) F. Arago, l. c. p. 36 „Blitze, welche das Ansehen eines Feuerstromes hatten"; vgl. auch *S* 4.

2) Vgl. die Blitzphotographie von Hrn. H. Kayser, Wied. Ann. 25. p. 131. 1885.

3) F. Arago, l. c. p. 36 „Blitz, der sich vor seinen (Prof. Munke's) Augen in eine grosse Menge kleiner Kugeln auflöste"; vgl. auch *S* 93 und *S* 183.

Oft besitzt die Leuchtmasse etwa eiförmige Gestalt; ihre Längsaxe zeigt wahrscheinlich, ähnlich wie diejenige der Leuchtmassen des Büschellichtbogens, die jeweilige Richtung der elektrischen Strömung an. Oft auch ist die Leuchtmasse nach einer Seite hin flammen-, kerzenlicht- oder birnförmig zugespitzt.[1]) Da die Leuchtmassen sowohl bei positivem wie bei negativem Büschellichtbogen ihre spitze Seite der Anode die breitere der Kathode zuwenden, so ist vielleicht das Gleiche bei der Leuchtmasse des Kugelblitzes der Fall.

Die Begrenzung der Lichterscheinung ist keine scharfe die eigentliche Leuchtmasse dürfte meist von einer licht schwachen, eventuell auch anders gefärbten Lichthülle umgeben sein.[2]) Letztere kann einseitig, seltener wohl auch zweiseitig im Entladungscanale sehr lang ausgezogen sein. Der ganze Kugelblitz erscheint dann als längliches Lichtband[3]) die eigentliche Leuchtmasse als etwas verdickte hellste Stelle wahrscheinlich meist das der Kathode zugekehrte Ende des Leuchtbandes bildend. Diese verlängerte Lichterscheinung bildet schon den Uebergang zu dem oben citirten „Feuerstrome", d. h. zu einer Lichtentwicklung auf der *ganzen* Entladungsbahn.

Die Farbe der eigentlichen Leuchtmasse ist bei geringer Strömungsintensität bläulich, dann dunkel- oder carminrot ziegelrot, gelbrot, schliesslich weisslich; in den allermeisten

---

1) Meteorol. Zeitschr. p. 355. 1892: „unten breiter, oben zugespitzt" p. 189. 1896: rosafarbener Kugelblitz „birnförmig gestaltet, das breitere Ende gelblich", 12 cm breit, 18 cm lang. *S* 94 „bläuliche Flamme, welche wie eine Birne geformt war, die Spitze nach unten geneigt".

2) *S* 94: bläuliche Flamme in gelblicher Hülle; *S* 125: hellrote Kugel mit handbreitem bläulichen Saume; vgl. auch **Arago**, l. c. p. 4. Beim Büschellichtbogen besitzt die carminrote Leuchtmasse eine ziegelrote oder gelbliche Hülle; bei sehr grosser Stromstärke (ca. 3 Milliamp) findet beiderseits der eigentlichen Leuchtmasse, und schliesslich im ganzen Entladungscanale eine Lichtentwickelung von gelblicher oder ziegelroter Färbung statt (vgl. Abschnitt XIII).

3) Meteorol. Zeitschr. p. 252. 1895: „leuchtende kleine Säulchen bis 2 m lang; l. c. p. 244. 1895: „feurige Schlangenlinie"; *S* 18: „Cylinder" *S* 35: „leuchtende Fackeln"; *S* 89: Kugel „verlängerte sich und richtete sich schief gegen ein Loch"; *S* 92: „roter geschweifter Feuerball". Vgl. auch *S* 98.

Fällen wird die Leuchtmasse als dunkel-, feurig- oder carminrot geschildert.

Die in der Leuchtmasse sich relativ eng zusammendrängenden Strömungsfäden treten nach unten mehr auseinander. Am Boden verbreiten sie sich wohl in der Regel auf ein grösseres Flächengebiet, und endigen daselbst in einzelnen Lichtbüscheln, discreten Glimmlichtpunkten, oder auch in Flächenstücken mit zusammenhängender Glimmlichthaut. Dass die letztgenannten Lichterscheinungen bei Kugelblitzen bisher nur selten beobachtet wurden [1]), erklärt sich durch ihre relativ sehr geringe Helligkeit (vgl. die Angabe zu Ende des Abschnittes XXIV). Auch ist es sehr wohl möglich, dass die Stromfäden unter Umständen (auf Wasseroberflächen etc.) lichtlos endigen.

Bewegung der Leuchtmasse. — Eine Verschiebung des Entladungscanales durch Luftströmungen (Wind) [2]) oder auch wohl unter dem Einflusse elektrischer Kräfte wird an einer Horizontalverschiebung der Leuchtmasse sichtbar. Jedoch findet in der Regel ausserdem noch während der Dauer der nahe continuirlichen Entladung eine (Vertical-)Verschiebung der Leuchtstelle längs des Entladungscanales statt; man beobachtet bei Kugelblitzen ein Aufsteigen oder auch Herabfallen der Leuchtmasse. Wie das Verhalten der Leuchtmassen beim Büschellichtbogen lehrt [3]), kann schon allein eine Aenderung der Stromstärke, wie sie ja während des Verlaufes der Kugelblitzentladung stets erfolgen dürfte, die Lage der Leuchtmasse ändern.[4]) Es ist jedoch wahrscheinlich, dass oft auch eine Verschiebung der Leuchtstelle im Entladungscanale stattfindet,

1) F. Arago, l. c. p. 37; *S* 60, 114, 164; Meteorol. Zeitschr. p. 189. 1896.

2) *S* 125, 132.

3) Vgl. Abh. Isis, l. c. p. 18.

4) Senkt sich z. B., wie öfters beobachtet wurde [vgl. F. Arago, l. c. p. 41; *S* 98, (134)], eine Leuchtmasse zuerst herab und steigt dann wieder auf, ohne den Erdboden berührt zu haben, so könnte dies Verhalten darauf hindeuten, dass der Erdboden Kathode war, und dass die Stromstärke im Entladungscanale zuerst zugenommen, dann wieder abgenommen hat.

welche der bei constanter Stromstärke erfolgenden „Wanderung" der Leuchtmassen des Büschellichtbogens analog ist.[1])

Viele von den zunächst auffallenden und ungewöhnlichen Eigentümlichkeiten des Kugelblitzes erklären sich ungezwungen durch die Annahme, dass längs der Entladungsbahn (mit Ausnahme vielleicht der nächsten Nähe der Ansatzpunkte am Boden) ein relativ geringer Potentialgradient herrscht. Wahrscheinlich ist derselbe sogar noch nicht so gross wie beim Büschellichtbogen, d. h. noch kleiner als etwa 1700 Volt pro Centimeter. Ebenso wie der Büschellichtbogen bei dem in Abschnitt XIII, Fig. 7 der vorliegenden Arbeit angegebenen Experimente dem Metalldrahte *d b* ausweicht, ebenso weicht häufig die Entladungsbahn des Kugelblitzes, also auch dessen Leuchtmasse, dem Menschen (oder auch Gebäuden etc.) aus.[2]) Wie aber bei dem angeführten Experimente der Ansatzpunkt des Büschellichtbogens plötzlich von *a* nach *b* überzuspringen vermag, ebenso kann auch die Ansatzfläche der Kugelblitzentladung (ganz oder teilweise) auf den menschlichen Körper übertreten, sodass letzterer ganz oder zum Teil von dem nahe continuirlichen Strome des Kugelblitzes durchflossen wird, natürlich unter Auslösung entsprechender Schmerzempfindung, eventuell auch mit Hinterlassung von Brandwunden an den Ansatzstellen.[3])

Die Leuchtmasse des Kugelblitzes dringt wie bekannt auch ins Innere der Häuser, in Zimmer, Küchen etc. ein. Dies ist nach der angegebenen Auffassung über das Wesen der Kugelblitze nicht auffallend, besonders wenn man bedenkt, dass ja auch sehr intensive Elmsfeuer im Innern von Gebäuden (in Zimmern, Treppenhäusern) beobachtet worden sind[4]), und da allgemein anzunehmen ist, dass über jeder Fläche mit intensiver Elektricitätsabgabe oder -Aufnahme eine Leuchtmasse existenzfähig ist.

Als Analogon zu dem Auftreten oder Eindringen einer Leuchtmasse in Gebäuden sei folgender Versuch erwähnt.

1) Vgl. Abh. Isis l. c. p. 20 u. 21.

2) F. Arago, l. c. p. 44. *S* 30, 66, 78, 213.

3) Vgl. *S* 14, 85, 102, 147, 164, 169, 213.

4) Vgl. besonders F. Arago, l. c. p. 39, sowie Meteorol. Zeitschr. p. 222. 1893.

Zwischen zwei horizontalen Schieferplatten *w* und *b*, entsprechend Wolke und Erdboden, bestehe ein Büschellichtbogen; durch schwache Luftbewegung lässt sich seine Lage leicht verschieben. In den Zwischenraum zwischen die Schieferplatten sei nun mit isolirender Handhabe ein kleines, unregelmässig gestaltetes Halbleiter- oder Leiterstück *d* (entsprechend etwa dem Dache eines Hauses) gehalten, so zwar, dass es der unteren Schieferplatte näher stehe als der oberen; der untere Zwischenraum entspricht dann den Zimmern. Wird nun der Büschellichtbogen gegen das Zwischenstück hingeweht, so kann er letzteres umgehen. Er kann aber auch auf dasselbe überspringen. In letzterem Falle teilt er sich in zwei Büschellichtbogen, einen zwischen *b* und *d*, und einen zweiten zwischen *d* und *w*; der Körper *d* (das Dach) wird zur *Zwischenelektrode*. Beide so entstandenen Büschellichtbogen sind recht unabhängig voneinander; jeder kann für sich Bewegungen seiner Bahn in seinem Schlagraume erleiden, jeder kann sich, wenn nötig, verlängern oder verkürzern (z. B. bei Heben und Senken des Körpers *d*) etc.; ja es kann sogar der eine Büschellichtbogen in dem einen Schlagraume, z. B. zwischen *d* und *w* *erlöschen* (ausgeblasen werden), der untere zwischen *b* und *d* (also der Kugelblitz im Zimmer) bleibt ruhig bestehen, wenn nur zwischen *d* und *w* (Dach und Wolke) eine hinreichende Elektricitätsmenge durch Glimmen oder Büschelentladung übergeführt wird.

Der in das Haus eindringende Teil der Entladungsbahn kann dann seinerseits kleinere Metallteile (Thürschlösser, Ofenthüren, Ofenrohre, Treppengeländer etc.) umgehen; es können aber diese Metallteile auch wiederum zu neuen Zwischenelektroden werden. Letzteres kann mit einer ruckweisen Verschiebung des dem Metalle naheliegenden Bahnstückes nach ersterem hin verbunden sein; befindet sich gerade in der Nähe jener Bahnstelle eine Leuchtmasse, so scheint diese nach dem Metallgegenstande hinzuspringen.[1])

Der geschilderte Teilungsprozess kann sich beliebig fortsetzen, sodass die Entladungsbahn im Hause schliesslich aus zahlreichen Schlagräumen und zwischenliegenden Halbleiter-

1) F. Arago, l. c. p. 41.

oder Leiterstücken besteht. Auch kann sich wohl eine Entladungsbahn in mehrere nebeneinander verlaufende Bahnäste teilen. In jedem Schlagraume kann eventuell eine Leuchtmasse auftreten.

Es sei noch erwähnt, dass nach Beobachtungen am Büschellichtbogen[1]) eine Leuchtmasse, welche im Entladungscanale wandernd auf eine Zwischenelektrode trifft, an dieser spurlos und lautlos verlöschen (in ihr allmählich gewissermaassen versinken) kann, und dass dann häufig unmittelbar nachher an der anderen Seite der Zwischenelektrode eine neue Leuchtmasse hervortreten wird; es hat dann ganz den Anschein, als habe *ein und dieselbe* Leuchtmasse ungestört den Metallgegenstand passirt.[2])

Ende des Entladungsprocesses bei Kugelblitzen. — Der Abschluss des gesamten Entladungsvorganges findet manchmal völlig *lautlos* statt. Das Fliessen der Elektricität im Entladungscanale hört einfach auf, die Leuchtmasse hebt sich lautlos in die Lüfte oder erlischt spurlos[3]); öfters hört man im letzteren Falle ein brausendes Geräusch, einen *schwachen* Knall oder dergleichen.[4])

In den meisten Fällen wird jedoch von einer heftigen Detonation am Schlusse der Gesamtentladung berichtet. Es ist dann wohl anzunehmen,[5]) dass der Entladungskanal des Kugelblitzes wieder einer gewöhnlichen Blitzentladung, einem *Endblitze*, als Bahn diente.[6]) Im Folgenden sei zugleich mit

---

1) Ueber den Einfluss von Bahnverengerungen und Zwischenelektroden auf wandernde Leuchtmassen vgl. die Versuche von A. Righi Lum. Elektr. 42. p. 614 u. 616. 1891.

2) Nach laienhafter Ausdrucksweise sollen Leuchtmassen durch Schlüssellöcher (vgl. *S* 147) etc. gegangen sein.

3) F. Arago, l. c. p. 41; *S* 34, 61, (66), 129, 135, 140.

4) *S* 81, 82, 101, 121, 123, 129, 132, 137.

5) In *vielen* Fällen dürfte freilich der etwa zur Zeit des Verlöschens der Leuchtmasse gehörte intensive Knall, das Krachen oder dergl. nichts anderes als der zum *Initial*blitze gehörige Donner gewesen sein.

6) Wie Hr. Ogden Rood (vgl. l. c. Beobachtung Nr. 4) angiebt, ist das Auftreten von Endblitzen am Schlusse des nahe continuirlichen Elektricitätsflusses *häufig* zu beobachten und zwar auch schon bei Blitzschlägen, deren Gesamtdauer viel weniger als eine Secunde (z. B. ca. $^1/_{44}$ sec) beträgt.

der Beantwortung der Frage nach der Entstehungsursache des Endblitzes die Erklärung dafür gegeben, warum bei einzelnen Kugelblitzen die Bewegung der Leuchtmasse völlig geräuschlos erfolgt, bei anderen nicht.

Ein längerdauerndes, dem Initialblitze folgendes Nachfliessen von Elektricität setzt voraus, dass grosse Elektricitätsmengen erst *allmählich* zur Entladung verfügbar werden. Hierzu ist es aber nicht nötig, dass auf *beiden* Seiten der Entladungsbahn eine nahe gleichstarke Hemmung des Elektricitätsflusses stattfindet. Wie wir in vorliegender Arbeit sahen, setzt das Auftreten nahe continuirlicher Entladung irgend welcher Art nicht voraus, dass beide Elektroden Halbleiter sind; es genügt, dass wenigstens *eine* Elektrode sich wie ein Halbleiter verhält. Wenn nun auch Wolke und Erde meist beide bis zu gewissem Grade als Halbleiter aufzufassen sind, so wird doch in der Regel die durchschnittliche Leitfähigkeit[1]) in dem einen Endgebiete der Entladungsbahn des Kugelblitzes wesentlich geringer sein als in dem anderen. Das vor Ausbildung der Entladung zwischen Wolke und Erde befindliche starke Potentialgefälle dringt dann während der Entladung (entlang vielfach verzweigter Entladungsäste) in die *schlechter* leitende Elektrode ein; längs des zwischen Wolke und Erde befindlichen Entladungscanales und *auf oder in der besser leitenden Elektrode herrscht nur ein geringer Spannungsabfall.* Regulirt wird der nahe continuirliche Elektricitätsfluss in der schlechter leitenden Elektrode.

Ob bei einer Kugelblitzentladung die Erde die (durchschnittlich) besser- oder die schlechterleitende Elektrode ist, wird sich, wie leicht einzusehen ist, vor allem in der Ver-

1) Leitfähigkeit im gewöhnlichen Sinne besitzt natürlich eine Wolkenelektrode nicht. Es ist vielmehr anzunehmen, dass in einer Wolke die auf zahllose einzelne discrete Massenteilchen verteilte Elektricität nur dort *überhaupt* in merklicher Weise ins Fliessen kommt, wo ein bestimmter (eventuell in verschiedenen Wolkengebieten verschiedener) Mindestwert des Spannungsgefälles überschritten ist, dass aber auf einer einmal gebildeten Strömungsbahn ein Elektricitätsnachfliessen im allgemeinen um so leichter (bei um so kleineren Gradienten) erfolgt, je mehr Elektricität (innerhalb kurzer Zeit) schon durch die Strombahn geflossen ist (vgl. die Beobachtungen über die Bildung von Gleitfunken *erster* Art, Wied. Ann. **66.** p. 1067. 1898).

schiedenheit des Einflusses zeigen müssen, welchen Inhomogenitäten in der Leitfähigkeit des Erdbodens auf den Entladungsprocess des Kugelblitzes ausüben.

Es sei der (feuchte) Erdboden die besserleitende Elektrode (die Regulirung der Entladung erfolge in der Wolke). In diesem Falle wird der Fusspunkt des vom Winde bewegten Entladungscanales *ohne Störung und ohne Geräusch* vom feuchten Erdboden auf kleine Metallteile (Dachrinne etc.), ja sogar auf das ausgedehnte Wasser- oder Gasrohrnetz einer Grossstadt, dann wieder auf feuchten Boden, auf Telegraphenleitungen etc. übertreten können, nichts scheint die Leuchtmasse in ihrem Dahinschweben zu stören. Nur wenn *in der Wolke* der Entladungsprocess plötzlich ein ausgedehntes Wolkengebiet mit *relativ guter* durchschnittlicher Leitfähigkeit erreicht, kann dieses zu rascher Entladung kommen; der Kugelblitz schliesst dann mit einem gewöhnlichen Blitze.

Wesentlich andere Erscheinungen als die eben angegebenen wird man am Fusspunkte des Entladungskanales beobachten, wenn die Wolke besser leitet als der Erdboden, wenn also an *letzterer* Stelle die Entladung gehemmt ist. Nur so lange der Fusspunkt über nahe homogenes Erdreich hinschwebt, erfolgt dies ruhig und geräuschlos. Jedes besserleitende Bodengebiet, jedes grössere Metallstück stört jetzt den nahe continuirlichen Elektricitätsfluss. Die Leuchtmasse schwebt unter rasselndem oder knatterndem Geräusche über eine inhomogene Oberfläche dahin, springt krachend von einem Metallgegenstande zum anderen;[1]) ihre Begrenzung ist unstät, flackernde Flämmchen scheinen nach oben und unten von ihr auszugehen. Erreicht der Fusspunkt der Entladung in diesem Falle einen gutleitenden Gegenstand von *grosser* Ausdehnung (Capacität), so schliesst ein Endblitz unter heftigster Detonation die Kugelblitzentladung.[2])

Die Ausgangspunkte der in einer nicht unmittelbar über dem Erdboden schwebenden Leuchtmasse eines Kugelblitzes vereinigten Stromfäden endigen wahrscheinlich häufig nicht auf

1) F. Arago, l. c. p. 41 „sprang unter Krachen auf das Geländer der Treppe".

2) Eine Versuchsanordnung, welche langdauernde Entladung grosser Leydener Batterien mit Initial- und Endfunken herzustellen gestattet, ist in

einer *zusammenhängenden* Fläche; der Entladungscanal ist in der Nähe des Erdbodens in einzelne getrennte Entladungsstränge gespalten. Dies ist wohl die Voraussetzung dafür, dass sich, wie oft beobachtet ist,[1]) eine einzige ursprünglich vorhandene grosse Leuchtmasse gegen Ende der Entladung plötzlich *in mehrere kleinere Leuchtkugeln zerteilt.* In diesem Falle rückt einfach die zur Ausbildung einer Leuchtmasse günstige Stelle (Ort eines relativ grossen Gradienten?), sich zum Erdboden herabsenkend, schliesslich von der vereinigten Bahn auf die einzelnen Stromstränge, vielleicht einfach infolge allmählich sich ändernder Stromstärke.

Die Zerteilung einer Leuchtmasse kann *völlig geräuschlos* vor sich gehen.[2])

Fig. 17 schematisch angegeben. Es bedeuten c_1, c_2, c_3, c_4 vier Capacitäten (Leydener Batterien), w_1 und w_2 zwei grosse Wasserwiderstände, e_1, e_2, e_3, e_4 vier Elektroden. Der Einfachheit halber sei angenommen, dass $c_1 = c_2$, $c_3 = c_4$, $w_1 = w_2$ ist. Stehen sich die Kugelelektroden e_1 und e_2 etwas näher als e_3 und e_4 (oder ist e_1 und e_2 kleiner als e_3 und e_4), so beginnt die Gesamtentladung mit einem Initialfunken zwischen e_1 und e_2. Die Intensität des Initialfunkens hängt von der Grösse der Capacitäten c_1 und c_2 ab; die Dauer des Nachfliessens (Büschellichtbogens) von der Grösse der Widerstände w_1 und w_2 und der Capacitäten c_3 und c_4. Bläst man von b aus gegen den Büschellichtbogen, so wird er nach e_3, e_4 hingeweht; kommt er hierbei letzteren hinreichend nahe, so beendigt eine Funkenentladung von e_3 nach e_4 durch den Büschellichtbogen die Gesamtentladung (wie in Fig. 17 angedeutet ist). Durch Variation der Grössen c_1, c_2, c_3, c_4 und w_1, w_2, sowie der Intensität des Blasens kann man nach Wunsch einen starken oder schwachen Initialfunken, einen lang- oder kurzdauernden Büschellichtbogen, einen starken oder schwachen Endfunken erzeugen. Ist der Widerstand w_1 (oder w_2) sehr klein, so erhält man auch einen Endfunken zwischen den Elektroden e_1 und e_4 (oder e_2 und e_3).

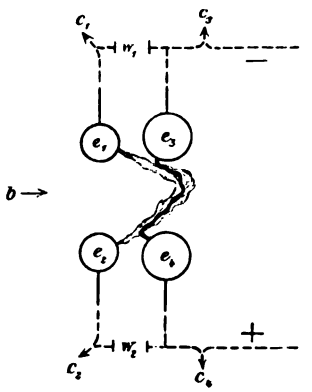


Fig. 17.

1) Vgl. F. Arago, l. c. p. 33. *S*, 29, 82, 85, 93, 114, 119, 135.

2) Meteor. Zeitschr. 1896. p. 25: „Zuerst zuckte aus der Höhe ein gewöhnlicher, ziemlich starker Blitzstrahl herab, der an der Stelle, wo er endete, eine feurige Kugel zurückliess. Von dieser Kugel zuckten zahl-

Endigt in dem Falle des Vorhandenseins einer nach unten (unterhalb der Leuchtmasse) vielverzweigten Strömungsbahn der Gesamtentladungsvorgang in einer (Zickzack-)Blitzentladung, so teilt sich der Endblitz nach der Erde hin. Es scheint in diesem Falle die Leuchtmasse im Augenblicke ihres Verschwindens nach allen Seiten hin Blitze auszusenden[1]); dieser Vorgang ist dann natürlich mit heftiger Schallentwickelung verbunden.

Stromstärke bei Kugelblitzen. — Der Initialblitz (und der Endblitz) verhält sich natürlich wie ein gewöhnlicher Blitzschlag; in ihm wird also *momentan vorübergehend* die Stromstärke bis auf mehr als 10000 Amp. steigen können.[2]) Das langdauernde nahe continuirliche Elektricitätsnachfliessen bei Kugelblitzen wird nur mit viel geringerer Stromstärke erfolgen. Auch wird letztere von Fall zu Fall sehr verschieden und selbst im einzelnen Falle nicht während der Gesamtdauer der Kugelblitzentladung constant sein. Im Folgenden sei versucht diese Stromstärke, wenigstens ihrer Grössenordnung nach, abzuschätzen.

Nehmen wir an, dass eine *nahe dem Erdboden* schwebende Leuchtmasse die Stromfäden von höchstens 4 qm glimmender Oberfläche zusammenfasst, so würden wir nach den Angaben am Schlusse des XXIV. Abschnittes auf eine Stromstärke von *höchstens 4 Amp.* schliessen können.

---

reiche Strahlen nach allen Seiten. Diese Strahlung hörte aber bald auf, und jetzt flogen von der Kugel viele einzelne Funken herunter wie Tropfen eines glühenden geschmolzenen Metalles.“ „Noch während der Sichtbarkeit der Tropfen erdröhnte bereits der starke Donner“ (letzterer rührte also vom Initialblitze her, ein Endblitz fehlte). Vgl. auch *S*, 119, 135. Auch beim Büschellichtbogen beobachtet man geräuschlose Teilung einer Leuchtmasse in neue, vgl. Abh. Isis, l. c. p. 16, sowie Fig. 18.

1) Meteor. Zeitschr. 1895. p. 247. Die Leuchtkugel „platzte mit schrecklichem Knall und es schien mir, als seien feurige Linien davon ausgegangen“. F. Arago, l. c., p. 46, „zersprengt plötzlich eine schreckliche Detonation die ganze Hülle (der 20 Fuss über einem Baume schwebenden Leuchtmasse) und sandte aus dieser Höllenmaschine ein Dutzend zickzackförmiger Blitzstrahlen, die nach allen Seiten hinfuhren.“ Meteor. Zeitschr. 1896. p. 25: „Im Moment des Zerspringens fuhr aus ihr (der Leuchtmasse) ein Blitzstrahl“.

2) Vgl. F. Pockels, Wied. Ann. **63**. p. 195. 1897 und Meteor. Zeitschr. 1898. p. 41.

Einen zweiten Schätzungswert der Stromstärke im Kugelblitze erhalten wir folgendermaassen. Der Querschnitt einer Leuchtmasse des Büschellichtbogens beträgt bei 1 Milliamp. Stromstärke etwa 1 qmm, ihre Leuchtintensität ist hierbei freilich keine besonders starke; immerhin würde ein Raum von etwa einem Cubikdecimeter Inhalt mit der gleichen räumlichen Leuchtintensität ein sehr auffallendes, auch bei Tage weithin sichtbares Leuchtobject bilden. Nun wird die Leuchtmasse bei Kugelblitzen in den meisten Fällen als hühnerei- bis kindeskopfgross angegeben. Nehmen wir für letzteren Fall den Querschnitt der Leuchtmasse zu 150 qcm an und die Stromdichte gleich 1 Milliamp. pro qmm, so erhalten wir für den Kugelblitz eine *Stromstärke von 15 Amp.*

Aber auch noch auf einem dritten Wege gelangt man zu einer Abschätzung der Stromstärke bei Kugelblitzen. Wir wissen, dass die Elektricitätsmenge, welche bei *starken* Blitzschlägen entladen wird, etwa 60 bis 100 Coulomb beträgt.[1]) Nehmen wir an, ein intensiver Kugelblitz entlade langsam die gleiche Elektricitätsmenge, und berücksichtigen wir, dass in den meisten Fällen die angegebene Dauer des Kugelblitzes 5 bis 30 Secunden beträgt, so würde die Stromstärke in Kugelblitzen *zu 20 bis 2 Amp.* anzunehmen sein.

Die auf drei ganz verschiedenen Wegen geschätzten Stromstärken zeigen der Grössenordnung nach auffallend gute Uebereinstimmung. Bei sehr kurzdauernden intensiven Kugelblitzen werden natürlich noch viel höhere Stromstärken vorkommen, im allgemeinen hat man aber doch schon die oben geschätzten Werte *als obere Grenzwerte* anzusehen. Recht wohl denkbar ist auch das Auftreten von Kugelblitzen mit wesentlich kleinerer Stromstärke; in der Krone des positiven Büschels findet schon bei einer Stromdichte von nur 0,05 Milliamp. pro qcm ein (schwaches) Leuchten statt; hiernach würde das Auftreten einer, wenn auch sehr lichtschwachen, bläulichen Leuchtmasse von Kindeskopfgrösse schon bei einer Stromstärke von 0,01 Amp. denkbar sein.

Dresden, den 1. März 1900.

1) E. Riecke, Götting. Nachr. 1895. p. 419.

(Eingegangen 16. Juni 1900.)

10. *Zur Thermodynamik der Thermoketten, Erwiderung auf die Bemerkungen des Hrn. W. Voigt; von C. Liebenow.*

In Nr. 11 des vorigen Jahrganges dieser Annalen hat Hr. W. Voigt[1]) meine thermodynamische Theorie der Thermoketten[2]) einer Kritik unterzogen, wobei er u. a. zu dem überraschenden Schlusse kommt, dass bei consequenter Durchführung meiner Theorie nach dieser überhaupt kein Strom zu stande kommen könne.[3])

Diesen Einwendungen ist von anderer Seite mit mehr oder weniger Bestimmtheit beigepflichtet. So weist Hr. F. Kohlrausch[4]) in einer Anmerkung speciell auf diese Einwände hin, und Hr. O. Wiedeburg[5]) bemerkt, mein Verfahren sei von Hrn. Voigt „sehr zutreffend" kritisirt worden.

Nichtsdestoweniger hält Hr. Kohlrausch[6]) die annähernde Uebereinstimmung meiner Resultate mit den Beobachtungen „grosser Beachtung" wert; und Hr. Wiedeburg[7]) meint, man habe indessen doch „das Gefühl", dass meine Schlussfolgerungen sich irgendwie der Wahrheit nähern.

Nun giebt Hr. Voigt in den einleitenden Worten seiner Kritik schon selbst zu, dass Missverständnisse seinerseits nicht ausgeschlossen seien, und so mag es mir gestattet sein in dem Folgenden nachzuweisen, dass seine Einwände in der That *durchweg* nur auf missverständlicher Auffassung dessen, was ich habe sagen wollen, beruhen.

Um die Hauptsache vorweg zu nehmen, will ich einige allgemeine Bemerkungen über den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik vorausschicken.

1) W. Voigt, Wied. Ann. **69.** p. 706. 1899.
2) C. Liebenow, Wied. Ann. **68.** p. 316. 1899.
3) W. Voigt, l. c. p. 711.
4) F. Kohlrausch, Ann. d. Phys. **1.** p. 132. 1900.
5) O. Wiedeburg, Ann. d. Phys. **1.** p. 760. 1900.
6) F. Kohlrausch, l. c. p. 136.
7) O. Wiedeburg, l. c. p. 760.

Hr. Voigt sagt[1]): „Der zweite Hauptsatz bezieht sich zunächst nur auf die Wärmemengen, die ein und derselbe Körper bei zwei homogenen Temperaturzuständen in umkehrbarer Weise aufnimmt und abgiebt; er wird durch W. Thomson aber übertragen auf die Wärmeaustausche, die an zwei verschieden temperirten Stellen desselben ungleichförmig erwärmten Körpers stattfinden.“ Und vorher: „Es scheint mir nicht überall beachtet zu werden, dass diese Anwendung etwas Hypothetisches enthält und demgemäss nicht ganz unbedenklich ist.“

Aehnlich äussert sich F. Kohlrausch[2]), indem er ausführt: „Ich hatte seinerzeit sogar Bedenken dagegen ausgesprochen, auf die Wärmeleitung den zweiten Hauptsatz anzuwenden, dessen Beweis ja damit zusammenhängt, dass man die Wärmeleitung ausschliesst.“

In der That fordert schon Carnot[3]) zur Gewinnung des Maximums der Arbeit aus Wärme den möglichsten Ausschluss aller directen Wärmeübergänge. Allein Carnot kannte nur Arbeitsgewinnung durch Wärme mit Hülfe von Maschinen. Hätte er vermuten können, dass auch bei solchen directen Wärmeübergängen gelegentlich Arbeit irgend welcher Art zu gewinnen sei, so forderte sein Standpunkt allein, dass das Maximum der so zu gewinnenden Arbeit nicht grösser sei, als die durch den umgekehrten Kreisprocess erzielbare Arbeit, da sonst ein Perpetuum mobile möglich wäre.

Der zweite Hauptsatz sagt ja in keiner Weise etwas aus über den Weg, auf dem Arbeit aus Wärme gewonnen werden kann, sondern legt einzig und allein das Maass für das Maximum der zu gewinnenden Arbeit fest. Der umkehrbare Kreisprocess mit Hülfe vollkommener Gase bildet nur einen vereinzelten, speciellen Fall desselben. Bedingung für die Anwendbarkeit des II. Hauptsatzes ist, dass nichts anderes als Wärme sich ändere, d. h. dass das Massensystem selbst, welches den Uebergang von Wärme in Arbeit vermittelt, keinerlei Aenderung erleide. Bei der Arbeitsgewinnung vermittelst eines Kreisprocesses treten nun zwar zeitweilige Aenderungen

1) W. Voigt, l. c. p. 708, Anmerk.
2) F. Kohlrausch, l. c. p. 136.
3) G. Carnot, Ostwald's Klassiker **37**. p. 15 u. 16. 1892.

des Massensystems ein, allein dasselbe wird immer wied genau in den ursprünglichen Zustand zurückgeführt, sods man es zu diesen Zeiten so ansehen kann, als ob es gar kei Aenderung erlitten hätte. Entsteht aber Arbeit bei Gelege heit directer Wärme*leitung*, so tritt anscheinend überhau keine Aenderung des beteiligten Massensystems ein. Man d also den zweiten Hauptsatz, wenn derselbe allgemein gül ist, erst recht auf diese Probleme anwenden.

Ob der zweite Hauptsatz allgemein gültig ist, ist freili die Frage. Er bildet einen Erfahrungssatz, gerade so w der erste. Man kann an diese Sätze *glauben*, *beweisen* ka man sie *nicht*. Ihre sogenannten Beweise haben zur Vorau setzung die Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile erster, b zweiter Art. Hierdurch wird zwar die Zahl der Einzelerfa rungen auf diesem Gebiete ausserordentlich vergrössert; au wird gewissermaassen dem Pessimismus geschmeichelt, d gern im voraus menschlichen Wünschen und Bestrebung unübersteigbare Schranken setzt. Aber über den Satz: es „*bis jetzt*" nicht möglich, kommt man in der That nicht h aus, und eine einzige gegenteilige Erfahrung *kann* beide Hau sätze in jedem Augenblicke für alle Zeiten umstossen.

Nichtsdestoweniger wird nicht nur der gläubige Teil d Naturforscher beim Suchen nach Wahrheit in gewisser 2 versicht sich ihrer bedienen, sondern auch die Zweifler soll sie, meines Erachtens, wo die Gelegenheit sich bietet, an d Erfahrung zu prüfen suchen, wenn auch vielleicht znnächst n in der Absicht, ihre Gegner ins Unrecht zu setzen. De was auch immer in jedem Einzelfalle das Resultat sein m schliesslich muss, wie Wiedeburg[1]) treffend bemerkt, der l folg den Maassstab zur Beurteilung liefern.

Die Berechtigung zu dem Versuch, den zweiten Hau satz auf thermoelektrische Erscheinungen anzuwenden, w unter solchen Umständen wohl Niemandem abzusprechen se

---

Ich komme ferner zunächst auf einen Vorwurf allgemeine Art, den Hr. W. Voigt gegen das doppelte Vorzeichen mei Schlussformel erhebt, welches durch die Quadratwurzel

1) O. Wiedeburg, l. c. p. 760.

rechten Seite bedingt ist. Hr. Voigt sagt [1]): „Aber die blosse *Gestalt* dieser Formel lässt schon allein als nahezu sicher erscheinen, dass jener Satz nicht richtig sein kann; denn eine haltbare Theorie der Thermoelektricität, die die *Grösse* der elektromotorischen Kraft liefert, aber ihre *Richtung* unbestimmt lässt, ist doch kaum denkbar."

Dieser Einwand entbehrt nicht einer gewissen Ironie. Indem nämlich Hr. Voigt später eine Erklärung dafür sucht [2]), dass die bestrittenen Resultate anscheinend doch der Grössenordnung nach von der Erfahrung bestätigt werden, gelingt es ihm durch Einführung gewisser Vernachlässigungen und Nebenbedingungen in seine eigenen Formeln den von mir gegebenen Ausdruck ebenfalls abzuleiten [3]), der hiernach wenigstens *annähernde* Gültigkeit besitzen soll. Offenbar um nicht auf dasselbe doppelte Vorzeichen zu geraten, unterlässt es aber Hr. Voigt am Schlusse die Quadratwurzel aus dem letzten Ausdruck zu ziehen, eine Operation, die unbedingt zu dem zweifelhaften Zeichen führen musste, und lässt die quadratische Gleichung als Schlussresultat stehen. Ja, wird denn nun hierdurch die Richtung der elektromotorischen Kraft wenigstens annähernd oder der Grössenordnung nach bestimmt?

Das Verlangen des Hrn. Voigt, meine Rechnung solle die Richtung der elektromotorischen Kraft festlegen, ist zunächst unbillig; denn was man nicht in den Ansatz, wenn auch noch so versteckt, ursprünglich hineinbringt, kann bekanntlich keine Rechnung lehren.

Wenn daher nur Arbeitsgrössen eingeführt sind, welche aus zwei Factoren — der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke — bestehen, so kann keine Rechnung über das Vorzeichen eines dieser beiden Factoren etwas aussagen, solange man nicht über dasselbe oder über das Vorzeichen des anderen Factors von vornherein irgend eine Bestimmung trifft. Dies aber ist hier mit Recht nicht geschehen, und so bleibt die Frage nach der Richtung der elektromotorischen Kraft, wie man die Rechnung auch anstellen mag, offen und kann nur durch Vergleich mit der Erfahrung entschieden werden.

1) W. Voigt, l. c. p. 709.
2) l. c. p. 711 u. f.
3) l. c. p. 714.

Nun aber scheint die Erfahrung zu ergeben, wie ich in meinem Aufsatz [1]) bereits dargethan habe, dass sich die metallischen und die nichtmetallischen Körper hierin verschieden verhalten und zwar in der Weise, dass für die metallischen das negative für die nichtmetallischen das positive Vorzeichen Gültigkeit besitzt. Eine Theorie der Thermoelektricität, welche allgemein die Richtung der elektromotorischen Kraft einseitig festlegte ist also hiernach geradezu falsch. — Ich komme weiter unten noch eingehender auf diesen Punkt zurück.

Hr. Voigt [2]) erhebt weiter — allerdings nur „beiläufig" — den Einwand, meine Theorie gestatte eine Arbeitsleistung ohne Compensation auszuführen, d. h. also sie stehe mit dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik in Widerspruch. Wenn man nämlich einen Metallcylinder zwischen zwei grosse Conductoren von den Temperaturen T_a und T_b brächte, so führe der Strom in jeder Secunde ein Elektricitätsquantum *ohne Compensation* aus dem einen nach dem anderen über, da die zur Erzeugung des Stromes an sich aufgewendete Energie in dem Cylinder selbst in Joule'sche Wärme umgewandelt werde.

Dies ist allerdings ein arges Missverständnis; und hätte Hr. Voigt recht, so wäre ich der erste, der die ganze Theorie für verfehlt erklärte.

Zunächst kommt es darauf an, was Hr. Voigt unter „grossen" Conductoren versteht. Sollen „*unendlich* grosse" Conductoren darunter verstanden sein, und macht man mit der Unendlichkeit Ernst, so würden dieselben einem Condensator von unendlicher Capacität gleichen, den man mit jeder beliebigen endlichen Elektricitätsmenge laden könnte, ohne dadurch eine merkliche Potentialdifferenz an seinen Klemmen zu erzielen. Aus einem solchen Condensator würde die Elektricität gar kein Bestreben haben zurückzufliessen; man könnte ihn mit jeder Dynamomaschine beliebig mit Elektricität beschicken, ohne dass hierzu eine andere Arbeitsleistung erforderlich wäre, als diejenige, welche die elektrische und mechanische Reibung erfordert. Irgend eine Energieaufspeicherung fände nicht statt. Einen solchen unendlichen Conden-

1) C. Liebenow, l. c. p. 319 u. 320.
2) W. Voigt, l. c. p. 707 u. 708.

sator oder wirklich unendlich grosse Conductoren aber giebt es nicht. Man mag sie im Gegenteil so gross wählen, wie irgend möglich, stets wird nach einer gewissen Ladung eine bestimmte Potentialdifferenz an den Klemmen vorhanden sein, welche bei Fortsetzung der Ladung wächst, bis die Höhe der den Strom erzeugenden elektromotorischen Kraft erreicht ist; gleichzeitig verschwindet jeder weitere Ladestrom. Nur solange der Condensator überhaupt noch keine Ladung besitzt, tritt daher die von mir mit J bezeichnete maximale Stomstärke in dem von Hrn. Voigt herangezogenen Falle ein. Ist der Widerstand des Cylinders R, und sieht man von einem Widerstand der Condensatorbelege bez. des Conductorenmateriales, sowie von jeder Selbstinduction ab, so ist allerdings im allerersten Moment die Stromstärke

$$J = \frac{E}{R},$$

worin E die thermoelektromotorische Kraft des Cylinders bezeichnet. Diese Stromstärke J geht aber sofort nach dem Eintritt des Stromes herunter. Ist nämlich zu einer beliebigen späteren Zeit τ die Potentialdifferenz zwischen den Klemmen Δ_τ, so findet zu dieser Zeit nicht mehr der maximale Strom J, sondern ein kleiner Strom i_τ statt, für welchen die Beziehung

$$i_\tau = \frac{E - \Delta_\tau}{R}$$

gilt. Es wird daher in diesem Augenblicke in der kleinen Zeit $d\tau$ eine elektrische Arbeitsgrösse $E i_\tau d\tau$ erzeugt, während der Strom i_τ wieder eine Wärmemenge $i_\tau^2 R d\tau$ in Gestalt von Joule'scher Wärme entwickelt; ausserdem wird eine Energiemenge $i_\tau \Delta_\tau d\tau$ in derselben Zeit im Condensator aufgespeichert.

Es verlangt daher der erste Hauptsatz, dass

$$E i_\tau d\tau - i_\tau^2 R d\tau - i_\tau \Delta_\tau d\tau = 0,$$

oder

$$E i_\tau - i_\tau^2 R - i_\tau \Delta_\tau = 0$$

sei.

Setzt man hierin aus der oberen Gleichung den Wert von i_τ ein, so erhält man die Beziehung:

$$\frac{E^2 - E\Delta_\tau}{R} - \frac{(E - \Delta_\tau)^2}{R} - \frac{E\Delta_\tau - \Delta_\tau^2}{R} = 0.$$

Durch einfache Auflösung der linken Seite dieser Gleichung erkennt man sofort, dass dieselbe erfüllt ist.

Die durch meine Theorie zu errechnenden Stromstärken stehen also auch in dem von Hrn. Voigt angeführten Falle im Gegensatz zu seinen Angaben in vollem Einklang mit dem Gesetz von der Erhaltung der Energie.

Total missverstanden hat mich Hr. Voigt [1]), wenn er meine Voraussetzung, ein elektrischer Strom sei mit einem Wärmestrom zwangsweise verknüpft, so auslegt, als hätte ich sagen wollen: „ein primärer Wärmestrom $Q^{(1)}$ erregt einen primären elektrischen Strom $J^{(1)}$; $J^{(1)}$ giebt dagegen Veranlassung zu einem sesundären Wärmestrom $Q^{(2)}$; $Q^{(2)}$ bewirkt ein $J^{(2)}$ etc." Hier scheint mir Hr. Voigt überall den Boden realer Anschauung gänzlich zu verlieren. Thatsächlich habe ich nichts anderes gemeint, als wenn ich etwa sage, ein Stein sei mit einem Strick zwangsweise verknüpft, d. h. der Strick sei an den Stein fest angebunden, sodass, wenn ich an dem Strick ziehe, der Stein mitbewegt wird; wenn ich aber den Stein fortnehme, der Strick nachschleppt. Wie darunter verstanden werden könnte, der am Strick gezogene Stein müsse nun wieder einen secundären Strick und dieser wieder einen secundären Stein etc. nach sich ziehen, ist mir unverständlich. Wenn ich dann weiter sage, zu jedem Stein von einem bestimmten Gewicht gehört ein Strick von ganz bestimmter Dicke, so müsste man in Analogie nach Hrn. Voigt folgern, dass eine unendliche Anzahl *gleich grosser* Steine hinter dem ersten folge, die also alle schliesslich durch den primären Strick gezogen werden müssten, sodass etwa alle Dampfmaschinen der Welt nicht im stande wären, den Stein vom Fleck zu bewegen! Hr. Voigt [2]) wechselt allerdings in der Reihenfolge der von ihm in dieser Weise behandelten Einzelströme beständig das Zeichen, und da sämtliche Ströme gleich gross sind, so findet er die Summe aller Ströme gleich Null und behauptet, es komme also überhaupt kein Strom zu stande. — Dies ist allerdings *nicht* meine Meinung! *Ein* Wärme-

1) W. Voigt, l. c. p. 706 u. 707.
2) W. Voigt, l. c. p. 711.

strom gehört zu *einem* elektrischen Strom oder umgekehrt; aber von secundären, tertiären etc. Strömen kann gar nicht die Rede sein. Will Hr. Voigt mit einer unendlichen Anzahl von Strömen rechnen, so mag er den Einzelnen in eine unendliche Anzahl von Teilen zerlegen, wobei dann jeder Differentialwärmestrom mit einem elektrischen Differentialstrom verknüpft ist, was für manche Betrachtungen später von Vorteil sein mag, aber die Summe aller Einzelteile ist und bleibt niemals mehr und niemals weniger als das ursprüngliche Ganze, mit dem ich allein zu rechnen hatte. —

Hr. Voigt monirt hier ferner, dass ich für die Berechnung der Peltiererscheinungen vor der fortgeführten Wärmemenge Q das doppelte Vorzeichen ohne Begründung eingeführt habe. Ich will mich gern hier einer Unterlassungssünde schuldig bekennen. Als ich die Arbeit niederschrieb, schien es mir selbstverständlich, ich erkenne aber an, dass eine Erklärung wünschenswert *ist*.

Die fortgeführte Wärme Q ist ja an sich stets notwendigerweise eine positive Grösse. Um nun aber anzudeuten, in welcher Richtung der mit dem elektrischen Strom verknüpfte Wärmestrom fliesst, habe ich Q mit einem Vorzeichen versehen und zwar soll das positive Zeichen (+) andeuten, dass der Wärmestrom und der positive elektrische Strom gleiche Richtung besitzen, dagegen das negative (−), dass der Wärmestrom in entgegengesetzter Richtung, oder was dasselbe sagt, *mit* dem *negativen* elektrischen Strome fliesst. Aus den Beobachtungen hatte ich bereits geschlossen [1]), dass die den Strom erzeugende elektromotorische Kraft in den Metallen dem Wärmestrom entgegengesetzt, in den Nichtmetallen dagegen gleich gerichtet ist. Dasselbe muss daher auch von den Strömen gelten. —

Dass ferner die Peltiererscheinungen nicht auch auf anderem Wege berechnet werden können, habe ich nirgends behauptet; meine Darlegungen beweisen und sollen nichts weiter beweisen, als dass sie und der Thomsoneffect sich ungezwungen auch diesen Anschauungen fügen. Es liegt mir überhaupt fern, anzunehmen, dass diese Theorie nun die *einzig mögliche* Theorie

1) C. Liebenow, l. c. p. 319.

der Thermoelektricität bilde; vielmehr kann es noch vie gleich gute und bessere Theorien der Thermoelektricität gebe Dagegen nehme ich für sie in Anspruch, dass sie ein in sic abgerundetes System bildet, welches bei dem gegenwärtige Standpunkt unserer Kenntniss die Erscheinungen mit Annäh rung und verhältnismässiger Vollständigkeit zu beschreibe gestattet, und dass es vor allem Hrn. Voigt nicht gelunge ist, in demselben eine einzige Inconsequenz oder einen Fehl nachzuweisen. [1])

Anknüpfend an das Vorstehende möchte ich noch einige Bemerkungen Raum geben, von denen ich sehr wohl weis dass sie äusserst unvollständig und keineswegs frei vo Schwierigkeiten sind und daher sehr der Klärung und E gänzung bedürfen, die ich aber trotzdem nicht unterdrücke möchte, da sie geeignet scheinen, auf dieses Gebiet weiter Licht zu werfen.

Dieselben stehen in gewissem Zusammenhang mit der vo Hrn. Voigt gerügten Zweideutigkeit der Richtung der therm elektromotorischen Kräfte, die mich ursprünglich in der Th ebenso wie Hrn. Voigt befremdet hat. Denn wenn auch d *Rechnung* an sich nicht eine einzige Richtung festlegen konnt so lag es doch nahe zu erwarten, dass der nachträgliche Ve gleich der Resultate mit den Beobachtungen eine solche ei deutige Richtung ergeben werde. Allein nichts dergleiche trat ein; es zeigte sich vielmehr der mehrfach genannte direc Gegensatz zwischen den Metallen und Nichtmetallen.

Diese zunächst überraschende Thatsache verliert aber be deutend an Sonderbarkeit, wenn man die gegenwärtigen Vor

1) Hr. Voigt wendet sich (p. 716) noch gegen meine Erklärung der Pyroelektricität und behauptet, die Pyroelektricität des Turmalins werde nicht durch die Wirkung eines Temperatur*gefälles* längs den Axen, sondern durch *gleichförmige* Erwärmung hervorgerufen. Dies kann ich nicht zugeben. Meine Darstellung, nach welcher ein Temperaturunterschied zwischen dem Innern und der äusseren Oberfläche des Krystalles zur Elektrisirung desselben notwendig sei, entspricht durchaus den Thatsachen. Ist der ganze Krystall innen und aussen *gleichförmig* erwärmt so ist er unelektrisch. Ebenso wäre es mir lieb zu erfahren, in welchen Fällen bei Reibung eines Metalles mit einem Dielektricum das Metall nicht positiv elektrisch wird. Jede Erfahrung in dieser Hinsicht kann hier nur aufklärend wirken.

stellungen der Elektrochemie zum Vergleich heranzieht. Hier herrscht ein ähnlicher Gegensatz für die Ionen in den Lösungen: Die einfachen Metallionen sind stets positiv, die übrigen, wie z. B. die des Chlors oder complexe Ionen, sind fast durchweg negativ elektrisch geladen. Man findet also hier genau denselben Gegensatz zwischen Metallen und sonstigen Körpern, wie bei den thermoelektrischen Erscheinungen wieder.

Es ist nützlich, sich über die hier vorliegenden Verhältnisse ein möglichst klares Bild zu verschaffen. In den Ionen erscheinen die Atome der Körper gleichsam chemisch mit positiver oder negativer Elektricität verbunden. Ein Grammatom eines einwertigen Elementes bindet 96540 Coulomb. Beim galvanischen Ausfällen desselben aus der Lösung giebt es nach der üblichen Anschauung diese 96540 Coulomb ab und wird so unelektrisch.

Man kann aber mit gleichem Recht annehmen, dass z. B. Metall auch ausserhalb der Lösung immer noch mit positiver Elektricität gleichsam chemisch verbunden bleibt, dass es dieselbe bei seiner Ausscheidung *nicht* abgiebt, vielmehr eine gleiche Menge negativer Elektricität infolge seiner positiven Ladung anzieht und durch dieselbe elektrostatische Anziehung mehr oder weniger festhält. Auch in diesem Falle erscheint das Metall nach aussen unelektrisch, enthält jedoch, falls es einwertig ist, pro Grammatom einmal 96 540 Coulomb chemisch gebundener positiver Elektricität und ebensoviel mehr oder weniger freie und nur durch physikalische Anziehung gehaltene negative Elektricität.

Diese Menge negativer Elektricität fliesst den einwertigen Metallionen bei ihrer Ausscheidung aus der Lösung pro Grammatom zu. Da nun jeder elektrische Strom zwangsweise mit einem Wärmestrom verbunden sein soll, so wird dem Ion mit dieser Elektricitätsmenge auch gleichzeitig ein gewisses Wärmequantum zugeführt, welches wieder abfliesst, wenn dem Metall die negative Elektricität wieder entzogen wird, und welches mitfliesst, wenn die innerhalb des Metalles mehr oder weniger freie negative Elektricität sich bewegt.

Um diese Wärmemenge ihrem Betrage nach kennen zu lernen, werde z. B. metallisches Kupfer aus einer Lösung einwertiger Kupferionen galvanisch niedergeschlagen. Dann be-

stimmt sich der Wärmestrom aus der von mir gegebene Gleichung:

$$q = -0{,}24\, T i \frac{dE}{dT},$$

welche die pro Secunde von dem Strom i durch irgend eine beliebigen Metallquerschnitt mitgeführte Wärmemenge wiede giebt. Da für Kupfer dE/dT etwa 0,0001375 Volt beträg so ergiebt sich für die einem Grammatom bei 0° C. ($T_0 = 27$ zugeführte Wärmemenge:

$$q = 0{,}24 \,.\, 273 \,.\, 96540 \,.\, 0{,}0001375 = 870 \text{ g-Cal.}$$

Da dE/dT für andere Metalle nicht sehr von dem obige für Kupfer geltenden Wert abweicht, so gelten diese 870 g-Cal annähernd auch für andere einwertige Metalle, z. B. für Silbe etc. ziemlich allgemein.

Nun beträgt aber die Gesamtwärme eines Grammatom eines beliebigen Metalles, wenn man das bekannte Gesetz vo Dulong und Petit zu Grunde legt, bei 0° C. im Mittel etw

$$6{,}4 \times 273 = 1747{,}2 = 2 \times 873{,}6 \text{ g-Cal.},$$

d. h. also: *etwa die Hälfte der Gesamtwärme der Metalle en fällt auf die in ihnen enthaltene negative Elektricität*, währen die andere Hälfte den Ionen des Metalles angehört.

Hierbei ist das feste Kupfer als einwertig vorausgesetzt Kupfer als festes Metall in zwei verschiedenen Zustände kennen wir nicht, stets hat es die gleichen Eigenschaften Wenn daher überall von einer Wertigkeit des Kupfers in festen Zustand die Rede sein kann, so müssen wir annehmen dass sie stets ein und dieselbe ist. Da aber das Kupfer i den Lösungen auch als zweiwertiges Ion existirt, so würd man zunächst auch annehmen können, das feste Metall se etwa stets zweiwertig. Allein in diesem Falle ergiebt di Rechnung für den Wärmeinhalt der in dem Metall enthalten negativen Elektricität allein 1740 g-Cal., sodass für die Ione selbst kein Wärmeinhalt übrig bleibt, was keinen Sinn hat Wir werden also annehmen müssen, dass nicht etwa einatomig Kupferionen sich bei der Ausfällung in zweiwertige verwandeln sondern umgekehrt, dass die zweiwertigen Ionen der Lösun bei der galvanischen Ausfällung ihre Wertigkeit ändern un in einwertige übergehen.

Da ferner die Atomwärme aller bekannten Metalle nahezu dieselbe ist, so gilt das Gesagte für *alle* Metalle, welche Wertigkeit ihre Ionen in den Lösungen auch besitzen mögen, und ob man einen Wechsel der Wertigkeit derselben bisher kennt oder nicht, d. h. *alle Metalle sind im festen Zustand einwertig.*

Demnach muss man aus dem Vorstehenden schliessen:

Die Atomwärme der negativen Elektricität und ebenso der Ionen fester Metalle beträgt etwa 870 : 273 = 3,2, d. h. etwa ebensoviel wie auch sonst die Atomwärme einatomiger Gase bei constantem Volumen.

Auf diesem Wege bin ich also zu ähnlichen Vorstellungen über die Constitution der einfachen metallischen Leiter gelangt, wie sie Riecke[1]) seiner Theorie der Thermoelektricität zu Grunde legt, und die an Anschaulichkeit nichts zu wünschen übrig lässt. Das feste Metall besteht hiernach aus einwertigen Ionen[2]), d. h. aus mit positiver Elektricität innig verbundenen Atomen, und zwischen den Ionen ist negative Elektricität eingebettet, die durch elektrostatische Anziehung festgehalten wird, sich aber im Innern eines Metallringes in den Zwischenräumen zwischen den positiven Ionen unter Reibung verschieben[3]) lässt, ohne dass hierzu im allgemeinen ein weiterer, als für die Reibung erforderlicher Arbeitsaufwand nötig wäre.

Folgender Vorgang, der sonst unverständlich sein würde, erhält jetzt eine einfache Deutung. Nähert man einem Metallring einen Magneten, so inducirt derselbe in dem Ring einen elektrischen Strom. Dieser elektrische Strom soll nach der Theorie einen Wärmestrom mit sich führen. Stellt man sich nun vor, dass die ganze Wärme des Ringes allein in Bewe-

1) E. Riecke, Wied. Ann. **66.** p. 353. 1898.

2) Ich behalte den Ausdruck Ion bei, da er für die in den Lösungen befindlichen entsprechenden Gebilde einmal besteht, obgleich hier von einer Wanderung derselben natürlich nicht die Rede sein kann.

3) Ist obige Vorstellung richtig, so kann man auch die von Maxwell aufgeworfene Frage entscheiden, ob die Elektricität sehr schnell oder vielleicht sehr langsam in Metalldrähten fliesst. Sie fliesst dann in der That *sehr* langsam, da sich eine relativ sehr grosse Elektricitätsmenge in den Metallen befindet. Belastet man einen Kupferdraht in üblicher Weise mit 2 Amp. pro Quadratmillimeter, so braucht die Elektricität über 2 Stunden um 1 m zurückzulegen. Unter diesen Umständen dürfte es schwerlich gelingen, eine lebendige Kraft der Elektricität in den Drähten zu beobachten.

gung der kleinsten Metallteilchen selbst besteht, die sämtlich um feste Punkte unregelmässig schwingen, also im Mittel an ihrer Stelle verharren, so ist nicht einzusehen, wie man in diesem Falle von einem Wärme*strom* sprechen kann.[1]) Bewegt sich aber in diesem Ring thatsächlich ein Agens in Kreise, welches selbst aus in Wärmebewegung befindlichen Teilchen besteht, so ergiebt sich die fortschreitende Bewegung der in diesem Agens enthaltenen Wärme mit diesem von selbst.

Endlich kann man in ungezwungener Weise eine Frage beantworten, die sonst Schwierigkeiten macht. Es ist dies die Frage nach der Art der Wärmeleitung eines Metalles *ohne* elektrischen Strom. Ist nämlich der Wärmestrom, wenn auch nur im wesentlichen, zwangsweise mit dem elektrischen Strom verknüpft, wie kann derselbe auch dann auftreten, wenn kein elektrischer Strom entsteht, also z. B. in einem einfachen, ungleichmässig erwärmten Metallstab? Man darf annehmen, dass in diesem Falle ebenfalls Strömungen oder vielmehr Wirbel der negativen Elektricität entstehen, welche die Wärme durch Convection übertragen.

Unter diesen Umständen aber dürfte die Wärmeüberführung in einen Metallstab möglicherweise nicht ganz unabhängig davon sein, ob die Elektricität in demselben nur Wirbelbewegungen ausführen kann oder sich im ganzen seiner Axe parallel verschiebt. Nun aber entspricht in meiner Grundformel

$$\frac{dE}{dT} = \pm 0{,}24 \sqrt{\frac{RL}{T}},$$

die Leitfähigkeit L nur der Wärmeleitfähigkeit bei gleichzeitigem Vorhandensein des elektrischen Stromes J. Da man aber aus Mangel an Beobachtungsdaten bisher hierauf nicht hat Rücksicht nehmen können, so liegt vielleicht hierin der Grund, warum bis jetzt die berechneten elektromotorischen Kräfte in vielen Fällen von den beobachteten bedeutend abweichen.

1) Auf diesen Punkt hat mich seiner Zeit Hr. Prof. Kurlbaum aufmerksam gemacht.

(Eingegangen 29. Mai 1900.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

1900. № 8.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 2.

1. *Structur, System und magnetisches Verhalten flüssiger Krystalle und deren Mischbarkeit mit festen; von O. Lehmann.*

(Hierzu Taf. III u. IV, Figg. 1—169.)

Vor 10 Jahren waren die flüssigen Krystalle noch vollkommen unbekannt. Niemand dachte daran, dass krystallinische Körper die Fähigkeit haben könnten, unter Beibehaltung ihrer gesetzmässigen inneren Structur ohne Zwang zu fliessen oder Tropfen zu bilden wie Wasser oder eine andere Flüssigkeit. „Krystallisirt" und „fest" galten fast als gleichbedeutend und eine regelmässige Anordnung der Molecüle in Flüssigkeiten hielt man für vollkommen ausgeschlossen; lehrten doch die Diffusionserscheinungen, dass sich die Teilchen der Flüssigkeiten in beständiger, lebhafter, völlig ungeordneter Fortbewegung befinden und dabei jedenfalls beständig auch unregelmässige Drehungen um wechselnde Axen erfahren.

So ungeheuerlich erschien deshalb noch vor so kurzer Zeit der Begriff eines flüssigen Krystalles, dass, als ich im Jahre 1890 eine Abhandlung mit diesem Titel erscheinen liess[1]), manche meiner wissenschaftlichen Freunde solches Vorgehen als argen Missgriff bedauerten, ja die Aufstellung des neuen Begriffes geradezu als einen Faustschlag ins Gesicht der Logik betrachteten.[2])

So ist es auch nur natürlich, dass die später erschienenen grossen Lehrbücher der physikalischen Krystallographie[3]) der flüssigen Krystalle mit keinem Worte gedenken.

1) O. Lehmann, Wied. Ann. **40.** p. 401. 1890; **41.** p. 525. 1890; vgl. ferner Zeitschr. f. phys. Chem. **5.** p. 427. 1890.

2) Ich selbst war nicht lange zuvor ähnlicher Meinung gewesen. Vgl. O. Lehmann, Zeitschr. f. phys. Chem. **4.** p. 468 unten, 1889. Der Fall zeigt aufs neue die Bedeutung mikroskopischer Untersuchungen für die Bildung neuer Begriffe.

3) Th. Liebisch, Phys. Krystallographie 1891; P. Groth, Phys. Krystallographie 1895.

In den Annalen der Physik erschien eine Entgegnung[1], in welcher unter Hinweis auf Versuche mit Seifenlösungen die Behauptung aufgestellt wurde, die sogenannten flüssigen Krystalle seien nichts anderes als breiige Massen fester Kryställchen, umschlossen von einer öligen, mit der Mutterlauge nicht mischbaren Flüssigkeitsschicht.

Bei der grossen Erfahrung und dem meisterhaften allbekannten Geschick des Verfassers dieser Entgegnung in ähnlichen feinen physikalischen Untersuchungen mochte wohl allgemein angenommen werden, dass damit die so ganz und gar nicht in den Rahmen der damaligen Vorstellungen passende Neuerung[2]) endgültig beseitigt sei.

Bald gelang indes der Nachweis[3]), dass die fraglichen Versuche durchaus nicht gegen, sondern für die Existenz flüssiger Krystalle sprechen und geradezu einen sehr schätzenswerten Beitrag zu deren Kenntnis bilden.

Dass die flüssigen Krystalle keine breiartigen Massen sind, folgt übrigens schon aus den chemischen Untersuchungen Reinitzer's[4]) und Gattermann's[5]), welche gezeigt haben, dass die fraglichen Stoffe durchaus homogen sind, ferner auch aus den Arbeiten von Schenck[6]), Schenck und Schneider[7]),

---

1) G. Quincke, Wied. Ann. **53.** p. 613. 1894.

2) Jacques Boyer leitet ein Referat in Cosmos, 4. Septbr. 1897, Nr. 658, p. 291 betitelt: „Les Crystaux Liquides" mit folgenden Worten ein: „La vue de ce titre procurera à quelques lecteurs un moment de douce gaieté (j'en suis bien aise), et ils se demanderont, en passant mon article (cela me va moins bien), comment une revue sérieuse peut-elle insérer une élucubration si contraire au bon sens? Pour me disculper, je répondrai comme l'écolier pris en faute: je n'y suis pour rien, adressez-vous à l'auteur de cette bizarre dénomination, le Dr. Lehmann de Carlsruhe."

3) O. Lehmann, Wied. Ann. **56.** p. 771. 1895.

4) Fr. Reinitzer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **94.** (2) p. 719. 1888; **97.** (1) p. 167. 1888.

5) L. Gattermann, Ber. d. Deutsch. chem. Gesellsch. **23.** p. 1738. 1890.

6) R. Schenck, Habilitationsschrift, Marburg 1897; Zeitsch. f. phys. Chem. **28.** p. 280. 1899.

7) R. Schenck u. Fr. Schneider, Zeitschr. f. phys. Chem. **29.** p. 546. 1899.

Abegg und Seitz[1]) und denjenigen von Hulett[2]), aus welchen hervorgeht, dass sich weder durch Filtriren, noch durch Umkrystallisiren aus verschiedenen Lösungsmitteln ein fester Körper aus dem angeblichen Brei abscheiden lässt, dass dieser Brei sich mechanischen Einwirkungen gegenüber durchaus nicht wie ein Brei verhält, sondern sogar leichter beweglich ist als die daraus bei höherer Temperatur entstehende isotrope Flüssigkeit (d. h. geringere innere Reibung besitzt), dass dagegen die Dielektricitätsconstante für beide Flüssigkeiten sehr nahe gleich ist, während sie im Falle der Anwesenheit fester Partikelchen in der einen Flüssigkeit für diese sehr wesentlich kleiner sein müsste, endlich dass die Umwandlungstemperaturen der flüssigen Krystalle auch nach mehrmaligem Umkrystallisiren aus verschiedenen Lösungsmitteln durchaus constante, genau bestimmbare sind, obschon sie sich bei Zumischung fremder Stoffe und bei Aenderung des Druckes ganz den für reine Substanzen gültigen Gesetzen entsprechend ändern und zwar in ausserordentlich hohem Maasse, sodass man hieraus Nutzen ziehen kann zu genauer Bestimmung des Moleculargewichtes organischer Stoffe.

Retgers[3]), ein durch die Gründlichkeit und Genauigkeit seiner Untersuchungen in weiten Kreisen bekannter und hochgeschätzter Forscher auf krystallographischem Gebiete giebt zu, dass es sich um reine Flüssigkeiten handle und dass sie in mancher Hinsicht gleiches Verhalten zeigen wie Krystalle, bestreitet aber aufs entschiedenste, dass man sie als flüssige „Krystalle" bezeichnen dürfe. Tammann[4]) und Schaum[5]) umgekehrt erkennen wohl die krystallinische Natur der Körper an, bestreiten aber, dass man sie zu den Flüssigkeiten rechnen dürfe.

Es wird also zunächst festzustellen sein, was ist ein Krystall?[6]) Sodann, wann ist ein Körper flüssig?

1) R. Abegg u. W. Seitz, Zeitschr. f. phys. Chem. **19.** p. 491. 1899.

2) G. A. Hulett, Zeitschr. f. phys. Chem. **28.** p. 629. 1899; vgl. auch W. Ostwald, Lehrb. d. allgem. Chem. (2) **2.** p. 393. 1897.

3) J. W. Retgers, Neues Jahrb. f. Min. **2.** p. 167. 1895; Zeitschr. f. phys. Chem. **14.** p. 34. 1894.

4) G. Tammann, Wied. Ann. **62.** p. 284. 1897. Vgl. auch Abschn. XXII.

5) K. Schaum, Dissertation Marburg, 1897; Liebig's Ann. **300.** 208. 1898.

6) O. Lehmann, Zeitschr. f. Krystallographie **18.** p. 457. 1890.

I. Die bisherigen Definitionen des Krystallbegriffes.

Noch bis ins 18. Jahrhundert herrschte allgemein die Ansicht, die Krystalle seien ebenso wie die Tiere und Pflanzen *Individuen*, ja man suchte wohl umgekehrt die Entstehung der Organismen als einen Krystallisationsvorgang aufzufassen — man denke nur an die Krystallisation des Homunculus im zweiten Teil von Goethe's Faust.

Später änderten sich wohl im allgemeinen die Ansichten, doch gab das eigentümliche Vermögen verletzter Krystalle, in die Mutterlauge eingebracht, wieder auszuheilen[1]), und namentlich die Bildung zierlich gegliederter, an organische Bildungen erinnernder Skelette[2]), wofür z. B. die Schneesterne ein allbekanntes Beispiel bieten, immer wieder aufs neue Anlass, auf die alten Vorstellungen zurückzukommen und selbst Retgers betrachtet einen Krystall als ein „*Individuum*" und als sein wichtigstes, für ihn charakteristisches Kennzeichen seine „*regelmässige, von ebenen Flächen begrenzte Gestalt*".

„Ein Krystall," sagt er, „ist ein von natürlichen ebenen Flächen umgrenztes, mehr oder weniger ausgebildetes, festes Individuum . . . Ebenso wie eine Pflanze oder ein Tier hat ein Krystall ein Jugendstadium des raschen Wachstums und einen erwachsenen Zustand, wo er trotz reichlichster Nahrungszufuhr nicht grösser werden kann." . . .

„Dass die von Lehmann entdeckten Flüssigkeiten doppelbrechend sind, hieran ist nach seinen Beschreibungen und Abbildungen nicht zu zweifeln; aber zu einem Krystall ist doch noch mehr nötig, vor allem die Fähigkeit sich zu facettiren, d. h. sich mit ebenen Flächen zu versehen."

---

1) O. Lehmann, Molecularphysik 1. p. 309. 1888; Fr. Scharff, Neues Jahrb. f. Min. 1876. p. 24; A. Rauber, Die Regeneration der Krystalle. Leipzig, Besold. 1896.

2) Martin Frobenius Ledermüller's, Hochfürstl. Brandenburg-Culmbachischen Justiz-Raths, wie auch d. Kayserl. Akad. d. Naturf. u. d. Deutsch. Gesellsch. zu Altdorf Mitglieds, Mikroskopische Gemüths- und Augenergötzung, Verlag von Adam Wolffgang Winterschmidt, Kupferstecher in Nürnberg 1763; M. Vogelsang, Die Krystallisation, herausgegeben von F. Zirkel, Bonn 1875; A. Famintzin, Mém. Acad. St. Petersburg (32) 7. p. 10. 1884; Butley, Mineralog. Mag. 9. p. 261. 1891.

Retgers übersieht hierbei ganz, dass schon in meiner ersten Abhandlung über Krystallwachstum[1]) der Nachweis geführt wurde, dass alle diese Eigentümlichkeiten des Wachstums ihre einfache Erklärung darin finden, dass den Ecken und Kanten des wachsenden Krystalles am reichlichsten Material zuströmt, während auf den Flächen das Wachstum beeinträchtigt wird durch Anhäufung von Verunreinigungen und Freiwerden von Krystallisationswärme (Hofbildung).[2]) Es giebt kein Wachstumscentrum im Krystall, keine Wachstumsaxen[3]), die von diesem Centrum ausgehen, jeder kleinste Splitter verhält sich genau ebenso wie das Ganze, die Krystalle sind keineswegs unteilbare Wesen — Individuen—, sondern allenfalls Aggregate von solchen, von Atomen oder Molecülen.

Einen Menschen kann man unbeschadet seiner Existenz nicht einmal in Gedanken in zwei Teile zerschneiden, wohl aber einen Krystall.

Ganz entgegengesetzter Ansicht ist nun Retgers. Ein verletzter oder durch Schleifen in andere Form gebrachter Krystall ist nach ihm kein Krystall mehr. Mit aller Entschiedenheit lehnt er es ab, z. B. einen zur Kugel geschliffenen Kalkspatkrystall oder ein Spaltungsrhomboeder als Krystall anzuerkennen, deshalb, weil Schleif- oder Spaltflächen keine „natürlichen" sind.

Max Bauer[4]) macht, von ähnlichen Anschauungen ausgehend, den Vorschlag, zu unterscheiden zwischen „Krystallen" und „krystallisirten Stoffen".

Aber wo ist denn die Grenze? Soll etwa ein Bergkrystall deshalb, weil ihm ein winziges Stück an einer Ecke abgeschlagen ist, oder weil eine Fläche nicht vollkommen eben, sondern schwach gestreift ist, nicht als „Krystall" gelten,

1) O. Lehmann, Zeitschr. f. Krystallographie 1. p. 433. 1877; vgl. auch O. Lehmann, Molecularphysik 1. p. 320. 1888.

2) Ist die auskrystallisirende Substanz der Lösung mehr oder weniger dissociirt, so findet im Hofe der Krystalle fortwährende Neubildung derselben statt und je nach der Geschwindigkeit dieser Umbildung wird der Hof mehr oder weniger ausgedehnt und somit ebenfalls das Wachstum des Krystalles beeinflusst. Vgl. auch Molecularphysik 1. p. 623. 1888.

3) A. Knop, Molecularconstitution und Wachstum der Krystalle. Leipzig, Haessel 1867; A. Rauber, l. c.

4) M. Bauer, Lehrb. d. Mineralogie p. 10 u. 11. 1886.

sondern unter die „krystallisirten Stoffe“ oder im zweiten Fall nach Retgers unter die „unentwickelten Krystalle“ eingereiht werden? Wollten wir so peinlich genau sein, so gäbe es in der Natur überhaupt keine Krystalle, denn jeder Krystall einer Mineralien- oder Chemikaliensammlung hat irgend eine kleine Unvollkommenheit.

Von minimalen Störungen der Form bis zu den in Frage stehenden giebt es aber eine *continuirliche Reihe von Uebergängen.* Nirgendwo lässt sich eine Grenze ziehen. Wir müssen also selbst ein aus Bergkrystall geschliffenes Brillenglas oder ein reich verästeltes Salmiakskelett im vollen Sinne des Wortes als Krystall anerkennen.

Nicht die bei freiem, ungestörtem Wachstum entstandene äussere Form ist es also, was das Wesen eines Krystalles ausmacht, sondern das, was dieselbe bedingt, die Abhängigkeit des Krystallwachstums von der Richtung, die *Anisotropie* der Substanz, welche auch dadurch zum Ausdruck kommt, dass überhaupt alle physikalischen Eigenschaften, welche sich mit der Richtung ändern können, wirklich davon abhängen. Diese sind: die Schubelasticität, die äussere und innere Reibung, die Cohäsion und Adhäsion, die Leitfähigkeit für Wärme und Elektricität, die magnetische Permeabilität und die Dielektricitätsconstante, sowie die davon abhängigen, namentlich die Ausbreitungsgeschwindigkeit und die Absorption des Lichtes.

Mit Recht definirt deshalb Groth[1]) in seinem Lehrbuch der physikalischen Krystallographie: *„Ein Krystall ist ein homogener anisotroper fester Körper“*. Die Form wird gar nicht erwähnt.

Aber auch gegen diese, wohl meist angenommene Definition lassen sich Bedenken geltend machen, zunächst gegen das den Krystallen zugeschriebene Attribut der *„Homogenität“*. Stellen wir uns ein zu einem Lampencylinder zusammengebogenes Glimmerblatt vor. Durch das Zusammenbiegen kann doch wohl seine krystallinische Natur nicht verloren gegangen sein und doch ist es nicht mehr streng als homogener Körper zu betrachten. Die zierlichen Eisblumen an Fensterscheiben, die gewundenen Bergkrystalle, gebogene Blei- oder Goldkrystalle

1) P. Groth, Phys. Krystallographie 3. p. 245. 1895.

müssen sicherlich auch zu den Krystallen gerechnet werden; denn es giebt unzählige *lückenlose Uebergänge zu vollkommen homogenen Krystallen.*

Gleiches gilt von den nach aussen hin violett gefärbten, innen farblosen Octaedern, die sich aus einer Lösung von Alaun gebildet haben, der man während der Krystallisation in steigendem Maasse Chromalaun zusetzte, obschon sie doch nicht einmal chemisch homogen sind.

Lässt man Meconsäure aus mit Anilinviolett gefärbter Lösung krystallisiren, so tritt in immer zunehmendem Maasse eine trichitische Zerfaserung und Violettfärbung der ursprünglich farblosen Krystalle ein, und das Endergebnis ist ein in annähernd radiale Fasern verzweigter kugelförmiger Krystall, ein sogenannter Sphärokrystall.[1]) Auch von diesen sowohl physikalisch als chemisch inhomogenen Sphärokrystallen zu vollkommen homogenen Krystallen giebt es *stetige Uebergänge*; nirgends zeigt sich eine Grenze, die Homogenität muss also gleichfalls aus der Definition des Begriffes Krystall gestrichen werden.

Kann man nun aber sagen, jeder anisotrope feste Körper, gleichviel ob homogen oder nicht, sei ein Krystall?

Dann wäre ein Stück Holz auch ein Krystall und das ist es sicher nicht! Wirklich lässt sich, wie ich gezeigt habe[2]), noch eine Eigenschaft angeben, die ausschliesslich den Krystallen zukommt, die „*Wachstumsfähigkeit*". Man könnte einwenden — und derartige Einwände sind von Ostwald, Retgers und Schaum[3]) wirklich gemacht worden — der verkohlte Docht einer Talgkerze, welcher ein anisotroper Körper ist und sich durch Ablagerung von Russdendriten vergrössert, müsste unter solchen Umständen auch als Krystall bezeichnet werden!

Solches Wachstum ist aber, wie man sich leicht klarlegen kann, keineswegs vergleichbar mit dem eines Krystalles, denn bei diesem sind die neu sich anlagernden Schichten in genau

---

1) O. Lehmann, Wied. Ann. **51.** p. 47. 1894; Zeitschr. f. Krystallographie **18.** p. 457. 1890.

2) O. Lehmann, Zeitschr. f. Krystallographie **18.** p. 457. 1890.

3) W. Ostwald, Zeitschr. f. phys. Chem. **7.** p. 227. 1891; J. W. Retgers, Neues Jahrb. f. Min. 1895. p. 167; K. Schaum, Dissertation, Marburg 1897.

der gleichen Weise (oder bei Mischkrystallen, wenigstens in nur wenig abweichender Weise) anisotrop wie der vorhandene Kern, bei den Russdendriten dagegen nicht. Man wird somit genauer als das, was den krystallisirten Zustand kennzeichnet, angeben müssen, das Auftreten einer Art „*molecularer Richtkraft*“, wie ich vorläufig kurz sagen will, welche die neu sich ansetzenden Teilchen zwingt, sich in ganz bestimmter Stellung etwa parallel den bereits vorhandenen anzusetzen.

Definiren wir also: „*Ein Krystall ist ein anisotroper fester Körper, welcher moleculare Richtkraft auszuüben vermag*“, so umfasst diese Definition sowohl die vollkommenen, wie auch die in ihrer Ausbildung hinsichtlich der Form oder der Structur gestörten Krystalle, ist also scheinbar unanfechtbar.

Die Auffindung von anisotropen Flüssigkeiten, welche gleichfalls moleculare Richtkraft besitzen, d. h. deren Tropfen beim Wachstum in den neu hinzugekommenen Schichten dieselbe Anisotropie zeigen und ihre regelmässige innere Structur immer bewahren, wie stark man sie auch in strömende Bewegung versetzen oder durcheinander rühren mag, stellt nun aber die Richtigkeit auch dieser Definition in Frage, das Attribut „fest“ erscheint nicht nur überflüssig, sondern geradezu unzulässig.

Man hat hiergegen geltend gemacht, es empfehle sich, um eine Störung der gewohnten Definitionen zu vermeiden, einfach *festzusetzen*, dass nur *feste* anisotrope Körper als Krystalle bezeichnet werden dürfen, dass dagegen anisotrope Flüssigkeiten mit einem anderen Namen belegt und von der Krystallographie ausgeschlossen bleiben sollen. Dieser Einwand kommt in der That in sämtlichen, seit Entdeckung der flüssigen Krystalle erschienenen Lehrbüchern der Physik und Krystallographie zum Ausdruck und es sind auch Vorschläge gemacht worden, die flüssigen Krystalle einfach unter die „doppelbrechenden Flüssigkeiten“ oder unter die infolge von „Spannungen“ doppelbrechenden Körper oder die „optischen Anomalien“ einzureihen.

Im Folgenden soll nun mit aller Ausführlichkeit dargelegt werden, dass auch diese Einwände unberechtigt sind, dass sich eine continuirliche Reihe von Uebergängen zwischen festen und flüssigen Krystallen herstellen lässt, dass nirgendwo eine

Grenze gezogen werden kann, dass wir somit die fraglichen Flüssigkeiten nicht nur als „*flüssige Krystalle*" bezeichnen dürfen, sondern *müssen*, und dass es keine Schwierigkeiten bereitet, dieselben in die bekannten Systeme einzureihen, während ein Zusammenhang mit den optischen Anomalien, der Doppelbrechung durch Spannung etc., wenigstens in dem gemeinten Sinne, völlig fehlt.

II. Flüssige Krystalle mit parallelen Molecülen.

Bezüglich der Entdeckung der flüssigen Krystalle und der Art ihrer Herstellung sei auf die eingangs citirte Abhandlung[1]) verwiesen. Dort wird auch nachgewiesen, dass die flüssig krystallinische Modification der untersuchten Stoffe, z. B. von p-Azoxyphenetol, welches im Folgenden speciell näher betrachtet werden soll, zu der gewöhnlichen festen Modification im Verhältnis der Enantiotropie[2]) steht. Es ist nun eine fast allgemein zu beobachtende Erscheinung, dass bei enantiotropen Umwandlungen die neue Modification regelmässig orientirt gegen die früher vorhandene auftritt[3]), man kann somit erwarten, und der Versuch hat auch diese Erwartung bestätigt[4]), dass gleiches für die Bildung der flüssigen Krystalle gelten wird.

Würde man die Umwandlung eines festen Krystalles in die flüssig krystallinische Modification bewirken, während derselbe ringsum frei in einer specifisch gleich schweren Flüssigkeit schwebt, so wäre freilich von einer solchen Beziehung zwischen der Orientirung der Molecüle vor und nach der Umwandlung nichts zu bemerken, denn der flüssig gewordene Krystall würde sich sofort in einen Tropfen zusammenziehen, in welchem die Molecüle nicht mehr, wie in dem festen Krystall, parallel gestellt sind, sodass ein directer Vergleich der Structuren unmöglich ist.

Erhitzt man aber eine dünne Schicht des Präparates (Azoxyphenetol), welche zwischen Objectträger und Deckglas

1) O. Lehmann, Wied. Ann. 40. p. 401. 1890.
2) O. Lehmann, Molecularphysik 1. p. 119. 1888.
3) l. c. p. 157 ff.
4) O. Lehmann, Wied. Ann. 41. p. 525. 1890.

eingeschlossen ist, also beiderseits an Glasflächen angrenzt, so wird eine derartige mit Umstellung der Molecüle verbundene Contraction der Masse bei der Umwandlung verhindert, denn die an der Oberfläche befindlichen Molecüle werden durch die Adsorptionskraft des Glases in der Stellung, in welcher sie sich aus den Molecülen der festen Substanz gebildet haben, festgehalten, und damit entfällt auch für die übrigen jeder Grund, eine andere Stellung als diese einzunehmen; sie werden vielmehr infolge der Wirkung der molecularen Richtkraft suchen, alle ihre den festgehaltenen Molecülen parallele Lage zu bewahren. Dies ist in der That der Fall, wie man besonders gut erkennen kann, wenn die Erhitzung des Präparates zwischen gekreuzten Nicols vorgenommen wird. Die ursprünglich vorhandenen nadelförmigen Krystalle, welche je nach ihrer Dicke und Richtung im Gesichtsfelde hell oder dunkel, oder farbig erscheinen, verschwinden bei Ueberschreitung der Umwandlungstemperatur, aber ihre *Contouren bleiben erhalten*, nur die Verteilung von hell und dunkel wird eine andere, doch so, dass beim Drehen des Präparates wieder *jeder Krystall ebenso einheitlich auslöscht wie zuvor*, sodass also allenthalben die Molecüle dieselbe Stellung haben — kurz ausgedrückt, „parallel" sein — müssen. Selbst wenn man die Temperatur etwas über die Umwandlungstemperatur in die isotrope Flüssigkeit steigert, *treten beim Wiedererkalten genau dieselben einheitlich auslöschenden flüssigen Krystalle wieder auf*, augenscheinlich deshalb, weil sich unter solchen Umständen die am Glase haftende Molecülschicht nicht umwandelt. Nur *wenn die Umwandlungstemperatur erheblich überschritten wird*, bilden sich beim Abkühlen anders geartete flüssige Krystalle, nämlich unregelmässige Complexe von Tropfen.

Der Versuch lehrt also zugleich, dass die *Umwandlungstemperatur durch Contact mit einer völlig indifferenten Substanz beeinflusst werden kann*, was scheinbar thermodynamischen Gesetzen widerspricht, aber nur dann, wenn man übersieht, dass dieser Einfluss sich nur auf eine Schicht von molecularer Dicke erstreckt. Würde die indifferente Substanz molecular mit der umwandlungsfähigen gemischt sein, einen Mischkrystall mit derselben bilden, so würde allerdings die Aenderung der Umwandlungstemperatur sich auf die ganze Masse erstrecken,

was mit den Beobachtungen[1]) gut übereinstimmt. Derselbe Einfluss des Contactes zweier Substanzen lässt sich übrigens naturgemäss auch beim Schmelzpunkt beobachten[2]) und der Umstand, dass zur Ueberkühlung mancher geschmolzener Körper und somit zur Erzielung labiler monotroper Modificationen erhebliche Erhitzung über den Schmelzpunkt erforderlich ist, mag darauf zurückzuführen sein, dass auch bei Erhitzung über den Schmelzpunkt an der Wand des Gefässes noch eine Schicht fester Substanz von nur molecularer Dicke übrig bleibt, zu deren Beseitigung eine erhebliche Erhitzung über den Schmelzpunkt notwendig ist. Insofern diese Schmelzpunktsänderungen mit dem Moleculargewicht in Beziehung stehen, läge hier eine Methode vor, das Moleculargewicht durch Studien über unterkühlte Schmelzen zu ermitteln.

Um nun *die Beziehung zwischen der Orientirung der flüssigen Krystalle und der der festen*, aus welchen sie entstanden sind, zu ermitteln, war es nötig, zunächst die Form der letzteren zu bestimmen. Die mir zur Verfügung stehenden makroskopischen Krystalle waren zu einer solchen Bestimmung zu unvollkommen, das Material auch unzureichend um neue, bessere herzustellen. Ich habe deshalb versucht, durch mikroskopische Beobachtung wenigstens oberflächlich die Form festzustellen. Auf genauere Messung wurde verzichtet, da sich bei ausreichender Quantität des Stoffes leicht gut messbare grosse Krystalle züchten lassen, somit eine ungenaue mikroskopische Bestimmung keinen Zweck hatte. Als Lösungsmittel wurden namentlich Mineralöl, Bromnaphtalin und Methylenjodid benutzt.

Der Versuch ergab, dass *p-Azoxyphenetol dimorph ist.* Die bei gewöhnlicher Temperatur stabile Modification tritt in tafelförmigen monoklinen Krystallen auf. Tafelebene ist das dritte Pinakoid[3]), die Umgrenzung der Tafel ein Prisma dritter Art, der Kantenwinkel derselben 34°, die Schiefe der Axe 24°. Im polarisirten Lichte erscheinen die Krystalle gelb, wenn die Schwingungsebene (kurze Nicoldiagonale) der langen Diagonale

1) O. Lehmann, Molecularphysik 1. p. 788. 1888.

2) O. Lehmann, Wied. Ann. 24. p. 1. 1885; 51. p. 66. 1894.

3) Die Bezeichnungen nach Groth, Phys. Krystallographie, 3. Aufl. p. 359. 1895.

der Tafeln parallel ist, farblos in der dazu senkrechten Stellung. Ausser den genannten Flächen tritt noch ein Pinakoid zweiter Art auf, welches häufig vorherrschend wird, sodass die Krystalle nicht mehr tafelförmig, sondern nadelartig erscheinen und sich nur schwer von den ebenfalls nadelartigen und in gleicher Weise dichroitischen Krystallen der labilen Modification unterscheiden lassen, um so weniger, als diese gleichzeitig auftreten und nur geringe Neigung zur Umwandlung zeigen. Erst bei längerem Nebeneinanderliegen der beiden Krystallarten in der Lösung werden allmählich die labilen von den stabilen aufgezehrt.

Vermutlich sind auch die aus dem Schmelzfluss sich ausscheidenden Nadeln Krystalle der labilen Modification. In einer Lage liegen die Auslöschungsrichtungen der Längsrichtung parallel und die Nadeln erscheinen im polarisirten Licht gelb, wenn die Schwingungsrichtung mit der Längsrichtung übereinstimmt, senkrecht dazu farblos, das System scheint also ebenfalls das monosymmetrische zu sein. Eine weitergehende Aehnlichkeit mit den Nadeln der stabilen Krystalle ist nicht vorhanden, denn wendet man die labilen Nadeln um 90°, so sind die Auslöschungen nicht mehr parallel der Längsrichtung, sondern eine derselben läuft ungefähr parallel der kurzen (einen Kantenwinkel von 27° bildenden) Endfläche. Der Winkel beträgt indess nur etwa 14° und diese Richtung ist auch diejenige Richtung der Lichtschwingungen, bei welcher die Krystalle gelb erscheinen, während sie bei der dazu senkrechten Richtung farblos bleiben.

Tritt nun bei einem in dieser Lage befindlichen Krystall, welcher beiderseits an Glasflächen adhärirt, Umwandlung in die flüssig krystallinische Modification ein, so haben nach der Umwandlung die Auslöschungsrichtungen dieselbe Lage wie zuvor, d. h. war der Krystall vor der Umwandlung in Dunkelstellung zwischen gekreuzten Nicols, so ist es auch der an seine Stelle getretene, als Pseudomorphose aufzufassende, flüssige Krystall. Auch die Richtungen grösster und kleinster Lichtabsorption stimmen überein, denn befand sich der Krystall im polarisirten Lichte in der Lage, in welcher er intensiv gelb erschien, so erscheint er auch nach der Umwandlung intensiv gelb gefärbt, während für die dazu um 90° verdrehte Stellung

das Präparat in beiden Fällen farblos erscheint. Die flüssigen Krystalle besitzen somit denselben Dichroismus wie die festen.

Schiebt man in das Ocular des Mikroskopes an der Stelle, wo das objective Bild des Präparates entsteht, einen Gypskeil ein, dessen Hauptschwingungsrichtungen gegen die der gekreuzten Nicols um 45° verdreht sind und untersucht, bei welcher Stellung des Krystalles Additionsfarben und bei welcher Subtractionsfarben auftreten, so ergiebt sich, dass auch in dieser Beziehung Uebereinstimmung stattfindet, d. h. dass die grössten und kleinsten Axen der Fresnel'schen Schnittellipse sich decken, und zwar erweist sich die Schwingungsrichtung, für welche die Krystalle gelb erscheinen als diejenige, welche die kleinere Fortpflanzungsgeschwindigkeit, somit den grösseren Brechungsexponenten besitzt.

Findet die Umwandlung der nadelförmigen Krystalle in der Stellung statt, bei welcher die Auslöschungsrichtungen den Kanten parallel laufen, so ist dies nach der Umwandlung nicht mehr der Fall und gleiches gilt für den Dichroismus, sowie für die Lage der Fresnel'schen Schnittellipse. Die Verdrehung dieser Richtungen durch die Umwandlung beträgt etwa 45°.

Um auch ein Urteil zu bekommen über die Form der Fresnel'schen Ellipse, wurden sowohl für den festen, wie für den flüssig krystallinischen Zustand, wenigstens annäherungsweise die beiden Brechungsexponenten bestimmt und zwar durch Anwendung stark brechender Flüssigkeiten. Krystalle von festem Azoxyphenetol waren in einer geeigneten Mischung von Bromnaphtalin und Alkohol etwa vom Brechungsexponenten 1,5 unsichtbar, wenn die Schwingungsrichtung des Lichtes solche Lage hatte, dass sie farblos erschienen. Um die Contouren bei derjenigen Lage der Schwingungsrichtung, bei welcher die Farbe intensiv gelb war, zum Verschwinden zu bringen, musste geschmolzener Schwefel, gemischt mit Methylenjodid, benutzt werden. Da in geschmolzenem Schwefel Schwefelkrystalle nahezu unsichtbar sind, muss dessen Brechungsexponent etwa = 2 sein und hiernach ergiebt sich schätzungsweise derjenige des Azoxyphenetols etwa = 1,9.

Für die flüssig krystallinische Modification konnte Bromnaphtalin nicht angewendet werden. Statt dessen wurde ge-

schmolzener Zucker benutzt, in welchem Zuckerkrystalle nahezu unsichtbar sind, welcher somit etwa den Brechungsexponenten 1,5 haben muss. Auch in diesem Falle wurden die Krystalle unsichtbar, wenn die Schwingungsrichtung des Lichtes solche Lage hatte, dass sie farblos erschienen.

Der Brechungsexponent für die andere, der gelben Färbung entsprechende Lage ergab sich durch Vergleich mit geschmolzenem Schwefel. Man konnte erkennen, dass der Brechungsexponent etwas kleiner ist als für die feste Substanz, etwa = 1,8. Aehnliche Resultate wurden auch erzielt durch Aufsaugen der flüssigen Masse in sehr engen, relativ dickwandigen, gläsernen Capillarröhren, welche sodann unter dem Mikroskop in einer Flüssigkeit von gleichem Brechungsexponenten betrachtet und in dieser bis zum Umwandlungspunkt in die flüssig krystallinische Modification oder bis zum Schmelzpunkt der flüssigen Krystalle (Umwandlungspunkt in die isotrop flüssige Modification) erhitzt wurden.

Auch die Interferenzfarben eines mikroskopischen Präparates von Azoxyphenetol zwischen gekreuzten Nicols führten zu gleichem Ergebnis. Zunächst liess sich unter Anwendung eines compensirenden Gypskeiles im Ocular oder eines Spectraloculars leicht constatiren, dass die *Interferenzfarben für festes und flüssig krystallinisches Azoxyphenetol von gleicher Dicke*[1]) *nahezu gleich sind, dass aber für das flüssig krystallinische die Differenz der Brechungsexponenten etwas kleiner ist.* Der Zusammenhang der Interferenzfarben mit der Dicke der Präparate auch nach dem Uebergang in die flüssig krystallinische Modification konnte nach diesen Methoden sehr gründlich studirt und so insbesondere auch nachgewiesen werden, dass die flüssigen Krystalle mit parallel gestellten Molecülen im Innern ebenso wie die festen durchaus homogen sein können, *insofern der Gangunterschied der Strahlen der Dicke proportional ist,* sodass es also möglich wäre, aus der Dicke des Präparates und der Differenz der Brechungsexponenten die Interferenzfarbe voraus zu berechnen.

Der thatsächlichen Ausführung dieser Berechnung stellt sich die Schwierigkeit entgegen, dass eine genaue Bestimmung

1) d. h. für dieselbe Stelle vor und nach der Umwandlung.

der Dicke (falls man nicht die beobachteten Interferenzerscheinungen bei den festen Krystallen hierzu verwerten will) nicht ganz leicht ist. Die Mikrometerschraube des Mikroskopes, welche nur hundertstel Millimeter zu messen gestattete, war unzureichend. Ein Glimmerblättchen von ein Tausendstel Millimeter Dicke gleichzeitig unter das Deckglas gebracht, erwies sich als erheblich dicker als die gewöhnlich benutzten Präparate, sodass anzunehmen ist, dass deren Dicke zwischen 0,001 und 0,0001 mm schwankt.

Ein Gypsblättchen von Rot erster Ordnung hat eine Dicke von 0,05642, der Unterschied der beiden Brechungsexponenten beträgt 0,00977.[1]) Da die Doppelbrechung des festen Azoxyphenetols etwa 40 mal so gross ist als die von Gyps, wird somit die Dicke eines Präparates, welches das Rot erster Ordnung zeigt, etwa 0,0018 mm betragen müssen. Wurde das Deckglas ohne Zwischenfügung des Präparates lose auf den Objectträger gelegt, sodass der Zwischenraum nur Luft enthielt, so zeigte das reflectirte Licht Interferenzfarben sechster Ordnung, entsprechend einer Schichtdicke von etwa 0,0016 mm. Auch diese Betrachtungen bestätigen also das Ergebnis, dass die Dicke der Präparate gewöhnlich etwa 0,001 mm beträgt.

Durch Compensation mittels des Gypskeiles liess sich auch ein Urteil über die *Dispersion* gewinnen. Combinirt man einen Gypskeil mit einem Gypsblättchen von gleichförmiger Dicke, sodass Subtractionsfarben entstehen, so zeigen sich sämtliche Farbenstreifen verschoben und hinter dem der Stelle gleicher Dicke beider Gypspräparate entsprechenden schwarzen Streifen, welcher beim Fehlen des Gypsblättchens an der Schneide des Keiles liegt, wiederholen sich alle Farbenstreifen in umgekehrter Folge wie bei einem Babinet'schen Compensator. Bei Anwendung eines Präparates von Azoxyphenetol trat nun aber an Stelle des schwarzen Streifens ein Streifen auf, welcher links violett, rechts grün war. Der nächstgelegene Streifen rechts war links ziegelrot, rechts blaugrün, der nächste Streifen links: rechts citronengelb, links ultramarinblau. Aehnliche Unterschiede gegenüber den bei Anwendung eines Gypsblättchens auftretenden Farben zeigten sich bei den folgenden Streifen.

---

1) T. Liebisch, Phys. Krystallographie p. 471. 1891.

Die Dispersion des Azoxyphenetols ist somit erheblich verschieden von derjenigen von Gyps. Wurde statt Azoxyphenetol Pikrinsäure benutzt, so war die Ordnung der Farben gerade umgekehrt. Flüssig krystallinisches Azoxyphenetol zeigte gleiche Farben wie festes, besitzt also nahe gleiche Dispersion wie dieses.

III. Krystalltropfen in erster Hauptlage.

Beseitigt man die Adhäsion zwischen Azoxyphenetol und Glas dadurch, dass man dem Präparat eine Spur Oel (oder Colophonium) zusetzt, welches sich als dünne Schicht an die Glasflächen anlegt, so vermögen die Molecüle nach dem Uebergang in die flüssig krystallinische Modification ihre Stellung nicht mehr zu bewahren und die Masse sucht sich infolge der Wirkung der Oberflächenspannung in Tropfen zusammenzuziehen. Nimmt man reichlicher Oel, so kann man einzelne freie Tropfen bekommen. Noch deutlicher zeigt sich diese Erscheinung bei Anwendung von geschmolzenem Zucker statt des Oeles, in welchem die flüssig krystallinische Modification nicht wie in Oel löslich ist. Gewisser Complicationen wegen, die weiter unten besprochen werden, soll indes zunächst angenommen werden, dass nicht Zucker, sondern Mineralöl oder Colophonium die Krystalltropfen umgebe.

Die regelmässige innere Structur solcher „*Krystalltropfen*" des Azoxyphenetols, wie sie kurz genannt werden sollen, verrät sich schon bei Betrachtung in gewöhnlichem Lichte durch das Auftreten eines *dunklen (eventuell hellen) Punktes mit grauem Hof* in der Mitte, wenigstens wenn die Tropfen diejenige Stellung haben, die sie bei dickeren Präparaten gewöhnlich von selbst annehmen (Fig. 1).

Der dunkle Punkt, wir wollen ihn *Symmetrie-* oder „*Kernpunkt*" nennen, wird hervorgerufen durch eine eigentümliche Lichtbrechung, ähnlich wie bei Schlieren in inhomogenen Flüssigkeitstropfen. Schon eine oberflächliche Betrachtung erklärt die Entstehung. Da nämlich rings um den Punkt oder richtiger die Axe, deren Projection der Punkt ist, die „*Symmetrieaxe*" alles symmetrisch ist, sind jedenfalls auch die Molecüle auf der Kugeloberfläche in concentrischen Kreisen angeordnet (Fig. 2). Man kann annehmen, dass ihre Längsrichtung in der Ober-

fläche liegt, denn eine andere Lage wäre nicht wohl vereinbar mit der Wirkung der Oberflächenspannung.

Da sich beim Wachstum des Tropfens hinsichtlich der Symmetrie nichts ändert, ist ferner zu schliessen, dass auch auf jeder concentrischen Kugelschale im Innern die Anordnung die gleiche sein muss.

Auf einem verticalen Durchschnitt durch die Symmetrieaxe werden also die Molecüle, dieselben etwa als kleine, der Oberfläche parallele Täfelchen gedacht, eine Stellung einnehmen, wie Fig. 3 zeigt.

Somit wird ein Lichtstrahl, welcher genau im Kernpunkt den Tropfen durchdringt, weil er die Molecüle senkrecht zur Tafelebene trifft, sich mit anderer, vielleicht grösserer Geschwindigkeit fortpflanzen, als einer, welcher in der Nähe des Randes eintritt und die Molecüle parallel zur Tafelebene durchsetzt. Der Tropfen wird sich demnach so verhalten, als wäre sein Lichtbrechungsvermögen in der Mitte geringer und der Anblick wird infolge dessen ungefähr derselbe sein, als wäre das Licht statt durch einen kugelförmigen Tropfen, durch einen linsenartigen, in der Mitte vertieften Körper (Fig. 4) hindurchgegangen.

Presst man den Tropfen zwischen Objectträger und Deckglas zusammen, so bleibt die Anordnung der Molecüle und mithin auch die Form des Kernpunktes ungeändert, derselbe erscheint nur im Verhältnis zur Ausdehnung des Tropfens *kleiner* als zuvor.

Schärfer tritt die Structur hervor bei *Beleuchtung mit punktförmiger Lichtquelle*, d. h. bei Einschaltung eines sehr engen Diaphragmas unter den Objecttisch des Mikroskopes, oder bei Anwendung von *Töpler's Schlierenapparat.*

IV. Dichroismus der Tropfen in erster Hauptlage.

Bei Betrachtung im polarisirten Lichte erscheinen die Tropfen *in vier abwechselnd weiss und gelb gefärbte Sectoren* eingeteilt, entsprechend dem bei den Krystallen mit parallelen Molecülen beobachteten Dichroismus.

Wäre die Stellung der Molecüle allenthalben dieselbe wie in einer horizontalen Durchschnittsebene und wäre hier die

Lage der Indicatrix symmetrisch zur Form, so müssten Sectoren symmetrisch zu den Nicoldiagonalen liegen. *In W lichkeit erscheinen (bei dickeren Präparaten) die Sectoren verd* (Fig. 5), woraus zu schliessen ist, dass für die an der Ob fläche liegenden Molecüle die Richtung grösster elektrisc Leitfähigkeit (Resonanzfähigkeit) schief zu der Längsrichtu liegt, wie Fig. 6 andeutet. Dies steht in guter Uebere stimmung zu der Thatsache, dass bei der Umwandlung festen Modification in die flüssig krystallinische, wie oben p. gezeigt, die Richtung grösster Leitungsfähigkeit dieselbe schi Lage gegen die Kanten beibehält, welche sie vor der U wandlung hatte. Es liegt nahe anzunehmen, dass die Kant richtung der Molecüle auch nach der Umwandlung früheren Krystallkanten parallel bleibt, sodass also notwen die Indicatrix der Molecüle schief zu der Längsrichtung lie muss.

Wären nun einfach derartig beschaffene Molecüle in c centrischen Kreisen um einen Punkt in einer Ebene gelag so müssten die gelben Sectoren die in Fig. 5 angedeut Lage haben, gleichgültig ob der *Polarisator unter oder ü dem Präparat* angeordnet wird. In Wirklichkeit verhält s dies anders. Befindet sich der polarisirende Nicol unter d Präparat in solcher Stellung, dass die kurze Diagonale, so die Schwingungsrichtung des Lichtes, von links nach rec verläuft, so liegen die gelben Sectoren links oben und rec unten wie in der Figur. Setzt man aber den Nicol in gleic Lage über das Präparat, so erhalten die gelben Sectoren gerade entgegengesetzte Stellung, sie befinden sich nun li unten und rechts oben. Man muss, um sie in die früh Lage zurückzuführen, den Nicol um 90° drehen.

Demjenigen, der gewohnt ist, mit gewöhnlichen fes Krystallen zu arbeiten, erscheint ein solcher Einfluss Stellung des Polarisators vor oder hinter dem Präparat völ paradox und unmöglich[1]) und in der That zeigt sich die E scheinung weder bei den Krystallen der festen Modificati

1) Da ich gewohnt war, bald mit unterem, bald mit oberem Ni zu arbeiten, erhielt ich früher aus diesem Grunde immer sich wid sprechende Resultate.

des Azoxyphenetols, noch bei den flüssigen Krystallen mit parallel gestellten Molecülen. Dass sie aber bei den Krystalltropfen auftreten muss, ergiebt sich in einfacher Weise als Consequenz unserer Annahme bez. der Constitution der Krystalltropfen, da auf der Unterseite der Tropfen, wie aus Fig. 7 zu erkennen, welche eine Seitenansicht des Tropfens darstellt, die Lage der Molecüle für einen von oben herabsehenden Beobachter gerade die entgegengesetzte ist, wie die der Molecüle auf der Oberseite. Für die unteren verläuft die Richtung grösster elektrischer Leitfähigkeit (Resonanzfähigkeit) in den Sectoren links oben und rechts unten von links nach rechts, für die oberen von oben nach unten. Hat also der Polarisator die angegebene Stellung unter dem Präparat, so lässt die untere Molecülschicht nur gelbes Licht durch, die Sectoren erscheinen somit gelb.

Die entgegengesetzt liegenden Sectoren lassen in der unteren Molecülschicht weisses Licht durch. Wäre nun ausser dieser nur die oberste Molecülschicht vorhanden, in welcher die Richtung grösster Leitungsfähigkeit um 90° gegen die in der unteren verdreht ist, so würde das Licht nicht als weisses austreten können, sondern ebenfalls teilweise absorbirt werden, sodass auch diese Sectoren gelb erscheinen würden. Weil nun aber der Zwischenraum ebenfalls mit Molecülen ausgefüllt ist, deren Anordnung an die bekannte Glimmercombination von Reusch erinnert, durch welche *die Polarisationsebene des Lichtes gedreht wird*, so wird, falls die hierdurch bedingte Drehung der Polarisationsebene 90° beträgt, das weisse Licht ungehindert austreten können[1]), denn seine Schwingungsrichtung ist nunmehr um 90° gegen die Richtung grösster Leitfähigkeit verdreht. Beträgt die Drehung weniger als 90°, so werden die Sectoren, statt rein weiss, mehr oder weniger gelblich erscheinen, immerhin aber sich deutlich abheben gegen die erst betrachteten intensiv gelben Sectoren.

Befindet sich der Polarisator über dem Präparat, so ist nur die Richtung grösster Leitfähigkeit der obersten Molecül-

1) Die gelbe Farbe der anderen Sectoren kann natürlich durch die Drehung der Polarisationsebene nicht etwa in Weiss verwandelt werden, bleibt also gelb.

schicht maassgebend. Die unteren Molecülschichten komme nur insofern in Betracht, als durch ihre Färbung das sons reine Weiss der nunmehr links oben und rechts unten erscheinenden weissen Sectoren einen Stich ins Gelbliche erhält.

V. Erscheinungen zwischen gekreuzten Nicols.

Befinden sich Krystalltropfen in erster Hauptlage zwischen gekreuzten Nicols, und zwar so, dass die Schwingungsebene des unteren Nicols von links nach rechts, die des oberen von oben nach unten gerichtet ist, *so bedingen beide Nicols, dass die Sectoren links oben und rechts unten gelb, die anderen beiden weiss gefärbt sind*, falls die Dicke des Präparates genügend gross ist, um einen Einfluss der Auslöschung einzelner Farben durch Interferenz unmerklich zu machen. Ist dies nicht der Fall, so lagert sich aus bekannten Gründen über die weissen und gelben Sectoren eine *Interferenzfarbe*.

Wäre nur die mittelste Molecüllage vorhanden, in welcher unserer Annahme zufolge ähnlich wie bei Fig. 3 die Blättchen auf der Kante stehen, sodass ihre Auslöschungsrichtungen den Nicoldiagonalen parallel sind, so müsste ein *schwarzes Kreuz* auftreten, dessen Arme ebenfalls den Nicoldiagonalen parallel laufen (Fig. 8). Bei sehr dünnen Präparaten ist ein solches auch wirklich zu beobachten. Bei dickeren treten indes Complicationen ein.

Würde man nämlich noch ein Viertelundulationsglimmerblatt in den Gang der Lichtstrahlen einschalten, sodass seine Hauptschwingungsrichtungen gegen die Kreuzarme um 45 verdreht sind, so würde an Stelle des schwarzen Kreuzes ein helles treten, da durch das Viertelundulationsglimmerblatt das aus dem Präparat austretende Licht, ehe es den Analysator erreicht, in circularpolarisirtes verwandelt wird, welches der Analysator nicht auszulöschen vermag. In ähnlicher Weise wirken bei den Krystalltropfen die oberen Molecülschichten, deren Hauptschwingungsrichtungen in gleicher Weise wie die des Viertelundulationsglimmerblattes schief gegen die Nicoldiagonalen stehen, sodass, speciell für eine Farbe Circularpolarisation eintreten kann, also statt des schwarzen Kreuzes

in Kreuz von dieser nicht durch den Analysator auszulöschenden arbe sichtbar wird.

In der That beobachtet man häufig statt des schwarzen in *rotes* oder *grünes Kreuz* (Fig. 9) oder ein solches, welches n der Mitte rot, an den Enden grün, oder hier ebenfalls rot, ber zwischen den Enden und der Mitte grün ist und dergl. Ersetzt man z. B. beim Auftreten eines roten Kreuzes das ur Beleuchtung benutzte weisse Licht durch rotes, so erscheint er ganze Tropfen gleichmässig rot, ein Kreuz ist nicht sichtar; wird aber z. B. blaues oder grünes Licht benutzt, so erscheint ein schwarzes Kreuz, weil für diese Farben die Circularpolarisation nicht eintritt.

Fügt man noch ein dünnes Glimmerblättchen hinzu, so nehmen die nach rechts und links verlaufenden Kreuzarme eine andere Farbe an, als die nach oben und unten gerichteten. Man kann dies so deuten, dass im einen Falle die Drehungsrichtung des circularen Lichtes die entgegengesetzte ist, wie im anderen.

In den Sectoren zwischen den Kreuzarmen werden zwei ntgegengesetzt circulare Strahlen entstehen, welche sich zu iner geradlinigen Schwingung vereinigen, deren Richtung egen die der ursprünglichen Schwingung verdreht ist. In der hat tritt an Stelle des roten oder anders gefärbten Kreuzes in schwarzes Kreuz, *wenn man Polarisator oder Analysator ehr oder weniger dreht. Das Kreuz folgt scheinbar der Drehung it halber Winkelgeschwindigkeit,* sodass es um 45° gegen die rsprüngliche Stellung schief steht, wenn die Nicols parallel eworden sind. In diesem Falle ist natürlich die Erscheinung hnlich wie bei dem Kreuz einaxiger Krystalle im convergenten icht) so aufzufassen, dass das ursprüngliche Kreuz durch ein eisses ersetzt ist und das schrägliegende durch dunkle Interrenzfarben gebildet wird. Es ist deshalb auch im allgemeinen icht schwarz, oft nur blassgrau oder farbig. Die Farbe kann ber in Schwarz übergehen, wenn die Schwingungsebene des ichtes um 45° gedreht wird. Ist dies nicht der Fall, so erheint das Kreuz in einer Zwischenstellung am intensivsten. esonders häufig zu beobachten ist der Fall, dass der untere icol um 55° entgegen dem Uhrzeiger gedreht werden muss, n das dunkle Kreuz möglichst schwarz erscheinen zu lassen

oder um 35° in der entgegengesetzten Richtung, um es mö lichst blass zu machen. *Auch alle möglichen anderen Grad der Drehung kommen vor.*[1])

Völlig zutreffend ist die gegebene einfache Erklärun nicht, schon deswegen, weil dabei die Wirkung der unterste Molecüllage unberücksichtigt geblieben ist. Eine genaue B schreibung der Erscheinungen wird überhaupt nur auf math matischem Wege möglich sein, wenn man nach dem Vorgan Mallard's die Wirkung jeder einzelnen Schicht feststel und daraus die Gesamtwirkung ableitet. Mallard[2]) hat b kanntlich auf solchem Wege gefunden, dass durch ein Syste übereinander geschichteter Krystalllamellen ein linearpolarisirt Lichtstrahl im allgemeinen in zwei entgegengesetzt elliptisc Strahlen zerlegt wird, deren Bahnellipsen um 90° gegene ander verdreht sind und welche ausserdem eine Phasendiffere besitzen. Durch deren Vereinigung kann wieder geradlir polarisirtes Licht mit gedrehter Polarisationsebene entsteh

Von der Thatsache, dass eine solche *Drehung der Pola sationsebene* eintritt, wurde schon oben (p. 667) zur Erklärung d Auftretens der weissen und gelben Sectoren bei Anwendung ein einzigen Nicols Gebrauch gemacht. Auch die Erscheinung zwischen gekreuzten Nicols werden am besten verständli wenn man diese einfache, wenn auch nicht streng zutreffen Annahme zu Grunde legt.

Wie oben gezeigt wurde, besitzt diejenige Lichtschwingu welche als gelbes Licht austritt, die kleinste Geschwindigk wird also durch die kleine Axe der Fresnel'schen Schni ellipse dargestellt. Wäre nur die unterste Molecülschicht Tropfen vorhanden, so müsste in den Sectoren, wo die Hau schwingungsrichtungen der Molecüle den Nicoldiagonalen paral sind, Auslöschung eintreten, dagegen an den Stellen, wo d Kreuzarme erscheinen sollten, würde eine helle Interferenzfar auftreten. Denkt man sich einen Gypskeil vorgeschoben, f welchen die grosse Axe der Fresnel'schen Ellipse von lin

1) Statt den Nicol zu drehen, kann man auch einen Quarzkeil e schieben, doch compliciren sich dann die Erscheinungen infolge d Rotationsdispersion des Quarzes. Das Kreuz erhält farbige Säume.

2) Mallard, Bull. soc. min. S. 1880; Revue scientifique 1887, 30 juill 6 août.

unten nach rechts oben verläuft, so müssten auf den nach links und rechts gerichteten Kreuzarmen *Subtractions-*, auf den beiden anderen *Additionsfarben* erscheinen. In Wirklichkeit beobachtet man genau das Gegenteil, in den ersten beiden Kreuzarmen Additionsfarben, in den nach oben und unten gerichteten Subtractionsfarben, wie es der Fall sein müsste, wenn nur die oberste Molecülschicht vorhanden wäre. Die Wirkung wird also verständlich, wenn man annimmt, wie es oben (p. 667) bei Erklärung des Dichroismus geschah, dass die Schwingungsrichtungen der die unterste Molecülschicht durchsetzenden Strahlen um etwa 90° gedreht werden.

Da sich die Lage der gelben und weissen Sectoren, je nach dem Vorwiegen der unteren, oberen oder mittleren Schicht, ändern kann, gilt gleiches natürlich auch für die Gebiete der Additions- und Subtractionsfarben. Bei dicken Tropfen, bei welchen die gelben Sectoren rechts und links, die weissen oben und unten liegen, zeigen sich Additionsfarben in den Quadranten links oben und rechts unten, Subtractionsfarben in den beiden anderen. Bei sehr dünnen Präparaten, welche links oben und rechts unten gelb sind, treten an denselben Stellen auch die Subtractionsfarben auf, sodass sie hier gerade die umgekehrte Lage haben, wie bei den beschriebenen dickeren Tropfen.

Der Umstand, dass in allen Fällen ein mehr oder minder dunkles Kreuz parallel den Nicoldiagonalen zu erkennen ist, weist jedenfalls darauf hin, dass die Symmetrie der Molecüle dem monosymmetrischen, nicht dem asymmetrischen System entspricht. Das rhombische System ist ausgeschlossen durch die schiefe Lage der Hauptschwingungsrichtungen gegen die Molecülkanten bei der obersten und untersten Molekülschicht und optisch einaxige Systeme sind schon deshalb ausgeschlossen, weil sich keine Lage der flüssigen Krystalle auffinden lässt, in welcher dieselben einfach brechend wären. Man kann somit mit aller Bestimmtheit sagen, dass die Symmetrie der Molecüle dem monosymmetrischen System entspricht, wenigstens wenn man, wie oben angenommen, voraussetzt, dass die längsten Kanten der Molecüle der Oberfläche parallel sein müssen.

VI. Krystalltropfen in der zweiten Hauptlage.

Unter der ersten Hauptlage der Tropfen wurde diejenig verstanden, bei welcher die Symmetrieaxe senkrecht zum Ge sichtsfeld ist, somit in der Mitte des Tropfens zum Punkt ver kürzt als „Symmetriepunkt" erscheint. Die punktförmige Pro jection der Symmetrieaxe wird also bei dieser Lage als punkt förmige Schliere sichtbar. Dreht man den Tropfen um 90° sodass die Symmetrieaxe der Ebene des Gesichtsfeldes paralle wird, so befindet er sich in derjenigen Lage, welche ich al *zweite Hauptlage* bezeichnete.

Was das Aussehen der Tropfen in der zweiten Haupt stellung unter gewöhnlichen Umständen anbelangt, so erscheine sie bei Betrachtung im natürlichen Lichte etwa wie eine a die Kante gestellte, im Innern einer durchsichtigen Kugel vo anderem Brechungsexponenten befindliche *Linse* (Fig. 10).

Dass dem so sein muss, kann man sich in ähnliche Weise klar machen, wie das Auftreten der Kernpunkte in de ersten Stellung. *Die Molecüle sind hier nicht concentrisch a die Mitte angeordnet, sondern in parallelen Linien* (Fig. 7), w man auch durch den Dichroismus und das Hell- und Dunke werden der Tropfen beim Drehen zwischen gekreuzten Nico experimentell nachweisen kann. Die Mitte des Tropfens lösch dabei ziemlich einheitlich aus. Am Rande ist die Lage d Indicatrix in den Molecülen und somit die Lage der Au löschungsrichtungen eine andere. Hat die kurze Diagona (Schwingungsrichtung) des unteren polarisirenden Nicols d Richtung von rechts nach links, so erscheinen die Tropfen zweiter Hauptlage gelb, wenn die Symmetrieaxe von links ob nach rechts unten verläuft, d. h. wenn die Molecülreihen (d scheinbare Linsenkante) die Richtung von rechts oben na links unten haben, seltener auch, wenn sie von oben nach unte gerichtet sind. Bei dieser Lage erscheinen auch die Umriss sehr scharf und dunkel schattirt, während sie bei der dazu senk rechten Lage, in welcher die Tropfen weiss erscheinen, nu schwach hervortreten, sowie auch die Schattirung nur blas erscheint (entsprechend den Contouren der gelben und de weissen Sectoren bei den Tropfen in erster Hauptlage). Di Erklärung für diesen Unterschied der Schattirung giebt di

Differenz der Brechungsexponenten. Man kann also schliessen, dass *auch bei der zweiten Hauptlage diejenigen Strahlen die kleinste Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben, deren Schwingungsrichtung parallel der Richtung grösster elektrischer Leitfähigkeit (Resonanzfähigkeit) verläuft.*

VII. Uebergangsformen und flachgedrückte Tropfen.

Merkwürdig ist, dass bei *dicken Präparaten* die Tropfen fast ausschliesslich in *erster Hauptlage* auftreten, bei *dünnen* in *zweiter* und dass Zwischenstellungen weit weniger vorkommen, als die beiden Hauptlagen.

Findet *Uebergang* aus der einen in die andere Hauptstellung statt, so verläuft er, wenn die Umstände es ermöglichen, *sehr rasch, fast sprungweise.*

Die Beobachtung der Uebergangsformen ist darum weniger leicht, als die der Tropfen in erster oder zweiter Hauptlage. Die Figg. 11—15 zeigen eine fortschreitende Serie der Uebergangsformen, welche beim Uebergang von der zweiten in die erste Hauptlage auftreten. Würde man diese Bilder geordnet, einschliesslich den dem Anfangs- und Endzustand entsprechenden, (Figg. 1 und 10) und sodann dieselbe Reihe in umgekehrter Folge in ein Stroboskop einsetzen, so erhielte man den Anblick eines um eine horizontale Axe rotirenden und deshalb für den Beobachter beständig aus der einen in die andere Hauptlage übergehenden Tropfens.

Vermutlich ist die Ursache der Vergänglichkeit der Uebergangsformen, dass die Tropfen in ihrer Lösung nicht ganz frei schweben, sondern durch Schwere oder Auftrieb etwas an die untere oder obere Glasfläche angedrückt werden, sodass die Form nicht genau kugelförmig bleibt. Die beiden Hauptstellungen wären dann aufzufassen als die Lagen, für welche die *Deformationsarbeit ein Minimum* ist.

Wird ein Tropfen in zweiter Hauptlage zu einer *Scheibe zusammengedrückt* (durch Andrücken des Deckglases gegen den Objectträger), oder bildet er sich in einem sehr dünnen Präparat aus, so convergiren die Molecülreihen gegen zwei Punkte (Fig. 21) — nennen wir sie „*Pole*“ — deren Verbindungslinie, die „*Polaxe*“ senkrecht steht zur Symmetrieaxe (Figg. 16 und 17).

Demgemäss ändert sich das Verhalten im polarisirte Lichte, wie die Figg. 18—20 zeigen, wobei wie früher an genommen ist, dass die untere Nicoldiagonale die Richtung vo links nach rechts habe. Wird zu dem Polarisator ein ge kreuzter Analysator zugefügt, so gestalten sich die Erschei nungen, wie man aus den Figg. 22—25 ersieht.

Die in den Figg. 26—30 dargestellten Formen, welch solche gepresste Tropfen beim Uebergang von der ersten in di zweite Hauptlage zeigen, lassen deutlich erkennen, dass man wenn die optischen Eigenschaften in der ersten Hauptlag bekannt sind, ohne weiteres dieselben für die zweite Haupt lage angeben kann, z. B. die Verteilung der weissen und gelbe Sectoren [1]), der tief schattirten und blassen Contouren, di Interferenzfarben und die Verteilung der Additions- und Sub tractionsfarben bei Einschaltung eines Gypskeiles.

Eine *andere Serie von Uebergangsformen* kann dadurch entstehen, dass durch Deformation des Tropfens in der erste Hauptlage, etwa infolge von Adhäsion am Glase währen der Bewegung, der *Symmetriepunkt zu einem Strich ausgezoge wird* (Figg. 31—36). Im polarisirten Lichte scheint sich i solchem Falle derselbe gewissermaassen in zwei Punkte z spalten, die sich mit gleicher oder verschiedener Geschwindi keit voneinander entfernen. (Figg. 34 und 35.) Zwischen g kreuzten Nicols scheint dabei jeder Punkt die Hälfte d schwarzen oder farbigen Kreuzes mit sich fortzunehmen u sind die Punkte an diametral entgegengesetzten Stellen d Umfanges angelangt (vgl. Fig. 35), so bilden die ehemalig Kreuzarme die hyperbelartigen Büschel, welche in Fig. 2 dargestellt sind.

Da in diesem Falle die Ebene, in welcher die conve girenden Molecülreihen liegen, senkrecht steht zu derjenigen in welcher sie im erstbetrachteten Falle liegen, ist hieraus zu schliessen, dass die „Pole" Punkte sind, gegen welche die Molecüle von allen Seiten her convergiren, sodass von oben betrachtet die Molecularanordnung eine radiale wäre.

Denkt man sich einen solchen Tropfen so gestellt, dass die Axe senkrecht steht und so flach gepresst, dass im wesentlichen

1) Man vergleiche z. B. die Figg. 9, 30, 28 und 25, welche in dieser Reihenfolge eine Serie bilden.

nur die mittlere Molecülschicht zur Wirkung kommt, so werden, gleiche Stellung des Polarisators wie oben angenommen, die gelben Sectoren oben und unten, die weissen rechts und links erscheinen müssen, wie thatsächlich in vereinzelten Fällen beobachtet wurde.

Derart beschaffene Tropfen werden beim Uebergang in den Zustand, bei welchem die Pole am Rande liegen, welcher Uebergang wie im vorigen Falle durch Spaltung des centralen Punktes hervorgebracht gedacht werden kann, farblos erscheinen, wenn die Polaxe senkrecht steht zur Schwingungsrichtung des Lichtes und gelb, wenn sie dazu parallel läuft, also gerade umgekehrt wie die normalen Tropfen in zweiter Hauptlage. Da die Beobachtung nur in vereinzelten Fällen gemacht wurde und zwar bei Anwesenheit von Zucker, wobei die weiter unten zu besprechenden Complicationen eintreten, kann das Auftreten solcher Structuren bis jetzt nicht als sichergestellt gelten.

VIII. Magnetisches Verhalten der Krystalltropfen.

Die Doppelbrechung der Krystalltropfen ist den Grundsätzen der elektromagnetischen Lichttheorie gemäss ein Beweis dafür, dass die Tropfen d. h. deren Molecüle auch anisotrop sind bezüglich der Dielektricitätsconstante. Versuche dies direct nachzuweisen durch Einbringen der Tropfen in ein constantes elektrisches Feld hatten keinen Erfolg [1]), da dann continuirliche Rotationen eintraten, in gleicher Weise und aus gleichen Ursachen, wie ich dies früher bei anderen Präparaten dargelegt habe. [2])

Das Auftreten des Dichroismus lässt auf Anisotropie bezüglich der elektrischen Leitungsfähigkeit schliessen, welche ebenfalls nicht direct nachgewiesen werden konnte. [3])

1) Vgl. auch O. Lehmann, Molecularphysik 2. p. 221. 1889.

2) O. Lehmann, Zeitschr. f. phys. Chem. 14. p. 305. 1894.

3) Vielleicht können zu deren Bestimmung die angedeuteten Rotationen Verwendung finden. (Vgl. auch L. Graetz, Ann. d. Phys. 1. p. 530. 1900.) Nach M. Planck, Ann. d. Phys. 1. p. 69. 1900, beweist die Absorption des Lichtes zunächst nur das Vorhandensein von Resonatoren für die Lichtschwingungen. Ob lediglich diffuse Reflexion der Strahlen oder Umsetzung in Stromwärme stattfindet, müsste noch näher nachgewiesen werden.

Sehr gut liess sich dagegen die *magnetische Anisotropie* in einem Magnetfelde von ca. 3000—8000 Kraftlinien pro Quadratcentimeter nachweisen. Sobald das Feld erregt wurde, *zeigten die Molecüle ein Bestreben, sich den magnetischen Kraftlinien parallel zu stellen*, natürlich, da die moleculare Richtkraft entgegenwirkt, *in um so höherem Maasse, je grösser die magnetische Kraft war* (Figg. 36—40).

Dass freischwebende Krystalle oder aus solchen geschliffene Kugeln sich im Magnetfelde der Richtung der magnetischen Kraft entsprechend einstellen, ist schon oftmals beobachtet worden.

Hier liegt zum *ersten Male* eine Beobachtung vor, dass auch ohne Bewegung des Körpers im ganzen und ohne Aenderung seiner Form eine *Drehung der Molecüle* möglich ist, ähnlich wie man sie zur Erklärung der magnetischen Influenzwirkung im Eisen schon seit langer Zeit angenommen hat.

Ausser dieser Drehung der Molecüle macht sich allerdings gleichzeitig auch eine Tendenz des Tropfens geltend, *sich als Ganzes so zu drehen, dass die Symmetrieaxe horizontal steht*. Diese Stellung hatten wir als zweite Hauptlage bezeichnet. Man kann also kurz sagen: *Die Tropfen zeigen im Magnetfeld ein Bestreben, die zweite Hauptlage anzunehmen und zwar so, dass die Symmetrieaxe äquatorial steht.*

Bei den *gepressten Tropfen* in zweiter Hauptlage suchen sich ebenfalls die Molecüle möglichst den Kraftlinien parallel zu richten (d. h. so, dass ihre Auslöschungen parallel und senkrecht zu den Kraftlinien gerichtet sind) und die Pole am Rande begeben sich in solche Lage, dass die *Polaxe axial*, d. h. gleichfalls den Kraftlinien parallel wird (Figg. 41—43).

IX. Rotation und Drillung der Tropfen.

Eine eigentümliche Erscheinung, welche sich vorwiegend bei den Tropfen in zweiter Hauptstellung zeigt, ist deren *beständige Rotation entgegen der Richtung des Uhrzeigers*, wenn das Präparat von unten *erwärmt* wird, sodass sie sich in einem aufsteigenden Flüssigkeitsstrome befinden.

Die linsenartige Schliere, welche sich im Innern der Tropfen in zweiter Hauptlage zeigt, wird infolge dieser Rotation zu einer S-*förmigen Figur* verzerrt, wie die Figg. 44

bis 50, welche verschiedene Stadien der Verzerrung andeuten, erkennen lassen.

Selbstverständlich zeigt sich im polarisirten Lichte eine der Verdrehung (Fig. 50) entsprechende Aenderung der Verteilung der weissen und gelben Felder und zwischen gekreuzten Nicols eine Aenderung der dunkeln oder farbigen Streifen.

Man kann sich die Verzerrung dadurch hervorgerufen denken, dass der Antrieb zur Rotation am Umfange erfolgt und das Innere des Tropfens, sei es infolge von Trägheit, sei es wegen Adhäsion am Glase, nicht mit gleicher Schnelligkeit folgen kann.

In der That wird bei steigender Rotationsgeschwindigkeit die S-förmige Schliere schliesslich, wie Fig. 46 zeigt, zu einer *Spirale* ausgedehnt, welche so viele Windungen erhalten kann, dass der Tropfen scheinbar eine feine *Schraffirung in concentrischen Kreisen* zeigt. Diese Schraffirung kann plötzlich verschwinden, um dann sofort wieder von neuem zu entstehen.

Anscheinend schwer zu vereinigen mit unserer Deutung ist, dass *die Spitzen des S oder der Spiralen bei der Rotation wie die Spitzen eines Flugrades rückwärts laufen.*

Da der Tropfen eine leicht bewegliche flüssige Masse, kein breiartiger starrer Körper ist, kann man sich vielleicht vorstellen, dass die Kraft die Molecüle an der Oberfläche, weil ihre Schwerpunkte gewissermaassen festgehalten werden, in Rotation versetzt, sodass diese auf der Innenseite, wo die Richtung der Bewegung die umgekehrte ist wie aussen, ähnlich wie zwischen Tropfen und Lösung gelagerte *Frictionsräder* das Innere des Tropfens in entgegengerichtete Drehung zu versetzen streben.

Tropfen in der ersten Hauptlage rotiren im allgemeinen nicht — oder wenn es stattfindet (namentlich wenn Deformationen am Rande eintreten) — ebenso wie die in zweiter Hauptlage entgegen der Richtung der Bewegung des Uhrzeigers. *Die Verdrehung der Structur im Innern findet aber im Sinne der Uhrzeigerbewegung statt* (Fig. 51), wie man leicht an der in Fig. 52 wiedergegebenen Verdrehung des zwischen gekreuzten Nicols auftretenden schwarzen oder farbigen Kreuzes erkennen kann.

Tropfen in zweiter Hauptlage, welche Pole am Rande besitzen, werden durch die Rotation so verzerrt, dass sich die

Pole zu Streifen ausdehnen, welche scheinbar *schräge Einschnitte am Rande des Tropfens* bilden (Figg. 48 und 49).

Die Erklärung für das Auftreten der Drehungen sowie dafür, dass die Drehungsgeschwindigkeit mit der Temperaturdifferenz zwischen Objectträger und Deckglas zunimmt, wie die Beobachtungen lehren, giebt die Annahme, dass die Tropfen auch *anisotrop sind bezüglich der äusseren Reibung*, und zwar so, wie es der Fall sein muss, wenn die Molecüle die Form haben, die von vornherein angenommen wurde. Dann nämlich verhalten sich die schrägen Endflächen der Molecüle gegenüber den durch die Temperaturdifferenz zwischen Objectträger und Deckglas bedingten aufsteigenden Flüssigkeitsströmen [1]) wie Turbinenschaufeln, und man kann sich leicht an einem mit solchen ausgestatteten Kugelmodell klar machen, dass die Rotation im einen oder im entgegengesetzten Sinne erfolgen muss, je nachdem die Tropfen die erste oder zweite Hauptlage haben. Durch Anblasen von Luft oder Aufspritzen von Wasserstrahlen kann dies auch leicht experimentell demonstrirt werden.[2])

Dass die Rotationsrichtung z. B. für die zweite Hauptlage stets der des Uhrzeigers entgegengesetzt ist, weist darauf hin, dass die Endflächen der Molecüle immer nur eine der beiden möglichen Spiralen um die Symmetrieaxe bilden, dass die Molecüle somit *hemimorph* sein, d. h. der sphenoidischen Klasse des monosymmetrischen Systems angehören müssen.

X. Aggregate von zwei und mehr Tropfen.

Was geschieht nun, wenn sich zwei Tropfen etwa in der ersten Hauptlage soweit nähern, dass sie in Berührung kommen und infolge der Wirkung der Oberflächenspannung in einen Tropfen zusammenfliessen?

Der Versuch zeigt, dass ähnlich wie beim Zusammenfliessen eines roten und grünen Oeltropfens, wobei im resul-

1) Vielleicht kommen auch Contactbewegungen (Ausbreitungserscheinungen infolge Aenderung der Oberflächenspannung) in Betracht.

2) Dass die Rotationsgeschwindigkeiten in beiden Lagen sehr verschiedene sind, kann vielleicht dadurch erklärt werden, dass für die eine Richtung der Flüssigkeitsströme die Schaufeln nachgiebig sind und demgemäss nicht mit voller Kraft in Bewegung gesetzt werden.

tirenden Tropfen die rote und grüne Oelmasse durch eine ebene Grenzfläche voneinander geschieden erscheinen, so auch hier *beim Zusammenfliessen ein einziger, genau kugelförmiger Tropfen entsteht, in dessen beiden Hälften die früheren Structuren der beiden Teile im wesentlichen erhalten geblieben sind.*

Am häufigsten ist der Fall, dass die Molecülanordnung einem *Lemniscatensystem* entspricht, welches die beiden Kernpunkte umschlingt (Fig. 53) und dessen Centrum als neuer dunkler Punkt erscheint, unterschieden von den beiden ersten dadurch, dass sein Hof nicht rund, sondern *viereckig*, unter Umständen mehr oder minder *kreuzförmig* verzerrt ist (Fig. 54). Wir wollen ihn „*Convergenzpunkt*" nennen. Das Verhalten solcher Tropfen mit zwei runden Kernpunkten und einem viereckigen Convergenzpunkt zwischen gekreuzten Nicols zeigen die Figg. 55 und 56.

Bei einer zweiten häufig auftretenden Verbindungsweise haben die Molecüle an der Grenze parallele Richtung. Die Enden der Grenzlinie erscheinen dann ähnlich wie die Enden der Polaxe bei rasch rotirenden Tropfen in zweiter Hauptstellung scheinbar als *Einschnitte im Rande des Tropfens*, ihre Richtung ist aber, der entgegengesetzten Rotationsrichtung der Tropfen entsprechend, die *entgegengesetzte* (Fig. 54—60).

Ein dritter Fall ist der, dass sich der zweite Tropfen *concentrisch* in den ersten einlagert (Fig. 61). Man sieht dann den Kernpunkt des ersten Tropfens umgeben von einer ringförmigen Schliere, welche dem Convergenzpunkt im ersten Falle entspricht. Der andere Kernpunkt ist verschwunden.

In keinem Falle ist die Structur dieser combinirten Tropfen eine sehr haltbare. Nach und nach vergrössert sich die anfänglich etwas grössere Hälfte auf Kosten der kleineren bis zu deren gänzlichem Verschwinden, worauf der Tropfen von einheitlicher Structur erscheint. Gleiches gilt auch von allen nachstehend beschriebenen Aggregaten, auch den complicirteren.

Die Figg. 62 — 76 zeigen Vereinigungen von 3, 4 und 6 Tropfen, speciell die Figg. 66—68 das *magnetische Verhalten* eines solchen zusammengesetzten Tropfens.

Als allgemeine Regel ergiebt sich für die manchmal aus einer grossen Zahl von Tropfen in erster Hauptlage gebildeten Complexe, dass *die Zahl der Convergenzpunkte stets um eins kleiner*

ist als die der Kernpunkte. Es kann also ein Tropfen z. B. 20 runde Kerne aufweisen, die Zahl der viereckigen beträgt dann 19.

Aehnlich gestaltet sich die Vereinigung der Tropfen in zweiter Hauptlage. Die Figg. 77—87 zeigen beispielsweise eine Combination von zwei, die Figg. 88—90 eine solche von vier Tropfen.

Auch die Structuren, welche sich herstellen beim Zusammenfliessen mehrerer Tropfen in erster und zweiter Hauptlage, wie deren in den Figg. 91—106 mannigfache wiedergegeben sind, lassen sich unschwer voraussagen. Man ist sogar im stande, falls man sich die Polarisationserscheinungen einfacherer Gebilde gut eingeprägt hat, hiernach aus den Polarisationserscheinungen grösserer zusammenhängender Massen die Form, Grösse und Beschaffenheit der Teile zu erkennen, durch deren Vereinigung sie entstanden sind.[1])

Ein *Magnetfeld* wirkt natürlich auch auf eine grössere zusammengesetzte Masse derart ein, dass sich die Molecüle vorwiegend den Kraftlinien parallel richten, somit die Hauptmasse zwischen gekreuzten Nicols einheitliche Auslöschung zeigt und nur die Kern- und Convergenzpunkte, sowie die Pole oder scheinbaren Einschnitte am Rande *durch schmale, abwechselnd helle und dunkle Streifen verbunden* erscheinen.

XI. Deformation und Zerteilen von Krystalltropfen.

Ebenso wie ein Krystalltropfen durch Vereinigung von zwei Tropfen entstehen kann, kann er auch umgekehrt in zwei Tropfen zerteilt werden.[2]) Es kann sich z. B. eine grössere Luftblase durch ihn hindurchbewegen und zunächst eine Verzerrung und Dehnung bewirken, wobei die Luftblase selbst

1) Ich habe mehr als 1000 Photographien solcher Complexe, sowie auch einfacher Tropfen nach der Natur hergestellt, deren Wiedergabe hier des beschränkten Raumes wegen natürlich nicht möglich ist. Einige davon wurden bei Vorträgen in Karlsruhe und Berlin projicirt. Vgl. O. Lehmann, Verhandl. d. Karlsruher naturw. Vereins 13. 1900; Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gesellsch., Sitz. v. 16. März 1900; Karlsruher Zeitung Nr. 48, 17. Febr., Nr. 52, 21. Febr. 1900.

2) Vgl. O. Lehmann, Wied. Ann. 45. p. 401. 1890.

— ein Zeichen des geringen Widerstandes, den ihr der Krystalltropfen entgegensetzt — ihre kugelförmige Gestalt behält und schliesslich kann der Zusammenhang der beiden Hälften, welche zuletzt nur noch durch einen dünnen Faden verbunden sind, sich völlig lösen, worauf dann sofort jede Hälfte sich zu einem genau kugelförmigen Tropfen von normaler Structur contrahirt.

Die Aenderung der inneren Structur bei der Deformation kann leicht vorhergesagt werden, wenn man berücksichtigt, dass, wie die Beobachtungen lehren, die Molecüle an der Oberfläche stets derselben parallel bleiben und die übrigen sich nach den an der Oberfläche befindlichen richten.

Werden die Enden eines U-förmig verzerrten oder auf irgend eine Weise an einer Stelle künstlich eingeschnittenen Tropfens zum Zusammenfliessen gebracht, so kann ein ringförmiger Tropfen oder ein solcher mit einem langgestreckten Kernpunkt entstehen. (Figg. 107—109.)

Was diese Streckung der Kernpunkte anbelangt, deren schon oben p. 674 gedacht wurde, so zeigt sie sich besonders auffällig bei sehr dicken Tropfen. Man kann hier deutlich erkennen, dass der Kernpunkt nichts anderes ist als die punktförmig verkürzt gesehene Symmetrieaxe. Haften die beiden Enden am Glase an und verschiebt man Deckglas und Objectträger etwas gegeneinander, so nimmt die Symmetrieaxe schiefe Lage an, sie erscheint als gerader oder krummer Strich und bei fortgesetztem Hin- und Herschieben des Deckglases scheint sie sich in ihrem Hofe wie ein Wurm, welcher aus einer trichterartigen Vertiefung hervorragt, hin und her zu bewegen. Bei sehr starker Verschiebung verlängern sich in gleicher Weise der Trichter und die scheinbar frei in ihm liegende wurmförmige Axe.

Bei ausgedehnten zusammengesetzten Massen von grösserer Dicke recken sich alle Kern- und Convergenzpunkte, sowie die scheinbaren Einschnitte vom Tropfenrande, schon infolge der thermischen Strömungen etc. zu Strichen aus. Sehr häufig kommt der Fall vor, dass ein Convergenzpunkt sich halbkreisförmig um den nächsten Kernpunkt herumzieht. Die Figg. 110—125 zeigen zum Teil schematisch complicirtere Fälle der Streckung von Kernpunkten bei einfachen und zusammengesetzten Tropfen. Nicht selten laufen die Schlieren

ringförmig in sich zurück; häufig auch dehnen sie sich zu relativ ungeheuer langen Streifen aus, welche das ganze Gesichtsfeld durchziehen und in mannigfaltigster Weise gebogen und gewunden sind. Es tritt dies z. B. dann ein, wenn eine Luftblase, an deren Umfang sich ein Kernpunkt festgesetzt hat, durch die Masse hindurchwandert. Gewöhnlich nimmt eine solche Luftblase eine grössere Anzahl von Kernpunkten mit sich und man erhält deshalb ein ganzes Bündel paralleler Schlieren. An ein solches Band können sich andere anlegen, welche an einer Stelle wieder umbiegen und eine andere Richtung einschlagen etc., wie Fig. 126 schematisch zeigt.

XII. Grenzlinien und wellenförmige Deformation derselben beim Erhitzen.

Bei dünneren Präparaten bringt starke Erhitzung eine eigenartige *wellenförmige Fältelung an den Rändern* hervor (Fig. 127). Gleichzeitig treten die *Grenzlinien* der Teile zusammengesetzter Tropfen, welche sonst unsichtbar sind, ins besondere bei Beleuchtung mit punktförmiger Lichtquelle, *sei es als helle, sei es als dunkle Linien* sehr scharf hervor, sodass sich auch in den complicirtesten Fällen die Structur der Masse leicht übersehen lässt (Figg. 128—135). Ursache ist jedenfalls das Rotationsbestreben der einzelnen Teile, welches zu einer Verlängerung der Grenzlinien und zur Aufrichtung der Molecüle längs denselben führt.

XIII. Künstliche Färbung und Verminderung der Doppelbrechung flüssiger Krystalle.

Feste Krystalle können bekanntlich Mischungen mit isomorphen bilden, sie können aber auch in mehr oder minder beträchtlichem Maasse nicht isomorphe Substanzen, vielleicht sogar überhaupt nicht krystallisirbare, z. B. Harze, ölige Flüssigkeiten oder Gase, in sich aufnehmen.

Besonders leicht lässt sich die Beimischung erkennen, wenn die zugemischte Substanz intensiv gefärbt ist. Eine grössere Zahl solcher Versuche habe ich früher unter dem Titel „künstliche Färbung der Krystalle“ beschrieben.

Versuche, auch bei flüssigen Krystallen eine künstliche Färbung zu erzielen, waren von geringem Erfolge begleitet. Das Aufnahmevermögen der Krystalltropfen für fremde Stoffe scheint sehr gering zu sein. Immerhin glaube ich in einzelnen Fällen, insbesondere bei Zumischung von p-Azoanisol, Schwefel und Santonin, eine deutliche Färbung beobachtet zu haben. Im ersten Falle wurde der Dichroismus verstärkt, in den beiden anderen Fällen schien sich eine neue rote Verbindung zu bilden, welche farblos-roten Dichroismus erzeugte. Leider gelang die Beobachtung nur einmal und vielleicht war dabei Täuschung im Spiele. Sind die Beobachtungen zutreffend, so würde daraus folgen, dass sich *die Wirkung der molecularen Richtkraft auch auf fremde Molecüle erstrecken kann*, wie sich dies für feste Krystalle aus der dichroitischen künstlichen Färbung, sowie der Bildung von Schichtkrystallen, deren Bestandteile regelmässig gegeneinander orientirt sind, schliessen lässt.

Umgekehrt vermögen fremde eingelagerte Stoffe die Herstellung der regelmässigen Structur der Krystalltropfen zu beeinträchtigen. Besonders deutlich wird dies, wenn man die Präparate längere Zeit über den Schmelzpunkt erhitzt und zwar so stark, dass sich Gasblasen bilden. Es scheint dann ein Polymerisations- oder Zersetzungsprodukt zu entstehen, welches von den Krystalltropfen, wenigstens in beschränktem Maasse, aufgenommen wird. Bei gleicher Dicke zeigen sich zwischen gekreuzten Nicols *Interferenzfarben niedrigerer Ordnung als bei reinen Präparaten*, die Doppelbrechung ist somit vermindert. Man kann geradezu diese Verminderung der Doppelbrechung zur Herstellung brillante Polarisationsfarben zeigender *Demonstrationspräparate* benutzen.

Auch der Dichroismus, sowie das Auftreten von Schlieren in gewöhnlichem Lichte, die Erscheinungen beim Zusammenfliessen der Tropfen etc. lassen sich bei derart verunreinigten Krystalltropfen viel leichter und bequemer beobachten, als bei reinen Präparaten, da die störende Neigung zu rotiren bei diesen Tropfen ebenfalls in geringerem Maasse ausgebildet ist und damit auch die Bildung wellenförmiger und gefälteter Structuren (Grenzlinien) entfällt, welche bei reinen Präparaten die Beobachtung erheblich beeinträchtigt.

Bei sehr beträchtlicher Verunreinigung werden die Schlieren

undeutlich, z. B. werden bei den Tropfen in zweiter Hauptlage, welche Pole zeigen (Fig. 49), die letzteren kaum mehr erkennbar und in dieser Hinsicht wird die Erscheinung sehr störend bei Demonstrationen mittels des elektrischen Projectionsmikroskopes, wobei sich infolge der Hitze und vermutlich auch der photochemischen Wirkung des elektrischen Lichtes die Präparate rasch ändern.

XIV. Umkehrung der Structur und der Rotationsrichtung durch Beimischungen.

Sehr merkwürdig war, wie schon oben angedeutet, der Einfluss der Beimischung von Zucker, sei es, dass die Krystalltropfen in reinem, geschmolzenem Zucker suspendirt waren oder dass den aus der Lösung in Mineralöl sich ausscheidenden Tropfen etwas Zucker beigemischt wurde. Die Wirkung war die, *dass alle die Erscheinungen, welche auf eine Einseitigkeit (Hemimorphie) der Molecüle hinweisen, sich umkehrten.*

Noch auffälliger als Zucker wirkte ein *geringer Zusatz von Cholesterylbenzoat.* Bei der oben angenommenen Stellung des Polarisators (Schwingungsebene von links nach rechts gerichtet) liegen bei den aus Colophonium oder Oel sich ausscheidenden Tropfen die *gelben Sectoren* (Figg. 5—35) links oben und rechts unten, bei den mit Zucker oder Cholesterylbenzoat versetzten links unten und rechts oben. Die Sectoren, welche *Subtractionsfarben* bei Zufügung eines Gypskeiles zeigen, liegen im ersten Falle oben und unten, im zweiten rechts und links.

Bei dünnen Präparaten liegen im ersten Falle die Subtractionsfarben links oben und rechts unten, im zweiten rechts oben und links unten. Die *Rotationsrichtung* der Tropfen ist im ersten Falle der Uhrzeigerbewegung entgegengesetzt, im zweiten derselben gleichgerichtet. Die *Verdrehung der inneren* Structur bei Tropfen in erster Hauptlage entspricht, wie aus der Verdrehung des schwarzen Kreuzes hervorgeht im ersten Falle so, wie die Figg. 51 und 52 zeigen, einer Drehung im Sinne des Uhrzeigers im zweiten Falle ist die Richtung der Spiralen gerade umgekehrt. Gleiches gilt für die *S-förmigen Schlieren* und *Spiralen* der Tropfen in zweiter Hauptlage, welche die Figg. 45 und 46 zeigen, und für die Verdrehung der Grenzlinien zusammengesetzter Tropfen (Fig. 128). Selbstver-

ständlich sind auch die sämtlichen Erscheinungen des Dichroismus, der Bildung dunkel und blass hervortretender Contouren infolge der Verschiedenheit der beiden Brechungsexponenten und die Lage der Additions- und Subtractionsfarben für Tropfen in zweiter Hauptlage im zweiten Falle entgegengesetzt denen im ersten Falle, ebenso wie für die Tropfen in erster Hauptlage.

Besonders auffallend gestaltet sich die Umkehrung der Rotationserscheinungen bei Zusatz einer geringen Menge Cholesterylbenzoat zu dem Präparate von einer Seite her. Bringt man das Präparat so unter das Mikroskop, dass die Grenze zwischen der reinen und der verunreinigten Substanz mitten durch das Gesichtsfeld geht, *so rotiren sämtliche Tropfen auf der ersten Seite entgegen dem Uhrzeiger, alle auf der zweiten Seite im Sinne des Uhrzeigers.*

Eine ähnliche Umkehrung der Eigenschaften durch Zusatz von Zucker wurde auch constatirt bei *p-Azoxyanisol* und bei *Aethylmethylazoxyanisol*, welche sich im flüssig krystallinischen Zustande ebenso verhielten wie Azoxyphenetol.

Gerade umgekehrt liegen die gelben Sectoren bei drei neuerdings von Prof. Gattermann entdeckten Substanzen, nämlich:

$$\begin{matrix} C_6H_4.N = CH.C_6H_5 \\ | \\ C_6H_4.N = CH.C_6H_5 \end{matrix} + 2H_2O.$$

Zu bezeichnen als: *Condensationsproduct aus Benzaldehyd und Benzidin* (krystallinisch flüssig zwischen 234 und 260°).

$$\begin{matrix} C_6H_4\begin{matrix}OC_2H_5 \\ CH = N\end{matrix} \\ | \\ C_6H_4\begin{matrix}CH = N \\ OC_2H_5\end{matrix} \end{matrix} + 2H_2O$$

Genannt: *Axin des para-Oxäthylbenzaldehyds* (krystallinisch flüssig zwischen 172 und 196°).

und bei:

$$\begin{matrix} C_6H_4.N = CH.C_6H_4.CH_3 \\ | \\ C_6H_4.N = CH.C_6H_4.CH_3 \end{matrix}$$

dem *Condensationsproduct aus p-Tolylaldehyd und Benzidin* (krystallinisch flüssig über 231°).

Sie erscheinen bei der Ausscheidung der Krystalltropfen aus Oel oder Colophonium rechts oben und links unten, bei Zufügung von Zucker oder Cholesterylbenzoat links oben und rechts unten. Indes wurden mit diesen Substanzen bisher nur einige wenige Versuche gemacht, sodass die Resultate noch nicht als völlig sicher hingestellt werden können.

XV. Misch- und Schichtkrystalle krystallinischer Flüssigkeiten.

Auf die Möglichkeit der Bildung isomorpher Mischungen zwischen Krystalltropfen verschiedener Substanzen habe ich bereits früher hingewiesen.[1]) Die eben erwähnten neuen Gattermann'schen Präparate ermöglichten die darauf bezügliche Untersuchungen weiterzuführen. Als besonders bemerkenswertes Ergebnis sei erwähnt, dass beschränkt mischbare Krystalltropfen Schichtkrystalle, also *„geschichtete Krystalltropfen"* bilden können, bei welchen z. B. ein einfacher Tropfen der einen Substanz (oder Mischung) überzogen ist mit einer regelmässig orientirt aufgelagerten Haut der zweiten Substanz (oder Mischung), *welche eventuell aus einem Aggregat mehrerer Tropfen bestehen kann.*

Sowohl bei den Mischungen dieser neuen Substanzen, wie auch bei den zuerst betrachteten von Azoxyphenetol mit Cholesterylbenzoat zeigte sich auch die bei Bildung fester Mischkrystalle schwer mischbarer Substanzen häufig beobachtete Erscheinung, dass *die Dimensionen der Individuen um so kleiner werden, je mehr von der fremden Substanz beigemischt wird.*

Bei steigendem Zusatz von Cholesterylbenzoat zu Azoxyphenetol werden die einfachen Krystalltröpfchen schliesslich so klein, dass sie nur noch bei Anwendung starker Vergrösserungen deutlich zu erkennen sind. Naturgemäss wird auch in gleichem Maasse die Structur der durch Zusammenfliessen dieser einfachen Tröpfchen sich bildenden Complexe feiner, die *Grenzlinien* zwischen den einzelnen Teilen treten immer deutlicher hervor[2]) und diese selbst nehmen immer

1) O. Lehmann, Wied. Ann. **41.** p. 525. 1890.

2) Sie erscheinen gewissermaassen als abgerundete vorspringende Leisten, entsprechend dem gerundeten Wulst, welcher den Rand einfacher Tropfen in erster Hauptlage bildet. In der Mitte erkennt man eine *sehr feine schwarze Linie*, die eigentliche Grenzlinie.

mehr langgestreckte Form an, sodass *grob oder fein schraffirte Gebilde* entstehen, in welchen die Kernpunkte nahezu oder ganz verschwinden, wie die Figg. 136—139 zeigen.

XVI. Schraffirte Tropfen, Beugungsfarben, Zwillinge und bandförmige doppelbrechende Streifen.

Die eben besprochene Erscheinung ist vermutlich ihrem Wesen nach identisch mit der Verminderung der Krystalldimensionen fester Körper bei Zumischung gewisser fremder Stoffe zur Mutterlauge, sowie der als Trichitenbildung (Aufblätterung) bezeichneten, durch die gleiche Ursache hervorgerufenen[1]) Störung des Krystallwachstumes.

Die Schraffirung kann sich über grosse Flächen hin äusserst gleichmässig und ungestört, wie mit dem Lineal gezogen, ausdehnen, öfters aber finden sich Punkte, in welchen drei um 120° gegeneinander geneigte Schraffirungsrichtungen zusammentreffen (Fig. 140), was darauf hinweist, dass dieser Winkel der Schräge der Endflächen der Molecüle entspricht. Die Bildungen können wohl als *Zwillings- oder Trillingsbildungen flüssiger Krystalle* bezeichnet werden.

In gewissen Fällen ist *die Schraffirung so ungemein fein, dass sie sich selbst mit den stärksten mikroskopischen Vergrösserungen kaum erkennen lässt und ihre Anwesenheit in auffälliger Weise nur kundgiebt durch das Auftreten schöner Farben,* welche ganz ebenso entstehen, wie diejenigen, welche ein Beugungsgitter zeigt.[2])

Zwischen gekreuzten Nicols erscheinen die fein schraffirten Massen in *einheitlicher Interferenzfarbe.* Auch bei Zufügung eines Gypskeiles erscheinen grössere Flächen, in welchen die Schraffirung gleichförmig geradlinig verläuft, in gleichmässiger Farbe, z. B. Additionsfarbe, während andere, in welchen die Schraffirung die dazu senkrechte Richtung besitzt, entsprechend

1) O. Lehmann, Wied. Ann. 51. p. 47. 1894.

2) Jede Lamelle verhält sich wie ein langgezogener Krystalltropfen. Wollte man trotz aller geltend gemachten Gegengründe diese als breiartige Massen betrachten, so würde folgen, dass die Dimensionen der hypothetischen, den Brei zusammensetzenden festen Kryställchen nicht viel verschieden sein können von denjenigen der Molecüle. Auch hierdurch erscheint jene Annahme (p. 650) widerlegt.

Subtractionsfarben aufweisen. Zwischen den einzelnen Linien der Schraffirung tritt *kein Farbenwechsel* auf, wie man nach der Lage der Molecüle (Fig. 141) erwarten könnte, es liegen also in den sich berührenden Lamellen die Molecüle nahezu parallel.

Erst bei fortgesetzter Abkühlung, wenn sich die Zusammensetzung der Mischkrystalle allmählich derart ändert, dass das Azoxyphenetol vorherrschend wird, *verbreitern sich die Lamellen und der Farbenwechsel wird deutlich sichtbar.*

An isolirten Tropfen, welche concentrische Schraffirung zeigen, kann man dabei gleichzeitig constatiren, dass die Lage der Additions- und Subtractionsfarben bei den feinschraffirten, in gleichmässiger Farbe erscheinenden Tropfen gerade die umgekehrte ist, wie bei Tropfen ohne Schraffirung, d. h. solchen, welche fast aus reinem Azoxyphenetol bestehen. Bei der mit der Abkühlung fortschreitenden Verbreiterung der Lamellen kann man deutlich erkennen, dass die Linien, welche die Schraffirung bilden, die „Grenzlinien" zwischen den einzelnen Individuen sind und dass diese zwischen gekreuzten Nicols dieselben schwarzen oder farbigen Streifen zeigen wie die Teile zusammengesetzter Krystalltropfen von reinem Azoxyphenetol.

Ganz ähnlich verhalten sich die schraffirten Mischungen der oben erwähnten neuen Gattermann'schen Substanzen. Bei diesen beobachtet man aber bei längerem starken Erhitzen eine eigentümliche, jedenfalls durch Bildung eines Zersetzungsproductes verursachte Erscheinung. Die Grenzlinien rücken immer weiter auseinander, indem sie sich gleichzeitig verbreitern und scheinbar isotrope Lamellen zwischen sich lassen. Schliesslich erhalten sich nur noch vereinzelte sehr stark verbreiterte Streifen auf scheinbar völlig isotropem Grunde (Figg. 142 und 143), sodass man schliessen muss, dass infolge der Verunreinigung durch das Zersetzungsproduct die regelmässige Anordnung der Molecüle nur *in der Nähe der Grenzlinien erhalten* geblieben ist, welche deshalb bei Anwendung gekreuzter Nicols in Form hellglänzender *Bänder* auf dunklem Grunde scharf hervortreten (Figg. 144—147).

Die Farbenerscheinungen, welche solche Präparate bei Einschaltung eines Glimmerblättchens vom Rot I. Ordnung und dergl. zeigen, dürften zu den schönsten gehören, welche die Optik überhaupt zu bieten vermag.

Dass auch in den scheinbar isotrop gewordenen Teilen doch noch anisotrope Molecüle vorhanden sind, offenbart sich sofort bei Einwirkung einer genügend starken magnetischen Kraft, welche die Molecüle parallel richtet, sodass wieder einheitliche Auslöschung und Interferenzfarben auftreten, wie in anderen Fällen.[1])

Dieses Verhalten scheinbar isotroper Substanzen dürfte den Schluss berechtigt erscheinen lassen, dass allgemein dann, wenn magnetische oder, was im Princip auf dasselbe hinauskommt, elektrische Kräfte oder mechanischer Druck bei einer isotropen Substanz Doppelbrechung bewirken, die Wirkung im Grunde darauf beruht, dass anisotrope Molecüle mehr oder weniger parallel gerichtet werden.[2])

XVII. Uebergänge zwischen flüssigen und festen Krystallen. Eiförmige und cylindrische Krystalltropfen.

Höchst sonderbare Erscheinungen treten auf, wenn zu Azoxyphenetol relativ viel Cholesterylbenzoat zugesetzt wird. Die fliessenden Krystalle des letzteren sind nicht vollkommen flüssig, sondern nur so weich, dass sie dem Flüssigkeitszustande sehr nahe stehen. Bei immer mehr gesteigerter Zumischung von Cholesterylbenzoat müssen somit die Krystalltropfen des Azoxyphenetols nach und nach die Eigenschaften fester Körper annehmen. Versuche, solche Mischungen herzustellen, habe ich schon früher ausgeführt, indes ohne Erfolg.[3])

Wohl beobachtete ich das Auftreten eigentümlicher Farbenerscheinungen, welche ganz an die bei Cholesterylacetat zu beobachtenden erinnerten, da diese indes ähnlich wie die Farben von Perlmutter durch Interferenzerscheinungen an dünnen Blättchen bedingt schienen, glaubte ich darin eher einen Beweis für die Nebeneinanderlagerung der beiden Substanzen in dünnen Schichten, also für gegenseitige Indifferenz sehen zu sollen, als ein Anzeichen der Bildung von Mischkrystallen.

---

1) Auch Strömung der Masse infolge mechanischen Druckes kann infolge der Ausbildung einer Fluidalstructur ähnliche Wirkung haben.

2) Vgl. H. Ambronn, Ber. d. sächs. Gesellsch., 6. Juni 1898; 3. August 1891; Ber. d. Bot. Gesellsch. 6. p. 226. 1882; 7. p. 108. 1889; O. Lehmann, Wied. Ann. 51. p. 72. 1894.

3) O. Lehmann, Wied. Ann. 41. p. 527. 1890.

Die Beobachtungen Schenck's, welchen zufolge aus den Aenderungen der Umwandlungstemperatur bei Herstellung von Mischungen auf die Entstehung von Mischkrystallen zu schliessen ist, gaben Anlass die Versuche von neuem aufzunehmen. Infolge der inzwischen durchgeführten gründlichen Untersuchung der Structur von Krystalltropfen waren sie auch von Erfolg begleitet.[1])

Es ist merkwürdig wie complicirte Bildungen sich bei diesen fast vollkommen flüssigen Körpern dem Auge darbieten und gar oftmals geben die farbenprächtigen, äusserst zierlichen Gebilde Anlass zu staunender Bewunderung. Es ist zu bedauern, dass sie nur in so kleinen Dimensionen hergestellt werden können und sich nicht wohl zu Demonstrationen bei Vorlesungen eignen.

Was zunächst die Tropfen in erster Hauptlage anbelangt, so ist, abgesehen von der ausserordentlichen Verminderung der Dimensionen auffallend, dass *der ringförmige scheinbare Wulst am Rande mehr oder minder polygonale Form erhält.* Er scheint sich gewissermaassen aus gleichlangen Stäbchen zusammenzusetzen, welche entweder ein Dreieck, Viereck, Fünfeck oder Sechseck (Fig. 148) bilden. *Grössere Seitenzahl als sechs lässt sich nicht beobachten*, schon deshalb, weil dann der Umfang der Tropfen übernormal gross werden müsste, da die Länge der Stäbchen ziemlich constant ist. Gewöhnlich ist die Fünfzahl die Grenze. Tritt weitere Vergrösserung des Tropfens ein, so *stülpt sich der Ring an einer Stelle einwärts*, wie Fig. 149 zeigt, der Kernpunkt verschwindet und der einfache Krystalltropfen ist dadurch in Aggregat zweier Tropfen in zweiter Hauptlage übergegangen. Weitere Vergrösserung führt durch öftere Wiederholung der Einstülpung zur Bildung schraffirter Tropfen.

Am häufigsten haben diese schraffirten Tropfen die in Fig. 136 dargestellte Form, bei welcher der ursprüngliche Kern- oder Symmetriepunkt am Rande liegt.

Zwei solcher Tropfen können sich zu einem schraffirten Tropfen und zwei diametral gegenüberliegenden Kernpunkten vereinigen, ähnlich Figg. 137 und 138. *Die Form dieser Ge-*

1) Statt Cholesterylbenzoat können auch Cholesterylacetal, Hydrocarotinbenzoat und Hydrocarotinacetal benutzt werden. Auch kann das Azoxyphenetol durch Azoxyanisol ersetzt werden.

bilde ist nicht mehr genau kugelförmig, sondern ellipsoidisch oder eiförmig (Fig. 150).

Je mehr Cholesterylbenzoat beigemischt wird, um so feiner wird die Schraffirung und um so mehr weicht die äussere Form der Tropfen von der Kugelform ab. Es bilden sich schliesslich annähernd *cylindrische weichflüssige Krystalle mit zugespitzten Enden*, deren Schraffirung nicht mehr erkennbar ist, wie Fig. 151 zeigt.

Untersucht man die Stäbchen, aus welchen sich die Tropfen in erster Hauptlage scheinbar zusammensetzen, im polarisirten Lichte, so erscheinen sie mit dunklen Contouren und gelblich gefärbt, wenn ihre Längsrichtung mit der Schwingungsrichtung des Lichtes zusammenfällt.

Licht, dessen Schwingungsrichtung der Länge der Stäbchen parallel ist, wird also stärker gebrochen und stärker absorbirt als solches von dazu senkrechter Schwingungsrichtung. Diese beiden Richtungen sind auch die Auslöschungsrichtungen zwischen gekreuzten Nicols.

Ein ellipsoidischer oder cylindrischer Krystalltropfen erscheint gelb, wenn die Schwingungsrichtung des Lichtes senkrecht zur Längsrichtung steht, farblos wenn sie dazu parallel ist. Dieses Verhalten erscheint nach der Entstehungsweise der Gebilde leicht verständlich, da die Stäbchen in denselben, welche die Schraffirung darstellen, senkrecht zur Längsrichtung liegen (vgl. Fig. 150).

Bei den Tropfen in erster Hauptlage ist ferner auffallend, dass die *Rotation*, welche, wie auch bei den übrigen, im Sinne des Uhrzeigers stattfindet, nicht wie bei den vollkommenen Krystalltropfen mit gleichmässiger Geschwindigkeit verläuft, sondern *ruckweise*, vielleicht weil bei der Drehung durch die vorspringenden Ecken die Flüssigkeitsströmungen, welche die Rotation bedingen, gestört werden oder deshalb, weil an der Oberfläche in Folge von Auflösung oder Wachstum bald die eine, bald die andere Substanz vorherrschend wird.

Durch Vereinigung mehrerer Tropfen in erster Hauptlage bei mässigem Gehalt an Cholesterylbenzoat und relativ erheblicher Dicke des Präparates entstehen zusammengesetzte Tropfen mit ebensoviel runden Kernpunkten, welche deshalb ein besonders merkwürdiges Aussehen besitzen, weil die Kernpunkte fast

ebenso gross sind, wie die Tropfen, welchen sie zugehören, sodass der zusammengesetzte Tropfen wie ein dichtes *Aggregat gleichgrosser Perlen* erscheint (Fig. 152). Verschwinden nach und nach einzelne der Kernpunkte, so bilden die übrigen gewissermaassen *Perlschnüre* von mannigfacher Form, einfach oder verzweigt in der scheinbar homogenen Masse (Fig. 153).

Bei grösserem Gehalt an Cholesterylbenzoat entstehen nur schraffirte Tropfen, doch kann man wenigstens bei gröber schraffirten noch deutlich da und dort vereinzelte Kernpunkte erkennen.

XVIII. Zwillingsbildung fliessend weicher Krystalle. Mosaikartige fliessende Krystallaggregate.

Berühren sich zwei eiförmige oder cylindrische Krystalle, so findet fast sprungweise eine Verschmelzung zu einfachen grösseren Individuen oder zu *Zwillingen* (Fig. 154) oder *Trillingen* (Fig. 155) statt.

Die Figg. 156—165 zeigen verschiedene Formen solcher Zwillinge oder Trillinge oder noch complicirter gebauter Tropfen. Im polarisirten Lichte, namentlich bei Anwendung gekreuzter Nicols und Einschaltung eines Gypskeiles kann ihre zusammengesetzte Natur sehr gut erkannt werden.

Besonders häufig sind Trillinge analog Fig. 140, sowie die durch Vereinigung zweier solcher Trillinge entstehenden *Fünflinge*, Fig. 161. Indem sich die vier äusseren Individuen auf Kosten des mittleren vergrössern bis zum Verschwinden desselben, entstehen eigenartige *Vierlinge*, welche als Ueberkreuzungen zweier Zwillinge aufgefasst werden können, Fig. 164. In der Mitte, wo die Ueberkreuzung stattfindet, entstehen ähnlich wie bei gekreuzten Beugungsgittern, wegen Kreuzung der beiden Schraffirungen, schon in gewöhnlichem Lichte schöne *Beugungsfarben* (Fig. 165). Die mittlere Partie bildet einen blauen viereckigen Stern, welcher mit einem roten, nach aussen hin in Gelb verlaufenden Saum umgeben ist, während die Randpartien fast weiss erscheinen.

Auch solche Vierlinge können sich weiter vereinigen, ähnlich wie einfache Individuen, ja sogar in beliebiger Anzahl, sodass *mosaik- oder teppichartig gemusterte Aggregate* entstehen, wie Fig. 166 zeigt, welche schon in gewöhnlichem Lichte infolge der regelmässigen Verteilung der bunten Sterne einen

prächtigen Anblick gewähren. Manchmal ist die Grösse der Individuen, wie bei Fig. 166, nahezu vollkommen gleich, sodass *die quadratischen Maschen des Netzes durchaus regelmässig sind*, sie können aber auch ungleich sein, sodass statt quadratischen Maschen an einzelnen Stellen *dreieckige*, an anderen *fünfeckige oder sechseckige Maschen* auftreten (Fig. 167). Gerät eine derartig zusammengesetzte grössere Masse ins Fliessen, so verlängern sich die Kernpunkte an den Ecken der Maschen ähnlich wie bei der Deformation einfacher Tropfen zu Strichen und jedes so entstandene *farbige Band erscheint seitlich mit Zacken besetzt*, insofern es gewissermaassen eine Aneinanderreihung von zahlreichen Sternen darstellt (Fig. 168). Die Zacken können sehr klein werden und zahlreiche derartige Bänder sich dicht aneinander legen. Die Beugungsfarben treten dann für das Auge weniger deutlich hervor, dagegen *erscheinen die Bänder zwischen gekreuzten Nicols sehr hell, falls sie unter 45° gegen die Nicoldiagonalen liegen und dunkel, wenn oder wo diesen parallel sind. Die übrige Masse wird infolge der gestörten Lagerung der Molecüle scheinbar isotrop* und man erhält so diejenigen Erscheinungen, welche auch bei reinem Cholesterylacetat zu beobachten sind und bereits früher beschrieben wurden.[1]) Die „öligen Streifen" Reinitzer's sind nichts anderes als derartige Bänder, d. h. Bündel strichförmig deformirter Kernpunkte. Man kann in der That alle möglichen Uebergänge zwischen diesen äusserst fein gestreiften Bändern und den grob hervortretenden dicht aneinander liegenden Schlierenbündeln beobachten, wie solche bei Präparaten von reinem Azoxyphenetol entstehen, wenn eine Luftblase hindurchwandert.

Andererseits zeigen sich diese Bänder auch durchaus verwandt denjenigen, welche bei der Deformation der fliessend weichen Krystalle von ölsaurem Ammoniak oder ölsaurem Kali[2]) entstehen, sodass der Zusammenhang zwischen vollkommen flüssigen Krystalltropfen und unzweifelhaft festen Krystallen durchaus klargestellt erscheint.

---

1) Fr. Reinitzer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien (2) **94.** p. 719 und (1) **97.** p. 167. 1888 und O. Lehmann, Molecularphysik **2.** p. 587. 1889 und Zeitschr. f. phys. Chem. **4.** p. 462. 1889.

2) O. Lehmann, Wied. Ann. **56.** p. 771. 1895; Zeitschr. f. phys Chem. **18.** p. 91. 1895.

XIX. Zusammenfliessen der Krystalle von ölsaurem Kali und ölsaurem Ammoniak.

Bei der Krystallisation aus heisser Lösung in Alkohol oder Mandelöl treten die Krystalle des ölsauren Ammoniaks als beiderseits sehr schlank zugespitzte Nadeln auf, welche wahrscheinlich als *sehr steile hexagonale Pyramiden* zu betrachten sind. Jedenfalls sind sie optisch einaxig, denn ein auf die Spitze, d. h. auf die Basis gestellter, an den Enden abgeschnittener Krystall bleibt bei der Drehung zwischen gekreuzten Nicols in jeder Stellung dunkel. Der Querschnitt erscheint dabei in der Regel nahezu kreisförmig, doch glaube ich in einzelnen Fällen deutlich beobachtet zu haben, dass er in Wirklichkeit sechseckig ist.

Kommen zwei der Krystalle in irgend einer Stellung in Berührung, so fliessen sie an dem Berührungspunkt, ähnlich wie zwei Tropfen, zusammen und das *Zusammenfliessen schreitet der ganzen Länge nach immer weiter fort, bis sie schliesslich zu einem einzigen Krystalle von einheitlicher Structur verschmolzen sind* (Fig. 169). Ebenso kann dieser mit einem dritten oder vierten, ja mit beliebig vielen anderen Krystallen sich vereinigen. Das fortwährende Zusammenfliessen und Umbilden kleiner Kryställchen zu grösseren gewährt einen eigenartigen Anblick. Die Kryställchen scheinen gewissermaassen belebt zu sein. Wäre nicht ihre nadelförmige Form, so könnte man glauben, man hätte einen Niederschlag im Zusammenfliessen begriffener Tröpfchen vor sich.[1])

Treffen zwei Krystalle unter rechtem Winkel zusammen, so entstehen *Durchkreuzungszwillinge*, wie die Figur zeigt. Unter Umständen bilden sich durch Wiederholung der Zwillingsbildung grössere *schachbrettartige Conglomerate*, bei denen man im polarisirten Lichte deutlich erkennen kann, *dass an der Zwillingsgrenze die Molecüle von ihrer normalen Richtung ab-*

1) Da Quincke mit diesen Substanzen in wässeriger Lösung gearbeitet und dabei nach seiner Angabe von öligen Flüssigkeiten umhüllte Gebilde gewonnen hat, sei noch besonders darauf hingewiesen, dass bei den von mir verwendeten Lösungsmitteln Alkohol oder Mandelöl solche ölige Ueberzüge nicht entstehen können, da sie mit der Mutterlauge mischbar wären.

weichen, entsprechend der Wirkung der molecularen Richtkraft, welche sie in parallele Stellung zu bringen sucht. Vielleicht ist die Structur dieser Aggregate ähnlich derjenigen der oben beschriebenen, mosaikartigen oder teppichartig gemusterten Mischkrystalle von Cholesterylbenzoat und Azoxyphenetol.

Biegt man einen Krystall bis zum Verschmelzen der Enden zusammen, so entsteht ein ringförmiger Körper, der wegen seiner gesetzmässigen inneren Structur immer noch als Krystall zu bezeichnen ist, obschon er mit einem solchen keine Aehnlichkeit mehr hat. Solche *Ringkrystalle* bilden sich von selbst, wenn ein Krystall mit einer Luftblase in Berührung kommt. Vermutlich *breitet sich der Krystall infolge seiner geringen Oberflächenspannung auf der Luftblase aus*, ähnlich wie ein Oeltropfen auf Wasser, bis die Enden in Berührung kommen und zusammenfliessen.

Denkt man sich die innere Weite eines solchen Ringkrystalles immer mehr verkleinert bis zu Null, so entsteht daraus ein kugelförmiger Krystall von ähnlicher Structur, wie die vollkommen flüssigen kugelförmigen Krystalltropfen. Auch hier zeigt sich also ein Uebergang zwischen den Formen fester und derjenigen flüssiger Krystalle. Um die Reihe vollständig zu machen, wäre nur noch nötig Uebergänge zwischen den polyedrischen Krystallen des äusserst weichen ölsauren Kalis und den mehr oder minder harten und starren Krystallen aufzufinden, welche bisher den Gegenstand der Krystallographie bildeten, was vermutlich in einfacher Weise durch Bildung von isomorphen oder nicht isomorphen Mischungen zwischen ölsaurem Kali und ähnlich constituirten festeren Salzen möglich ist.

XX. Neue Definition des Krystallbegriffes. System der flüssigen Krystalle.

Die dargelegten Versuchsergebnisse beweisen meines Erachtens nach mit aller Klarheit, dass es Flüssigkeiten giebt, welche anisotrop sind bezüglich aller Eigenschaften, die überhaupt von der Richtung abhängig und der Beobachtung zugänglich sind; dass diese anisotropen Flüssigkeiten moleculare Richtkraft besitzen, wie feste Krystalle und dass alle möglichen Uebergänge zwischen ihnen und letzteren nicht nur gedacht, son-

dern auch verwirklicht werden können, sodass das Attribut „fest" durchaus nicht, wie es bisher geschah, in den Krystallbegriff aufgenommen werden darf. Man hätte demnach so zu definiren:

„Ein Krystall ist ein anisotroper, mit molecularer Richtkraft begabter Körper"

und könnte beifügen:

„Der Aggregatzustand eines Krystalles kann fest oder flüssig, nicht aber gasförmig sein."

Dass es keine gasförmigen Krystalle geben kann, folgt daraus, dass auch bei flüssigen Krystallen die regelmässige Orientirung der Molecüle nur aufrecht erhalten wird durch die richtende Kraft der an der Oberfläche vorhandenen Molecüle, welche dort durch die Oberflächenspannung in ihrer Lage gehalten werden. Bei Gasen giebt es keine Oberflächenspannung, es fehlt somit die Kraft, welche den Anlass zur Ausbildung einer regelmässigen Structur geben könnte. [1])

Die Frage nach dem *System der flüssigen Krystalle* lässt sich rasch erledigen. Die Existenz flüssiger Krystalle beweist, dass die optischen Eigenschaften, nach welchen man das System eines Krystalles zu bestimmen pflegt, *keineswegs in dem Maasse von der Art der Zusammenlagerung der Molecüle abhängen*, wie man früher annahm, dass vielmehr *die Anisotropie der optischen Eigenschaften im wesentlichen bedingt ist durch die Anisotropie der Molecüle.*

Bei Azoxyphenetol z. B. entspricht dieser, wie oben gezeigt, der sphenoidischen Klasse des monoklinen Krystallsystems.[2]) Die Axenschiefe beträgt ungefähr 60° und die Schiefe der Indicatrix ungefähr 45°.

Die Möglichkeit der Bildung flüssiger Krystalle mit einheitlicher Auslöschung beweist, dass wenn man derartige Molecüle in paralleler Stellung zu einem regelmässigen Aggregat zusammenfügt, ein gewöhnlicher Krystall des monosymmetrischen Systems von flüssigem Aggregatzustande entsteht.

---

1) Höchstens in den auf Krystalloberflächen condensirten Gasschichten könnte allenfalls eine solche Structur Bestand haben. Vgl. F. Braun, Gött. Nachr. 1896. Heft 2.

2) P. Groth, Phys. Krystallographie 3. Aufl. p. 351.

Dass gewöhnlich das Aggregat Tropfenform annimmt, ist eine Störung bedingt durch die Wirkung der Oberflächenspannung, welche keineswegs dazu berechtigt, etwa ein neues System für solche verzerrte Aggregate aufzustellen. *Die flüssigen Krystalle lassen sich also ohne weiteres in die bekannten Krystallsysteme einordnen* und damit ist auch die Frage nach dem System der flüssigen Krystalle vollkommen erledigt.

Man hat nun gegen die Behauptung, unsere anisotropen Flüssigkeiten seien als flüssige Krystalle zu bezeichnen, verschiedene Einwendungen gemacht.

So ist von verschiedenen Seiten geltend gemacht worden[1]), es sei wohl zweckmässiger, die übliche Definition des Krystallbegriffes ungeändert zu lassen und *die anisotropen Flüssigkeiten einfach als „doppelbrechende Flüssigkeiten" zu bezeichnen.* Dieser Vorschlag lässt indes ausser Acht, dass unsere Flüssigkeiten nicht nur in optischer Hinsicht anisotrop sind und sich auch von anderen doppelbrechenden Flüssigkeiten, z. B. solchen, welche infolge heftiger mechanischer Strömungen oder elektrischer Einwirkungen das Licht doppelt brechen[2]), sehr wesentlich dadurch unterscheiden, dass sie *moleculare Richtkraft* besitzen, d. h. dass beim Wachstum die neu angelagerten Schichten dieselbe Anisotropie zeigen und dass die Structur nicht durch äusseren Zwang aufrecht erhalten wird, vielmehr bei den mannigfaltigsten und eingreifendsten Störungen immer, soweit es nur denkbar ist, erhalten bleibt. Gerade diese Eigentümlichkeit ist charakteristisch für die flüssigen Krystalle und kommt durch die Bezeichnung doppelbrechende oder anisotrope Flüssigkeiten nicht zum Ausdruck.

Retgers spricht die Meinung aus:[3]) „Die doppelbrechenden Flüssigkeiten Lehmann's fallen vielleicht in die Kategorie der stark doppelbrechenden Haare, Wollfasern etc., welche jeder wohl schon unter dem Mikroskop entweder zufällig oder absichtlich beobachtet hat und welche oft kräftig zwischen den gekreuzten Nicols polarisiren, dem ungeachtet amorph,

1) Z. B. Cosmos, 4. September 1897. Vgl. oben p. 650. Anm. 2.

2) Wohl ebenfalls infolge teilweiser Parallelrichtung anisotroper Molecüle wegen Ausbildung einer sogenannten „Fluidalstructur".

3) J. W. Retgers, Zeitschr. f. phys. Chem. **14.** p. 34. 1894; ähnlich H. Ambronn, Ber. d. sächs. Gesellsch. **42.** p. 425. 1890.

d. h. nicht krystallinisch sind und nur *inneren Spannungen* ihre Doppelbrechung zu verdanken haben."

Das ist sicher nicht richtig, denn *innere Spannungen sind in ruhenden Flüssigkeiten unmöglich.*

XXI. Definition des flüssigen und des festen Aggregatzustandes, amorphe Körper und Krystalle.

Nach dem Dargelegten könnte man, wenn man die Existenz flüssiger Krystalle bestreiten will, nur noch den Einwand machen, die flüssigen Krystalle seien nicht wirklich, sondern nur scheinbar flüssig. Somit ist weiter die Frage zu beantworten, wie kann man mit Sicherheit entscheiden, ob ein Körper fest oder flüssig ist.

In meinem Buche über Molecularphysik[1]) habe ich mich darüber in folgender Weise ausgesprochen: „Charakteristisch für den festen Aggregatzustand ist die Existenz einer *Elasticitätsgrenze.* Im Gegensatze dazu nennt man *flüssige* Körper alle diejenigen, deren *Elasticitätsgrenze gleich Null ist,* bei welchen die geringste Kraft, wenn sie nur lange genug wirkt, ausreicht, jede, auch die grösste bleibende Deformation (Verschiebung, nicht Volumenändernng) hervorzubringen."

Wie es scheint, ist diese Definition, zu welcher ich durch Versuche über Elasticität und Plasticität pechartiger Körper gelangte, nicht wie ich annahm, die allgemein übliche. So findet sich z. B. in Winkelmannn's Handbuch der Physik[2]) die Ansicht, derartige Flüssigkeiten, zu deren Deformation gar keine Kraft erforderlich sei, gäbe es in Wirklichkeit überhaupt nicht.

Tammann[3]) in seiner Abhandlung über die Grenzen des festen Zustandes äussert sich: „Als charakteristisches Merkmal für den festen Zustand betrachtet man eine gewisse nicht näher bestimmte Grösse der *inneren Reibung,* welche jedenfalls so bedeutend sein muss, dass der Zeitraum, in welchem eine Aenderung der Form des Körpers unter dem Einfluss seines eigenen Gewichtes vor sich geht, recht erheblich ist."

---

1) O. Lehmann, Molecularphysik **1.** p. 241. 1888.
2) A. Winkelmann, Handb. d. Phys. **2.** p. 211. 1891.
3) G. Tammann, Wied. Ann. **62.** p. 284. 1897.

Ich glaube nicht, dass die Ansicht, diese Annahme sei allgemein üblich, zutrifft. Jedenfalls ist dies überhaupt keine mögliche Definition, denn sie giebt nicht an, wo die Grenze zwischen festen und flüssigen Körpern zu ziehen ist.

Um nun auf Grund meiner oben gegebenen Definition zu entscheiden, ob ein Körper fest oder flüssig ist, könnte man sich eines Torsionsapparates bedienen, bestehend aus zwei conaxialen Cylindern, von welchen der eine leicht drehbar ist und deren Zwischenraum mit der zu untersuchenden Substanz (etwa mit ölsaurem Ammoniak) ausgefüllt ist. Um die Kraft zu messen, könnte der andere Cylinder an einer Torsionswaage befestigt, oder bifilar aufgehängt sein. Auf den Boden des äusseren Cylinders würde man zweckmässig Quecksilber schichten bis zur Berührung mit dem anderen, um die Wirkung der Bodenschicht zu eliminiren.

Enthielte der Zwischenraum beispielsweise Gelatine, so würde bei Drehung des einen Cylinders der andere je nach der Grösse der Kraft, welche ihn festzuhalten sucht, mehr oder weniger mitgenommen und auch beim Sistiren der Drehung nicht wieder in seine Anfangslage zurückkehren. Die Verdrehung bildet ein Maass der Elasticität. Fehlt die Elasticität, wie z. B. wenn der ringförmige Zwischenraum mit Syrup gefüllt ist, so kehrt der mitgenommene Cylinder nach und nach wieder vollkommen in seine Anfangsstellung zurück.

So complicirte Apparate sind übrigens zur Entscheidung der Frage gar nicht einmal notwendig. Es genügt, die Substanz in ein flaches, offenes Gefäss einzubringen und zu ermitteln, ob auch nach langem Warten noch kleine Unebenheiten der Oberfläche bestehen bleiben, was an der mehr oder weniger vollkommenen Lichtreflexion leicht erkannt werden kann. Das Vorhandensein solcher Unebenheiten würde beweisen, dass eine Spur von Elasticität vorhanden ist, welche der vereinigten Wirkung der Schwere und Oberflächenspannung das Gleichgewicht hält.

Man könnte auch eine kleine Menge der Substanz in eine specifisch gleich schwere, damit nicht mischbare Flüssigkeit einbringen, worin sie, falls sie frei ist von Elasticität, als vollkommen kugelförmiger Tropfen schweben würde, wie z. B. Oel in einem Gemisch von Wasser und Alkohol.

Insofern die Krystalle von ölsaurem Ammoniak in ihrer Mutterlauge polyedrische Form behalten, kann man also schliessen, dass sie thatsächlich ein, wenn auch nur geringes Maass von Elasticität besitzen.

Anders verhält es sich bei den Krystalltropfen des Azoxyphenetols. Ich habe mich durch Vergleich einer stark vergrösserten Photographie mit einer genau kreisförmig ausgedrehten Schablone davon überzeugt, dass nicht die geringste Abweichung von der Kugelgestalt, somit auch *nicht die geringste Spur von Elasticität* vorhanden ist. Die Krystalltropfen sind also unzweifelhaft flüssig.

Auch der Umstand, dass *die innere Reibung der Krystalltropfen sogar kleiner ist, als die der durch weitere Temperaturerhöhung aus ihnen sich bildenden isotropen Flüssigkeit*, deren Flüssigkeitszustand von Niemand bezweifelt wird, spricht entschieden dafür, dass die Krystalltropfen wirklich flüssig sind. Sie sind so leicht beweglich wie Wasser und Niemand wird daran zweifeln, dass Wasser eine Flüssigkeit ist.

Allein, wenn man trotzdem den Einwand machen wollte, die Controle der Kugelgestalt sei nicht genügend genau auszuführen, es könnten doch minimale Abweichungen vorhanden sein, so muss darauf geantwortet werden, dass eine so minimale Spur von Elasticität, welche verschwindend klein ist gegen die Oberflächenspannung, unmöglich die Aufrechterhaltung der krystallinischen Structur, welche sich bei jeder Störung momentan wiederherstellt, erklären kann. Dies ist um so weniger möglich, als die Oberflächenspannung der Tropfen selbst ganz minimal ist. Genaue Messungen desselben habe ich zwar nicht ausgeführt, sondern nur Schätzungen nach dem Princip der Messung der Randwinkel bei drei aneinander grenzenden Flüssigkeiten.[1]) Die Elasticität könnte also nur äusserst gering sein, so minimal, dass es dann gar nichts Merkwürdiges mehr hätte, wenn auch ideal vollkommene Flüssigkeiten krystallinische Structur hätten. Die ganz unwahrscheinliche Annahme, dass eine solche minimale, den feinsten Messmethoden sich entziehende Spur von Elasticität vorhanden wäre, würde also das Paradoxe der Erscheinung gar nicht

1) O. Lehmann, Molecularphysik 1. p. 255. 1888.

beseitigen, vielmehr ihren Zweck ganz verfehlen, insofern sie die Unsicherheit schaffen würde, dass man gar keine Flüssigkeit mehr als zuverlässig flüssig bezeichnen könnte.

Man hat nun noch auf einem anderen Wege versucht, die flüssigen Krystalle zu beseitigen, nämlich durch Aufstellung einer neuen Definition des festen Zustandes, welcher zufolge die Krystalltropfen unzweifelhaft fest sein müssen.

Tammann giebt der Meinung Ausdruck, durch die Auffindung der fraglichen Körper sei man genötigt, die bisher übliche Definition des festen Zustandes, wonach derselbe von dem flüssigen unterschieden sei, durch ein gewisses beträchtliches Maass der inneren Reibung aufzugeben und durch eine den Thatsachen besser entsprechende zu ersetzen.

Es sei künftig *als „fester" Körper ein solcher zu bezeichnen, welcher bei Erhöhung der Temperatur sprungweise in eine isotrope Flüssigkeit übergeht.*[1])

Dies trifft für die Krystalltropfen zu, sie sind also der Tammann'schen Definition zufolge feste Körper und müssen der oben gegebenen Definition des Krystallbegriffes gemäss unter die gewöhnlichen festen Krystalle eingereiht werden.

Freilich sieht sich schon Tammann selbst genötigt auf eine Schwierigkeit hinzuweisen, welche sich der Einführung der neuen Definition des festen Zustandes entgegenstellt. Nach derselben wären nämlich amorphe Stoffe, z. B. gewöhnliches Glas, selbst wenn sie Diamanthärte hätten, als Flüssigkeiten zu bezeichnen, wie es allerdings von anderer Seite (Ostwald)[2]) auch wirklich geschehen ist. Er sagt: „Legt man die Discontinuität der Eigenschaftsänderungen den Entscheidungen über fest und flüssig zu Grunde, so kommt man zum Schlusse, dass nur krystallisirte Stoffe sich im festen Zustande befinden, denn soweit die Erfahrung reicht, tritt nur bei der Bildung von Krystallen eine discontinuirliche Eigenschaftsänderung auf. Amorphe Stoffe sind als unterkühlte Flüssigkeiten zu betrachten, weil ihre Eigenschaften, soviel bekannt, ausgehend von Zustandsgebieten gewöhnlicher Flüssigkeitsviscosität bis zu solcher

1) G. Tammann, Wied. Ann. **62.** p. 284. 1897. Vgl. auch Abschn. XXII.

2) W. Ostwald, Grundriss p. 146. 1890; Lehrb. d. Allg. Chem. (2) **2.** p. 700. 1899.

hoher Sprödigkeit continuirlich ändern. Der feste Zustand ist ferner dadurch charakterisirt, dass in demselben, wenn auch nicht immer alle Eigenschaften, so doch ein Teil derselben von der Richtung abhängen, der flüssige aber durch Gleichheit jeder Eigenschaft in jeder Richtung. Der feste Zustand ist der geordneter Bewegung, der flüssige und gasförmige sind die höchster Unordnung."

Auch Schaum[1]) äussert sich in ähnlicher Art, er sagt: „Der Schwierigkeit, dass amorphe Körper sich doch als feste Körper darstellen, indem sie Verschiebungselasticität zeigen, ist kein Wert beizulegen, denn wir können als Gegenstück Krystalle anführen, die keine Verschiebungselasticität besitzen, wie die von Lehmann untersuchten Azoxybenzolderivate. Wir sind daher völlig berechtigt, als festen Aggregatzustand im eigentlichen Sinne nur den krystallisirten, als flüssigen dagegen nur den amorphen anzusehen und dabei ganz ausser Acht zu lassen, ob die der einen oder anderen Gruppe zuzurechnenden Substanzen starr oder tropfbar flüssig sind."

Stellen wir uns also ein gewöhnliches Trinkglas vor, in welchem krystallinisch flüssiges p-Azoxyanisol enthalten ist, eine Masse so leicht beweglich wie Wasser, so ist nach Tammann dieser leicht flüssige Inhalt als fester Körper, das amorphe starre Glas dagegen als Flüssigkeit zu bezeichnen!

Nach Schaum ist der Inhalt ein flüssiger fester Körper, das Glas eine feste Flüssigkeit!

Ich glaube, dass man zugeben wird, dass durch derartige, allem bisherigem Sprachgebrauche widersprechenden Consequenzen die Unhaltbarkeit der Ostwald-Tammann-Schaum'schen Definitionen ohne weiteres dargelegt wird; dass somit notwendig die Krystalltropfen, weil ihnen Verschiebungselasticität fehlt, als flüssige Körper bezeichnet werden müssen und zwar, da von den fast vollkommen starren Krystallen des Diamantes und Bergkrystalles bis zu den fast flüssigen des ölsauren Ammoniaks oder Cholesterylbenzoats und von diesen bis zu den ganz flüssigen des Azoxyanisols und Azoxyphenetols sich alle möglichen Uebergänge denken lassen, sich nirgends eine Grenze für *„flüssige Krystalle"* ziehen lässt.

---

1) K Schaum, Dissert. Marburg 1897; Lieb. Ann. 300. p. 208. 1898.

Die Beibehaltung des Attributs „*fest*“ in dem Krystallbegriff hatte so lange einen Sinn, als man annehmen konnte, die moleculare Richtkraft der Krystalle sei identisch mit der Elasticität, wie man aus dem Grunde annehmen möchte, weil jeder Biegung oder jedem sonstigen Versuch, die Molecularanordnung zu stören, der Widerstand der elastischen Rückwirkung sich entgegenstellt. Die Existenz der flüssigen Krystalle, welchen Elasticität völlig fehlt, während sie in hervorragendem Maasse moleculare Richtkraft besitzen, beweist, dass beide Kräfte verschieden sind, somit ein Krystall nicht notwendig fest sein muss. Wären die beiden Kräfte identisch, so liesse sich auch schwer verstehen, warum nicht jeder anisotrope feste Körper ein Krystall sein soll, denn jeder solche besitzt Elasticität, müsste demnach auch moleculare Richtkraft bethätigen können.

XXII. Uebergangsformen zwischen krystallisirten und amorphen Körpern.

Die amorphen Körper unterscheiden sich unserer Definition zufolge von den krystallisirten durch den Mangel der molecularen Richtkraft. Nun ist es nach dem auf p. 683 Gesagten möglich, die moleculare Richtkraft durch fremde Beimischungen zu schwächen. Die beschriebenen, schwach doppelbrechenden und scheinbar isotropen Mischungen stellen also *Uebergänge zwischen dem amorphen und krystallisirten Zustand* dar. Vermutlich sind, wie ich es schon früher ausgesprochen habe, alle amorphen Körper Gemenge.[1])

XXIII. Die Natur der molecularen Richtkraft der Krystalle.

Unklar ist nun nur noch das eigentliche Wesen der molecularen Richtkraft der Krystalle, welche, wie wir nachgewiesen

1) Während des Druckes teilt mir Hr. Tammann brieflich mit, aus dem von ihm Gesagten folge ebenfalls, dass das Wort „fest“ aus der Definition des Krystalles zu streichen sei. Die Worte „fest“ und „flüssig“ seien überhaupt zur Bezeichnung eines Zustandes ganz ungeeignet und an ihrer Stelle seien die Worte „krystallisirt“ einerseits und „amorph“ andererseits zu brauchen. — Nach obigem wäre der krystallisirte Zustand durch die Existenz eines scharfen Schmelzpunktes charakterisirt. Soweit ich beobachtete, besitzen auch die Uebergangsformen einen scharfen Umwandlungspunkt, die Doppelbrechung verschwindet beim Erhitzen plötzlich. Mutmaasslich wird derselbe aber bei grösseren Zusätzen von fremder Substanz verwaschen.

haben, selbst dann noch wirkt, wenn der Krystall auch nicht eine Spur von Elasticität besitzt. Hierüber Klarheit zu erhalten ist nur möglich unter Beiziehung von Molecularhypothesen.

Man könnte etwa an *die Wirkung der molecularen Stösse* denken im Verein mit der Wirkung der Oberflächenspannung. Die letztere bedingt jedenfalls, dass die an der Oberfläche befindlichen Molecüle sich derselben parallel richten. Die molecularen Stösse werden bewirken, dass die Molecüle der nächst tieferen Schicht sich parallel den der ersten richten, die der folgenden dritten parallel den der zweiten, kurz dass alle Molecüle sich thunlichst parallel zu stellen suchen, ähnlich wie Drahtstifte, die in einer rechtwinkligen Schachtel geschüttelt werden und infolge ihrer gegenseitigen Stösse den Wänden parallele Lagen anzunehmen suchen.

Für eine derartige Erklärung würde sprechen, dass, wie gezeigt, bei stark verunreinigten Tropfen die Doppelbrechung sich nicht in erhebliche Tiefe unter die Oberfläche erstreckt. Indessen befriedigt doch die Annahme, die Molecüle seien gewissermaassen absolut harte Miniaturkrystalle, nur in geringem Maasse.

Ampère's Hypothese der molecularen elektrischen Ströme in Magneten scheint eine Verbesserung der Erklärung zu ermöglichen. Die Parallelrichtung der Molecüle unserer flüssigen Krystalle unter dem Einfluss eines Magneten mag nämlich die Annahme solcher molecularer Ströme, oder wohl richtiger in kreisender Bewegung befindlicher Atome, auch hier angängig erscheinen lassen.

Knotenförmige elektrische Ströme[1]) können infolge der vortragenden Schleifen eine orientirende Kraft aufeinander ausüben und deshalb beispielsweise Gruppen bilden in der Art, dass sie abwechselnd im Sinne des Uhrzeigers oder entgegengesetzt kreisend die Ecken eines Parallelepipedons einnehmen. Mehrere solcher Gruppen in grösserer Entfernung werden sich mit Rücksicht auf die trennende Wirkung molecularer Stösse gegenseitig nicht beeinflussen, da die Wirkungen der entgegen-

1) O. Lehmann, Molecularphysik 2. p. 374. 1889; E. Riecke, Physikal. Zeitschr. 1. p. 277. 1900.

gesetzten Ströme sich nahezu aufheben; sie werden aber, falls sie einander nahe kommen, eine richtende Kraft aufeinander ausüben und sich in ein Raumgitter zu ordnen suchen, welches wegen des Fehlens der Gesamtanziehung wie unsere flüssigen Krystalle keine Elasticität zeigt.

Ich lege diesen Hypothesen keinen weiteren Wert bei, sie sollen nur zeigen, dass es nicht den Denkgesetzen widerspricht, anzunehmen, dass eine richtende Kraft ohne eine der Elasticität entsprechende Anziehungskraft zwischen den Molecülen vorhanden ist.

Die Auffindung der flüssigen Krystalle füllt meiner Meinung nach eine erhebliche Lücke in unserer Kenntnis der krystallisirten Körper aus. Man darf auch wohl mit Zuversicht hoffen, dass die vollständige Erforschung des Verhaltens flüssiger Krystalle nicht nur für die Krystallographie, sondern auch für die verschiedensten Gebiete der Molecularphysik, namentlich für die *Lehre von den Aggregatzuständen* und den *polymorphen Modificationen* von erheblichem Nutzen sein wird, besonders durch die Consequenz, dass die Eigenschaften eines Stoffes, speciell die optischen, nur in geringem Maasse von der Art der Aggregation der Molecüle abhängen können, eine beträchtliche sprungweise Aenderung also mit Sicherheit auf eine Aenderung der Molecüle selbst hinweist.

Nicht ohne Bedeutung erscheint die Existenz flüssiger Krystalle auch für die *Physik des Aethers*, insofern hierdurch in Uebereinstimmung mit der elektromagnetischen Lichttheorie der Beweis erbracht wird, dass intensive Doppelbrechung auftreten kann, auch wenn Elasticität vollständig fehlt.

Das magnetische Verhalten flüssiger Krystalle endlich lässt es nicht ganz aussichtslos erscheinen, durch Einwirkung starker magnetischer Kräfte auf *lebende Zellen* anisotrope Molecüle aus ihrer Position zu bringen und durch die hervorgebrachte Störung der Functionen näheren Einblick in die moleculare Constitution von Organismen zu gewinnen.

(Eingegangen 15. Mai 1900.)

---

2. *Elektricitätserregung in flüssiger Luft; von H. Ebert und B. A. Hoffmann.*

(Aus den Sitzungsber. d. k. bayr. Akad. d. Wissensch. mitgeteilt von den Herren Verfassern.)

1. Füllt man flüssige Luft[1]) in ein Becherglas und hängt in dieselbe ein an einem Coconfaden befestigtes Metallstück, so erweist sich dieses, wenn man es nach einiger Zeit aus der flüssigen Luft herauszieht und an ein Elektroskop anlegt, *stark negativ geladen.* Wir haben diesen Versuch, welcher nie versagt, wenn die Luft in dem Glase schon einige Zeit gesiedet hat, und das isolirt aufgehängte Metallstück genügend lange in dieselbe eingetaucht war, mit Stücken von Aluminium, Eisen, Zink, Blei, Kupfer, Silber, Gold, Platin, Palladium, Zinn und Messing angestellt.

Aber auch Nichtleiter der Elektricität nehmen solche Ladungen an, so: Siegellack, Glas, Holz, Gummi.

Auch wenn die genannten Substanzen an einem Seidenfaden direct in die Dewar'sche Vacuumflasche, in der die Luft nur schwach siedet, hineingehängt werden, nehmen sie nach einiger Zeit die negative Ladung an.

2. Ein einfacher Voltaeffect infolge des Contactes der heterogenen Substanzen kann nicht die Ursache dieser Ladungen sein; denn derselbe würde nur ein oder zwei Volt Spannung erzeugen können, während wir Hunderte von Volt Spannung an den eingetauchten Körpern maassen.[2]) Auch die niedrige

1) Die bei den Versuchen benutzte flüssige Luft wurde uns in grösseren Mengen von der hiesigen Gesellschaft für Linde'sche Eismaschinen, speciell von der Abteilung für Luftverflüssigungsmaschinen freundlichst zur Verfügung gestellt, wofür wir auch an dieser Stelle unseren besten Dank aussprechen.

2) Bei diesen Spannungsmessungen ist nicht ausser Acht zu lassen, dass die Capacität c der eingetauchten Metallstücke meist sehr klein gegenüber der Capacität c' der anzuwendenden Messinstrumente ist ($c' > c$). Ist also der eingetauchte Körper durch Aufnahme der Elektricitätsmenge E zu dem Potentiale $V = (E/c)$ geladen, so verteilt sich beim

Temperatur (— 193 bis — 183° C.) an sich kann nicht die Ursache der Elektrisirung sein. Eher könnte man an eine Elektricitätserregung infolge der heftigen Verdampfung der flüssigen Luft denken. Die Aenderung des Aggregatzustandes an sich kann aber schon nach den Untersuchungen Faraday's nicht die beobachteten Spannungserscheinungen verursachen; denn in der berühmten 18. Reihe seiner Experimentaluntersuchungen[1]) zeigt er an dem Beispiele des Wassers, dass die Elektricitätserregung unabhängig von der Verdampfung oder der Aenderung des Aggregatzustandes ist (2083). Ferner weist er nach, dass *trockene Luft* in allen Fällen gänzlich unvermögend ist, durch Reibung Elektricität zu erregen (2132). Die flüssige Luft sowie das aus ihr verdampfende gasförmige Product muss aber als überaus trocken angesehen werden, da das Wasser bei so niederen Temperaturen weder als Dampf, noch als Flüssigkeit bestehen kann, sondern der verdampfenden Flüssigkeit als Eis von äusserst niedriger Dampfspannung beigemengt ist.

Wenn also auch *tropfbar flüssiges Wasser* dem Wasserdampfe oder der Luft beigemengt und durch seine gasförmigen Träger gegen feste Substanzen geblasen vermöge der Reibung an diesen nach Faraday zu einem starken Elektricitätserreger wird, so kann dies hier dennoch nicht zur Erklärung der beobachteten Erscheinung herangezogen werden.

Anlegen desselben an das Elektrometer diese Ladung E auf einen Leiter von der Capacität $C = c + c'$, sodass die an dem nach Volt graduirten Elektrometer abgelesene Spannung $v = (E/C)$ zu klein ist, und die in dem Luftbad wirklich auftretende Spannung in dem Verhältnisse

$$\frac{V}{v} = \frac{C}{c} = 1 + \frac{c'}{c}$$

grösser als die beobachtete ist. Da sich so kleine Capacitäten c, wie sie die hier verwendeten Versuchskörper haben, nur sehr schwer messen lassen, so verfährt man bei diesen Spannungsmessungen besser so, dass man das Elektrometer durch eine Trockensäule oder vielzellige Accumulatorenbatterie bis auf ein bestimmtes negatives Potential ladet und zusieht, ob sich der Ausschlag beim *Anlegen* des aus der Luft kommenden Körpers vergrössert oder vermindert; im ersteren Falle hat der Körper höheres (negatives) Potential, im zweiten niedrigeres, und so kann man die wirkliche Spannung in immer engere Grenzen einschliessen.

1) Experimentaluntersuchungen über Elektricität von Michael Faraday, deutsche Uebersetzung von S. Kalischer, 2. p. 96. 1890.

Dagegen könnte man vielleicht noch an eine Elektrisirung bei der Bereifung denken. Wird der Versuch, wie in § 1 angegeben ist, angestellt, so schlägt sich auf dem in der flüssigen Luft stark abgekühlten Körper, wenn man ihn herauszieht, um ihn dem Elektroskop zu nähern, sofort der Wasserdampf der umgebenden Luft als Reif nieder; dichte Nebel von condensirtem Wasserdampfe sinken dann von dieser Reifschicht herab. Dass auch hierin *nicht* die Ursache der Erregung liegen kann, wird schon durch die Bemerkung Faraday's wahrscheinlich gemacht, dass auch die *Condensation* von Wasser keine Elektrisirung hervorruft (l. c. 2083). Um hierüber ganz sicher zu werden, haben wir Controlversuche mit fester Kohlensäure als Kühlmittel angestellt. Wenn dieselbe mit Aether vermischt auch nur Abkühlungen bis zu $-80°$ C. zu erreichen gestattet, so erfuhren doch die gekühlten Präparate auch hier eine sehr starke Bereifung, und Nebelwolken senkten sich auf den seitlich von dem Elektroskopknopf herausragenden Metallarm, aber nicht die mindeste Elektrisirung war hierbei selbst an den empfindlichsten Instrumenten wahrzunehmen.

3. War nach den im Vorigen beschriebenen Controlversuchen eine directe Wirkung der Bereifung bei der beobachteten Elektrisirungserscheinung ausgeschlossen, so konnte dieselbe doch möglicherweise indirect mitgewirkt haben. Denn wenn der stark abgekühlte Körper sich mit einer Reif- oder Eisschicht bedeckt, sowie er aus der flüssigen Luft herausgezogen wird, so könnte man zu der Vermutung neigen, dass die thatsächlich gefundene Divergenz der Elektroskopblättchen vielleicht einfach daher rühre, dass diese Eisschicht am Knopfe des Elektroskopes reibe und diesen negativ elektrisch mache, dass also die Vorgänge in der flüssigen Luft gar nichts mit der Elektrisirung selbst zu thun haben und diese nur als Kältemittel wirke. Demgegenüber ist zu erwähnen, dass die eingetauchten Körper meist so stark elektrisirt aus dem Luftbade hervorgingen, dass sie schon durch Influenz, noch ehe sie das Elektroskop berührten, die Blättchen desselben zur Divergenz brachten.

Wiederholt man den Versuch oft mit demselben Körper, so bedeckt er sich allerdings schliesslich mit einer so dicken

Schicht von Reif, dass nun andererseits die Vermutung ausgesprochen werden konnte, die eingetauchte Substanz spiele gar keine individuelle Rolle mehr, sondern die beobachtete Erscheinung brächte direct eine negative Elektrisirung des Eises selbst zum Ausdruck. Es war daher geboten, den Grundversuch bei völligem Ausschluss der Luftfeuchtigkeit und unabhängig von jeder Bereifung zu wiederholen. Wir haben daher eine Reihe von Versuchen in einem grossen *Vacuum-Exsiccator* angestellt, in den das Elektrometer sowie das Gefäss mit der flüssigen Luft selbst eingebaut waren; in ihm konnten die nötigen Hantirungen von aussen her mittels eines Glashebels verrichtet werden, der durch eine im Stopfen des Exsiccators sitzende Glasröhre hindurchging. Auf der Grundplatte der Exsiccatorglocke war ein grosses Gefäss mit concentrirter Schwefelsäure aufgestellt; auf diesem stand ein kleiner poröser Thonteller, auf dem Phosphorsäureanhydrid ausgestreut lag. Dieser Teller trug das für die flüssige Luft bestimmte Becherglas, das aussen mit einem Stanniolmantel umkleidet war, welcher durch einen durch den Stopfen isolirt hindurchgehenden Draht dauernd zur Erde abgeleitet war. Neben dem Schwefelsäuregefäss stand das Exner'sche Elektroskop, dessen Gehäuse an die genannte Erdleitung ebenfalls angeschlossen war. Das Vorzeichen aller Ladungen konnte durch eine von aussen genäherte, geriebene Siegellackstange in jedem Falle leicht festgestellt werden. Der Gummistopfen in dem 3,4 cm weiten Tubulus der Glasglocke war fünffach durchbohrt; durch die mittelste weiteste Durchbohrung ging ein Trichterrohr aus dünnem Messingblech in das Innere des Becherglases; hier wurde die flüssige Luft eingegossen. Eine zweite Durchbohrung trug eine Glasröhre, durch welche der oben genannte Glashebel geführt war. Dieser war im Innern der Glocke knieförmig umgebogen und trug an seinem zu einem Haken zusammengebogenen Ende an einem Bündel von Coconfäden den in die flüssige Luft einzusenkenden Körper. Da sich beim Verdampfen der Luft allmählich eine immer sauerstoffreichere Atmosphäre entwickelt, so wählten wir ein möglichst schwer oxydirbares Metall und hängten an den Glashebel ein dünnes Palladiumblech. Durch den Hebel konnte dieses in das Gefäss getaucht oder aus ihm herausgezogen werden; durch Drehen

an dem Glashebel konnte es dann gegen einen Palladiumring geführt werden, der an einem Seitenarm des Elektroskopes befestigt war. So waren durch die Anwendung desselben Metalles Voltaeffecte möglichst ausgeschlossen; Thermoeffecte bei der Berührung des gekühlten Bleches mit dem Ringe von Zimmertemperatur waren natürlich nicht zu vermeiden; ihr Einfluss ist aber jedenfalls verschwindend klein.

In einer dritten Stopfendurchbohrung war ein Rohr befestigt, welches sich zu einem Chlorcalciumrohr erweiterte, das durch einen Hahn abschliessbar war. Ein anderes Rohr diente zum Abzug des aus der flüssigen Luft verdampfenden Gasgemisches, durch die letzte der fünf Stopfenöffnungen war ein Glasrohr gezogen, in welches die von dem Innern herausführende Erdleitung eingekittet war.

Zunächst wurde das Trichterrohr und alle anderen Oeffnungen durch Gummiverschlüsse luftdicht abgeschlossen, und die ganze Glocke durch das Chlorcalciumrohr hindurch vermittelst der Wasserluftpumpe evacuirt und dann abgeschlossen.

Vor jeder Versuchsreihe stand der Exsiccator längere Zeit (bis zu acht Tagen) evacuirt, sodass die in ihm aufgestellten Trockenmittel alle Feuchtigkeit absorbirt hatten. Dann wurde durch das Trichterrohr aus der Dewar'schen Flasche Luft in das Gefäss gegossen und gleichzeitig das Abzugsrohr geöffnet. Da die Luft, sowie sie in das in dem Exsiccator stehende Sammelgefäss hinabgelangt, sofort sehr heftig aufsiedet, so entweicht vom ersten Momente an nur trockene Luft von innen nach aussen, aber es vermag nicht Feuchtigkeit enthaltende Luft von aussen nach innen zu dringen.

Wiewohl also bei allen in diesem Raume angestellten Versuchen Reif- und Nebelbildung vollkommen ausgeschlossen war, gelang doch der in § 1 beschriebene Versuch jederzeit, diese Nebenerscheinungen waren demnach nicht die Ursache der beobachteten Elektrisirung.

4. Nachdem gezeigt war, dass die Elektricitätserregung in der flüssigen Luft selbst ihren Sitz habe, war es nötig näher zu prüfen, welchem Bestandteile derselben diese Wirkung zuzuschreiben sei. Neben den schon bei niedriger Temperatur allmählich verdampfenden Bestandteilen der reinen atmosphärischen Luft: Stickstoff, Argon und Sauerstoff enthält die

flüssige Luft, wie sie von der Maschine geliefert wird, als Verunreinigungen noch Kohlensäure und Reste von Maschinenöl in festem Zustand. Im Laufe der Zeit gesellt sich aber auch Eis in reichlichem Maasse hinzu, da z. B. bei offen stehender Dewarflasche die Feuchtigkeit der Luft fortwährend als Schnee niedergeschlagen wird. Alle diese Beimengungen kann man aber durch *Filtriren* der Luft leicht entfernen. Wir haben zunächst mehrere Versuche mit völlig reiner Luft angestellt, die ein in den Trichter der Exsiccatorglocke eingesetztes Papierfilter passirt hatte, ehe sie in das Versuchsgefäss im Innern eintrat.

Diese Luft, die eine wundervoll bläuliche klare Färbung und das von K. Olszewski beschriebene Absorptionsspectrum mit den vier eigentümlichen Banden zeigt[1]), giebt, selbst wenn sie z. B. am Anfange unmittelbar nach dem Eingiessen sehr heftig an den Gefässwänden und dem eingetauchten Körper emporspritzt, *keine Spur einer Elektrisirung. Die Reibung der reinen flüssigen Luft vermag also weder Glas noch ein Metall durch Reiben elektrisch zu machen.* Hierdurch wird das Faraday'sche Ergebnis (vgl. p. 707) bis zu Temperaturen von -193^0 hinab erweitert.

Um zu erkennen, welcher Bestandteil es nun ist, der bei nicht gereinigter, gewöhnlicher flüssiger Luft die beobachtete sehr starke Elektrisirung hervorruft, haben wir der reinen flüssigen Luft zunächst Kohlensäureschnee in reichlicher Menge beigesetzt. Hierbei war Vorsicht geboten; denn die feste Kohlensäure, wie sie der Bombe entnommen wird, zeigt immer eigene elektrische Ladung, meist eine positive. Wir haben daher grössere Stücke fester Kohlensäure zunächst zwischen zwei zur Erde abgeleiteten ebenen, dicken Zinkplatten zerkleinert, dann den fein zerriebenen Schnee am Elektroskop geprüft und erst wenn er sich gänzlich entladen zeigte in den Exsiccator geworfen. Alsdann zeigte sich keine Elektrisirung des eingetauchten Palladiumbleches, also auch die Spuren fester Kohlensäure, die immer der flüssigen Luft beigemengt sind und ihr das bekannte milchige Aussehen verleihen, sind nicht die Ursache der in § 1 geschilderten Erregungen.

---

1) K. Olszewski, Wied. Ann. **33.** p. 570. 1888.

Nun gingen wir dazu über, der filtrirten flüssigen Luft *Eis* in möglichst fein verteiltem Zustande zuzusetzen. Dies war ausserordentlich schwierig, wenn dasselbe elektrisch völlig neutral in das Siedegefäss gelangen sollte. Denn jegliches Zerkleinern eines stark unterkühlten festen Eisstückes mit irgend einem Körper, Metall oder Nichtmetall würde dieses sehr stark positiv, das zerkleinernde Instrument negativ erregt haben (vgl. weiter unten § 5 p. 713). Ja selbst als wir mittels eines Glaszerstäubers einen feinen Sprühregen von destillirtem Wasser gegen die filtrirte flüssige Luft richteten, wobei sich in derselben kleine Eiskügelchen ansammelten, erwies sich das in ihr gebildete Eis als überaus stark positiv elektrisch geladen. Wir haben hier den Effect der Dampfelektrisirmaschine, von dem Faraday nachgewiesen hat, dass er auf der Elektrisirung der Wassertröpfchen beruht, wenn diese durch einen Dampf- oder Luftstrahl gegen irgend einen Körper geschleudert werden. Das Wasser nimmt immer (von wenigen Ausnahmen abgesehen vgl. weiter unten) positive Ladung an. Beim Reiben am Zerstäuber oder beim Auftreffen auf die flüssige Luft werden die Tröpfchen elektrisirt und bleiben es, wenn sie zu Eis erstarren.

Wir haben schliesslich fein verteiltes Eis von nicht zu starker positiver Ladung in der flüssigen Luft dadurch angereichert, dass wir einen langsamen Luftstrom, der mit dampfförmigem Wasser beladen war, z. B. den Atem (da ja bereits nachgewiesen war, dass die Kohlensäure das Phänomen nicht hervorbringt) gegen die flüssige Luft richteten; dann erschien die negative Ladung des eingetauchten Körpers und wuchs in dem Maasse, wie das die flüssige Luft mehr und mehr trübende Eis sich anreicherte. *Es ist also die Reibung des in der flüssigen Luft enthaltenen Eises, welche den eingetauchten Körper negativ elektrisirt, das Eis selbst aber positiv.*

5. Dass das in der flüssigen Luft schwimmende, stark unterkühlte Eis, wenn es durch die Strömungen und Wallungen in der Luft gegen feste Körper gerieben wird, die Ursache der oben beschriebenen Elektricitätserregungen ist, wird noch durch einige andere Versuche bekräftigt. Die festen Reste, welche in den Siedegefässen zurückbleiben, wenn alle flüssige Luft verdampft ist, zeigen sich stets sehr stark *positiv* geladen und

zwar unabhängig davon, ob das Abdampfen der Luft in einem Glasgefäss, in einem Gummibecher, der bei der Siedetemperatur der Luft steinhart wird, oder in einem Schälchen stattfindet, das aus Siegellack gepresst ist. Beim Auftauen der festen Rückstände erkennt man, dass sie zum grössten Teil aus Wasser bestehen (ein nie ganz fehlender Oelgeruch zeigt, dass ihm Spuren von Maschinenöl beigemengt sind). Schon Faraday wies auf die hohe Positivität des Wassers (2131), speciell des Eises hin, welches sogar durch Reiben mit flüssigem (condensirtem) Wasser positiv elektrisch wird, während alle anderen Körper bei dieser Reibung negative Ladungen annehmen. L. Sohncke[1]) bestätigte dieses und fügte ausserdem einige wichtige Versuche hinzu, aus denen hervorging, dass vollkommen trockenes, sehr kaltes Eis beim Reiben mit festen Körpern: Messing, Stahl und Glas positiv elektrisch wird, während die reibenden Körper selbst negativ werden müssen. Durch unsere Versuche werden die Sohncke'schen Resultate bestätigt, ihr Gültigkeitsbereich bis zu Eistemperaturen von -193° C. erweitert und die Versuchsergebnisse auf alle die in § 1 genannten Substanzen ausgedehnt.

Hat man nur wenig flüssige Luft zur Verfügung, so kann man den Eisreibungsversuch wie folgt anstellen: Man filtrirt flüssige Luft aus der Flasche durch einen dünnwandigen Metalltrichter in ein Becherglas. Ein an einem isolirenden Faden hängendes Metallstück erweist sich selbst nach längerem Hängen in der filtrirten flüssigen Luft als unelektrisch, selbst wenn der sphäroidale Zustand lange überwunden ist, ein inniges Reiben der flüssigen siedenden Luft am Körper also stattgefunden hat. Mit der Zeit setzt sich oberhalb des Flüssigkeitsspiegels im Innern des Glases eine dichte Reifschicht an. Reibt man das stark gekühlte Metallstück an dieser, indem man es einige Male mittels des Fadens an der Gefässwand auf- und abgleiten lässt, so ist es so stark negativ geladen, dass schon ein unempfindliches Elektroskop diese Ladung anzeigt und der Versuch in dieser Form sogar ein bequemer

1) L. Sohncke, Wied. Ann. 28. p. 550. 1886; Ursprung der Gewitterelektricität und der gewöhnlichen Elektricität der Atmosphäre p. 36 ff. 1885.

Vorlesungsversuch wird. Die grosse Trockenheit der flüssigen Luft scheint die Erregung sehr zu begünstigen.

Bezüglich des Grades, in welchem die verschiedenen Körper durch die Eisreibung bei völligem Ausschluss der Mitbeteiligung von tropfbar flüssigem Wasser negativ erregt werden, haben wir keine wesentlichen Unterschiede constatiren können; Faraday fand bei der *Wasser*reibung Ausnahmen von der allgemeinen negativen Elektrisirung, die alle Körper auch bei dieser annehmen, nur bei drei Substanzen: Elfenbein, Federkiel und Bärenhaare (2099); diese Präparate wurden nur unmerklich erregt, Federkiel- oder noch besser Elfenbeinröhren ergaben an seiner Dampfelektrisirmaschine einen elektrisch neutralen Dampfstrahl (2102). Auch bei der Eisreibung scheinen diese Substanzen (wir konnten freilich nur die beiden erstgenannten prüfen) eine Ausnahmestellung einzunehmen, indem sie aus dem Luftbade positiv elektrisch oder neutral oder doch nur schwach negativ elektrisch geladen hervorgingen; jedenfalls war der Unterschied z. B. gegenüber einem Platinstück, welches abwechselnd in dasselbe Bad eingetaucht wurde, auffallend.

Nach Faraday setzen schon äusserst geringe Beimengungen öliger Substanzen die Wassertropfenreibungselektricität stark herab. Wir haben auch bezüglich der Eisreibung nach einem analogen Einflusse gesucht; durch directes Zusetzen von flüssigen Oelen ist derselbe freilich schwer nachzuweisen, da die Oeltröpfchen in der flüssigen Luft sofort zu harten Kugeln erstarren. Indessen ist es nicht unwahrscheinlich, dass die p. 711 u. 713 erwähnten geringen Beimengungen von Maschinenöl den hier studirten Effect beeinträchtigen, sodass man gut thut *die Luft erst zu filtriren* und ihr dann durch Stehenlassen oder durch Anhauchen oder Einblasen gewöhnlicher Luft den nötigen Eisgehalt zu erteilen.

6. Dadurch, dass das reibende Eis positiv, jeder geriebene Körper aber ebenso stark negativ elektrisch wird, erklären sich einige Nebenerscheinungen, die sonst unverständlich wären. Verbindet man mit dem Elektrometer oder einem empfindlichen Galvanometer unter Erdung des anderen Poles einen Draht, den man in die flüssige Luft eintaucht, so erhält man keinen Ausschlag; reibender, +geladener und geriebener, −geladener

Körper liegen nebeneinander, die Kraftlinien sind in sich geschlossen, freie Spannung kann nicht angezeigt werden. Erst wenn man beide trennt, den Draht heraushebt, oder das Gefäss mit der Luft senkt, zeigt das Elektrometer freie — Spannung an. Ebenso wird kein Ausschlag erhalten, wenn man an das Elektroskop ein Platinschälchen befestigt, in das man flüssige Luft hineingiesst; trotz des heftigsten Siedens zeigt das Instrument keine freie Spannung an. Ordnet man dagegen den Versuch so an, dass man das Schälchen an einem nach unten gebogenen Draht und diesen an das Elektrometer befestigt, und von unten her ein Glas mit flüssiger Luft nähert, sodass das Schälchen eintaucht, so erhält man nach Aufhören des Leidenfrost'schen Phänomens einen Ausschlag, sobald man die Schale mit dem Reibzeug, in diesem Falle den in der Luft schwimmenden Eispartikelchen, senkt.

7. Dieses haben wir dazu benutzt, mit Hülfe der flüssigen Luft gewissermaassen eine *Eiselektrisirmaschine* zu construiren: In eine Glasröhre von 1 cm lichter Weite und 10 cm Länge war ein zusammengerolltes amalgamirtes Kupferdrahtnetz von 5 cm Länge eingeschoben. Die Röhre hatte in der Mitte einen seitlichen Ansatz, durch den ein mit dem Netz in leitender Verbindung stehender Draht nach aussen führte. Oben war die Röhre mit einem Gummistopfen verschlossen, durch welchen ein Trichterrohr ins Innere führte; am unteren Ende war sie zu einem engeren Ausflussrohre von 12 cm Länge ausgezogen. Diese Röhre war in einem 4 cm weiten, 14 cm langen Glasrohre derselben Gestalt so befestigt, dass der seitliche Ansatz des kleinen Rohres in den des grossen genau hineinpasste, wodurch es möglich wurde, den Ableitungsdraht völlig isolirt auch durch den so entstehenden Mantel nach aussen zu führen. Der Mantelraum war oben durch einen dreifach durchbohrten Stopfen verschlossen. Durch die erste, centrale Bohrung ging das erwähnte Trichterrohr zur inneren Röhre; die zweite nahm ein Trichterrohr für die äussere Röhre auf und die dritte Bohrung diente als Abzugscanal für verdampfte Luft. Unten war das Mantelrohr ebenfalls ausgezogen und von solcher Weite, dass das Ausflussrohr der kleineren Röhre eben hindurchging. Ein Stück übergezogenen Gummischlauches dichtete die ineinander sitzenden Röhren ab.

Der Mantelraum war mit Chlorcalciumstücken angefüllt, um alle Feuchtigkeit vom Innenrohr abzuhalten; in ihn wurde vor dem Versuche flüssige Luft gegossen, um den ganzen Apparat auf niedrige Temperatur zu bringen. Wurde nun auch durch das innere Rohr flüssige Luft gegossen, so machte das in ihr mitgeführte Eis beim Passiren des Drahtnetzes dieses negativ elektrisch; die durchgeflossene Luft konnte unten wieder aufgefangen werden. Hier wurde eine dauernde elektrische Erregung erhalten, solange flüssige Luft durch den Apparat floss. Bei dieser Elektrisirmaschine bewegt sich also das Reibzeug, der geriebene Körper bleibt in Ruhe. Jede Mitbeteiligung von flüssigem Wasser war hierbei durch den Trocken- und Kühlmantel ausgeschlossen.

8. Nicht unerwähnt darf bleiben, dass die genannten Versuche gelegentlich Störungen namentlich bezüglich des Vorzeichens der Ladungen erfahren können und zwar aus einem leicht ersichtlichen Grunde. Verbleiben die durch Reiben positiv gewordenen Eisstückchen in dem Gefässe, so reichern sie sich immer mehr an. Es kann dann geschehen, dass die negative Elektrisirung eines eingetauchten Körpers zurücktritt, und dieser bei der Berührung mit vielen stark positiv geladenen Eisstücken von diesen durch Uebertragung Ladung annimmt und beim Herausziehen daher positiv und nicht negativ geladen erscheint. Dies ist besonders dann der Fall, wenn zerkleinertes Eis in das Luftbad geworfen wird (vgl. § 4). Diese Eisstückchen sind dann beim Zerbrechen durch die Reibung mit dem dazu benutzten Gegenstande so stark positiv elektrisch geworden, dass ihre Ladungen vollkommen den hier in Rede stehenden Effect überdecken können.

9. Durch die im Vorigen beschriebenen Versuche dürfte gezeigt sein, dass *beim Reiben mit vollkommen trockenem, sehr kaltem Eise fast alle Körper, insbesondere die Metalle, stark negativ elektrisch werden*, wogegen das Eis selbst sich allen diesen Körpern gegenüber positiv erregt erweist. Die Untersuchungsmethode mit Hülfe der flüssigen Luft bietet hierbei augenscheinliche Vorteile gegenüber den gewöhnlichen Methoden, die äusserst difficil sind und auch nicht immer übereinstimmende Resultate gewinnen lassen. Vor allem ist wichtig, dass man bei diesem sehr kräftigen Kältemittel den Wasserdampf in ein-

fachster Weise von der Beteiligung auszuschliessen vermag, da der aus der Atmosphäre condensirte Dampf sogleich als Reif auf das Kühlmittel sowohl wie das gekühlte Präparat niederfällt.

Die Erscheinung, dass ein in flüssiger Luft gekühlter Körper stark elektrisch geladen wird, ist bei allen elektrischen Versuchen, bei denen flüssige Luft als Kühlmittel dient, wohl zu beachten!

10. Besonders für einige Fragen der Geophysik und Meteorologie scheint uns das Ergebnis der obigen Versuche von Bedeutung zu sein. Es giebt ausgedehnte Regionen unseres Luftmeeres, in denen die Wasserreibung, der man sonst eine hervorragend wichtige Rolle bei der Entstehung der atmosphärischen Elektricität, insbesondere der Gewitterelektricität, zuschreibt, wohl kaum in Betracht kommt: die höchsten Schichten der Atmosphäre und die Polarregionen. Bekannt ist, dass bei Schneetreiben heftigste elektrische Erregungen in Telegraphenleitungen auftreten, selbst bei so tiefen Temperaturen, dass die Mitbeteiligung von Wasserdampf ausgeschlossen erscheint. Die starken Elektrisirungen, die man auf Bergspitzen beobachtet, wenn ein trockener kalter Wind Eisnadeln gegen den Fels treibt, und die sich häufig in Form von St. Elmsfeuern ausgleichen, ferner die ausgesprochene positive Ladung der höheren Luftschichten bei grosser trockener, starker Winterkälte dürfte mit der Positivität des Eises allen anderen Körpern gegenüber, auf die unsere Versuche hinweisen, zusammenhängen. Denn Veranlassung zu Eisreibung ist in der Atmosphäre immer gegeben. Selbst in unseren Breiten kühlen sich aufsteigende Luftströme von mässigem Dampfgehalte, wie eine einfache Rechnung zeigt, so stark ab, dass sie Höhen, die noch weit unterhalb der höchsten, von Eisnädelchen erfüllten Cirrusschichten liegen, vollkommen trocken erreichen, d. h. mit völlig zu Eis erstarrtem Wassergehalte. Alle diese aufsteigenden Luftströme führen aber grosse Mengen von Staub mit sich. Aehnliches muss in den Polarregionen stattfinden, in welche sich der stauberfüllte Aequatorialstrom hinabsenkt. Aber auch Wolken cosmischen Staubes werden häufig von der Erde durchfahren. Wenn sich diese Staubpartikelchen in den dichteren Schichten der Atmosphäre

auch nur äusserst langsam senken, so setzen sich die Bewegungen in der Atmosphäre doch nach den neuesten Forschungen mit ballons-sondes bis in überraschend grosse Höhen fort, sodass reichliche Gelegenheit zur Reibung dieser Staubpartikelchen mit Eis der Cirrusregion gegeben ist. Da in diesen Höhen der von Hrn. Ph. Lenard[1]) entdeckte Einfluss der ultravioletten Strahlung auf die Leitfähigkeit der Gase besonders gross sein muss, so werden sich die durch die Eisreibung geweckten Spannungen schon bei sehr kleinem Potentialgradienten in Form von schwachen Luminescenzerscheinungen nach Art derjenigen in unseren Entladungsröhren ausgleichen. Vielleicht beruht hierauf die oft beobachtete allgemeine Himmelsphosphorescenz, die ihren Sitz in den höchsten Schichten des Luftmeeres zu haben scheint; jedenfalls dürfte bei den Polarlichterscheinungen die hier näher studirte Elektricitätsquelle eine grosse Rolle spielen.

München, Physik. Inst. d. k. techn. Hochsch., Mai 1900.

1) Ph. Lenard, Ann. d. Phys. 1. p. 486. 1900.

(Eingegangen 28. Mai 1900.)

3. *Die Triebkraft für die Tonschwingung in den Labialpfeifen und die Lamellentöne;* von *Victor Hensen.*

(Hierzu Taf. V, Figg. 2—19.)

I. Die Labialpfeife.

Während der *Vorgang* des Tönens in Labialpfeifen sehr genau bekannt ist, sind die Ansichten über die *Entstehung* des Tönens noch wenig entwickelt, widerstreiten sich und treffen, wie im Folgenden nachgewiesen wird, nicht ganz zu.

Nach der Wellenlehre der Gebr. Weber[1]) würde sich bei Labialpfeifen der Luftstrom in dem Anblasespalt (Fig. 1, *m*) abwechselnd verdünnen und verdichten, nach Analogie eines periodischen Luftzuges, den sie in den damaligen Oefen (wahrscheinlich eine Zugwirkung des Windes auf die damaligen Schornsteine) beobachteten. Der Luftstrom fliesst indessen thatsächlich continuirlich aus dem Spalt, wie eine in den Strom gehaltene Flamme ergiebt. Ich habe gezeigt, dass der Ton der Pfeife sofort erlischt, wenn man den Strom pulsirend macht.[2]) Ich hatte freilich früher der Tonbewegung *an sich* diese Wirkung beigemessen, neuere Untersuchungen zeigen mir indessen, dass das Auslöschen der tönenden Schwingung nur erfolgt, wenn sich neben den Longitudinalschwingungen noch sogenannte *pulsatorische* Bewegungen in der anblasenden Luftlamelle finden. Die Annahme von Weber ist nicht haltbar.

Nach Helmholtz[3]) hätten wir anzunehmen, dass die Pfeife durch *Resonanz* einen Ton des Geräusches, das an der Schneide entsteht, so sehr verstärke, dass sich daraus der Ton entwickle. Diese Ansicht vertritt auch Strouhal.[4]) Es kann indessen heute keinem Zweifel unterliegen, dass die Labialpfeife selbsttönend ist wie etwa ein angeblasener Resonator, und nicht nur einen etwa vorhandenen Ton nur verstärkt, wie

1) W. Weber's Werke 1. Akustik. 1892.

2) V. Hensen, Zeitschr. f. Biologie 10. p. 32. 1891.

3) H. v. Helmholtz, Lehre von den Tonempfindungen 8. p. 149. 1870.

4) V. Strouhal, Wied. Ann. 5. p. 245. 1878.

ein resonirender Resonator, der vor solchem Schneidengeräusch fast keine Spur von Ton giebt.

Die Erklärung, die jetzt gegeben wird, finde ich am ausführlichsten in Wüllner's Lehrbuch der Experimentalphysik behandelt.[1]) Er schreibt (vgl. meine, die seine etwas berichtigende Figur): „Die Bodenplatte der Labialpfeife lässt an der Seitenwand einen Spalt, durch welchen der Luftstrom austritt, um sich an der oberen Lippe *l*, welche die in der Seitenwand gelassene Mundspalte *lm* nach oben begrenzt, zu teilen. Durch den teilweise in die Röhre eindringenden Luftstrom wird die in der Röhre zunächst über der Mundspalte befindliche Luft nach oben getrieben und verdichtet. Diese Verdichtung bewirkt, dass die Luft nicht mehr in die Röhre eindringt, sondern nur vorbeistreicht; dadurch dehnt sich die vorher verdichtete Luft wieder aus und kehrt nach unten zurück, worauf dann neue Luft in die Röhre dringt und neue Verdichtung veranlasst. Die Luft erhält also zunächst an der Mundspalte eine hin und her gehende Bewegung."

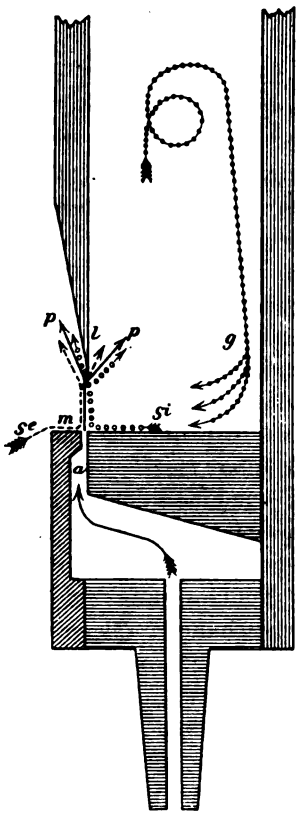


Fig. 1.

Gang der Luftmasse in einer Labialpfeife, diese im Durchschnitt gezeichnet. *a* Führungsweg in den Spalt *m*, aus dem die primäre Luftlamelle *p* austritt, und bis zur Schneide *l* verläuft, *se* äusserer, *si* innerer secundärer Luftstrom, *g* Gegenstrom.

Es liegt in dieser, auf Selbsttönen fussenden Erklärung schon ein erheblicher Fortschritt, dennoch erweist sie sich als unmöglich. Die Erklärung geht von der Annahme aus, dass zuerst ein Teil der Luft in die Pfeife hineinblase, verdichtet werde, sich dann wieder rückwärts (warum?) ausdehne und dadurch die Lamelle nach aussen treibe. Danach würde ein

1) A. Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik 18. p. 879. 1895.

primäres Vorbeiblasen das Tönen überhaupt nicht erzeugen können, denn der Rückfluss wäre erst der Erzeuger des Pendulirens der Lamelle. Gut construirte Labialpfeifen der gewöhnlichen Form lassen die Hauptmasse des Luftstromes aussen an der Schneide vorbei gehen und es hat keine Schwierigkeit, eine Pfeife zum Tönen zu bringen, wenn man den Rand der Schneide noch weiter nach innen stellt. Bei sehr tiefen Pfeifen ist solche Stellung sogar vorteilhaft, umgekehrt aber sehr schädlich.

Bedenklicher in dieser Theorie ist folgendes. Ein unter der Wirkung der Schwerkraft stehendes, schwingendes Pendel kommt infolge der Reibung bald zur Ruhe. So müsste auch die pendulirende Luftlamelle bald genug zur Ruhe kommen, und dann in gedackter Pfeife den Druck dauernd erhöhen, in offener Pfeife einen Luftstrom bewirken. Beidem widerspricht das thatsächliche Verhalten.

Den richtigen Weg zur Erklärung zeigt eine Arbeit von Brockmann.[1]) Er untersuchte die tönende Luftbewegung in Labialpfeifen mit Hülfe von Gasflammen, die unter sehr vermindertem Druck brannten. Gelegentlich eines Versuches, die Luft in offener Pfeife dazu zu bringen, aus der Endöffnung weder hinaus noch hinein zu strömen, sagt er: „Blasen wir nämlich einen Luftstrom durch die freie Luft, so strömt von den Seiten Luft gegen diesen Strom, die umgebende Luft wird mit fortgerissen. Beim Anblasen der Pfeife findet dasselbe statt.“ Er geht mit keinem Wort weiter auf diese Anziehungskraft der Luftlamelle ein, und *doch liegt in dieser die Bedingung der Tonerzeugung in Hohlräumen durch ein strömendes Luftband.*

Uebrigens hat schon Thomas Young[2]) diese Anziehung entdeckt, er geht indessen bei seiner Erklärung des Tönens der Labialpfeifen auch nicht auf die Sache ein.

Es liegt mir ob, nachzuweisen, wie die *dauernde* Tongebung sich erklärt. Ich nenne die Wand der Pfeife, an der die Anblaseöffnung liegt, vordere Wand, den aus dem blasenden Spalt austretenden Luftstrom (Fig. 1, *p*) die primäre Lamelle,

1) Brockmann, Wied. Ann. **31.** p. 78. 1887.

2) Th. Young, A course of Lectures on natural Philosophy London 1807, Outlines ... respecting sound and light, 16 January 1800.

den daran verlaufenden Luftstrom aus dem Innern der Pfeife, *s i*, den secundären inneren Strom, den an der hinteren Wand absteigenden Strom *g* den Gegenstrom.

Die Massenbewegung der Luft habe ich mit Hülfe eines Wachsstockes, der durch Druckschwankungen in der Luft nicht beeinflusst wird, in verschiedenen Labialpfeifen mit übereinstimmendem Erfolg geprüft. Die Kerze brennt die Schneide einer tönenden Pfeife nicht an, ich habe mir indessen eine achtfüssige Pfeife mit metallener, verstellbarer Schneide und metallischem Boden, sowie einem grossen Glasfenster gebaut, um bequemer zu beobachten. Steht die Flamme dicht am Boden, so wird sie durch einen secundären inneren Luftstrom stark nach der Lamelle hin gedrückt, ein bewegter Spiegel zeigt, dass sie dabei auf und ab schwingt, die Neigung nach vorn ist ihre *Mittellage*. Aussen an die blasende Lamelle gehalten, weist die Flamme einen starken und gleichmässigen secundären äusseren Luftstrom nach. In die Lamelle selbst eingetaucht, brennt die Flamme in der Wurzel bei nicht zu starkem Blasen einigermaassen gleichmässig, bei starkem Druck beginnt sie auch hier zu pendeln, wenn sie nicht ausweht. An der Schneide teilt sie sich scheinbar in einen nach aussen und einen nach innen brennenden Teil, ihr Bild im bewegten Spiegel weist nach, dass sie hin und her schwingt, wie ja bekannt. Betrachtet man die Flamme mittels bewegtem Spiegel gerade von vorn, so sieht man natürlich nicht dies Penduliren, es zeigt sich indessen, wenigstens bei den tieferen Pfeifen, der Rand der Flamme gezackt. Dies rührt nicht von Obertönen her, die sich übrigens bei Seitenansicht sehr gut erkennen lassen, sondern es kommt daher, dass die äussere Luft in über 8 mm lange Lamellen hinnin schlägt, gleichsam in Spaltenräume derselben. Die Fig. 1 giebt die auf genannte Weise ermittelten Luftströme an. Bohrt man etwas über der Basis der Schneide ein Loch in die Wand der Pfeife, so wird hier die Flamme kräftig nach innen gezogen, was ich für einen Beweis halte, dass die Luft an der Vorderwand der Pfeife rasch nach oben strömt. Das Bemerkenswerteste ist, dass die Flamme an der hinteren Wand in der Pfeife stark nach abwärts gedrückt wird. Die Flamme kann überall in der Pfeife brennen, ohne den Ton zu stören, wenn sie aber hinten

brennt (bei stehender Pfeife), so erlischt der Ton und kehrt erst nach einigen Secunden, ganz leise beginnend, wieder, wenn man die Flamme, die freilich nicht gar zu klein sein darf, fortnimmt. Die Hitze der Flamme macht die Luft aufsteigend und behindert oder vernichtet den Gegenstrom. Da in diesem Falle der Ton aufhört, ist der Gegenstrom für seine Unterhaltung eine der Bedingungen. Da ein Luftstrom von erheblicher Stärke an der Hinterwand hinab, ebenso ein Strom an der Vorderwand nach oben fliesst, sollte man erwarten, dass auch ein Strom quer von vorn nach hinten fliessen muss, ein solcher ist indessen nicht nachzuweisen. Es ist möglich, dass ein solcher Strom durch Wirbel, von denen schon Brockmann spricht, verdeckt wird, es kann aber auch die Umkehr unter so spitzem Winkel erfolgen, dass die Flamme ihn deshalb nicht zeigt.

Nach den angegebenen Thatsachen ist der Vorgang, der das Penduliren der Luftlamelle unterhält, folgender. Es gehe, Wüllner's Annahme entsprechend, zuerst ein Teil der Luftlamelle in eine ungedeckte Pfeife. Man kann dann den Vorgang in vier Stadien teilen. 1. Die Luft aus dem untersten Teil der Pfeife wird durch den secundären, inneren Strom nach oben gerissen. Es entsteht der Lamelle gegenüber eine Luftverdünnung, die die Lamelle nach innen hinein biegt. Die Lamelle bläst dann mit ihrer ganzen Dicke eine grosse Luftmasse nach oben zu in die Pfeife hinein, während sie fortfährt unten am Boden zu evacuiren. 2. Die eingepresste Luftmasse kann nicht aus der oberen Mündung des Rohres hinaus, weil, ehe sie dort anlangt, die unten unter ihr entstandene Druckverminderung sie zwingt umzudrehen. Sie schlägt den Weg längs der Rückwand ein, weil an der vorderen Wand die Lamelle noch voll entgegen bläst und evacuirt. 3. Unter Verspätung langt die Luftmasse des Gegenstromes mit periodischen Beschleunigungen am Boden der Pfeife an. Da die Pfeife, Wüllner's Annahme entsprechend, im Beginn mit Luft überfüllt worden ist, entsteht durch den Gegenstrom in jeder Schwingungsperiode eine über Atmosphärendruck hinausgehende Füllung und damit ein so starker Stromstoss und Druck senkrecht gegen die Lamelle, dass sie über die Schneide hinaus nach aussen, also über die ursprüngliche Gleichgewichts-

lage hinaus gedrängt wird. 4. Die Lamelle evacuirt nun den unteren Teil der Pfeife mächtig und bis zu einer gewissen Höhe hinauf nach aussen hin, doch auch dabei bleibt nicht Zeit genug, um die Entleerung bis an die obere Oeffnung zu treiben, wenigstens nicht bei normal gebauten Pfeifen. Die Lamelle hebt dabei den Ueberdruck am unteren Ende auf und kehrt wieder in die Anfangslage zurück.

Der Vorgang verläuft etwas einfacher, wenn die Lamelle im Anfang an der Schneide vorbei bläst, da aber die Schneide absichtlich etwas stumpf gemacht wird, geht immer ein kleiner Anteil der Lamelle horizontal in die Pfeife hinein. Der Ausgleich der Störungen des Gleichgewichtes kann als Folgeerscheinung nicht gleichzeitig mit diesen Störungen eintreten, sondern muss, weil die Luftmassen eine Strecke zu durchlaufen haben, sich merklich verspäten. Daher erfolgt eine übermässige Evacuirung und übermässige Füllung, das Uebermaass ist erfahrungsmässig und verständlicherweise gross genug, um die Reibung zu compensiren und den schwingenden Zustand zu erhalten.

Die einfache Art, das Penduliren in Perpetuum zu unterhalten, ist gewiss bemerkenswert, dabei bleibt dann noch genug überschiessende Energie in der Luftlamelle, um tönende Molecularschwingungen zu erregen. Wie letztere aus der periodischen Massenbewegung hervorgeht, ist eine andere Frage, der ich nicht direct näher trete. Der Luftstrom in der Pfeife zeugt Transversalschwingungen der Lamelle und diese sind, wie mir scheint, Entwickler der *normal* zu ihnen pendelnden Longitudinalschwingungen — des Tones — in der Pfeife. Rayleigh[1]) äussert gelegentlich: die Untersuchung von Tönen, die durch Luftlamellen erzeugt werden, seien für die mathematische Behandlung wegen unserer Unkenntnis über die Art der Wirkung des Windes ungenügend. Insoweit sich diese Aeusserung auf Labialpfeifen bezieht, glaube ich sagen zu können, dass ein Studium des Geschehens in der Lamelle nicht weiter helfen wird. Ich habe den Vorgang analysirt, doch sehe ich mich genötigt mich darauf zu beschränken, weiterhin über das Resultat dieser Arbeit nur die zum Verständnis nötigen

1) Lord Rayleigh, Theorie des Schalles 11. p. 247. 1880.

Befunde anzugeben. Bei diesen Studien traten mir die Erscheinungen, die auftreten, wenn man eine Einlage in die Lamelle legt, als überraschende und unerklärte Verhältnisse lebhaft entgegen. Ich habe den Vorgang klarlegen können und gebe darüber nachfolgende Rechenschaft.

II. Die Lamellentöne.

Strouhal[1]) hat die Pfeiftöne untersucht, die beim Hieb einer Gerte in der Luft entstehen. Er glaubt sie auf Reibung zurückführen zu können. Er erklärt, dass er auch den Fall, wenn die Luft tönend an einem festen Körper vorbeistreicht, für ziemlich identisch mit der Tonerzeugung durch Hieb halte, hat indessen den Vorgang nicht weiter untersucht.

Die Mannigfaltigkeit der Klänge und der Tonhöhen, die durch eine feste Einlage in eine Luftlamelle erzeugt werden können, ist sehr gross, es interessirt indessen zunächst die Weise, in welcher dabei diese, im ganzen recht lauten Naturtöne erzeugt werden. Für die Untersuchung habe ich einen in allen Richtungen fein einstellbaren Apparat hergestellt. Seine Beschreibung würde zu weit gehen, statt ihrer biete ich an, den Apparat denen, die ein Interesse daran haben, zur Ansicht zu senden. Es handelt sich um ein Rohr mit zu erweiternder, spaltförmiger, parallelwandiger Oeffnung, über dem beliebige Einlagen, in beliebigen Stellungen und Entfernungen justirt, angebracht werden können.

Wenn man in eine Lamelle von 0,12 bis 2 mm Breite einen Keil oder eine sonstige, nicht vibrirende Fläche einlegt, so entsteht je nach Entfernung von dem Spalt und nach dessen sonstiger Stellung, sowie nach Windstärke ein ganz reiner oder doch von wenig Geräusch begleiteter Klang. Dieser entsteht an oder, genauer gesagt, etwas oberhalb der Schneide. Dabei findet kein Penduliren der Lamelle unterhalb der Schneide statt, wie eine an die Lamelle geführte Flamme mit Sicherheit nachweist. Legt man dünnes Seidenpapier auf die Lamelle unterhalb der Schneide, so erlischt der Ton, legt man das Papier neben die Wand des Keiles, so beginnt es zu vibriren und zu tönen. Wenn man ein in einen Spalt auslaufendes

1) V. Strouhal, l. c.

Rohr mit einer König'schen Gaskapsel vor rotirendem Spiegel verbindet und den Spalt an den Keil anlegt, so sieht man im Spiegel die Klangvibrationen der Flamme. Schiebt man den Spalt bis an die Schneide vor, so hören die Vibrationen auf. Dass sich die umgebende Luft in Molecularschwingungen befindet, kann ein Spaltrohr nicht nachweisen, indessen constatirt dies unser Ohr.

Nach Auffindung des *Ursprungsortes* handelt es sich zunächst um Feststellung der *Entstehungsart* des Klanges. Bläst man mit horizontal liegender Luftlamelle durch die Flamme eines Schnittbrenners, so erhält man bei bestimmten gegenseitigen Lagen heftige Pfeiftöne.[1]) Lässt man den Schnitt des Brenners gerade unter der Mündung des Spaltes stehen (Figg. 2 u. 3, Taf. V), so entsteht ein lautes Pfeifen. Die Flamme flackert unvermeidlich etwas hin und her, dementsprechend variirt die Tonhöhe, man hat den Eindruck, als wenn ein Schwein schriee. Der durchblasene Teil der Flamme hat nach aussen einen scharfen Rand, Fig. 2, *B d*, Taf. V, und zeigt, genauer gesagt, eine blaue Leiste. Dort ist die Stelle der Tonbildung, mit deren Auftreten entsteht, mit deren Verschwinden erlischt der Ton. Wenn der Wind im Gebläse ausgeht, so steigt diese Linie empor, etwa wie der Rand einer sich schliessenden Pulsatklappe. Die Leiste entspricht der Peripherie der Flamme. Stellt man den Schnitt des Brenners wie in Fig. 4, *B r*, Taf. V, so verschwindet der Ton fast vollständig. Die gelb brennende Flamme breitet sich sowohl dem Luftstrom entgegen bis zum Spalt, als auch jenseits des Schnittes aus, hier sich in knatternde Flammenspitzen auflösend. Ueber dem Schnitt entwickelt sich eine orangene Feuerleiste *o* in blau brennendem Grunde, etwas darunter kann eine rote, hufeisenförmige Linie auftreten, in der man glühende Kohlepartikel rotiren sieht. Schiebt man den Brenner noch weiter nach aussen (Fig. 5, Taf. V), so entwickelt sich an der dem Spalt zugekehrten Seite die blaue Leiste *B d*, und die Flamme wird wieder laut tönend. Indessen knattern jetzt die Flammenzacken am Aussenrand so

1) In Tyndall's Vorlesungen: Der Schall, p. 300. Braunschweig 1869, findet sich in einer Anmerkung erwähnt, dass Flammen oder unentzündete Gasstrahlen, die sich aneinander „reiben", Klänge geben können.

heftig, dass dadurch der Ton etwas verdeckt wird. Das Knattern rührt daher, dass die Lamelle in 7 bis 10 mm Abstand von dem Spalt stark auseinander zu strahlen beginnt. Dabei erweist sich die strömende Luft als verdünnt und daher bricht Aussenluft in die Lamelle hinein.

Man erhält auch Töne, wenn man das nicht entzündete Gas gegen die Lamelle strömen lässt, oder wenn man aus einem zweiten Spaltrohr senkrecht gegen die Lamelle Luft bläst. Nach dem Ort, wo die Lamelle getroffen wird, sind die Töne höher oder tiefer. Sie traten bei meinen Versuchen nicht sehr laut hervor, aber ich habe mich auch nicht darum bemüht, sie laut zu machen. Bläst man die zweite Luftlamelle auf die Fläche des Keiles, während die erste gegen dessen Schneide strömt, so erhält man neue tiefere Töne, kommt man der Schneide sehr nahe, so verstärkt sich der vorhandene Ton.

Dementsprechend lag die Annahme nahe, dass die Lamelle durch eine Art Schnürleiste im freien Erguss behindert werde. Daher werde sich die Luft vor der Leiste so lange anstauen, bis deren Widerstand überwunden, bez. die Leiste zersprengt und mit fortgerissen werde. Die angehäufte und gepresste Luft schiesse dann vorwärts und jetzt bilde sich die Leiste von neuem. So entstehe, ähnlich wie an den Stimmbändern, die Periodicität in dem gleichmässigen Fluss der Luft. In dieser Richtung war also die Untersuchung an der Einlage weiter zu führen.

Wird die Einlage (Fig. 6, Taf. V) horizontal gelegt und mit Wasser gefüllt, so hebt sich eine Leiste des Wassers in einiger Entfernung von der scharfen Kante der Einlage in die Höhe, aber die ansteigende Fläche bleibt glatt und ruhig. Weiter fort, auf dem Gipfel des Hügels, entstehen Kräuselungen, die von Tonschwingungen der Luft herrühren müssen. Die feine Linie auf der Fig. 6, Taf. V deutet das Verhalten der Wasserfläche, im Durchschnitt gesehen, an. Weiterhin entwickeln sich auf der bewegten Fläche des Wassers 1 bis 4 Wirbel, die namentlich klar hervortreten, wenn Lycopodium auf die Fläche gestreut wird. Es zeigt sich, dass eine Reibung an der Fläche der Einlage ohne Bedeutung ist, da der Ton in gleicher Weise auftritt wenn das Wasser fehlt.

Wenn man die Kante der Flamme eines Schnittbrenners von vorne her in eine bestimmte Entfernung von der tönenden Lamelle bringt, so erhält man, wie der Assistent des Institutes, Hr. Dr. Deetjen zuerst bemerkte, das Bild Fig. 7, Taf. V. Es bildet sich also ein Höcker oder eine Leiste aus, die scheinbar ruhig stehen bleibt, solange die Lamelle tönt. Die Leiste kann ein wenig wandern, doch steht sie in der Regel hart über der Schneide der Einlage. Dieser Vorsprung der Flamme kann nicht die gesuchte Schnürleiste sein, denn das Gas wird hier *herangezogen*, kann also nicht drücken. Die Leiste kann nur verstanden werden als negativer Teil einer in loco zuerst entstehender Welle, die senkrecht gegen die Keilwand anschwingt. Die Vibration geht zu rasch, als dass das Auge eine Bewegung sehen könnte und die positive Welle wird in der leuchtenden Gasmasse unsichtbar.

Zur Analyse der Bildung wurde eine mit total reflectirendem Prisma armirte Stimmgabel von 155,5 Schwingungen benutzt. Es gelang den Lamellenton mit genügender Annäherung auf 311 Schwingungen einzustellen und jetzt ergab sich das in Fig. 8, Taf. V dargestellte Bild. Die Stimmgabel schwingt parallel mit der laufenden Welle auf und ab und bringt sie dadurch scheinbar zum Stillstand, nach stroboskopischem Princip. Ist der Lamellenton zu hoch, so läuft die Welle nach der Flammenspitze zu, ist er zu niedrig, läuft er umgekehrt.[1]) Die erste Welle entsteht dort, wo die er-

1) Für eine normal gegen die Pendelbewegung des Molecüles in einer Welle schwingende Stimmgabel habe ich früher (E. du Bois, Archiv für Physiologie p. 155. 1879) die Vorgänge und das Ansehen der schwingenden Flammen beschrieben. Wenn die Stimmgabel parallel mit dem Fortgang der Wellen schwingt, erläutert sich der Vorgang aus der Fig. 9, Taf. V. Sei *A* das beobachtende Auge und seien die Punkte 1, 2, 3 auf den Wellengipfeln der Doppeltoctave des Stimmgabeltons gelegen, liege in der Mitte zwischen *A* und *B* der Spiegel der schwingenden Stimmgabel, der in den Lagen des Anfangs und Endes einer vollen Schwingung, sowie bei $^1/_4$ und $^3/_4$ und bei Vollendung der halben Schwingung gezeichnet ist. Die Linien seien die Richtungsstrahlen für die Wellenpunkte gleicher Phase und für das Auge. Das Auge projicirt bei Beginn und Vollendung der Schwingung den Punkt 1 nach *B*, ebenso bei $^1/_4$ und $^3/_4$ Schwingung den Punkt 2 nach *B*, endlich nach $^1/_2$ Schwingung den Punkt 3 nach *B*. Der Gipfel bleibt also für das Auge ruhig bei *B* stehen. Die gleiche Construction kann für jeden anderen Punkt

wähnte Leiste sich zeigt. Die Wellenlänge des Tones beträgt nahe 4 mm. Es handelt sich hier also um *Massenschwingungen* — relative Hin- und Herschwingungen — innerhalb der fliessenden Luftmasse. *Diese sind hier, wie auch wohl in vielen sonstigen Fällen, Erzeuger der tönenden Molecularschwingungen der Luft.* Ich denke mir die Erregung nach Analogie der Vorgänge auf dem Billard. Trifft eine Elfenbeinkugel tangirend eine zweite, so fliegt diese senkrecht gegen die Bewegungsrichtung der ersten fort, so auch dürften die durch die passirenden Massenwellen getroffenen Molecüle der nebenliegenden Luft gestossen werden und dann elastisch schwingen. Die Flamme zeigt thatsächlich dies Verhalten, und kann nicht selbsttönend werden.

Diese Versuche führen noch immer nicht auf die Entstehungsgeschichte der Periodicität des Lamellenstromes. Eine Luftlamelle, die auf eine feste Wand prallt, prallt nicht etwa von dieser unter irgend einem Winkel zurück, *sondern läuft fernerhin an dieser Wand entlang* und weiter in Richtung der Ebene dieser Wand. Dies zeigt sich, sobald man mit einem Licht die Richtung des Luftstromes aufsucht. An der schrägen Fläche, Fig. 9A, Taf. V geht z. B. die Luft sowohl nach oben, wie nach unten. Bildet man die Lamelle aus Kohlensäure, trockenem Wasserdampf, heisser Luft oder Chloroform (dessen Dampf mit Jod gefärbt werden kann), so sieht man direct die Spaltung der Lamelle und ihren weiteren Verlauf. Uebrigens genügt ein Versuch mit einer Gasflamme, nur dass hier der Abstieg durch die Hitze des Gases etwas behindert wird. *Die Luftlamelle verhält sich also wie die Lamelle einer incompressiblen Flüssigkeit.* Die Mittelebenen der Lamelle haben eine mehrfach grössere Geschwindigkeit, wie die Seitenlamellen, innerhalb wenigstens der hier in Betracht kommenden Entfernungen. Stösst die Lamelle auf eine schräge Ebene, so müssen die Seitenlamellen immer nach ihrer Seite hin umbiegen, selbst wenn sie dabei ihre Stromesrichtung fast völlig umkehren müssten.

---

der Welle ausgeführt werden. Jede mit dem Stimmgabelton streng harmonische Wellenbewegung kommt zum scheinbaren Stillstand, einerlei ob die Welle steht oder geht. Der Abstand der Gipfel hängt von der Elongation der Stimmgabel ab. Die Länge der Wellen ergiebt sich aus der Länge einer Einlage, die hinter den Wellen liegt und an der man zählen kann, wie viele Wellen sie bedecken.

Stosse eine Lamelle mit $^2/_3$ ihrer Dicke auf die Fläche einer Einlage, gehe $^1/_3$ an der Kante der Einlage vorbei, so geht ein Teil der aufprallenden Lamelle als „Transversallamelle" in die Masse der seitlich vorbei passirenden Luft („Ortholamelle") hinein und behindert deren Abfluss, bewirkt periodische Bewegungen. Dass dem so ist, lässt sich demonstriren. Fig. 11, Taf. V stellt einen Doppelspalt vor, von im ganzen 0,5 mm Dicke, er ist so eingerichtet, dass durch den einen CO_2, durch den anderen Luft geblasen werden kann. Die Einlage *E* ist flach und so gestellt, dsss bei bezüglichem Druck weder das eine noch das andere Gas *für sich allein* tönt und dass die CO_2 nur die Fläche trifft, die Luft frei an der Kante vorbeistreicht. Beide Gase zusammen geben einen Ton. Es geht hier eine transversale Kohlensäurelamelle in den Luftstrom hinein; sie ändert sofort ihr, durch totale Reflexion kenntliches Aussehen, sobald der Ton entsteht. Man sieht dann die beiden divergenten Contouren, die die Abbildung zeigt, während vorher die Lamelle sich so zeigte, wie sie rechts von der Einlage gezeichnet ist. Der obere Contour ist die Grenzlinie der stärksten Verdrängung; bei dieser Stellung kann der Wellenbergklumpen der Luft frei entweichen. Der untere Contour giebt die Stellung, durch die der Luft der freie Abfluss am stärksten verlegt ist.

Endlich entsteht die Frage: schwingt die Transversallamelle hin und her, oder wird sie periodisch fortgeweht? Eine directe Antwort würde vielleicht der Schlierenapparat geben, den ich nicht habe; indessen gelingt es auch in anderer Weise, die Frage zu lösen. Es erschien notwendig, beide Lamellen sichtbar zu machen, also gefärbte Gase zu verwenden. Ganz einwandsfrei sind die folgenden Versuche wohl nicht, weil Hitze und Verbrennung nicht vermieden wurden, doch sehe ich davon keinen Nachteil. Früher wurde, wie erinnerlich, die Gasflamme mit Luft als *O*-Lamelle durchblasen, man kann aber das Verfahren umkehren, indem man den Luftstrom genügend schwächt. Die Gasflamme wird zur *O*-Lamelle und tönt dann recht gut in beliebiger Tonhöhe, hat aber arge Launen, die ich ihr leider noch nicht ganz ablehren konnte. Die Analyse durch Stimmgabel der sehr ausgezeichneten Schwingungsfiguren war wegen der zu raschen Schwankungen der Tonhöhe nicht befriedigend

machen. Die Flamme ist gelb, bez. blau, die Luft sieht an *vor* der Flamme als farblose Lamelle recht gut, wohl il der Spalt etwas warm wird, in den blauen Teilen der amme glüht, wie ich glaube, der Stickstoff mit *grünblauer* rbe, im gelben Teil zeigt die *T*-Lamelle keine Farbe.

Es ist paradox, dass man das Gas ohne Störung der amme *durchblasen* kann, während doch, wie gezeigt (Fig. 2 5, Taf. V), das Gas an einer Luftlamelle hinkriecht, als nn diese ein fester Körper wäre. Figg. 10A u. 10B geben Photographie des Verhaltens beim Durchblasen. Die Luftnelle geht unmittelbar über dem Loch eines Rundbrenners sensitive Flamme quer durch den Gasstrom, darüber steht Flamme in fast unveränderter Höhe. Eine Vergleichung mit g. 12, Taf. V, wo höher oben die Flamme halb durchblasen ist d Fig. 18B giebt die Erklärung. Die Geschwindigkeit des ses und der Luft haben sich so combinirt, dass das Gas der Diagonale durchgegangen ist, man sieht, dass die durchsene Flamme dementsprechend *verlegt* worden ist. Die sis der mit Luft durchblasenen Flamme hat stärker auf photographische Platte gewirkt, hier leuchtete der mitrissene Stickstoff. Die Lamelle kann also von dem Gas rchsetzt werden und dabei wird Luft mit fortgerissen. Die amme tönt nicht, falls sie ganz durchschnitten worden ist. it Luftlamelle kann man den Abstand zwischen Brenner d Flamme nicht sehr viel grösser machen, dagegen wird r Abstand bei Verwendung eines CO_2-Stromes sehr gross ig. 10B, Taf. V). Hier fehlt der Stickstoffrand, die Vertzung der Flamme ist recht stark, namentlich an der langsam ssenden Flammenperipherie. Die N-Linie fehlt, nur liegt rn auf der Flamme der blaugrüne, photographisch stark rkende N-Streifen, der oberen *secundären* Luftlamelle anhörig.

Weiter hinauf angeblasen giebt die Flamme das Bild Fig. 12, f. V, wobei sie hoch und rein tönt. Die *T*-Lamelle kann die össere Geschwindigkeit der mittleren Flammenteile nicht überinden, hier biegt sich daher die Lamelle um. Der Spalt ist n glühendem N umrandet. Das am freien Lauf gehinderte Gas aut sich unter der *T*-Lamelle an und drängt diese in periosscher Bewegung nach oben und zurück. Die Tonbewegung

entsteht durch Verdickung und Verdünnung der *restirenden Flammenbrücke.* Man sieht einen dunklen Raum, weil die Rinde der Flamme nur sehr schwach leuchtet und durch den Luftstrom (der freilich warm ist, da man ihn sehen kann) zu stark abgekühlt wird. Entsteht ein Klang, d. h. Knotenpunkte der Obertöne in der schwingenden *T*-Lamelle, so füllt sich der Spaltraum mit schwach leuchtendem Gas, wie Fig. 13, zeigt.

Weiter oben, wenn die Flamme beginnt gelb zu brennen, entsteht ein stehendes Bild, Fig. 14, das den Vorgang am besten erkennen lässt. Man sieht die untere N-Grenze der Lamelle schräg in die Gasflamme hinein gehen. Unter dieser Grenze wulstet sich die Gasflamme und geht mit einer Zunge schräg aus der Bahn der Hauptflamme hinaus. Die zweite N-Grenze liegt aussen auf der Flamme, parallel mit dieser, also fast vertical. Sie ist weniger gut sichtbar, weil hier die Hitze nur eben genügt, den N glühend zu machen. Wenn man, etwa durch Vermehrung des Luftdruckes, die die Obertöne vermehrt, so sieht man, dass die innere N-Grenze zu zittern beginnt uud sich verdoppelt, das Gleiche sieht man dann auch an der äusseren N-Grenze und überzeugt sich dadurch völlig sicher von deren Vorhandensein, sowie von deren Beteiligung an der Schwingung. Der Vorgang ist also der, dass das Gas sich unter der *T*-Lamelle anhäuft, weil es diese nicht genügend durchdringen kann. Mit dem Anwachsen dieser Anhäufung wächst der Druck im Gas und drängt die Lamelle seitwärts fort. Dabei entweicht die im Wulst befindliche Gasmasse als positive Massenwelle und jetzt kehrt die vertical umgebogene *T*-Lamelle wieder in die ursprüngliche Lage zurück. Die Fig. 15, Taf. V giebt das Bild der tönenden Flamme, wenn sie nahe der Spitze angeblasen wird. Der N der *T*-Lamelle ist nicht mehr sichtbar, jedoch lässt sich das Bild deuten. Die peripherischen Teile der Flamme strömen so langsam, dass sie ganz durchblasen werden und sich daher unter der *T*-Lamelle bei *W* anhäufen, zugleich als kurze, in der Mitte hinter der Flamme zusammenfliessende Zunge *Z* vorspringend. Der Kern der Flamme scheint unverändert durch die Lamelle hindurch zu gehen und brennt als gerade aufsteigender Flammenteil *F* (Fig. 15) weiter. Die Stimmgabelanalyse ergiebt an

ihm nur geringe Einbuchtungen. Zwischen diesen beiden Flammenteilen findet eine Vibration statt, hier leuchtet die Flamme bedeutend weniger intensiv. Die Grenze, wo die Luftlamelle sich ganz im Gas verliert, scheint durch die schräge Linie *G* angedeutet zu werden. Je mehr die *T*-Lamelle dem Gasstrom parallel läuft, desto rascher wird ihre Bewegung sein, daraus erklärt sich der schräge Verlauf der Grenze. Der Wulst gegenüber dem Spalt *B*, der nur bei ganz bestimmten Stellungen eintritt, erscheint sehr auffallend. Er entspricht der Breite der halben Welle, denn wenn Obertöne entstehen, treten, wie die Stimmgabelanalyse zeigt, *innerhalb* dieses Wulstes entsprechende kleinere Vorbuchtungen auf. Der Wulst findet seine Erklärung in der Fig. 18C, Taf. V, Flamme mit CO_2 durchblasen. Man sieht hier, dass der Kern der Flamme unter ziemlich starker Verschiebung den CO_2-Strom durchsetzt, dass aber der langsamer fliessende Mantel der Flamme von der Lamelle abprallt und sich zunächst unter ihr aufwulstet. Dieselbe Sache bewirkt den vom Flammenmantel gebildeten Vorsprung gegen den *T*-Lamellenstrom in Fig. 15, der bei CO_2-Strom sogar noch etwas stärker werden kann. Die Vorsprünge oben und unten entsprechen den Schwingungszeiten $\pi/2$ und $3\pi/2$. Dabei bleibt noch unklar, wie sich die *T*-Lamelle in der Luft *vor der Flamme* verhält. Sie wird zwar etwas durch die unsichtbare secundäre äussere *O*-Lamelle gehoben werden können, aber sicher nur wenig. Aufschluss giebt das Verhalten der Gasflamme zu einer sehr langsam fliessenden Wasserlamelle aus hohem Spalt von 0,05 mm Dicke. Das Gas durchsetzt die Lamelle nicht, punzt sie aber erheblich in die Höhe. Von obenher sieht man ein erhabenes Dreieck *mit scharf abwärts gebogenen* Kanten. Die Fläche dieses Dreiecks liegt allerdings parallel den ungestört fliessenden Seitenteilen der Lamelle, aber das muss auf der starken Oberflächenspannung des Wassers beruhen und dürfte für die Luftlamelle nicht zutreffen. Also wenn sich Gas unter der *T*-Lamelle anhäuft, ist es für diese nicht gleichgültig, sondern sie wird durch das angehäufte Gas mehr oder weniger scharf *gehoben*.

Dass eine schwingende Transversallamelle und nicht Reibung die Bedingung des Tönens ist, kann nach allen diesen Thatsachen keinem Zweifel unterliegen. Wenn man die Ein-

lage (Fig. 6, Taf. V) mit einem Rand von feinem Seidenpapier versieht, so bringt die dagegen strömende *O*-Lamelle unter Umständen diesen Rand zum Schwingen und Tönen. Dabei wird also die *T*-Lamelle durch einen festen, steifen und wenig elastischen Körper gebildet. Kann eine Luftlamelle gleiche Eigenschaften annehmen? Das scheint nicht möglich, obgleich die Lamelle im Munde der Labialpfeife schwingt. Das Verhalten dürfte folgendes sein. Im Maximum ihrer Elongation nach oben liegt die *T*-Lamelle fast parallel der *O*-Lamelle, letztere ist so verdichtet, dass sie den Druck und Stoss der *T*-Lamelle fast ganz überwindet. Da dann der *O*-Lamelle freier Abfluss gewonnen ist, vermindert sich die Dichte derselben und die *T*-Lamelle gewinnt die Ueberhand und nähert sich mehr und mehr der horizontalen Richtung, kann diese aber nicht ganz erreichen, weil die Stauung in der *O*-Lamelle entsprechend wieder anwächst und schliesslich den Gang der *T*-Lamelle zum Stillstand bringt, weiterhin sie wieder in die Ausgangslage zurücktreibt. Die *T*-Lamelle drückt also fortwährend, wenn auch mit wechselnder Kraft, gegen die *O*-Lamelle. Letztere wechselt gleichfalls fortwährend den Druck, den sie gegen die *T*-Lamelle ausübt, und zwar drückt sie am stärksten, wenn die *T*-Lamelle am schwächsten drückt und umgekehrt, daher muss die Vibration erfolgen. Weshalb sich keine Gleichgewichtslage herstellt, ist nicht ersichtlich. Ich vermute, dass sich die, bei der Labialpfeife besprochene innere, secundäre Lamelle unter der *T*-Lamelle in solcher Gleichgewichtsstellung mehr und mehr anhäufen würde, womit die Ruhestellung verhindert wäre. Vielleicht macht überhaupt die Ungleichheit der Geschwindigkeiten in den Lamellenebenen die Gleichgewichtslage unmöglich.

Damit wäre die Entstehungsgeschichte der Lamellentöne gegeben. Es besteht indessen noch eine Schwierigkeit bezüglich der Tonentstehung bei ganz scharfer Schneide (Fig. 16, Taf. V). Der akustische Eindruck ist dabei übrigens unverändert. Die Transversallamelle kommt in solchem Fall von beiden Seiten des Keiles herunter und beide Lamellen müssen in der Mittellinie aneinander stossen, sodass sie kaum scheinen schwingen zu können. Ich sehe sie nicht, sondern sehe mit CO_2 nur eine bilaterale Verdickung unter der Scheide und

dann an der Seite des Keiles die beiden in der Figur gezeichneten Linien. Mein Doppelspalt war etwas unvollkommen eingerichtet, sodass ich der Sache nicht näher getreten bin. Falls die Frage Interesse erwecken sollte, wird sie voraussichtlich leicht mit dem Schlierenapparat zu erledigen sein.

Es sollen jetzt nur noch einige Thatsachen über die Tongebung der Lamelle mitgeteilt werden. Der Tonbereich umfasst wahrscheinlich alle hörbaren Töne. Die ganz hohen Töne entstehen, wenn man den Spalt möglichst eng (0,12 mm) macht, die Einlage bis auf 0,66 mm nähert und sehr hohen Druck, über 100 mm H_2O giebt. Für die tiefsten Töne macht man den Spalt 2 mm weit, entfernt die Einlage über 17 mm vom Spalt und ermässigt den Winddruck auf 1,5 mm. Dabei werden die sehr tiefen Töne schon etwas stossend, zugleich sehr leise. Die Tonhöhe wird also durch mehrere Factoren beeinflusst. Strouhal hatte bereits bei den Hiebversuchen gefunden, dass sich die Tonhöhen zu einander verhalten, wie die zugehörigen, erzeugenden Geschwindigkeiten eines Stabes in der Luft. Er findet jedoch, dass die Tonhöhen um etwa 1 Proc. rascher zu steigen scheinen, als die Geschwindigkeiten. Ich habe gegen 20 Bestimmungen gemacht, von 3520 Schwingungen mit 46,6 m Geschwindigkeit bis herab zu 466 Schwingungen mit 5,3 m Geschwindigkeit und komme dabei zu dem gleichen Resultate. Die Tonhöhen stiegen im Mittel um 1,66 Proc. rascher als die Geschwindigkeiten. Im Mittel muss die Geschwindigkeit um 10,8 mm verändert werden, um eine Schwingung mehr oder weniger zu erhalten, und zwar um 12 mm für die höheren, um 9,5 mm für die tieferen Tonlagen.

Den Einfluss des Schneidenabstandes von dem Spalt zu der Tonhöhe möge nachfolgende kleine Tabelle erläutern.

Keileinlage.

Tonhöhe	Schneidenabstand mm	Tonhöhe	Schneidenabstand mm	Tonhöhe	Schneidenabstand mm
4096	2,2	1534	6,59	512	15,05
3068	2,6	1024	10,68	384	18,72
2043	3,89	767	11,75	256	24,57

Es kamen mittlerer Druck und Spaltweite zur Verwendung, doch habe ich keine genauen Maasse notirt. Die Tabelle soll nur einen allgemeinen Einblick in das Verhalten gewähren, je nach Druck und Spaltweite ändern sich die Zahlen. Ueberhaupt wird es sehr schwer sein, ganz genaue Zahlen zu erhalten, weil kleine Verschiebungen der Schneide aus der Mittelebene wie kleine Druckschwankungen schon erheblichen Einfluss auf die Tonhöhe gewinnen.

Sehr kleine Veränderungen des Abstandes der Einlage geben schon beträchtliche Unterschiede der Tonhöhen. Zwischen 1024 und 512 Schwingungen genügt, eine Verschiebung von 0,0086 mm um die Tonhöhe um eine Schwingung zu verändern, zwischen 512 und 256 wird eine Verschiebung von 0,037 mm erforderlich. Die Tonhöhen ändern sich nicht einfach der Abnahme der Geschwindigkeit in der Lamelle proportional, denn diese ändert sich in den mittleren Ebenen in einer Strecke bis 8 mm Entfernung nicht, dagegen nimmt auf dieser Strecke die *Dichtigkeit der Luft nicht unerheblich ab*, was gleichfalls für die Tonhöhe in Rechnung zu ziehen ist.

Die Richtung der *O*-Lamelle wird ziemlich genau festgestellt durch ein Lineal, das zwischen den Wangen des Spaltes festgeklemmt wird, nach dessen Richtung wird dann die Führung der Einlage gestellt. Eine entfernte Gasflamme zeigt an, dass die Lamelle wirklich in Richtung des Lineales verläuft. Hinderlich für die genaue Feststellung der Tonhöhe sind kleine Druckschwankungen je nach Füllung des Balges, ich habe sie bisher nicht völlig beseitigen können.

Bei der Hebung der Einlage entstehen vielerlei *Klänge*: weiche Flötentöne, weicher Pfiff, harter Pfiff, Doppelklänge und Windtöne; daneben oft auch Brausen, Blasen und rasche oder langsame Interferenzen bez. Rauhigkeiten. Je nach Druck und Spaltweite gestaltet sich dies verschieden. Bei starkem Druck ändert sich zwar die Tonhöhe, aber der Klang nur wenig und selbst gar nicht. Als Beispiel solcher Klangveränderung sei erwähnt, dass bei Druck von 60 mm Wasser, Spaltweite 0,2 mm mit Keileinlage beim Schneidenabstand von 1,7—20,2 mm 8 Klänge, bei Einlage eines geknickten Keiles (Fig. 11), 120 mm Druck, 0,4 mm Spaltweite, Entfernung von 2,23—25 mm 7 Klänge entstehen. Dem Klangwechsel geht

häufig ein Rauhwerden des Tones voraus, dann setzt sehr plötzlich mehr oder weniger stark ein harmonischer Oberton Octave oder Duodecime, ein, während der Grundton laut oder leise mit der Entfernung weiter sinkt. Der Ort solchen Wechsels ist insofern inconstant, als er sich im Sinne der Bewegungsrichtung verschiebt. Als die Einlage z. B. continuirlich vom Spalt entfernt wurde, trat ein erster Klangwechsel in 2,8 mm, bei Annäherung erst bei 2,32 mm Entfernung ein. Die einmal vorhandene Bewegungsform wird, unabhängig von der Tonhöhe, möglichst lange beihalten.

Bewegung der Einlage *quer* durch die Lamelle führt gleichfalls zu Klangwechsel und Veränderung der Tonhöhe, namentlich bei schwachem Druck. Es waren z. B. Druck 12 mm, Spaltweite 0,4 mm, Abstand der Keilschneide vom Spalt 1,92 mm. Beginn des Klanges etwas vor 0 mm von dort bis 0,01 mm: *cis''*, 0,01—0,27 und mit Rauhigkeit bis 0,37 mm: *cis'*, von dort bis 0,78 mm: *fis*, dann *g* mit Schwebungen bis 1,31 mm, dann *fis* bis 1,35 mm, endlich *cis'* bis 1,37 mm, zwischen *fis* und *g* finden sich Uebergänge, sodass hier die Abgrenzung etwas willkürlich ist. Wenn man die Bewegung dann umkehrt, so erhält man zunächst auch an dieser Seite *cis''* und zwar bei 1,62 mm, dieser Ton ist übrigens sehr leise. Es erhält sich also in diesem Falle einmal vorhandene Tonhöhe und Klang länger, als der Lage entspricht, was die Bestimmung des Ortes erschwert.

Bei *cis''* wird die Lamelle nur tangirend gestreift, es macht den Eindruck, als wenn die ja nicht absolut scharfe Schneide als *Fläche* wirke und so eine Transversallamelle in die mitgerissene Luft entsende. Sobald der Ton entsteht, trübt sich indessen auch die benachbarte, sonst glasklare Kohlensäurelamelle. Ich hatte erwartet, dass bei excentrischer Lage des Keiles seine beiden Seiten verschieden hohe Töne geben würden, allein der geknickte Keil ergiebt keine bezüglichen Unterschiede gegen den doppelseitig tönenden Keil, sodass die Geschwindigkeiten an den beiden Keilflächen sich irgendwie ausgleichen dürften.

Der Ton *cis''* ist *stark sensitiv.* Ein leises Knipsen mit den Finger macht ihn sofort in *cis'* — um bestimmte Tonhöhen zu nennen — umschlagend. Die Erfahrung ist wohl

für Töne neu und bildet eine bemerkenswerte, durch Luftstoss auf die Lamelle und aus deren Beharrungsvermögen erklärliche, Parallele zu den sensitiven Flammen, nur dass jene kein Beharrungsvermögen zu besitzen scheinen.

Ich möchte die Ursache des Klanges in besonderen Schwingungsformen der Transversallamelle suchen. Zwei senkrecht aufeinander blasende Luftlamellen geben mir dieselbe Art von Klang bei den verschiedensten Tönhöhen. Druck und Geschwindigkeit mögen beliebig und unabhängig verändert werden, der Ton bekommt Rauhigkeiten, aber keine Klangänderung. Die Leuchtgasflamme (am besten Rundbrenner) giebt Klangwechsel unter verändertem Aussehen und meistens unter Verbreiterung der tönenden Flammenlücke, vgl. Figg. 12 und 13, Taf. V. Zur Erklärung des Vorganges müsste wohl die Structur der Lamelle herbeigezogen werden, weshalb ich auf seine Verfolgung verzichte.

Die Form der Einlage wurde mannigfach modificirt, vgl. Fig. 19, ohne dass Besonderes dabei zur Beobachtung kam. Nimmt man die Einlage breit, so kann an den beiden Kanten ein verschiedener Ton entstehen. Dies war z. B. der Fall in Fig. 17, Taf. V, wo der CO_2-Strom an beiden Kanten tönte, tiefer an der rechtwinkeligen Kante. Im ganzen ist die Neigung, derartiges Doppeltönen zu erzeugen, nicht gross. Nimmt man eine elastische Einlage und kommt diese zum Schwingen, so entstehen Aeolsharfentöne. An einer gerundeten Kante läuft die sich teilende Lamelle in der Art hin, dass sie sich einem Abschnitte des Kreissegmentes anschliesst, dann aber horizontal abstrahlt.

Die Spaltweite habe ich nur wenig über 2 mm bringen dürfen, wenn die Lamelle tonbildend sein sollte. Dies ist auffallend, weil doch der Wind an Einlagen identisch mit gewissen Lamellenklängen sich anhörende Töne giebt. Dies hindert vorläufig daran, die Windtöne mit den Lamellentönen gleich zu setzen.

Die Assistenten des Institutes, Dr. Klein und Dr. Deetjen, haben mir bei den Untersuchungen ausgezeichnet bereitwillig Hülfe geleistet.

Erklärung der Figuren zu Tafel V.

Fig. 2. Schreiende Flamme von oben gesehen. *Spltr* paltrohr, *Br* Stellung des Schnittbrenners unter der Spaltffnung, *G* gelbbrennende Seitenteile der Flamme im Durchchnitt gesehen, *Bd* blau brennender, tönender Rand der 'lamme.

Fig. 3. Dieselbe Flamme von vorn gesehen. Das blaurennende, schreiende Band weiss gezeichnet, daneben die gelb rennenden Seitenteile, die sich in zierlicher Weise winden, em Luftzuge folgend, ohne doch mit an der Tonbildung beeiligt zu sein.

Fig. 4. Flamme von oben, kaum tönend. *Br* Stellung es Schnittbrenners, von der aus sich die Flamme sowohl dem uftstrome entgegen nach dem Spalte, als auch mit dem Luftrome ausbreitet. Erst die Zacken dringen in den Luftstrom in. *G* gelber Seitenteil, *o* orange Feuerlinie, darunter eine ote Feuerlinie mit glühenden und kreisenden Kohlepartikeln.

Fig. 5. Schreiende Flamme von oben. *Br* Stellung des Brennerschnittes, *Bd* tönendes Band, blau brennend. Die Zacken, gelb brennend, dringen knatternd in die Luftlamelle ein.

Fig. 6. Mit Wasser gefüllte Einlage in die Luftlamelle, lie in Richtung des Pfeiles bläst. Dicht an der Schneide ist lie Wasserfläche glatt, weiterhin entstehen die Wasserewegungen, die die erste Welle verursacht. (Die Welle liegt n der hinteren Seite der Lamelle weiter von der Schneide ntfernt, als an der vorderen Seite.)

Fig. 7. Spalt *A* entsendet die Luftlamelle, die an der Einlage *B* zum Tönen kommt. Die Flamme des Schnittbrenners *S* ildet bei *k* einen Flammenhöcker und wird im ganzen zu ler Lamelle hingezogen.

Fig. 8. Stimmgabelanalyse derselben Flamme, die eine Octave höher als die Gabel tönt. Der Höcker *k* erweist sich ls die erste Welle, der noch drei andere Massenwellen folgen. Das Spaltrohr im Durchschnitt gezeichnet, dessen optische Verbreiterung daher nicht gezeichnet.

Fig. 9. Construction der optischen Wirkung der parallel mit dem Luftstrom schwingenden Gabel. *A* das Auge, 1, 2,

3 die Welle, 0,1/4, 1/2° die Stellungen des schwingenden Spiegels, *B* die Projection der Welle.

Fig. 10. Nicht tönende, durchblasene Flamme. Fig. 10 A. Gasflamme, durch eine Luftlamelle aus dem rechts stehenden Spalt *Sp* mit Luft unterblasen. Der Flammenrand über dem Luftstrom stark grünblau leuchtend von glühendem Stickstoff. Die Flamme seitlich vom Lochbrenner verschoben. Fig. 10 B. Dieselbe Flamme von einem Kohlensäurestrom durchblasen. Der Abstand daher sehr gross, der unterblasene Rand nicht glühend, dagegen die Vorderfläche der Flamme von dem secundären Luftstrom aus mit einer Lage von N belegt, die unten am dicksten ist. Sie liegt innerhalb der äusseren Mantelschicht der Flamme.

Fig. 11. *Dsp* Doppelspalt, *E* die Einlage, CO_2-Kohlensäurestrom, aus dem anderen Spalt kommt ein Luftstrom. Die Transversallamelle tönt auf der rechten Seite, auf der linken *tönt sie nicht.* Schwingende Kohlensäurelamelle. *Dsp* Doppelspalt, links CO_2, rechts Luft blasend, *E* die Einlage. Links nicht schwingende, rechts schwingende *T*-Lamelle.

Fig. 12. Tönende Flamme. *Sp* Spaltrohr, davor der Einschnitt in die Flamme, rings von glühendem N ausgekleidet.

Fig. 13. Tönende Flamme, mit stark entwickelten Obertönen klingend. Der Flammeneinschnitt etwas leuchend, der N-Rand breiter und verwaschen.

Fig. 14. Tönende Flamme an der Grenze zwischen der blau und gelb brennenden Lage angeblasen, nach dem Negativ einer Photographie gezeichnet. Schwingungsbereich liegt zwischen den Punkten *S*. *Sp* blasender Spalt, *w* der unter der *T*-Lamelle entstehende Flammenwulst, *Ni* glühender N im Inneren der Flamme, innere Grenze der Luftlamelle, *Na* äussere N-Linie, äussere Grenze der schwingenden Luftlamelle, Die äussere N-Linie beginnt, zum Unterschiede gegen die nicht tönende Flamme, Fig. 10 B, ziemlich hoch über dem Wulst, sich nach oben etwas verstärkend. Es scheint bei *Ni* eine diffuse Verbindung zwischen der äusseren und der inneren Linie stattzufinden.

Fig. 15. Flamme tönend, im gelben Teil angeblasen. *A* Brenner, *B* blasender Spalt, *w* Wulst unter der *T*-Lamelle, *F* senkrecht durchblasener, wenig an der Schwingung be-

teiligter Flammenteil, *L* herausgeblasene Flammenzunge, obere Begrenzung des Wulstes, *V* Bereich der Schwingungen, der sich nach oben hin zu verbreitern scheint, *G* eine constant auftretende schräge Linie, die vielleicht als Grenze der ersten Welle anzusehen ist. Sie findet sich auch in der vorigen Figur. In beiden Fällen war die Tonhöhe etwa 160 Schwingungen. Gezeichnet nach dem photographischen Negativ.

Fig. 16. Vor scharfer Keileinlage schwingende CO_2-Lamelle. *A* blasender Spalt, *B* Keileinlage. Unter dem Keil eine Anschwellung der Lamelle. Die innere Grenze der schwingenden CO_2-Lamelle ist nicht ganz sicher zu erkennen gewesen.

Fig. 17. Schwingende CO_2-Lamelle, rechts an der Schneide mit hohem Ton, links mit schwachem tiefen Ton.

Fig. 18 A. Mit CO_2 durchblasene Flamme, nicht tönend. Unterhalb der durchblasenen Lamelle befindet sich eine Wulstung des brennenden Gases der Mantelschicht; hinten sehr stark, vorne etwas fortgeblasen, doch ist sie auch hier oft stärker als ihre Abbildung zeigt. Fig. 18 B. Dieselbe Flamme, in Ruhe brennend.

Fig. 19. Zwei Formen von Einlagen.

(Eingegangen 13. Juni 1900.)

Nachtrag.

Die beiden Thatsachen, dass die Transversallamelle sehr durchlässig ist und dass sie die Ortholamelle absolut reflectiren kann, lassen sich vereinbaren, wenn man die *Divergenz* der Ebenen in der relativ sehr rasch fliessenden *T*-Lamelle in Erwägung zieht. Dann wird aber unverständlich, dass die unter der Lamelle angestaute *O*-Lamelle sich zum Teil dem Strom der *T*-Lamelle *entgegen* ausbreitet. Fig. 4. Für diesen Widerspruch in den Thatsachen habe ich noch keine Erklärung gefunden.

4. *Ueber das Spectrum des Radium; von C. Runge.*

In einem von Hrn. und Frau Curie aus den Rückständen eines Uranpecherzes hergestellten Präparates, welches die merkwürdige Eigenschaft zeigt, Becquerelstrahlen auszusenden, hat Hr. Demarçay[1]) die Existenz eines neuen Elementes, „Radium" genannt, dadurch sehr wahrscheinlich gemacht, dass er im Spectrum des Präparates ausser den Baryumlinien eine Anzahl von Linien entdeckte, deren Wellenlängen nicht mit denen anderer bekannter Linien identificirt werden können.

Um eine solche Entscheidung zu treffen, sind Hrn. Demarçay's Wellenlängenbestimmungen aber kaum genau genug. Nach meinen Messungen sind Hrn. Demarcay's Wellenlängen bis zu 0,7 einer Ångström'schen Einheit unsicher. Wenn aber so grosse Fehlergrenzen vorliegen, so wird die Identificirung fast illusorisch. So würde z. B. die Linie 4683,0 nach Demarçay's Messung nur besagen, dass in dem Intervall 4682,3 bis 4683,7 eine Linie liegt. In diesem Intervall liegen nach der Rowland'schen Messung des Sonnenspectrums nicht weniger als sechs Fraunhofer'sche Linien und zwei weitere 4682,295 und 4683,745 schliessen sich unmittelbar an.

Es wird daher nicht für überflüssig gehalten werden, dass ich die von Hrn. Demarçay gefundenen Linien, soweit es mir möglich war, noch einmal mit stärkerer Dispersion als Hr. Demarçay gemessen habe.

Das Präparat, dessen Funkenspectrum ich untersucht habe, verdanke ich der Güte des Hrn. F. Giesel. Der neue Körper ist jedenfalls nur in geringen Spuren vorhanden, da er chemisch bisher nicht mit Sicherheit hat nachgewiesen werden können. Abgesehen von dem vermuteten Radium besteht das Präparat aus Chlorbaryum. Ich habe nur drei unter den von Hrn. Demarçay angegebenen 15 Linien constatiren können. Die

1) E. Demarçay, Compt. rend. **129.** p. 717. 1899.

igen sind zum Teil nicht zu sehen, zum Teil sind an den reffenden Stellen zwar Linien zu sehen, sie wurden aber h im Spectrum von gewöhnlichen Chlorbaryum beobachtet, kein Radium enthielt. Ich will damit nicht behaupten, s diese von Hrn. Demarçay gefundenen Linien keine liumlinien seien; vielmehr will ich nur sagen, dass es mir ıt gelungen ist, sie als solche zu bestätigen. Es ist wohl glich, dass Hr. Demarçay das Spectrum in anderer Weise ɜugt hat und dabei in dem Vergleichspectrum des geıılichen Chlorbaryums sich von den Linien, die bei mir der Stelle der Radiumlinien liegen, befreien konnte.

Der besseren Uebersicht wegen führe ich hier die ganze te der von Hrn. Demarçay gemessenen Wellenlängen auf füge einzelne Bemerkungen hinzu.

Runge		Demarçay		Bemerkungen
ıllen- ınge	mittlerer Fehler	Wellen-länge	Inten-sität	
6,14	0,06	4826,3	10	
		4726,9	5	auch in gewöhnlichem Chlorbaryum Ba 4726,63 nach Kayser u. Runge
		4699,8	8	auch in gewöhnlichem Chlorbaryum Ba 4700,64 nach Kayser u. Runge
		4692,1	7	auch in gewöhnlichem Chlorbaryum Ba 4691,74 nach Kayser u. Runge
2,346	0,009	4683,0	14	
		4641,9	4	auch in gewöhnlichem Chlorbaryum
		4627,4	4	auch in gewöhnlichem Chlorbaryum Ba 4628,45 nach Kayser u. Runge
		4600,3	3	auch in gewöhnlichem Chlorbaryum Ba 4600,02 nach Kayser u. Runge
		4533,5	9	nicht zu sehen
		4458,0	3	„ „ „
		4436,1	8	„ „ „
		4364,2	3	„ „ „
		4340,6	12	„ „ „
4,591	0,016	3814,7	16	
		3649,6	12	auch in gewöhnlichem Chlorbaryum

Die relativen Intensitäten der drei von mir gemessenen Linien würde ich ungefähr in derselben Weise schätzen, wie Hr. Demarçay. Ich vermute aber, dass seine absoluten Intensitäten grösser gewesen sind. Das würde erklären, warum er Linien gesehen hat, die bei mir nicht erschienen sind. Allerdings sollte ich annehmen, dass die Linien 4340,6, 4436,1, 4533,5, denen er die Intensitäten 12, 8, 9 giebt, bei mir auch hätten erscheinen müssen, da die Linie 4826, der er die Intensität 10 giebt, sehr deutlich ist.

In der zweiten Columne ist der mittlere Fehler meiner Bestimmungen hinzugefügt. Die erste Linie ist nur in der ersten Ordnung eines Gitters von 1 m Krümmungsradius und etwa 50000 Furchen photographirt. Die zweite und dritte Linie sind auch in der ersten Ordnung eines grossen Gitters von etwa 6 m Krümmungsradius und 110000 Furchen photographirt, die dritte Linie ausserdem noch in der zweiten Ordnung des kleinen Gitters. Die Wellenlängen sind in der bekannten Weise durch Messung der Aufnahmen interpolirt. Dabei dienten zum Teil Baryumlinien, zum Teil Eisenlinien als Normalen. Die Eisenlinien wurden erhalten, indem statt des Platindrahtes ein Eisendraht die aus dem Präparat gebildete Perle trug. Meine Aufnahmen umfassen das Spectrum von 6000—2400 Ångström. Ausserdem wurde das Spectrum im roten Teil mit dem Auge untersucht.

Die drei von mir gemessenen Linien sind nicht unter den von Rowland gemessenen Linien des Sonnenspectrums. 4826,14 fällt zwischen 4825,907 und 4826,554; die zweite Linie 4682,346 fällt zwischen 4682,295 Fe? und 4682,529 Co, die dritte Linie 3814,591 fällt zwischen 3814,500 C und 3814,671 Fe—C. In allen drei Fällen ist die Genauigkeit, mit welcher die Radiumlinien und die Sonnenlinien bestimmt sind, so gross, dass die Abweichungen der Wellenlängen der Radiumlinien von denen der benachbarten Fraunhofer'schen Linien nicht als Beobachtungsfehler aufgefasst werden können.

Die Perle, welche zur Anode gemacht wurde, bildete ich auf den Rat von Hrn. Paschen nicht in der Bunsenflamme, sondern indem ich den Draht, der die Perle aufnehmen sollte, doppelt nahm, mit einer Spiralwindung versah und durch einen elektrischen Strom ins Glühen brachte. Man taucht den

henden Draht in das Präparat und kann auf diese Weise hr viel sparsamer eine Perle bilden als in der Bunsenflamme. h habe mit $^1/_{10}$ g der Substanz eine ganze Reihe von Aufhmen des Spectrums und eine ausführliche Durchmusterung s roten Endes ausführen können. Auch während der Aufhme wurde der Draht elektrisch geglüht und die Perle darch erwärmt. Zugleich wurde eine zweite im Stromkreis findliche Funkenstrecke so regulirt, dass der der Perle gegenerstehende Draht, der zur Kathode gemacht war, ebenfalls hend wurde. Man erzielt dadurch ein intensives Spectrum d kann es dahin bringen, dass die Luftlinien verschwinden.

Ich habe das Radiumpräparat auch in ein Geissler'sches hr gebracht und im Vacuum erhitzt, um zu sehen, ob ein bekanntes Gas dabei entweicht. Es bildet sich dann das lorspectrum, auch einige Schwefellinien wurden sichtbar. gegen zeigten sich keine neuen Linien. Auch ein „Poloum"-Präparat, das ich Hrn. F. Giesel verdanke, habe ich f dieselbe Weise untersucht, aber mit negativem Resultat. eder das Spectrum im Geissler'schen Rohr, noch das Funkenectrum zeigten neue Linien.

Die drei Radiumlinien konnte ich auch in einem Bromryumpräparat nachweisen, das Hr. de Haen die Güte tte, mir zur Verfügung zu stellen.

Hannover, Technische Hochschule.

(Eingegangen 11. Juni 1900.)

5. *Weiteres zur Thermodynamik;* *von K. v. Wesendonck.*

I. Die Frage, ob in der berühmten Clausius'schen Ungleichung

$$\int \frac{dQ}{T} \gtreqless 0,$$

wo bekanntlich eine vom arbeitenden System aufgenommene Wärmemenge positiv zu nehmen ist[1]), die absolute Temperatur T als diejenige von Wärmereservoiren oder als solche von Teilen der Körper, welche den Kreisprocess durchmachen, anzusehen sei, ist leider noch nicht in einer allgemein angenommenen Weise beantwortet worden.[2]) Wenn man, wie dies Hr. Neumann in seiner so bemerkenswerten Abhandlung[3]) thut, den Thomson'schen Beweis zur Begründung der betreffenden Ungleichung verwendet, so gelangt man wohl allerdings zu der Annahme, T beziehe sich auf Wärmebehälter. Nach Lord Kelvin verfährt man bekanntlich so, dass man annimmt, zwischen den Wärmespeichern, denen das arbeitende System Wärme entnimmt oder zuführt, seien noch vollkommen reversible sogenannte Carnot'sche Maschinen thätig. Diese kann man, wie Hr. Neumann zeigt, entsprechend Thomson's Vorgange so einrichten, dass alle Wärmereservoire bis auf eines beim Gesamtprocesse weder an Wärme gewinnen noch verlieren. Würde dann sich bei dem Clausius'schen Ausdruck nicht das Vorzeichen $=$ oder < 0 ergeben, so verlöre der oben erwähnte eine Behälter allein Wärme, und diese

1) Wie die Ungleichung lauten muss, wenn die Temperatur T im arbeitenden Systeme nicht gleichförmig, darüber handeln H. Poincaré, Thermodynamik, p. 160. 1893; K. v. Wesendonck, Wied. Ann. 67. p. 447. 1899.

2) O. Wiedeburg, Zeitschr. f. physikal. Chem. 32. p. 635. 1900 erklärt mit Bestimmtheit T als Temperatur des Reservoirs bez. der Umgebung.

3) C. Neumann, Ber. der Kgl. sächs. Gesellsch. der Wissensch. für 1891, math.-phys. Klasse I. p. 75—156.

ginge in Arbeit über, was einem bekannten (Thomson'schen) Grundgesetze widerspricht. Bei dieser Art des Vorgehens spielen nun allerdings die Wärmespeicher eine wesentliche Rolle, nicht aber wenn man die Ungleichung in einer Weise aufstellt, wie dies in Anlehnung an Clausius Ausführungen wohl durchzuführen sein dürfte. Verfasser glaubt dies in einer vor einiger Zeit erschienenen kleinen Arbeit gezeigt zu haben.[1]) Die Ersetzung der Clausius'schen Beweisführung durch die Thomson'sche wäre dann aber durchaus nicht als wünschenswert anzusehen, wie Hr. Helm[2]) es ausspricht. Allerdings kann Verfasser auch der Art nicht unbedingt beistimmen, auf welche Hr. Poincaré den Nachweis zu führen sucht, dass T sich auf Temperaturen des arbeitenden Systems beziehe. Der französische Forscher gelangt nämlich zunächst zu einer von Potier und Pellat vorgeschlagenen Modification des Clausius'schen Theorems[3]), bei dem die T sich ebenfalls auf die Wärmequellen beziehen.[4]) Wenn dann der Verlauf der Aenderungen derselbe bleibt, falls diese Temperaturen haben, welche von den höchsten und niedrigsten die das arbeitende System zu

1) K. v. Wesendonck, Wied. Ann. **67.** p. 444—451. 1899; **69.** p. 818. 1899.

2) G. Helm, Energetik p. 98. 1898.

3) Diese lautet: Wenn ein beliebiges System E einen Kreisprocess beliebiger Natur durchläuft, und tauscht es Wärme nur mit den Quellen α_r aus, deren absolute Temperatur T_r, dann ist, wenn $+ Q_r$ eine von E an α_r abgegebene Wärmemenge bezeichnet,

$$\Sigma \frac{Q_r}{T_r} \text{ bez. } \int \frac{d\,Q_r}{T_r} \gtreqless 0 .$$

Die α_r sind bei Poincaré Körper, deren Zustand durch zwei Variable wie p und v bestimmt ist, bei E ist solches nicht nötig. Der Beweis folgt daraus, dass die Entropie des Gesamtsystems (E und die α_r zusammen) zunehmen muss. Hierbei muss man aber bedenken, dass

$$\frac{Q_r}{T_r} \text{ bez. } \frac{d\,Q_r}{T_r}$$

nur dann eine Entropieänderung darstellt, wenn die α_r eine umkehrbare Aenderung erleiden, so wenn deren Volumina constant bleiben, oder bei unveränderlicher Temperatur der Druck nicht variirt. Doch sehe man wegen gewisser Schwierigkeiten in betreff der Temperatur von Wärmespeichern, Wied. Ann. **67.** p. 449—450. 1899.

4) H. Poincaré, Thermodynamik, deutsch von Jäger u. Gumlich p. 156. 1893.

einer gegebenen Zeit besitzt, nur beliebig wenig abweichen, so beweist Poincaré, dass die Clausius'sche Ungleichung nunmehr in der Form gilt

$$\int\int -\frac{dQ}{T} \gtrless 0,$$

wo die Integration sich über alle Elemente des arbeitenden Systems während des Kreisprocesses erstreckt, und T die Temperatur eines Elementes darstellt. Indessen erscheint es Verfasser zweifelhaft, ob man allgemein annehmen könne, ein sehr stürmisch (unter dem Einfluss sehr viel höher und sehr viel niedriger temperirter Wärmespeicher) vor sich gehender Process könne genau in der gleichen Weise verlaufen unter der Einwirkung von Reservoiren, die denjenigen des arbeitenden Systems beliebig nahe kommende Temperaturen besitzen. Denn es möchte Schwierigkeiten bereiten, in beiden Fällen genau gleiche Wärmezufuhren zu erlangen, was ja für einen identischen Verlauf notwendig ist. Solange die allgemeine Berechtigung der bez. Annahme nicht speciell nachgewiesen, liefern daher Poincaré's Ausführungen nur einen Wahrscheinlichkeitsbeweis. Verfasser will es nach wie vor scheinen, als ob alle näheren Betrachtungen über das Verhalten der Wärmereservoire dazu führten anzunehmen, T entspreche in der Ungleichung Temperaturen, welche dem arbeitenden System zukommen, gleichgültig, welches die Temperaturen der Wärmespeicher sind, deren Berücksichtigung in den Beweis nicht gehört.

II. Verfasser hat l. c. p. 822 darauf hingewiesen, dass man bei einer bereits sehr ausgedehnten Klasse von Veränderungen mit Bestimmtheit annehmen könne, N sei positiv auch bei adiabatischen Vorgängen, indem nachweisbar dabei die Entropie wächst. Hr. Wiedeburg weist demgegenüber auf seine Bestimmungen von N hin, indessen vermochte ich eine explicite gegebene Berechnung besagter Grösse nicht aufzufinden. Solche ist leider meines Wissens überhaupt kaum ausgeführt worden[1]), und darf ich daher hier wohl etwas näher auf einige Fälle eingehen. Ein Körper, dessen Zustand

1) Speciell mit unserer Frage hat sich E. Carvallo, Journ. de phys. (3) 8. p. 161—165. 1899, befasst. Er findet $N > 0$, wenn ein beliebiger adiabatischer Vorgang durch reversible adiabatische und solche isotherme ersetzt werden kann.

ch Druck und Volumen völlig bestimmt ist, und bei dem thermische und mechanische Veränderungen vorkommen en, werde adiabatisch unter Ueberdruck comprimirt[1]), dabei ange er vom Volumen V_1 bis zum Volumen V_2, welches er schliesslichen Gleichgewichtszustande erfüllen möge. Dann mt er auch gegenüber einer isentropischen Aenderung von bis V_2 gleichsam einen Ueberschuss von Arbeit auf, der , weil schliesslich in Wärme verwandelt, im Endzustand einer höheren Temperatur anlangen lassen wird, als dies umkehrbarer Ueberführung der Fall sein kann. Wenn r ein Körper, wie der obige, bei gleichem Volumen eine ere Temperatur besitzt, so ist seine Entropie grösser. nt sich ferner derselbe von V_1 bis zu V_2 gegen Unterdruck , so leistet er weniger Arbeit als bei isentropischer Verdlung, kühlt sich also auch weniger ab; die von ihm ergte kinetische Energie geht in Wärme über und seine Endperatur ist wieder höher, wenn er bei Volumen V_2 einen ichgewichtszustand erreicht als bei reversibler adiabatischer berführung, und seine Entropie hat zugenommen. Nicht kehrbare mechanische Volumenveränderungen, ob Comssion, ob Dilatation, die ohne Wärmeaustausch mit der gebung verlaufen, geben im allgemeinen also stets Entropiemehrung, der keine nachweisbare Verminderung gegenrsteht.

Bei der adiabatisch irreversiblen Ausdehnung eines Geches von Wasser und gesättigtem Dampf kann man nach uner's Angaben die Entropieänderung berechnen. In dessen hnischer Thermodynamik[2]) werden zwei Beispiele berechnet, die Gewichtseinheit nassen Dampfes von 5 Atm. Druck 2 bez. 1 Atm. Druck sich adiabatisch ausdehnt unter berwindung eines äusseren constanten Druckes von 1 Atm. deutet dann x_1 die am Anfange vorhandene Dampfmenge $- x_1$, also die anfängliche Wassermenge), so ist am Ende adiabatischen Processes die Quantität Dampf

$$x = 0{,}0645 + 0{,}9259\, x_1 \quad \text{bez.} \quad x = 0{,}0992 + 0{,}8645\, x_1.$$

---

1) Vgl. die Ausführungen in Zeuner's Techn. Thermodynamik 1. Aufl. p. 77—79. 1887.

2) G. Zeuner, Technische Thermodynamik 2. p. 112. 1890.

Nun ist die Entropie nach Zeuner (l. c. p. 54)

$$= \text{const.} + \frac{\tau}{A} + \frac{x r}{A T}$$

und sind die Werte

$$\frac{\tau}{A} \quad \text{und} \quad \frac{r}{A T}$$

in der Tabelle (l. c. p. 56) zu finden. In unseren Fällen lauten die betreffenden Grössen für den Anfang

$$189{,}583 + x_1\, 497{,}755,$$

für das Ende des Processes

$$156{,}1 + x\,.\,562{,}173 \quad \text{und} \quad 132{,}954 + x\,.\,609{,}856.$$

Drückt man x durch x_1 aus, so lautet also die Entropieänderung

$$2{,}777 + 22{,}761\, x_1 \quad \text{bez.} \quad 3{,}869 + 29{,}465\, x_1,$$

also selbst für $x_1 = 0$ findet noch Zunahme statt, und ferner, wenn dasselbe Gemenge von Dampf und Wasser, dem zu Anfang x_1 entspricht, sich adiabatisch vom Druck gleich 2 Atm. zum Drucke gleich 1 Atm. verändert, wächst noch die Entropie.

Den Fall des Wärmeüberganges zwischen zwei verschieden temperirten, sonst nach aussen völlig isolirten Körpern kann man, wie mir scheint, folgendermaassen streng betrachten in Bezug auf Entropieänderung.[1]) Es habe der eine Körper A_1 zuerst durchweg die absolute Temperatur T_1, der andere, A_2, ebenso T_2, wo $T_1 > T_2$ sei. Nach der Berührung habe sich dieser erwärmt von T_2 auf T_2^0, und sich der erste von T_1 bis zu T_1^0 abgekühlt, wenn wieder zum Schluss gleichmässige Temperatur in jedem der beiden Körper herrscht. Bei vollendetem Wärmeaustausch gilt dann im Grenzfalle $T_1^0 = T_2^0$. Um nun die Entropieänderung zu finden, lassen wir zunächst bei völlig constant gehaltenem Volumen (indem wir der Einfachheit halber sie isotrop annehmen) die beiden Körper die Temperaturen T_1^0 und T_2^0 erreichen. Dabei verliert A_1 die Wärmemenge

$$J_1 = \int_{T_1^0}^{T_1} \int d m c_v d t,$$

1) Vgl. meine Bemerkung: K. v. Wesendonck, Wied. Ann. 67. p. 450. 1899.

wo dm ein Massenelement, dt das Temperaturdifferential und c_v die specifische Wärme bei constantem Volumen bedeutet. A_2 gewinnt ebenso

$$\int_{T_2}^{T_2^0}\int dm'\, c_v'\, dt = J_2.$$

Nun ist $J_1 = J_2$. Die Entropie von A_2 nimmt zu um

$$\int_{T_2}^{T_2^0}\int dm'\, \frac{c_v'\, dt}{T} = B_2,$$

die von A_1 verkleinert sich um

$$B_1 = \int_{T_1^0}^{T_1}\int dm\, \frac{c_v\, dt}{T}.$$

Nun bedenke man, dass $J_1 = J_2$, und dass in B_1 im Nenner lauter T stehen, die grösser sind als die T in B_2, also ist auch $B_1 < B_2$, *also im Falle des adiabatischen Wärmeüberganges bei gleichbleibendem Volumen die Entropieänderung* $= +B_2 - B_1$ = *positiver Grösse.* Nun lasse man A_2 sich umkehrbar isotherm ausdehnen bis zu dem Volumen, das es etwa bei Atmosphärendruck einnimmt. Dazu wird man im allgemeinen Wärme zuführen müssen, was eine weitere Vermehrung der Entropie bedingt, entsprechend tritt bei A_1 eine Verminderung ein. Aber diese beiden Vorgänge dürften kaum einen der oben erhaltenen Vermehrung entgegengesetzt gleichen Wert allgemein ergeben können, dazu müssten ja gewisse Beziehungen zwischen den Bestimmungsgrössen der beiden Körper bestehen, die sich ja wohl auch näher angeben lassen müssten, wovon aber meines Wissens bisher nichts bekannt geworden ist. Da man N wohl nicht wird als negative Grösse zulassen wollen, so muss man es schon positiv (im allgemeinen) annehmen. Man kann aber bei homogenen isotropen Körpern, die unter constantem normalen Oberflächendruck p stehen, auch, wie mir scheint, einwandsfrei folgendermaassen schliessen. Nach Clausius ist die Entropieänderung gegeben in solchem Falle durch

$$\int\int \frac{Cp}{T}\, dT\, dm - \int\int \frac{dv}{dT}\, dp\, dm.^{1})$$

1) Cp gleich specifische Wärme für constanten Druck p.

Ist nun $p = \text{const}$, also $dp = 0$, so kommt nur das erste Integral in Betracht. Nun gelten die betreffenden Ausdrücke freilich nur für umkehrbare Aenderungen, bei denen keine endlichen Geschwindigkeiten an den Teilchen der betrachteten Körper auftreten dürfen. Die Variationen des Volumens dürfen also eigentlich nur unendlich langsam vor sich gehen. Man kann nun offenbar, indem man nur sehr geringe Berührungsflächen gestattet, oder eine äusserst schlecht leitende Zwischenschicht von verschwindender Masse einführt, den Wärmeausgleich beliebig langsam verlaufen lassen, und so den Einfluss der irreversiblen Vorgänge ad libitum verkleinern. Aber auch ohne so zu verfahren, scheint man mir folgendermaassen schliessen zu dürfen. Welche Bewegungen auch eintreten mögen, sie müssen sich alle wieder in Wärme schliesslich verwandeln und wenn der eine Körper, dessen Masse gleich M_2, von der Anfangstemperatur T_2 nach eingetretenem Gleichgewicht die gleichmässige Temperatur T_2^0 erlangt hat, so ist die Zunahme an Wärmeenergie durch

$$M_2 \int_{T_2}^{T_2^0} Cp\, dT = J_2$$

gegeben, wie wenn der Process unendlich langsam verlaufen wäre. Der zweite Körper verliert ebenso

$$M_1 \int_{T_1^0}^{T_1} Cp\, dT = J_1.$$

Da der ganze Vorgang adiabatisch T_1 ohne alle äussere Einwirkung vor sich gehen soll[1]), so kann der eine Körper an Wärme nur auf Kosten des anderen gewinnen, also muss gelten $J_1 = J_2$. Nun ist aber die Entropieänderung jeder der Körper allein durch Anfangs- und Endzustand bestimmt, und man findet so wie früher, dass

$$M_2 \int_{T_2}^{T_2^0} \frac{Cp}{T}\, dT > M_1 \int_{T_1^0}^{T_1} \frac{Cp}{T}\, dT,$$

1) Chemische Wärme, etwa solche durch allotrope Umänderungen etc. ist selbstverständlich von der Betrachtung hier ausgeschlossen.

also Zunahme der Entropie statthat. Wie mir scheint, kann auch Strahlung mitwirken ohne an dem Resultat etwas zu ändern.

Carvallo sieht in dem plötzlichen adiabatischen Erstarren einer überschmolzenen Flüssigkeit einen irreversiblen Vorgang, für den sich N als positiv nachweisen lasse, ohne aber näher anzugeben wie. Nur bei Wasser finde ich die nötigen Angaben, um direct die Entropieänderung in diesem Falle einigermaassen berechnen zu können. Clausius[1]) giebt dafür die Formel

$$S = S_0 + M \int_{T_0}^{T} \frac{C}{T} dT + \frac{m\varrho}{T}.$$

M ist die unterkühlte Wassermenge bei der absoluten Temperatur T_0, T = ca. 273° der Schmelzpunkt des Eises bei Atmosphärendruck, unter dem der ganze Vorgang vor sich gehe, m die Menge des gebildeten Eises. Diese lässt sich annähernd bestimmen, da beim Erstarren der unterkühlten Flüssigkeit nur so viel Eis entstehen kann, dass sich das Gemenge auf 0° erwärmt. Für T_0 gleich 6° unter 0 erhält man dann aber nur einen sehr kleinen positiven Wert von N, der auch noch mit einiger Unsicherheit behaftet ist. Vielleicht ist aber hierbei die Unterkühlung relativ zu klein geraten, um deutlich die Entropiezunahme zu zeigen.[2])

Wenn bei einem nach aussen völlig isolirten System durch Vernichtung lebendiger Kraft oder sonstiger mechanischer Energie Körper erwärmt werden, so ist das an sich stets eine Entropievermehrung. Steht dem nun keine Verminderung gegenüber? Wenn die Bewegung, durch welche etwa infolge von Reibung Wärme erzeugt wird, von einem gespannten elastischen Systeme herrührt, so hat man den früher betrachteten Fall eines gegen Unterdruck sich verändernden Körpers

1) R. Clausius, Mech. Wärmetheorie 1. p. 218. 1876.

2) Man kann eventuell, wie mir scheint, den irreversiblen Vorgang des Erstarrens zu einem Kreisprocess ergänzen, indem man adiabatisch durch Druckänderung den Schmelzpunkt umkehrbar auf T_0 erniedrigt, und dann isotherm zu dem Zustande der unterkühlten Flüssigkeit übergeht, ebenfalls auf reversiblem Wege. Doch wären wohl die Bedingungen für die Ausführbarkeit noch näher zu untersuchen.

vor sich, dessen Entropie dabei niemals abnimmt, diejenige des gesamten Vorganges wächst also. Lässt man die Wirkung der Schwere zu, so kann auch ein sinkendes Gewicht die nötige mechanische Energie liefern, wobei bekanntlich eine merkliche Entropieänderung überhaupt nicht eintritt. Ferner wenn durch elektrische Entladungen Körper erwärmt werden (ohne merkliche chemische Veränderungen), so tritt dadurch eine Vermehrung der Entropie ein, der keine Verminderung entgegensteht, da Aenderung des elektrostatischen Potentiales keine Variation der Entropie zur Folge hat, ebensowenig ist das der Fall, wenn man etwa durch bewegte Magnete Ströme erzeugt, oder in einem bewegten Körper sogenannte Wirbelströme im Magnetfelde erregt. Die in beiden Fällen eintretende Erwärmung macht aber die Entropie wachsen.

Wenn man die in den eben erörterten Fällen adiabatischer Veränderungen dargethane *Zunahme der im Sinne von Clausius und dessen Nachfolgern definirte Entropie* nicht anerkennen will, so wäre es denn doch sehr wünschenswert direct nachzuweisen, *wo in obigen Schlüssen der Fehler liegt.* Es wäre ja wohl auch möglich, dass eine der Clausius'schen Entropie verwandte Grösse bei allen adiabatischen Processen constant bleibt, und dass ferner *eine solche Grösse zur Darstellung thermischer Vorgänge sich als nützlich erweist. Aber eine klare Scheidung wäre in solchem Falle dringend geboten.*

III. Gegenüber einigen Bemerkungen, welche Hr. Planck die Güte hatte bezüglich meiner kleinen Arbeit zu veröffentlichen, möchte ich mir folgendes auszuführen erlauben. Bei dem heutigen Stande der Dinge *scheint es immer noch vorzuziehen nicht allein auf die Entropielehre den zweiten Wärmesatz zu gründen,* eben weil man noch nicht im stande ist ganz allgemein zu behaupten, man könne von jedem Zustande irgend eines Systems zu jedem anderen auf umkehrbarem Wege gelangen. Dies sollte mit dem Satze: ferner muss eine isentropische Aenderung immer als möglich vorausgesetzt werden etc., angedeutet werden. Betrachtungen wie ich [1]) sie gelegentlich angeführt habe, veranlassten die Bemerkung, dass die betreffende periodisch functionirende Maschine eventuell gar nicht (mechanische)

1) K. v. Wesendonck, Wied. Ann. **69.** p. 820. 1899.

Arbeit leiste. Der Satz, dass wenn nur Wärme und mechanische Arbeit in Betracht kommen, diese gleich der algebraischen Summe der zu- und abgeführten Wärmemengen sein muss, ist von Clausius so genügend betont worden, dass ich nicht glaubte, ihn besonders hervorheben zu sollen. Verf. fragte sich, ob Hrn. Planck's Beweis vielleicht weiter führe als der Clausius'sche, fand aber dann, dass er versagen könne, wenn noch anderes Werk als mechanisches von dem Kreisprocess geleistet wird. Während der isentropischen Aenderung kann dem System mechanische Energie zugeführt werden in nicht von vornherein zu bestimmender Menge, wenn gleichzeitig noch andersartige Energie entzogen werden muss, um überhaupt die isentropische Aenderung zu ermöglichen. Und ebenso kann es sein, dass man die besagte Entropieverminderung nur vornehmen kann, wenn auch noch anderes Werk als mechanisches von dem System geleistet wird. *Verfasser hält solche Umstände nicht gerade für wahrscheinlich*, deshalb auch wählte er den Ausdruck: Hrn. Planck's Beweis erscheine *nicht unbedingt plausibel*, aber bei den vielen Spitzfindigkeiten, die man gegen den zweiten Wärmesatz bereits vorgebracht, muss man immerhin wünschen, auch solche wenig naheliegende Fälle beleuchtet zu sehen. Denn dass nicht volle Uebereinstimmung sowohl in *Bezug auf die Resultate wie auf deren Herleitung* bei den verschiedenen Forschern herrscht, das dürfte doch wohl aus den von mir l. c. citirten Arbeiten hervorgehen [1]). Auf solche Meinungsverschiedenheiten hinweisen, nicht ein Urteil abgeben, sollten die Ausführungen l. c. p. 815. Hier werde noch ein Ausspruch von Hrn. Riecke [2]) angeführt, wonach der Begriff der Entropie aus der Betrachtung umkehrbarer Vorgänge hervorgegangen, *nur bei solcher bestimmt definirt, seine Anwendung bei nicht umkehrbaren Processen eine hypothetische sei.* Unter solchen Umständen verdient, wie mir scheint, jede Unklarheit und Unsicherheit in der Beweisführung eingehend beachtet und aufgeklärt zu werden.

Was ferner den von Hrn. Planck für das Entropiedifferential aufgestellten Ausdruck $dU + p\,dV / T$ anbetrifft, so

1) Vgl. auch Gibbs gegen Maxwell, Thermodyn. Studien, p. 63. Leipzig, 1892.

2) E. Riecke, Lehrb. d. Physik 2. p. 399. 1896.

erlaube ich mir zu bemerken, dass wenn man mit Clausius die Entropie als

$$\int \frac{dQ}{T} = \int \frac{dU + dW}{T}$$

für umkehrbare Processe ansieht, dann zu verlangen ist, *dass W äusseres umkehrbares Werk bedeutet.* Nach Clausius und anderen Autoren ist die Darstellung der äusseren Arbeit als $p\,dv$ nur ein bemerkenswerter Specialfall. Für feste elastische Körper z. B. lautet der Ausdruck für die äussere Arbeit erheblich anders, und dementsprechend auch derjenige für das Entropiedifferential [1]). Sollte man mit der Planck'schen Form allgemein auskommen können, so müsste das speciell nachgewiesen werden, sonst scheint mir eine solche Darstellung geradezu geeignet, Zweifel an der Allgemeingeltung der Entropielehre aufkommen zu lassen, und allgemeinere Darlegungen, wie die des Hrn. Voigt in seinem Compendium dürften entschieden den Vorzug verdienen.

1) W. Voigt, Comp. d. theor. Physik 1. p. 524—526. 1895.

(Eingegangen 21. Juni 1900.)

6. *Einwirkung einer Funkenstrecke auf die Entstehung von Röntgenstrahlen; von A. Winkelmann.*

1. F. Campanile und E. Stromei[1]) haben gefunden, ass die Intensität der Röntgenstrahlen durch Einschaltung nes Funkenintervalles zwischen dem positiven Pol des Inıctoriums und der Entladungsröhre mit der Funkenstrecke s zu einem Maximum wächst, bei noch grösserer Funkenıge dann wieder abnimmt. Ein Funkenintervall zwischen ım negativen Pol des Inductors und der Röhre schädigte ın Wirkungsgrad der Röhre; aber nicht alle Röhren verelten sich gleichmässig.

Röntgen[2]) beobachtete, dass ein Teslatransformator oder ne vorgeschaltete Funkenstrecke in einer weichen Röntgenöhre intensivere und weniger absorbirbare Strahlen entstehen sst. Ferner zeigte Röntgen, dass in Röhren, deren Druck) hoch ist (bei Luft bis 3,1 mm Quecksilber, bei Wasserstoff och mehr), dass in der gewöhnlichen Anordnung keine öntgenstrahlen entstehen, solche auftreten, wenn man eine unkenstrecke vorschaltet.

2. Durch eine zufällige Beobachtung wurde ich auf die Virkung der Funkenstrecke geführt. Eine stark ausgepumpte öhre (von E. Gundelach in Gehlberg), die im Innern verchiedene fluorescirende Krystalle enthielt, welche durch die athodenstrahlen farbig aufleuchteten, hatte eine kleine Unichtigkeit erhalten und zeigte infolge dessen bei dem Durchang der Elektricität keine Fluorescenz, sondern nur das beannte röthliche Lichtband, welches von einer Elektrode zur nderen ging. Sobald aber eine kleine Funkenstrecke an iner der Elektroden auftrat, wurden die Kathodenstrahlen

1) F. Campanile u. E. Stromei, Nuov. Cim. **4.** p. 5. 1896; eibl. **20.** p. 908. 1896.

2) W. C. Röntgen, Wied. Ann. **64.** p. 29. 1898; Sitzungsber. d. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1897. p. 576.

und damit die Fluorescenzwirkung sichtbar. Eine ältere Röhre, die sich im physikalischen Institut vorfand und die früher dazu gedient hatte, die geradlinige Ausbreitung der Kathodenstrahlen zu beweisen, hatte wegen des mangelhaften Vacuums keine Röntgenstrahlen gezeigt; diese Röhre zeigte mit vorgeschalteter Funkenstrecke, der Beobachtung Röntgen's entsprechend, ebenfalls deutliche Röntgenstrahlen.

3. Um die Versuche in grösserem Maassstab auszuführen, wurde ein grosser Inductor von 50 cm Schlagweite mit einem Wehnelt'schen Unterbrecher benutzt, der mit 106 Volt betrieben wurde; die mittlere primäre Stromstärke war 17 Amp. Die Funkenstrecken wurden zuerst in der Luft erzeugt; es zeigte sich hierbei, dass, wenn die Funkenstrecke sich als Flamme darstellte, die Wirkung auf die Röntgenröhre schwach war. Erst grössere Funkenstrecken, bis etwa 20 cm, bei denen die

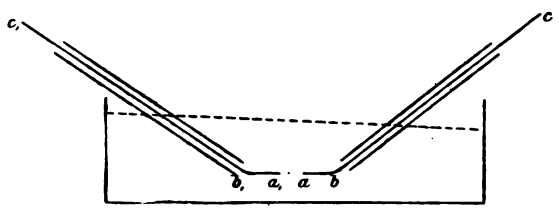


Fig. 1.

einzelnen Funken deutlich zu unterscheiden waren, lieferten kräftige Röntgenstrahlen. Indessen war dann die Funkenentladung unregelmässig. Es wurden deshalb die Funken in Oel erzeugt und hierzu folgende Anordnung getroffen. Ein Glaskasten von 10 cm Höhe, 10 cm Breite, 29 cm Länge, der mit Maschinenöl gefüllt war, stand auf einem Paraffinklotz. In das Oel tauchten die Elektroden $a\,c$ und $a'\,c'$, die aus Messingdraht bestanden und in schräger Richtung isolirt aufgestellt waren. Damit der Funke nicht ausserhalb des Oeles überschlug, waren die Elektroden von b bis c, bez. b' bis c' mit einem Ebonitrohr von 5 mm Wandstärke umgeben. Die die Elektroden tragenden Ständer waren verschiebbar, wodurch die Länge der Funkenstrecke variirt werden konnte. Bei den Versuchen wurde je ein solcher Kasten mit den beiden Polen des Inductors verbunden und dann die zu untersuchende Röhre ein-

geschaltet; um die eine oder die andere Funkenstrecke auszuschalten, wurde der Kasten bei c und c' durch einen Draht überbrückt.

4. Es stellte sich heraus, dass der Maximaldruck, bei dem noch Röntgenstrahlen auftreten, abhängt a) von der Länge der Funkenstrecke; b) von der Lage dieser Funkenstrecke, ob sie nämlich zwischen Kathode und Inductor, oder zwischen Anode und Inductor liegt; c) von der Natur des Gases; d) von den Dimensionen der Röhre und dem Abstande der Elektroden.

Um die Dimensionen zu variiren, wurden folgende Röhren untersucht.

Röhre I. Kugelförmig mit cylinderförmigen Ansätzen; Durchmesser der Kugel 10,5 cm; Abstand der Elektroden 9 cm; Durchmesser der Elektroden 2 cm.

Röhre II wie I. Durchmesser der Kugel 8 cm; Abstand der Elektroden 0,8 cm; Durchmesser der Elektroden 1 cm.

Röhre III α und III β. Cylinderform. Länge 21 cm; Durchmesser 3 cm; Abstand der Elektroden bei α 0,5 cm, bei β 8 cm; Durchmesser der Elektroden 1,6 cm.

Röhre IV α und IV β. Cylinderform. Länge 22 cm; Durchmesser 1 cm; Abstand der Elektroden bei α 0,5 cm; bei β 8 cm; Durchmesser der Elektroden 0,7 cm.

Röhre V α und V β. Cylinderform. Ebenso wie IV, nur war der Durchmesser bloss 0,5 cm.

Beobachtungen.

5. Die Stellung der Röhren im Raume war immer so, dass die Verbindungslinie von der Kathode zur Anode vertical war und die Kathode unten lag.

Röhre I.

a) *Luft.* Die Röhre zeigt noch bei 1,7 mm Quecksilberdruck deutlich Röntgenstrahlen, wenn eine Funkenstrecke passender Länge (etwa 1,5 cm) vorgeschaltet ist. Liegt die Funkenstrecke zwischen Kathode und Inductionsapparat[1]), so

1) Diese Lage soll kurz mit – bezeichnet werden, im Gegensatz zu der anderen Lage (zwischen Anode und Inductor), die mit + bezeichnet wird.

sind die Röntgenstrahlen heller, als wenn die Funkenstrecke zwischen Anode und Inductor liegt. Vermindert man den Druck, so werden die Röntgenstrahlen stärker. Man sieht unterhalb der Kathode (die Kathode lag, wie erwähnt, unten) eine lebhafte Fluorescenz des Glases, die wahrscheinlich macht, dass von hier Röntgenstrahlen ausgehen. Um dies zu prüfen, wurde ein grosser Bleischirm, der in der Mitte eine Oeffnung von 0,7 cm Durchmesser hatte (im Folgenden „Lochschirm" genannt) in einem Abstand von etwa 10 cm von der Röhre aufgestellt. In dem gleichen Abstande von dem Lochschirm befand sich ein Fluorescenzschirm. Vermindert man den Druck hier auf 0,1 mm, so sieht man auf dem Fluorescenzschirm zwei helle Flecke: der eine rührt von der Anode her, der andere von der oben erwähnten Glasstelle, die unterhalb der Kathode liegt. Um das letztere zu beweisen, wurde ein länglicher Bleistreifen von 2 cm Breite in horizontaler Stellung fast bis zur Berührung an das Rohr gebracht und so gestellt, dass man von der Oeffnung des Lochschirmes aus die Kathode noch sehen konnte, die Röhre unterhalb der Kathode aber von dem Bleistreifen verdeckt wurde. Auf dem Fluorescenzschirm war dann nnr der eine Fleck, der von der Anode herrührte, zu sehen. Schob man den Bleistreifen soweit in die Höhe, dass die Kathode, von der Oeffnung des Lochschirmes aus gesehen, verdeckt wurde, so trat der zweite Fleck auf dem Fluorescenzschirm wieder auf. Der Fluorescenzring auf der Glaswand, von dem die Röntgenstrahlen ausgehen, beginnt etwa $^1/_2$ cm unterhalb der Kathode und erstreckt sich weiter nach unten.

Wird der Gasdruck nur etwas kleiner als 0,1 mm, so verschwindet der zweite Fleck auf dem Fluorescenzschirm und es bleibt nur derjenige übrig, der von der Anode herrührt.

Wird der Gasdruck grösser als 0,1 mm, so wird bald die Erscheinung so schwach, d. h. es geht durch die Oeffnung des Lochschirmes so wenig durch, dass man überhaupt keine Erhellung auf dem Fluorescenzschirm mehr sieht. Nach Fortnahme des Lochschirmes erkennt man aber noch sehr deutlich Röntgenstrahlen und kann auch jetzt noch zeigen, dass diese von zwei räumlich getrennten Stellen des Rohres ausgehen. Bringt man nämlich nach Fortnahme des Lochschirmes den

vorhin schon erwähnten Bleistreifen in die Mitte zwischen Röhre und Fluorescenzschirm, so sieht man zwei Schattenbilder des Streifens auf dem Schirm; dies lässt sich noch nachweisen bis zu einem Druck von 1,7 mm.

b) *Wasserstoff.* Ersetzt man die Luft durch Wasserstoff, so kann man noch bei 8 mm Druck Röntgenstrahlen wahrnehmen, wenn die Funkenstrecke bei — liegt; liegt die Funkenstrecke bei +, so sind keine Röntgenstrahlen sichtbar. Wird der Druck kleiner, als 1,5 mm, so ist auch bei + die Funkenstrecke wirksam. Mit dem Lochschirm untersucht waren zwei helle Flecke sichtbar, von denen der eine von der Anode, der andere von einer Stelle unterhalb der Kathode herrührte; die Erscheinung war also die gleiche, die sich bei der Füllung mit Luft ergeben hatte.

Wie bereits lange durch Goldstein[1]) bekannt ist, ist der Vereinigungspunkt der Strahlen, die von einer hohlen Kathode ausgehen, von dem Drucke des Gases und einer vorgeschalteten Funkenstrecke abhängig. Man konnte bei den grossen Drucken (bis 8 mm) sehen, dass der genannte Punkt mit wachsendem Druck näher an die Kathode heranrückte und dass der Abstand von der Kathode bei 8 mm Druck nur noch 1,5 cm war, d. h. bis auf den sechsten Teil herabgedrückt war, der bei sehr kleinem Druck sich ergab. In diesem Falle wird also ein grosser Teil der Kathodenstrahlen nicht die Anode treffen, sondern seitlich vorbeigehen und auf die Glaswand fallen.

Röhre II.

6. Um zu erfahren, ob der Abstand der Elektroden einen Einfluss auf den Druck ausübt, bei dem die Röntgenstrahlen noch auftreten, wurde bei dieser Röhre der Abstand bedeutend verkürzt; er betrug nur 0,8 cm.

a) *Luft.* Bei dem Druck von 2,3 mm waren deutlich Röntgenstrahlen zu sehen, wenn die Funkenstrecke bei — lag, nicht aber, wenn dieselbe bei + lag. Wurde der Druck bis 0,6 mm vermindert, so hat man in beiden Fällen Röntgen-

1) E. Goldstein (Wied. Ann. 12. p. 98. 1881) sagt: „dass die Richtung der von einer concaven Kathode ausgehenden elektrischen Strahlen nicht constant ist, sondern mit der Gasdichte und den durch Einschaltung von Funken veränderten Bedingungen variirt."

strahlen; sie waren aber heller, wenn die Funkenstrecke bei — lag.

Bei einem Druck von 0,1 mm sah man mit dem Lochschirme untersucht zwei helle Flecke, einen runden, der von der Anode herrührte, und einen länglichen, der in horizontaler Richtung die grösste Ausdehnung hatte, und der von der Glaswand herrührte, die etwa 0,5 cm unterhalb der Kathode lag. Durch einen Bleischirm, der unterhalb der Kathode die Glaswand fast berührt, lässt sich der breite Fleck fortbringen. Aus der grossen Breitenausdehnung dieses Fleckes geht allein schon unzweifelhaft hervor, dass die Strahlen nicht unmittelbar von der Kathode, deren Durchmesser nur 1 cm war, ausgehen können.

b. *Wasserstoff.* Hier waren die Röntgenstrahlen noch deutlich sichtbar bei einem Druck von 8 mm, wenn die Funkenstrecke bei — lag; bei 2 mm Druck wurden sie auch sichtbar, wenn die Funkenstrecke bei + lag. Mit dem Lochschirm untersucht fand man hier die gleichen Resultate, wie oben bei Luft.

Röhren III α und III β.

7) Diese Röhren waren cylinderförmig und sollten den Einfluss der Röhrenweite erkennen lassen. Der Durchmesser war 3 cm; bei der Röhre α war der Elektrodenabstand 0,5 cm, bei β 8 cm.

a) *Luft.* Die Röhre α zeigte bei 6,4 mm Druck deutliche Wirkungen, wenn die Funkenstrecke bei — lag; die Röhre β reichte im Druck nicht soweit, da bei 3 mm noch keine Röntgenstrahlen sichtbar waren, erst bei 1,5 mm wurden sie wahrgenommen. Mit dem Lochschirm untersucht, zeigte die Röhre α bei einem Druck von 0,3 mm nur einen Fleck; die Röhre β zeigte dagegen, dem grösseren Abstand der Elektroden entsprechend, bei dem gleichen Druck zwei getrennte Flecke, deren Helligkeit wenig verschieden war.

b) *Wasserstoff.* Die Drucke, bei denen die Röntgenstrahlen sichtbar waren, sind hier für beide Röhren fast gleich, für α bei 13 mm, für β bei 11 mm.

Mit dem Lochschirm untersucht zeigte auch die Röhre α bei einem Druck von 0,1 mm zwei Flecke, deren Abstand

grösser ist, als dem Elektrodenabstand entspricht; der Kathodenfleck rührt von einer Glasstelle her, die unterhalb der Kathode liegt. Die Röhre β zeigt bei 0,7 mm zwei Flecke, deren Helligkeitsdifferenz gering ist. Ausserdem sieht man eine schwache, helle Verbindung der beiden Flecke; hieraus geht hervor, dass der ganze zwischen Anode und Kathode gelegene Röhrenteil schwache Röntgenstrahlen aussendet.

c) *Kohlensäure.* Dieses Gas liefert ganz ähnliche Resultate wie Luft. Bei 6,3 mm Druck zeigt die Röhre α noch Röntgenstrahlen, die Röhre β bei 2,2 mm noch nicht, wohl aber bei 1,3 mm.

Röhren IV α und IV β.

8. Da die Röhren III einen bedeutend höheren Druck zuliessen als die früheren weiteren Röhren, wurde der Querschnitt der Röhren noch weiter vermindert. Die Röhren IV waren ebenso wie III cylinderförmig und hatten einen Durchmesser von 1 cm.

Fig. 2.

a) *Luft.* Beide Röhren, α und β, die sich nur durch den Abstand der Elektroden unterscheiden, zeigten bei einem Druck von 4,3 mm deutliche Röntgenstrahlen, wenn die Funkenstrecke bei — lag. Bei dem etwas grösseren Druck von 4,6 mm war die Wirkung schon sehr gering; es haben also bei der kritischen Stelle schon kleine Druckänderungen einen bedeutenden Einfluss.

b) *Wasserstoff.* Hier verhielten sich die beiden Röhren α und β verschieden. Während die Röhre α mit dem kleinen Elektrodenabstand bis 16 mm Druck Röntgenstrahlen nachweisen liess, konnte man bei der Röhre β mit dem grossen Elektrodenabstand von 8 cm noch bei einem Druck von 30 mm Röntgenstrahlen sehen.

Untersucht man die Röhre β mit dem Lochschirm (4 mm Oeffnung), so sieht man bei 0,3 mm Druck zwei Flecke auf dem Fluorescenzschirm. Der Fleck, der durch die Anode erzeugt wird, ist schärfer und heller, als der andere, der sich auf etwa die halbe Entfernung nach der Anode fortsetzt. Vgl. Fig. 2. Wenn statt Wasserstoff Luft eingeführt wird, ist die Erscheinung fast dieselbe.

c) *Kohlensäure.* Die Erscheinungen und Druckgrenzen sind fast dieselben wie bei Luft.

Röhren Vα und Vβ.

9. Diese Röhren hatten nur einen Durchmesser von 0,5 cm, der Elektrodenabstand war bei der Röhre α 0,5 cm, bei der Röhre β 8 cm.

a) *Luft.* Bei der Röhre α konnten noch bei 8,7 mm Druck, und bei der Röhre β noch bei 10 mm Röntgenstrahlen gesehen werden. Der Maximaldruck liegt hier also höher, wie bei den früheren Röhren.

b) *Wasserstoff.* Die Erwartung, dass man auch hier den Druck noch weiter steigern könnte, wurde nicht erfüllt. Die Röhre α liess einen Druck von 14 mm, die Röhre β einen solchen von 12 mm zu, während die Röhre IVβ noch bei 30 mm Röntgenstrahlen gezeigt hatte.

Der Einfluss der Lage der Funkenstrecke war auch hier übereinstimmend mit dem Resultat, das mit den früheren Röhren gefunden wurde. Bei dem höchsten Druck sieht man nur dann Röntgenstrahlen, wenn die Funkenstrecke bei — liegt; wird der Druck kleiner, so lassen sich auch bei der + Lage schwache Röntgenstrahlen beobachten. Die Differenz in der Stärke der Röntgenstrahlen bei der + und — Lage wird mit abnehmendem Druck kleiner; für den vorliegenden Fall war bei 2 mm Druck ein Unterschied nicht mehr zu erkennen.

Röhre VI.

10. Um zu untersuchen, wie die Erscheinungen sich gestalten, wenn man zwei gleiche hohle Elektroden anwendet, wurde eine kugelförmige Röhre benutzt, deren Durchmesser 7,5 cm war. Der Abstand der Elektroden war 6,5 cm, der Durchmesser derselben 2,5 cm (vgl. Fig. 3).

Luft. Zwischen dem Fluorescenzschirm und der Röhre wurde der mehrfach benutzte Bleistreifen horizontal so aufgestellt, dass er zu den Elektroden symmetrisch stand. Man sah dann bei 1,5 mm Druck zwei Schatten, deren Helligkeit wechselte, zuweilen war der obere, zuweilen der untere Schatten der dunklere. Die Lage der Funkenstrecke war dauernd

bei —. Bei einem Druck von 0,5 mm lag der dunklere Schatten oben, d. h. die Strahlen, die unterhalb der Kathode entstehen, wirken stärker auf den Fluorescenzschirm, als jene, die von der Anode ausgehen. Die zuerst genannten Strahlen, die unterhalb der Kathode von der Glaswand ausgehen, rühren von der Kathode selbst her. Dass sie nicht von der Anode kommen, folgt daraus, dass auch jene Orte der Glaswand diese Strahlen aussenden, die durch die Kathode gegenüber den Anodenstrahlen verdeckt sind. Man könnte noch annehmen, dass die Röntgenstrahlen, die von der Anode ausgehen, die Kathodenfläche durchdringen und so auf die Glaswand fallen. Dieser Einwand lässt sich durch den Versuch mit dem Bleistreifen widerlegen. Würden die Strahlen von der Anode ausgehen, so müsste bei geeigneter Stellung des Streifens sich ein durch diese Strahlen entstehender deutlicher Schatten nachweisen lassen, was nicht der Fall ist. Es folgt also, dass bei gewissen Drucken die Kathodenfläche nach zwei entgegengesetzten Richtungen Strahlen aussenden kann.

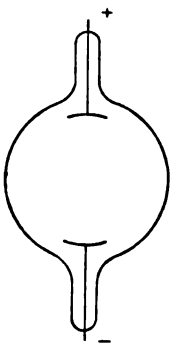


Fig. 3.

Wird der Druck kleiner als 0,5 mm, so kehrt sich das Intensitätsverhältnis der Schatten um, und bei 0,1 mm konnte man den oberen Schatten des Bleistreifens nicht mehr wahrnehmen; die oben genannten Strahlen, die von der Kathode nach unten hin verliefen, waren bei 0,1 mm Druck also verschwunden, oder genauer ausgedrückt, nicht mehr nachweisbar.

Eine interessante Beobachtung wurde gemacht, als die Röhre soweit ausgepumpt war, dass sie auch ohne Funkenstrecke deutliche Röntgenstrahlen zeigte. Nach Entfernung des Bleistreifens zeigte der Fluorescenzschirm drei verschiedene Helligkeitsgebiete, die in horizontaler Richtung aneinander grenzten (Fig. 4). Die Reihenfolge der Helligkeit war *A*, *C*, *B*, sodass *A* am hellsten war und *B* am dunkelsten. *B* stellte sich als Schatten zwischen *A* und *C* dar. Die Erklärung ergiebt sich leicht. Die Strahlen, die von der Kathode kommen, gehen zum Teil an der Anode *a* (Fig. 5) vorbei und erregen bei *r r* auf dem Glase einen Fluorescenzring, von dem Röntgen-

strahlen ausgehen. Der hellste Teil *A* rührt von den Strahlen her, die von der Anode *a* ausgehen; der Teil *C* erhält die Strahlen, die von dem Ringe *r r* ausgehen, ebenso *B*;

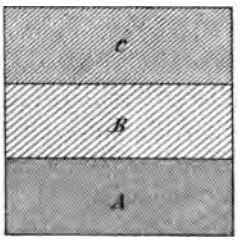


Fig. 4.

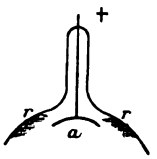


Fig. 5.

dass letzteres weniger hell ist als *C*, rührt daher, dass di hohlkugelförmig gebogene Anode *a* selbst als Schirm wirk und einen Teil der Strahlen von *r r* auffängt; *B* ist also da Schattenbild der Anode *a*.

Resultate.

11. Bei Vorschaltung einer Funkenstrecke lassen sich, wie schon früher beobachtet[1]) bei höheren Gasdrucken Röntgenstrahlen erzielen. Der Maximaldruck, bei dem noch solche Strahlen auftreten, hängt ab:

a) von der Länge der Funkenstrecke. Dieselbe wurde unter Oel erzeugt; die Länge variirte zwischen 1 und 2 cm. Es wurde bei jedem Versuch die günstigste Länge der Funkenstrecke ermittelt und benutzt.

b) von der Lage der Funkenstrecke. Bei den höchsten Drucken sieht man nur dann Röntgenstrahlen, wenn die Funkenstrecke zwischen Kathode und Inductor liegt. Wird der Gasdruck kleiner, so lassen sich auch Röntgenstrahlen wahrnehmen, wenn die Funkenstrecke zwischen Anode und Inductor liegt; die Röntgenstrahlen sind aber in diesem Falle schwächer. Bei weiter abnehmendem Druck wird die Intensitätsdifferenz der Röntgenstrahlen für die eine oder andere Lage der Funkenstrecke immer kleiner, bis sie zuletzt ganz verschwindet.

c) von der Natur des eingeschlossenen Gases. Es wurden Luft, Wasserstoff und Kohlensäure untersucht. Unter sonst

1) Vgl. die Einleitung dieser Arbeit.

gleichen Umständen liess Wasserstoff immer einen grösseren Druck zu, als die beiden anderen Gase. Der Unterschied variirt aber mit den Dimensionen der Röhre ganz bedeutend; das Verhältnis der Maximaldrucke von Wasserstoff und Luft lag zwischen 7,0 und 1,2. Die beiden Gase, Luft und Kohlensäure, zeigen nur einen sehr geringen Unterschied, und zwar in dem Sinne, dass Luft einen etwas grösseren Druck als Kohlensäure gestattet.

d) von den Dimensionen der Röhre. Je enger die Röhre ist, um so grösser wird im allgemeinen (aber nicht ausnahmslos) der zulässige Maximaldruck. — *Bei Luft konnte man in der engsten Röhre* (0,5 cm Durchmesser) *bis zu einem Druck von 10 mm Quecksilber ansteigen.* — Beim Wasserstoff lag dagegen der Maximaldruck schon bei einem Röhrendurchmesser von 1 cm, *er war hier 30 mm Quecksilber.* Die engere Röhre von 0,5 cm Durchmesser gestattete bloss einen Druck von 14 mm. — Der Abstand der Elektroden ist bei weiten, kugelförmigen Röhren (innerhalb der Grenzen 9 cm und 0,8 cm für den Elektrodenabstand) ohne nennenswerten Einfluss. Werden die Röhren enger, so tritt der Einfluss des Elektrodenabstandes deutlich auf, ohne aber bei weiterer Abnahme des Durchmessers sich gleichmässig zu verhalten. — Für Luft (Kohlensäure verhält sich ganz ähnlich) findet man bei 3 cm Durchmesser einen kleinen Elektrodenabstand (0,5 cm) günstiger, als einen grossen (8 cm), bei 1 cm Durchmesser wurde ein Unterschied nicht constatirt; bei 0,5 cm Durchmesser hat sich das Verhältnis umgekehrt, indem hier der kleine Elektrodenabstand *un*günstiger war, als der grosse. — Für Wasserstoff hat man bei 3 cm Durchmesser ähnliche Verhältnisse, wie für Luft; nur ist der Einfluss des Elektrodenabstandes viel kleiner. Bei 1 cm Durchmesser ist der grosse Elektrodenabstand entschieden günstiger; bei 0,5 cm Durchmesser ist der Einfluss des Elektrodenabstandes gering. Die Umkehr des Einflusses des Elektrodenstandes, die für Luft erst bei 0,5 cm Durchmesser eintrat, zeigt sich also für Wasserstoff schon bei einem grösseren (1 cm) Durchmesser.

Jena, Juni 1900.

(Eingegangen 23. Juni 1900.)

7. *Ueber den Potentialfall und die Dissociation in Flammengasen; von Erich Marx.*

§ 1.

Der Inhalt der folgenden Mitteilungen ist von mir zum Teil schon früher[1]) publicirt worden. Eine den dortigen Schlüssen zu Grunde gelegte Voraussetzung zeigte sich jedoch nicht durchweg für die angestellten Betrachtungen erfüllt; soweit dies der Fall, ist dies in vorliegender Bearbeitung richtig gestellt.

S. Arrhenius hat in einer eingehenden Untersuchung[2]) über die „Elektricitätsleitung durch heisse Salzdämpfe" nachgewiesen, dass die Flammenleitung durch Ionen erfolgt, die identisch mit denen der Elektrolyse sind. Diese Arbeit fand eine Bestätigung durch die neuerdings erschienene Untersuchung der Herren Smithells, Wilson und Dawson.[3])

Der wesentlichste Unterschied zwischen der Flammenleitung und der wässeriger Lösungen besteht in der Abweichung vom Ohm'schen Gesetz. Nur bis zu etwa 0,1 Volt ist dieses gültig. Der Grund der Abweichung wird sowohl von Arrhenius als bereits früher von Giese[4]) darin gesucht, dass nicht die Grundannahme des Ohm'schen Gesetzes, die Proportionalität zwischen Kraft und Geschwindigkeit, bereits bei geringen elektromotorischen Kräften aufhört, sondern dass die geringe Ionenconcentration das Einsetzen des Sättigungsstromes schon

1) E. Marx, Göttinger Nachr. 1900. p. 34.

2) S. Arrhenius, Wied. Ann. **42.** 1891.

3) A. Smithells, H. M. Dawson u. H. A. Wilson, Phil. Trans. Roy. Soc. of London **193.** 1899.

4) W. Giese, Wied. Ann. **17.** p. 256. 1882.

bei geringer elektromotorischer Kraft bewirkt. Wir bezeichnen mit Giese diese Abweichung vom Ohm'schen Gesetze als „*scheinbare*". Ist die Grundannahme des Ohm'schen Gesetzes nicht erfüllt, so nennen wir die Abweichung „*wahre*" Abweichung.

Vorliegende Untersuchung bezweckt über einige Fragen, welche sich bei Untersuchung der Flammenleitung im Magnetfelde ergaben, durch Messung des Potentialgefälles in der Flamme, und Feststellung der Grenze zwischen wahrer und scheinbarer Abweichung vom Ohm'schen Gesetze Aufklärung zu erlangen.

§ 2.

Bevor des näheren auf die Beschreibung des Apparates eingegangen wird, ist auch hier zur Begründung der gewählten Anordnung zu betonen: *Diese ist veranlasst durch eine Untersuchung der Flammenleitung im Magnetfelde.*

Die Grösse des Halleffectes lässt sich aus den in Bezug auf die Grössenordnung richtigen Werten der Wanderungsgeschwindigkeiten der Ionen in Flammengasen, wie sie von Arrhenius[1]) und Hrn. H. A. Wilson[2]) bestimmt wurden, und wie sie sich auch aus dieser Untersuchung auf ganz anderem Wege ergiebt, berechnen. Während der Untersuchung wurden wir auf Erscheinungen geführt, die zeigten, dass die stets vertretene Ansicht, dass wahre Abweichungen vom Ohm'schen Gesetze erst bei sehr hohen elektromotorischen Kräften in Flammengasen auftreten, nicht richtig sein könne; nur so war erklärbar, dass der erreichte Effect stets weit hinter dem berechneten zurückblieb. Wie der Halleffect in der aus obigen Componenten zu erwartenden Grössenordnung erreichbar ist, wird an anderer Stelle gezeigt; hier dient uns am Schlusse der Abhandlung die Umkehr des Effectes als experimenteller Beleg des Auftretens von Beschleunigungen bei geringen elektromotorischen Kräften, deren Existenz sich auch theoretisch aus einfachen Rechnungen ergiebt.

1) S. Arrhenius, l. c.

2) H. A. Wilson, Phil. Trans. Roy. Soc. of London April 1899.

§ 3. Beschreibung der Apparate.

1. Apparat zur Erreichung eines Luftdruckes von etwa $^1/_{10}$ Atm., der auf $^1/_{10}$ Proc. constant ist.

Die bisher angegebenen Apparate bedienen sich entweder aussergewöhnlicher Mittel, wie Dampfpumpen etc., oder reichen nicht aus, wenn der Wasserdruck, der die Luftpumpe speist, nicht von beträchtlicher Grösse und Constanz ist. Unsere

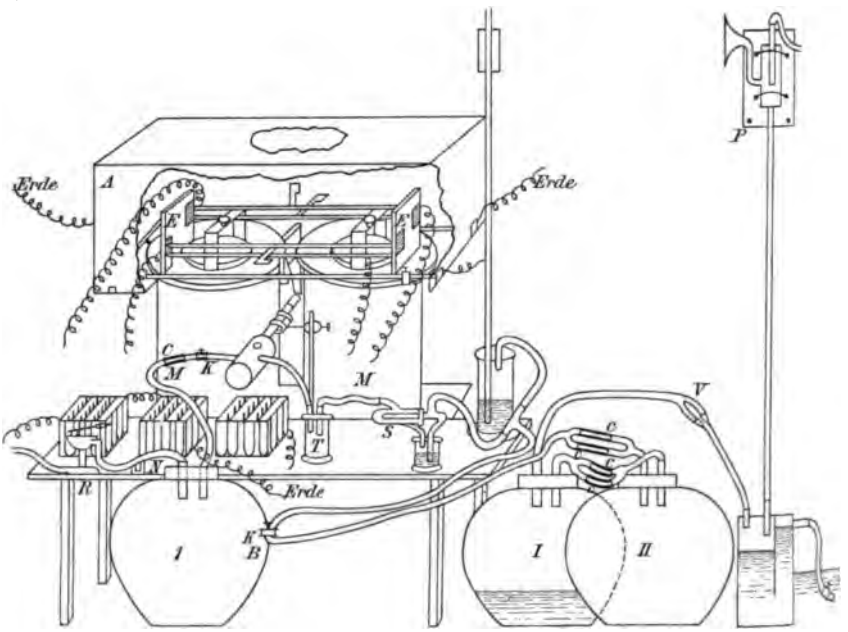


Fig. 1.

Construction erfüllt obige Forderung noch etwa 15 Secunden nach vollständigem Aussetzen des Wasserzuflusses und lässt sich sofort in jedem Laboratorium herstellen.

Constructionsprincip (vgl. Fig. 1). In einen Ballon I gelangt durch ein Ventil *V* aus Glasrohr und Gummischlauch Luft von einer Wasserluftpumpe *P*. Der Ballon I communicirt durch Capillaren mit einem Ballon II. Die Capillaren sind so eng, dass stets Ueberdruck in I herrscht. Ist einmal ein bestimmter Druck in I erreicht, so kann dieser beträchtlich

hwanken, ohne dass die durch die Capillaren austretende ıftmenge sich wesentlich ändert. Hiernach ist die Fig. 1 rständlich.

S ist ein Gouy'scher Zerstäuber[1]), der mit Ballon II ıenfalls durch Capillaren in Verbindung steht, *T* dient zum btropfen condensirten Salzstaubes. *K* sind Klemmen, K_b wird ım Galvanometerfernrohr aus regulirt.

2. Gaszufuhr und Brenner.

Die Gaszufuhr erfolgt durch den Membranregulator *R*, ırch Ballon I, die Capillare *C* und Klemme *K*. *B* ist der

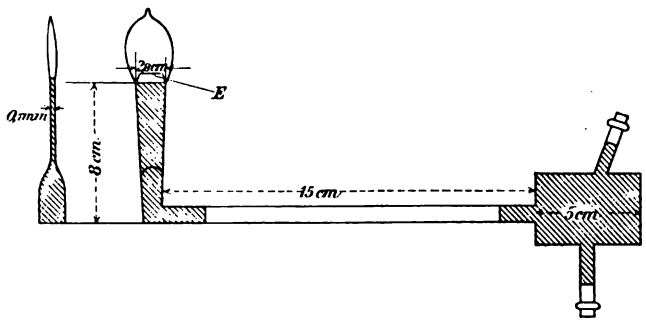


Fig. 2.

hnittbrenner aus Messing und Glas (Fig. 2). Die innere ffnung am Fusse der Flamme ist 0,7 mm. *E* bezeichnet e Grenze des kalten Gases.

3. Elektrodenhalter und Elektroden.

Der Elektrodenhalter ist aus Fig. 1 verständlich. *E* sind olzklötze, die Eboniteinlagen sind schraffirt. Diese isoliren upferstreifen, welche Nonien halten (Fig. 3). Die Elektroden stehen aus Netzen; das obere mit Maschen von 0,3 mm², s untere mit solchen von etwa 3 mm². Das Elektrodengestell so eingerichtet, dass durch die horizontalen Nonien die ittelebene der Klötze geht.

In Fig. 1 ist *A* ein Asbestkasten. Diese Apparate sind einem Faraday'schen Magnet montirt, dessen Pole für ese Untersuchung entfernt waren.

1) Gouy, Ann. de chim. et de phys. (5) 18. Nr. 23. 1879.

4. Messapparate.

Da die Messungen, die in Kiel in ausserordentlich primitiver Weise begonnen sind, teilweise verwertet wurden, wird stets angegeben, mit welchem Instrumente gearbeitet wurde

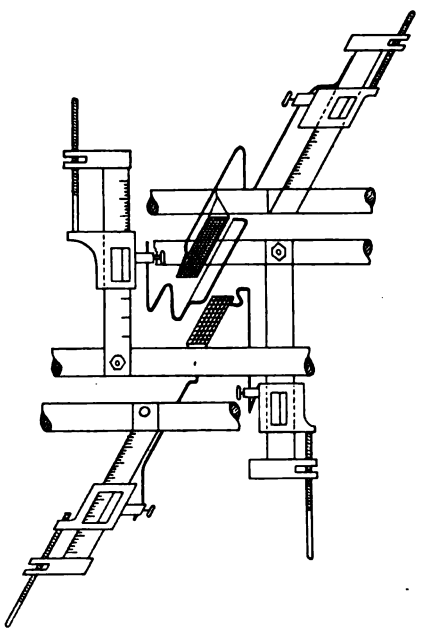


Fig. 3.

In Kiel stand mir in Ermangelung eines empfindlichen Galvanometers zu diesen Untersuchungen ein Schweiger'scher Multiplicator, den ich notdürftig zur Spiegelablesung zurecht machte, zur Verfügung. Er besitzt keine Dämpfung, und grosses Trägheitsmoment. Eine Luftdämpfung erscheint, ohne die Empfindlichkeit des Apparates auf das 500 fache zu erniedrigen, nicht möglich. So dämpfte ich durch Ein- und Ausschalten von Nebenschluss. Die Empfindlichkeit betrug $3{,}6 \cdot 10^{-9}$ Amp. comm. Ausschl. für 1 Sct. bei 184 cm Entfernung. Der Widerstand 1580 Ohm. Die mit dem Instrument angeführten Messungen sind bei der Nacht ausgeführt; alsdann liess sich eine Einstellung auf einige Scalenteile noch erreichen.

In Stockholm setzte ich die Untersuchung fort und hatte dort ein gutes d'Arsonvalgalvanometer zur Verfügung von einer Empfindlichkeit von $5{,}30 \cdot 10^{-9}$ Amp. comm. Ausschl. für 1 Sct. bei 78 cm Entfernung. $^1/_{10}$ Sct. liess sich gut schätzen. Der Widerstand betrug 213 Ohm.

Das Quadrantenelektrometer, Mascart'scher Construction, wurde peinlichst ausgetrocknet. Die Empfindlichkeit ist stets angegeben; sie änderte sich während der Messung nicht. Der Platindämpfer ist ausgeglüht und so gebogen, dass erst nach $\frac{5}{2}$ Perioden Ruhelage eintritt; die H_2SO_4 staubfrei, die Bifilar-

suspension soweit als für die verschiedene Verwendung möglich, zusammengeschraubt.

§ 4. Abhängigkeit des Potentialfalles in Flammengasen von der Temperatur der Anode.

Gemessen wird der Potentialfall zwischen den Elektroden bei etwa 17 mm Abstand und 75 Clark Potentialdifferenz. Die Temperatur der Anode wird variirt durch Regulirung der Flammenstellung. Zweck dieser Messungen war zunächst zu versuchen, ob wir aus dem Potentialfall allein, bei Verringerung der Temperatur der Anode, Beschleunigungen der positiven Ionen erweisen können, auf welche wir, wie oben erwähnt, durch die Flammenleitung im Magnetfeld geführt waren. Besteht nämlich die Dissociation in der Flamme wesentlich in einer Dissociation im Volumen der Flamme, so würde sich eine Aenderung des Geschwindigkeitsverhältnisses beider Ionen in einer Aenderung des Verhältnisses der Schichtdicken freier Elektricität zu erkennen geben. Eine solche Volumendissociation besteht nun aber, wie sich zeigen lässt, in der Flamme nur zum Teil, sodass sich hier auf Beschleunigungen der Ionen, auch wenn sie vorhanden sind, keine Schlüsse ziehen lassen, weil die Grenze zwischen Volumendissociation und Oberflächendissociation nicht bestimmt werden kann. Es ergiebt sich aber die Unhaltbarkeit der Hypothese, welche die Flammendissociation der Oberflächendissociation allein zuschreibt.

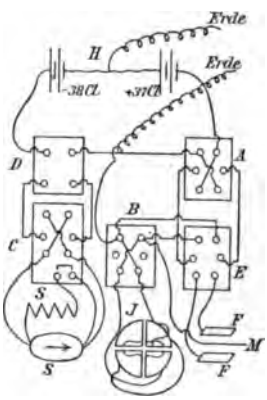


Fig. 4.

1. *Die Schaltung* zeigt vorstehende Fig. 4.

II ist die Hochspannungsbatterie von 75 Clarkelementen. Die Erdleitung teilt in $-38/+37$ Clarks. Einschalter *D* schaltet das Galvanometer *G* mit Nebenschluss *S* in den Elektrodenkreis ein und aus. *A* commutirt die Batterie. *E* führt zu den Elektroden *F* und dient zur Empfindlichkeitscontrole des Elektrometers. *J* ist das Elektrometer mit der Wippe *B*; *M* der Messdraht.

Das Elektrometer ist in Doppelschaltung, Nadel und ein Quadrantenpaar geerdet. Die Abweichung der aus vier Beob-

achtungen zwischen 15—50 Volt bestimmten Elektrometerconstanten beträgt 1,3 Proc. vom Mittel. Ausser in der Nähe des Potentials Null kommen daher die Elektrometerabweichungen gegen unvermeidliche äussere Störungen nicht in Betracht.

2. *Die Beobachtung* erfolgt so: Der Luftdruck wird durch die Klemme K_b (Fig. 1) neben dem Fernrohr auf genau 100 cm H_2O regulirt; eine Visirmarke fixirt die scharfe Grenze des unverbrannten Gases im Innern der Flamme E (in Fig. 3,). Diese Regulirung ist ausserordentlich empfindlicher als das ausserdem angebrachte Paraffinmanometer N (Fig. 1). Der Nonius des Messdrahtes wird abgelesen, die Constanz des Elektrometers durch Umlegen von E ab und zu revidirt, dieses abgelesen und commutirt. Die ganze Beobachtung einer der angeführten Reihen kann etwa 2 Stunden dauern; etwa 10 Min. nach Anzündung des Gases ist die Potentialverteilung so stationär, dass nach etwa 2 Stunden annähernd derselbe Wert an der betreffenden Noniusstellung gefunden wurde. Die Beobachtung erfolgt von der Kathode (unsere Elektrode) beginnend, alsdann die Mitte überspringend zur Anode, und durch die Mitte zurück zur Kathode.

Besondere Sorgfalt ist auf Einstellung des Messdrahtes bei Nullstellung an jeder Elektrode zu verwenden. Man nähert den Draht durch sehr geringe Verschraubung von der Mitte aus, und liest am Nonius die Stelle ab, an der das Elektrometer sich fest einstellt. Alsdann berührt der Draht die Elektrode. Bei den Einstellungen im Elektrodenzwischenraum schwankt die Einstellung zwischen etwa 10 Scalenteilen.

Messungen.

Abhängigkeit des Potentialfalles von der Temperatur der Anode

I. Elektrometerconstante $C = 2{,}57$ (comm. Ausschl.).

Kathode gelb-weiss, Anode hellrot.

Beobachtung	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
mm	0	0,2	0,6	1,1	1,6	5,4	10,4	12,8	14,2	15,2	15,5	16,2	16,5	16,8
Volt	53,05	49,0	47,8	47,5	47,8	47,6	47,1	47,5	46,4	46,1	45,4	36,1	33,4	±6,4

II. Elektrometerconstante $C = 2{,}57$. Kathode gelb-weiss, Anode mittelrot.

Beobachtung	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
mm	+0	0,6	1,1	1,3	7,1	14,1	15,1	16,1	16,5	16,9
Volt	53,05	41,7	36,2	36,3	33,3	27,6	24,1	16,1	±12,1	44,5

III. Elektrometerconstante $C = 2{,}14$. Kathode gelb-weiss, Anode schwach rot.

Beobachtung	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
mm	0	0,2	0,3	0,4	0,6	1,5	4,1	5,7	10,8	15,3	16,2	16,8	17,2	17,4
Volt	53,05	48,1	48,1	30,2	15,0	13,5	11,1	±2,1	±2,8	8,8	15,0	39	44,0	54,48

IV. Elektrometerconstante $C = 3{,}84$. Kathode gelb-weiss, Anode ganz schwach rot.

Beobachtung	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	0
mm	0	0	0,1	0,2	1,5	2,6	5,6	7,6	9,8	11,9	14,4	16,6	17,0	17,3
Volt	53,05	49,6	38,0	39,3	45,4	47,0	44,4	50,0	42	50,5	51,3	52,0	53,8	54,4

Fig. 5 enthält I—IV graphisch.

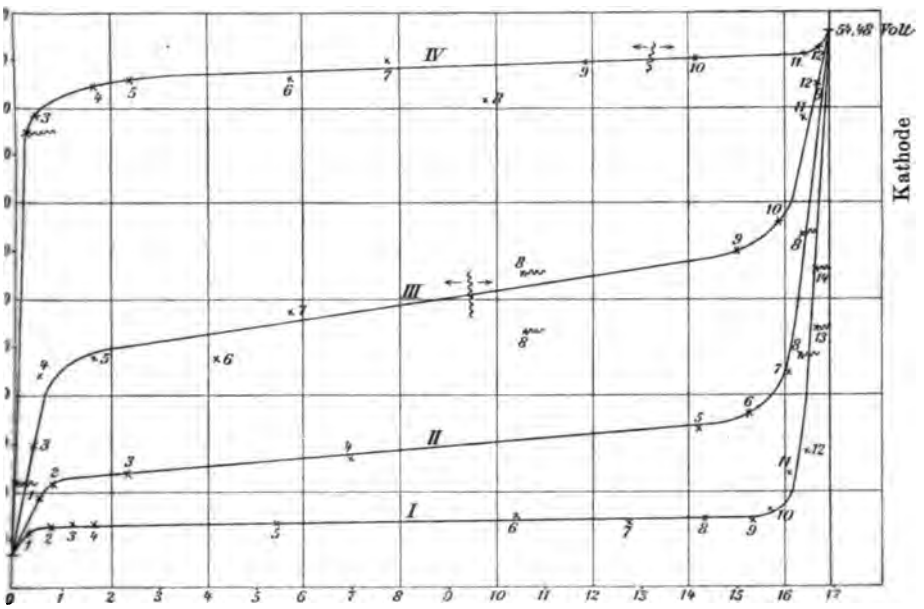


Fig. 5.

Abhängigkeit des Potentialfalles in der K Flamme von der Temperatur der Anode.

$x\sim$ (aus der Doppelschaltung herrührende Ungewissheit).

$\prec\ \succ$ bedeutet, von rechts bez. links gezählt, zur Reduction auf gleichen Abstand.

Wir machen im Folgenden die hier erhaltenen Curven zum Ausgangspunkt unserer Betrachtungen.

§ 5. Theorie und Discussion der Messungen des Potentialverlaufes in Flammengasen in seiner Abhängigkeit von der Temperatur der Anode.

A. Potentialfall und freie Electricität an den Elektroden.

Es sei e die Ladung eines Ions, n_1 n_2 die Anzahl im Einheitsvolumen, K_1 K_2 die Geschwindigkeiten im Potentialgefälle 1, $d\Phi/dx$ das Gefälle, q die im Einheitsvolumen pro Secunde erzeugte, $\alpha\, n_1\, n_2$ die durch Recombination gleichzeitig verschwindende Ionenzahl, so ist nach Poisson

$$(1) \qquad -\frac{d^2\Phi}{dx^2} = 4\pi(n_1 - n_2)e$$

Die Integration ergiebt

$$\frac{d\Phi}{dx} = -4\pi\int e(n_1 - n_2)\,dx + C,$$

$$= -4\pi\int \varrho\, dx + C.$$

Auf der Strecke linearen Potentialfalles zwischen den Elektroden wird

$$\varrho = 0 \quad \text{und} \quad \left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_m = C,$$

also ergiebt

$$(2) \qquad \int \varrho\, dx = -\frac{\left[\frac{d\Phi}{dx} - \left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_m\right]}{4\pi}$$

die freie Elektricität an den Elektroden. Die Fläche der Elektroden beträgt bei uns 0,8055 qcm. Messen wir also den Potentialfall in Volt/cm an irgend einer Stelle unserer Curve, subtrahiren den Abfall $(d\Phi/dx)_m$ und multipliciren mit $0{,}8055 . 4\pi/300$, so erhalten wir die Grösse der freien Elektricität zwischen der betreffenden Stelle und der Mitte in absolutem Maasse.

In Fig. 6 stellen die schraffirten Flächen die Elektricitätsmengen in absolutem Maasse dar, welche in den Fall I bis IV unserer Messung zwischen den Elektroden und der Mitte angehäuft waren.

Ein gewisser Spielraum in der genauen Messung des Potentialfalles an den Elektroden und den Schichtdicken λ beeinflusst unsere Betrachtungen nicht, was sofort ersichtlich ist (vgl. Fig. 6):

Die Grösse der freien positiven Elektricität an der Kathode nimmt ab, wenn die Temperatur der Anode sinkt. Gleichzeitig nimmt die freie negative Elektricität an der Anode zu.

Die Temperatur der Kathode ist bei I—IV annähernd gleich geblieben, während die der Anode von hellrot auf dunkelrot gesunken ist.

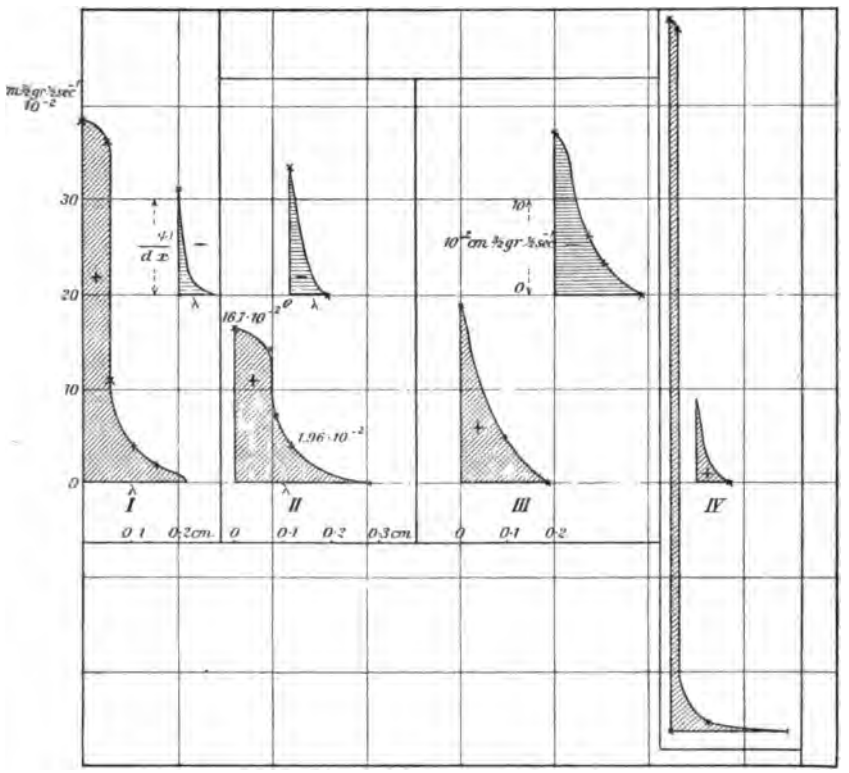


Fig. 6.

Zu welchen Folgerungen berechtigt eine solche Abhängigkeit des Potentialgefälles von der Temperatur, in Bezug auf die Dissociation des Salzes in der Flamme?

Um dies zu untersuchen, formuliren wir zunächst den allgemeinsten Fall einer Dissociation, indem wir sowohl Oberflächendissociation als Volumendissociation in Ansatz bringen.

In Folgendem bezeichnet q_1, q_2 die pro Flächeneinheit, q die pro Volumeneinheit in der Secunde an den Elektroden

erzeugte positive bez. negative Ionenmenge, $\alpha' n_1' n_2'$ die gleichzeitig im Volumen verschwindende Ionenmenge, K_1 K_2 die Geschwindigkeit des positiven bez. negativen Ions im Potentialfall 1; die Bedeutung der anderen Buchstaben ist oben auseinandergesetzt. l ist die Entfernung der Elektroden. Alsdann wird für einen Querschnitt in der Entfernung x von der Anode:

$$(3)\quad \begin{cases} n_1 . K_1 \frac{d\Phi}{dx} = q_1 - \int_0^x \alpha . n_1 n_2 \, dx + (q - \alpha' . n_1' n_2') x \\ n_2 . K_2 \frac{d\Phi}{dx} = q_2 - \int_{l-x}^{l} \alpha . n_1 n_2 \, dx + (q - \alpha' . n_1' n_2')(l - x) \end{cases}$$

Nehmen wir an, dass die Volumendissociation verschwindend klein gegen die Oberflächendissociation in der Flamme ist; eine von Hrn. H. A. Wilson vertretene Hypothese, so wird

$$(4)\quad \begin{cases} n_1 - n_2 = -\frac{1}{4\pi e} \frac{d^2\Phi}{dx^2} \\ \qquad = \frac{1}{\frac{d\Phi}{dx}} \left(\frac{q_1 - \int_0^x \alpha . n_1 n_2 \, dx}{K_1} - \frac{q_2 - \int_{e=y}^{e} \alpha . n_1 n_1 \, dx}{K_2} \right). \end{cases}$$

Aus dieser Gleichung (4) ist nun sofort ersichtlich, *dass zur Erklärung des erhaltenen Potentialgefälles die Annahme alleiniger Oberflächendissociation sicher dann nicht ausreicht, wenn keine Recombinationen der Ionen eintreten.*

Denn wenn $\int \alpha . n_1 n_2 \, dx = 0$ ist, so wird

$$(5)\qquad \frac{1}{8\pi e} \frac{d}{dx} \left(\frac{d\Phi}{dx} \right)^2 = \frac{q_1}{K_1} - \frac{q_2}{K_2},$$

d. h. unabhängig vom x. Es kann also $(d\Phi/dx)^2$, somit auch $(d\Phi/dx)$ nur entweder dauernd zu- oder dauernd abnehmen. Also folgt: *Ein Wendepunkt im Potentialverlauf, bei wesentlich in Betracht kommender Oberflächendissociation, kann nie stattfinden, wenn keine Recombinationen eintreten.*

Die Thatsache, dass sich ein Sättigungswert für die Stromstärke sehr nahe erreichen lässt und gleichzeitig der Potentialfall den für die Volumendissociation charakteristischen Verlauf zeigt, ist wohl kaum durch Recombinationen der Ionen erklär-

bar. Es erscheint vielmehr wahrscheinlich, dass neben der Oberflächendissociation auch Volumendissociation auftritt.

Die Experimente, welche Hrn. Wilson zu dem Schlusse veranlassten, dass in Flammengasen die Volumendissociation stets gegen die Oberflächendissociation klein sei, scheinen mir nicht notwendig, diesen Schluss zu erfordern. Wenn z. B. das Verbrennen einer Salzperle zwischen zwei Platinelektroden so erfolgt, dass die Salzdämpfe nicht mit den Elektroden in Verbindung kommen, und trotz der so stark gefärbten Flamme sich der Strom nur sehr wenig ändert, so ist dies dadurch verstundlich, dass das Feld zwischen den Elektroden sehr schwach ist; würde hier durch Verbrennung des Salzes die Ionenconcentration beträchtlich, so brauchte sich diese infolge der geringen Feldstärken an der Stelle beträchtlicher Ionenmengen nicht durch starkes Anwachsen des Stromes kenntlich zu machen.

Ferner, die Stromstärken bei geringen elektromotorischen Kräften sind, wie zuerst Arrhenius zeigte, der Quadratwurzel aus der Salzconcentration proportional, was sich einfach erklärt bei beträchtlich in Betracht kommender Volumendissociation.

Es erscheint demnach sehr wahrscheinlich, dass hier bei den angeführten Experimenten neben der Oberflächendissociation, sich auch Volumendissociation beträchtlich geltend macht, alsdann liefert (3) für

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} = 0$$

die Bedingung

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{q x + q_1}{q(l-x) + q_2}; \tag{6}$$

wir können aber nicht abschätzen, wie weit die Vergrösserung der Schichtdicken freier Elektricität an den Elektroden durch Oberflächen- bez. Volumendissociation verursacht ist. Wir können demnach aus der Aenderung des Potentialgefälles an den Elektroden auf die Aenderung der, unter gleichem Potentialgefälle von den Ionen zurückgelegten Strecken, auf welche Aenderung wir durch die Flammenleitung im Magnetfelde geführt wurden, keine Schlüsse ziehen.

Während es hier bei verhältnismässig grossen Potentialdifferenzen trotz der Umkehr des Vorzeichens des Potential-

gefälles kaum berechtigt erscheint anzunehmen, dass die Oberflächendissociation klein gegen die Volumendissociation ist, erscheint eine solche Annahme bei geringem Potential der Elektroden möglich. Denn, wenn Volumendissociation vorhanden ist, so erscheint es plausibel, dass sich diese um so mehr gegenüber der Oberflächendissociation geltend machen wird, je niedriger das Potential an den Elektroden ist, da erstere cet. par. constant, letztere aber vom Zustande der Elektroden abhängen, und jedenfalls mit wachsendem Potential zunehmen wird. Dass dies richtig sein dürfte, geht vor allem aus Folgendem hervor:

Bis etwa 8 Volt sind die Stromstärken, wie die Herren Smithells, Dawson und Wilson zeigten, vorzüglich darstellbar durch die Formel

$$J - i = K\frac{i^2}{E^2}, \tag{7}$$

wo J die Sättigungsstärke, K eine Constante, E die elektromotorische Kraft, i den Strom bezeichnet, also durch eine Beziehung, die für den Fall wesentlich in Betracht kommender Volumendissociation von Thomson und Rutherford[1]) abgeleitet, und nur für diesen begründet ist. Die Giltigkeit dieser Beziehung scheint darauf zu deuten, dass hier bei geringer elektromotorischer Kraft die Volumendissociation die Oberflächendissociation wesentlich überwiegt.

Ist dieses der Fall, so muss es möglich sein, aus dem Potentialverlauf die Wanderungsgeschwindigkeiten der Ionen in der Flamme der Grössenordnung nach zu erhalten, wenn wir die Experimentalanordnung so treffen, dass wir sicher sind, dass an jeder Stelle der Flamme, die Geschwindigkeit der Ionen proportional der wirkenden Kraft ist, wenn wir demnach Beschleunigungen vermeiden. Wir wollen, um hierfür einen Maassstab zu gewinnen, zunächst berechnen, bei welchem Potentialgefälle ein Einsetzen von Beschleunigungen zu erwarten ist, wenn wir die Werte, welche Hr. Wilson für die Geschwindigkeiten der Ionen gefunden hat, der Rechnung zu Grunde legen.

1) J. J. Thomson u. E. Rutherford, Phil. Mag. Nov. 1896.

B. Die wahre Abweichung vom Ohm'schen Gesetze.

1. Beschleunigungen der Ionen in der Flamme können zwei unabhängige Ursachen haben. Die Reibungswiderstände, die nach der kinetischen Gastheorie der Temperatur proportional wachsen, reichen nicht mehr aus, die Stromarbeit zu vernichten, wenn die Temperatur an einer Elektrode unter eine gewisse Grenze sinkt; andererseits, ist die Temperatur hoch genug und constant, so kann die Grundannahme des Ohm'schen Gesetzes dann überschritten werden, wenn der Potentialfall zu gross wird. Versuchen wir aus kinetischen Vorstellungen die zulässige Grösse des Potentialfalles zu berechnen, wenn die Kathode auf einer Temperatur von etwa 2000° (annähernd weiss glühendes Platin) ist. Wir bemerken, dass solche Rechnungen des öfteren ausgeführt sind, um zu beweisen, dass die Abweichung vom Ohm'schen Gesetze selbst bei elektromotorischen Kräften von 80 Clark/cm bei der Flammenleitung nur scheinbar ist. *Wir werden zeigen, dass bei gleichtemperirten Elektroden schon bei wenigen Volt Beschleunigungen auftreten.*

2. Wir betrachten, wie in der Gastheorie üblich ist, die Reibung eines Ions als verursacht durch Zusammenstösse mit Gasmolecülen und wiederholen unter Zugrundelegung einer Formel von Stefan[1]) eine von Arrhenius[2]) angestellte Betrachtung.

Die Bewegungsgrösse, die n_1-Kugeln mit der Geschwindigkeit $\xi_1 + u_1$, η_1 und ζ_1 an n_2-Kugeln mit der Geschwindigkeit $\xi_2 + u_2$, η_2 und ζ_2 abgeben, wenn s die Summe der Radien beider Kugeln ist, m_1, m_2 ihre Masse, r die relative Geschwindigkeit beider Systeme bezeichnet, ist nach Stefan[1])

$$W = \pi \cdot s^2 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \sum n_1 n_2 r \left((\xi_1 - \xi_2') + (u_1 - u_2) \right), \tag{8}$$

wo

$$r = \sqrt{(\xi_1 - \xi_2 + u_1 - u_2)^2 + (\eta_1 + \eta_2)^2 + (\zeta_1 + \zeta_2)^2}$$

ist.

---

1) J. Stefan, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien (2) **65.** p. 355. 1872.

2) S. Arrhenius, l. c. oder Bih. till K.-Sv. Akad. Handl. **16.** p. 41. 1891.

$\Sigma n_1 n_2$ heisst doppelte Summirung nach $n_1 n_2$, also

$$\Sigma(\xi_{1i} - \xi_{2\varkappa} + u_{1i} - u_{2\varkappa}),$$
$$i = 1 \ldots n_1,$$
$$\varkappa = 1 \ldots n_2.$$

Es sei $\xi_1 - \xi_2 = \xi$, die relative Geschwindigkeit eines Molecüls zu den Molecülen seiner Umgebung, und $u_1 - u_2 = u$ die durch den Potentialfall hinzukommende Geschwindigkeit. Entwickelt man r_1 nach Taylor und setzt in (8) ein, so vereinfacht sich die Reihe dadurch, dass

$$\sum n_1 n_2 r \xi = 0$$

wird, weil für dasselbe r soviel positive wie negative ξ existiren. Aus demselben Grunde werden alle Glieder

$$\sum n_1 n_2 r^b \xi^{2a+1} = 0,$$

wo a und b ganze Zahlen sind. Weiter wird

$$\sum \frac{n_1 n_2}{r^b} \xi^2 = \tfrac{1}{3} \sum n_1 n_2 r^{2-b}; \quad \sum \frac{n_1 n_2}{r^{b+b}} \xi^4$$
$$= 3 \sum \frac{n_1 n_2}{r^{b+b}} \xi^2 \cdot \eta^2 = \tfrac{1}{5} \sum \frac{n_1 n_2}{r^{1+b}},$$ [1]

sodass wir erhalten

$$(9) \quad W = \pi t^2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sum n_1 n_2 r \left\{ \tfrac{4}{3} u + \tfrac{4}{15} \frac{u^3}{r^3} - \tfrac{1}{8} \frac{u^5}{r^4} + \ldots \right\}.$$

Solange u gegen r klein ist, ist die bei dem Stoss verlorene Bewegungsgrösse W der Geschwindigkeit proportional.

Betrachten wir nun die Ionen in der Flamme. r bezeichne die Geschwindigkeit eines Ions gegen die Molecüle der Umgebung, u die durch den Potentialfall hinzukommende Geschwindigkeit. Nehmen wir eine Temperatur von 2000° in der Nähe der Kathode an; das Moleculargewicht der Verbrennungsgase berechnet sich aus den Componenten im Mittel zu 29, so wird die relative Geschwindigkeit des OH-Ions gegen die Molecüle der Verbrennungsgase

$$r = 1730 \sqrt{\frac{29}{27{,}1} + \frac{29}{17}} = 2983 \frac{\text{m}}{\text{sec}},$$

1) Ein einfacher Beweis bei Arrhenius, l. c.

indem wir die Geschwindigkeit der Verbrennungsgase zu 1730 m/sec, einer Temperatur von 2000° entsprechend, setzten. Nehmen wir also $r = 2983$ m/sec, so wird $u^3/r^2 . {}^4/_{15}$ gegen ${}^4/_3 u r$ schon bei niederen Potenzen von r zu vernachlässigen sein. Für $u = (r/2)$ wird das zweite Glied $B = {}^1/_{20} A$, für ${}^1/_3 r = {}^1/_{405} A$. Wenn wir demnach eine Geschwindigkeit von 1000 m/sec zulassen, können wir noch lineare Proportionalität zwischen Geschwindigkeit und Kraft erwarten, d. h. Gültigkeit des Ohm'schen Gesetzes.

Hr. Wilson[1]) fand für die Geschwindigkeit des negativen Ions 1000 cm/sec für 1 Volt. Nehmen wir 1000 cm/sec als richtig an, so dürfte danach noch ein Potentialfall von 100 Volt/cm oder 10 Volt/mm die Grundannahme des Ohm'schen Gesetzes nicht beeinflussen. Ist die Anode bedeutend kälter als die Kathode, so wird natürlich das Gefälle an dieser nur wesentlich geringer sein dürfen.

Wir betrachten nunmehr den Potentialverlauf bei ± 1 Cl zwischen zwei Elektroden von 17 cm Entfernung. Fig. 7 stellt den Beginn dar. Beide Elektroden sind gelbglühend. Der Potentialfall an der Kathode beträgt 253 Volt/cm. Es folgt:

Bei gleich temperirten Elektroden sind schon bei Potentialdifferenzen von etwa 2 Volt wahre Abweichungen vom Ohm'schen Gesetze wahrscheinlich.

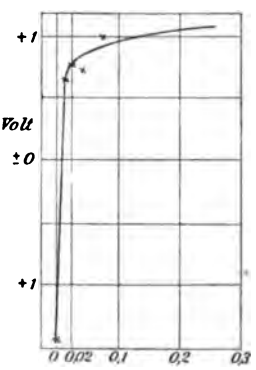


Fig. 7.

Da wir die Temperatur so hoch wie angängig wählten, *ist Satz III für Flammengase unabhängig von der Temperatur.*

§ 6. Bestimmung der Grössenordnung der Wanderungsgeschwindigkeiten aus dem Potentialverlauf, unter der Annahme, dass die Oberflächendissociation klein gegen die Volumendissociation ist.

1. Wir haben also die Grenze, bis zu welcher bei einer Temperatur von etwa 2000° die Kraft anwachsen kann, ohne dass die Ionen Beschleunigungen erfahren, zu etwa 100 Volt/cm

1) H. A. Wilson, l. c.

bestimmt (p. 783). Wir zeigten, dass bei gleichtemperirten Elektroden, bei einer Potentialdifferenz von 2,8 Volt, bei 1,7 cm Elektrodenentfernung diese Grenze um mehr als 200 Proc. überschritten wird.

Aus Gleichung (2)

$$\int \varrho \, dx = - \frac{\left[\frac{d\Phi}{dx} - \left(\frac{d\Phi}{dx} \right)_m \right]}{4\pi}$$

folgt, dass wenn wir ein Mittel anwenden, die freie Elektricität an einer Elektrode zu neutralisiren, dass alsdann an dieser Elektrode der Potentialfall abnimmt, denn $(d\Phi/dx)_m$ ist stets sehr klein gegen $(d\Phi/dx)$. Dies bewerkstelligen wir nach Fig. 6, indem wir die Temperatur der Anode wesentlich niedriger als die der Kathode halten; alsdann nimmt die freie positive Elektricität an der Kathode ab. Mithin nimmt (2) der Potentialfall an der Kathode ab, und da die freie negative Elektricität zunimmt (Fig. 6), so wächst der Potentialfall an der Anode.

2. Obige Grenze für die Gültigkeit der Grundannahme des Ohm'schen Gesetzes von 100 Volt/cm erweitert sich bei constanter Temperatur umgekehrt proportional der Geschwindigkeit des zu betrachtenden Ions im Potentialfall 1.

Andererseits folgt, dass für ein im Potentialfall 1 sich wesentlich langsamer bewegendes Ion die Temperatur des umgebenden Gases (Relativgeschwindigkeit zu dem Nachbarmolecül) wesentlich geringer sein kann als 2000°, wenn wir obige Grenze des Potentialfalles einhalten.

Aus allen bisherigen Betrachtungen geht hervor, dass die Geschwindigkeit des positiven Ions beträchtlich geringer als die des negativen ist; die Temperatur der Anode *darf* demnach geringer als die der Kathode sein.

3. Nehmen wir nun gemäss obigen Ausführungen an, dass bei geringen Potentialen der Elektroden die Oberflächendissociation klein ist gegen die Volumendissociation, so kann man die Geschwindigkeiten der Ionen aus dem Potentialgefälle nach der Theorie von J. J. Thomson[1]) angenähert berechnen.

1) J. J. Thomson, l. c. p. 265.

Es sei i der Strom durch den Einheitsquerschnitt, λ_1^2 die Schichtdicke freier Elektricität an der Anode bez. Kathode, so ist:

$$K_1^2 \sim \frac{4\pi i \lambda_1^2}{\left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_2^2 - \left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_m^2}. \tag{10}$$

4. Gleichung (10) gilt unter Voraussetzung alleiniger scheinbarer Abweichungen vom Ohm'schen Gesetze für ein Gas, in welchem wesentlich Volumendissociation stattfindet, und auf dessen Ionen keine anderen Kräfte als die elektromotorischen wirken, die die Potentialdifferenz an den Elektroden verursachen. In der Flamme sind jedoch die Verhältnisse complicirter. Nicht nur die Ionen im Gase, sondern das Gas selbst ist in Bewegung; und dann auch den Flammengasen kommt eine gewisse Leitfähigkeit zu. Angenommen, wir treffen die Anordnung so, dass die Ionen keine Beschleunigungen erfahren, und bestimmen aus dem Potentialfall die K. Alsdann ist K eine aus Ionengeschwindigkeit und Gasbewegung im Potentialfall 1 resultirende Geschwindigkeit.

Die Geschwindigkeit des Gases durch Umkehr der Elektroden zu eliminiren, sodass sie einmal mit, das andere Mal gegen die Ionenbewegung gerichtet ist, also dass K einmal $v + g$, das andere Mal $v - g$ ist, stösst auf Schwierigkeiten, weil wir nach § 5, B 2 stets Beschleunigungen auch bei sehr geringen elektromotorischen Kräften erhalten, wenn die Anode auf beträchtlich höherer Temperatur als die Kathode ist.

Also bestimmen wir hier die Grössenordnung der Ionengeschwindigkeiten, die aus Ionenbewegung und Gasbewegung resultiren.

Punkt 2. Auch in der reinen Flamme existirt ein Potentialfall. Man kann sich leicht überzeugen, dass selbst bei Zerstäubung von $^1/_{360}$-normal Lösungen bei Elektroden, die nur rotglühend sind, der Potentialfall der Flamme wesentlich durch die geringe Ionenconcentration bedingt ist. Hiernach dürfte es berechtigt sein, bei viel stärkeren Concentrationen den Potentialfall als wesentlich durch den Salzdampf bedingt anzusehen, und anzunehmen, dass eine eventuell durch die reine Flamme hinzukommende Correction die Grössenordnung des K

nicht verändert.[1]) Die viel wesentlicher in Betracht kommende Leitfähigkeit der Flamme berücksichtigen wir wie üblich durch Subtraction von der der gefärbten.

5. Trotzdem wir bei all diesen Schwierigkeiten nichts als eine grobe Näherung erwarten können, ist es nicht ohne principielles Interesse, die Grössenordnung der Geschwindigkeiten nach Formel (13) zu bestimmen, und mit den von anderer Seite angegebenen zu vergleichen.

Arrhenius schätzte die Geschwindigkeit des OH-Ions etwa 10^5 mal grösser als im Elektrolyt, Hr. Wilson giebt einen noch 10 mal grösseren Wert an. Letzterer maass die elektromotorische Kraft, die notwendig ist, um ein Ion gegen den Gasstrom zu treiben. Arrhenius extrapolirte aus Ostwald's Verdünnungsgesetz und einer Diffusionsregel von Loschmidt.

6. Für die nunmehr anzuführenden Messungen ist die Schaltung die der Fig. 4, nur dass die Potentialdifferenz an den Elektroden ± 2 Cl beträgt. Infolge dessen müssen wir auf die Vorteile der Doppelschaltung verzichten, und laden die Nadel. Wir benutzen Quadrantenschaltung, und laden einmal das eine, dann das andere Paar. Die Bifilarsuspension ist an der Verstellung fast vollständig zusammengeschraubt, die Dämpfung so gebogen, dass noch $^5/_2$ Perioden Ruhelage eintritt. Die Ausschläge sind nach Hallwachs'[2]) Formel in Volt umgerechnet. Die Flamme bez. die Elektrodenstellung in dieser ist so regulirt, dass der Potentialfall an der Kathode nach Möglichkeit verringert ist (§ 5, A), ohne dass die Temperatur der Anode unter die der Rotglut sinkt.

Die Ausführung der Messung und Manipulationen ist oben beschrieben. Wir betrachten zunächst drei Messungsreihen für Kalium.

---

1) *Anmerkung während der Correctur.* Aus der inzwischen fertiggestellten Untersuchung über den Halleffect ergiebt sich, dass dieser für die reine Flamme wesentlich grösser als für die concentrirte K-Flamme ist. Der Schluss, der hieraus folgt, dass die Träger der positiven Elektricität in der reinen Flamme langsamer als in der gefärbten wandern, lässt sich auch aus dem Potentialfall erweisen.

2) W. Hallwachs, Wied. Ann. **29.** 1886.

Messungen.

I. Elektrometerconst. $C = 0{,}4109$ (max. Fehler $\frac{1}{2}$ Proc. aus 3 Beob. vollst. zu vernachl. gegen äussere Störungen), für comm. Ausschl. $\frac{1}{10}$-normal KCl. Kathode: weissglühend; Anode: dunkelrot.

Beobachtung	0	1	2	3	4	5	6	7
mm	−0	19,7	19,5	19,3	19,2	19,1	19,0	17,5
Volt	−2,869	−2,78	−1,98 −1,08	−0,78 +0,15	+0,30	+0,54	+1,02	+0,06

Beobachtung	8	9	10	11	12	13	14	15
mm	16,9	15,0	12,5	10,0	7,5	5	2,5	1,5
Volt	+0,89	+1,03	+0,84	+1,02	+1,60	+1,34	+1,76	+1,76

Beobachtung	16	17	18	19	20	21	0
mm	1,0	0,8	0,5	0,4	0,2	0	0
Volt	+1,87	+2,00	+2,16	+2,13	+2,07	+2,85	2,869

Potentialfall a. d. Kathode $\sim \frac{5{,}7}{0{,}07}$ in $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$

„ „ „ Anode $\sim \frac{3{,}28}{0{,}1}$ „ „

Stromfläche 1,068 qcm.

Strom i. d. K - Flamme $i = 2{,}252 \cdot 10^{-6}$ Amp.

„ „ „ reinen „ $i_0 = 0{,}374 \cdot 10^{-6}$ „

II. Elektrometerconst. $C = 0{,}4967$.

$\frac{1}{10}$ - normal KCl. Kathode: weissglühend; Anode: dunkelrot.

Beobachtung	0	1	2	3	4	5	6	7
mm	0	0	0,3	0,5	0,7	0,8	1,5	6,3
Volt	+2,868	+2,8	+1,38	+0,89	+0,74	+0,94	+0,82	+0,83

Beobachtung	8	9	10	11	12	13	14	0
mm	11,3	16,3	17,8	18,3	18,8	19,0	19,1	0
Volt	0,0	−0,59	−0,43	−0,53	−0,53	−2,3	−2,9	−2,860

Potentialfall a. d. Kathode $\sim \frac{4{,}66}{0{,}035}$ in $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$

„ „ „ Anode $\sim \frac{2{,}86}{0{,}06}$ „ „

Stromfläche 1,068 qcm.

Strom i. d. K - Flamme $i = 2{,}980 \cdot 10^{-6}$ Amp.

„ „ „ reinen „ $i_0 = 0{,}466 \cdot 10^{-6}$ „

III. Elektrometerconst. $C = 0{,}7504$.

$\frac{1}{10}$-normal KCl. Kathode: weissglühend; Anode: rot.

Beobachtung	0	1	2	3	4	5	6	7	8
mm	0	17,5	17,3	17,2	17,1	17,0	16,5	15,5	13.0
Volt	−2,87	−2,87	−17,2	−17,1	−1,32	1,24	1,12	0,425	0,42
									0,22

Beobachtung	9	10	11	12	13	14	15	16	0
mm	10,5	8,0	5,5	3,0	1,4	0,4	0,2	0	0
Volt	0,52	0,12	0,57	0,14	0,38	0,485	0,79	2,87	2,87
							1,56		

Potentialfall: kaum messbar.

Stromfläche 1,175 qcm.

Strom i. d. K - Flamme $i = 1{,}768 \cdot 10^{-6}$ Amp.
„ „ „ reinen „ $i_0 = 0{,}249 \cdot 10^{-6}$ „

7. Die Messungen sind in Fig. 8 eingetragen (vgl. p. 789).

Unter der Annahme wesentlich in Betracht kommender Volumendissociation findet man als Verhältnis der Wanderungsgeschwindigkeiten beider Ionen

$$(11) \qquad \frac{K_1}{K_2} \sim \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \sim \sqrt{\frac{\left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_1^2 - \left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_m^2}{\frac{d\Phi^2}{dx_2} - \left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_m^2}},$$

wo die λ die Schichtdicken freier Elektricität bezeichnen. Diese Beziehung erleichtert die Interpolation.

Wir legen durch die Beobachtungen eine (theoretisch mögliche) Curve, derart, dass unter möglichster Anpassung an die Beobachtungen die Beziehung (11) annähernd erfüllt ist, und berechnen unter Eintragung der Daten aus der Tabelle in (10) die Grösse K. Wir dürfen diese Formel benutzen, da wir die Experimentalanordnung so getroffen haben, dass die von

uns berechnete Grenze der Gültigkeit des Ohm'schen Gesetzes an jeder Stelle der Curve eingehalten ist. Den Potentialfall

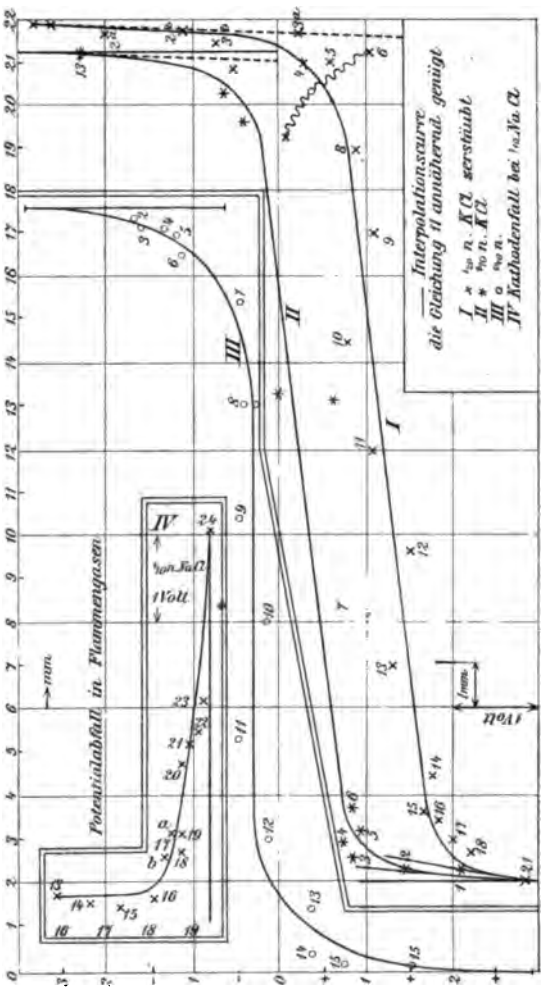


Fig. 8.

nehmen wir so an, wie er in der Fig. 8 eingezeichnet ist. Alsdann wird, etwa für I:

$$K_2 = \frac{4\pi i \lambda_1}{\left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_1^2 - \left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_m^2} = \frac{4\pi \cdot 1{,}878 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}08 \cdot 300^2 \cdot 3}{10^{-9} \cdot 1{,}0686 \cdot \left(\frac{3{,}28}{0{,}1}\right)^2} \left[\mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{g}^{-1/2}\right].$$

Hieraus ergiebt sich v, die Geschwindigkeit des negativen Ions pro $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$

$$v \sim 1400 \frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

durch analoge Rechnung mit etwas mehr Sicherheit ergiebt sich für das positive Ion

$$u \sim 260 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Das sind natürlich grobe Näherungen, deren Sicherheit vielleicht 50 Proc. betragen mag. Curve II ergiebt

$$v \sim 800 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}. \qquad u \sim 250 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Die Grösse der Uebereinstimmung zwischen den Zahlen für u liegt ausserhalb ihrer Sicherheit.

Was diese Messung sehr erschwert, ist die Schwierigkeit, die Flammenstellung so zu reguliren, dass an keiner Elektrode der Potentialfall zu gross wird.

In Fig. 8 (IV.) ist das Kathodengefälle folgender Messungsreihe eingetragen.

Elektrometerconstante $C = 0{,}3204$.
$\frac{1}{10}$-normal NaCl. Kathode: weissglühend; Anode: hellrot.

Beobachtung	0	1	2	3	4	5	6	7	8
mm	0	0	0,1	0,2	0,6	1,1	2,1	5,8	6
Volt	2,87	2,8	2,5	2,54	2,31 2,33	2,32	1,79	1,13	1,78

Beobachtung	9	10	11	12	13	14	15	16	17
mm	6,9	8,1	11,1	13,6	16,1	17	17,6	18,1	18,6
Volt	(0,99)	1,31	1,40	1,31	1,39	1,40	1,48	1,40	0,92 1,06

Beobachtung	18	19	20	21	22	23	24	0
mm	18,7	18,8	18,9	19,0	19,1	19,2	19,2	19,3
Volt	1,00	+0,92	−0,28	0,43	0,53	0,83	2,8	2,8

Potentialfall an der Kathode $\frac{2{,}87}{0{,}03}$ in $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$

Stromfläche 1,175 qcm.
Strom $i = 1{,}006 \cdot 10^{-6}$ Amp.
„ $i_0 = 0{,}51 \cdot 10^{-6}$ „

Die Beobachtungsstörungen sind hier offenbar viel geringer als in den oben für KCl angeführten Messungen. Der Grund ist kein zufälliger, sondern liegt darin, dass die Anode wesentlich heisser gehalten war, als in obigen Reihen. Störungen im Gaszufluss kommen alsdann viel weniger zur Geltung. Der Potentialfall an der Kathode ist hier mit grösserer Genauigkeit als oben messbar; der an der Anode ist wenig sicher durch die Beobachtungen festgelegt.

8. Während so vieler Beobachtungen, wie hier, constante Bedingungen zu bewahren, ist sehr schwer. Nach einigen Stunden Erhitzens ändert sich der Potentialfall etwas. Wir glauben den Grund darin zu finden, dass die Temperatur der Anode bei gleicher Gashöhe wie beim Beginn des Experimentes infolge schlechter werdender Wärmeleitung sich erhöht; *Polarisation im gewöhnlichen Sinne halte ich nach meinen Beobachtungen für sehr unwahrscheinlich,* und glaube, dass Erscheinungen, die dahin gedeutet wurden, auf nicht stationäre Temperatur zurückzuführen sind.

Weder Arrhenius, noch Giese, noch Smithells oder Wilson haben Polarisation analog der bei Flüssigkeitsketten beobachtet.

9. Berechnet man nach dem Diagramm α den angegebenen Wert K_2, so erhält man

$$K_2 = 36000, \quad \text{demnach} \quad u = 120 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Die Ausrechnung der ganzen Messung ist hier aus obigem Grunde wegen der Störungen am Schluss der Beobachtung nicht angängig.

Eine andere Messung für NaCl ergab

$$u \sim 300, \quad v \sim 1200.$$

Es bietet die Mitteilung weiteren Zahlenmateriales kein Interesse; die Curven sind für Na, K und Li von absolut gleichem Charakter.

10. In Fig. 5 betrachteten wir die Abhängigkeit des Potentialfalles von der Temperatur der Anode, und benutzten Potentialdifferenzen von 75 Clark.

Curve II in Fig. 5 gestattet eine Ausmessung der λ und $d\Phi/dx$ mit einiger Genauigkeit. Trotzdem hier sicher beträchtliche Ober-

flächendissociation vorhanden ist, und wahrscheinlich wahre Abweichungen vom Ohm'schen Gesetz infolge des hohen Potentialfalles vorliegen, zeigen die nach Formel (10) berechneten Geschwindigkeiten u', v' in bemerkenswerter Weise Werte von derselben Grössenordnung wie die bisher erhaltenen. Hier ist $i = 7{,}311 . 10^{-5}$, $i_0 \sim 0{,}1 . 10^{-5}$, die Stromfläche 1,068 qcm, der Potentialfall $\frac{55}{0{,}07}\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$, $\lambda = 0{,}28$ cm. Also

$$K_2 = 102000 \quad \text{und} \quad u' \sim 340 \frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

analog

$$v' \sim 1800 \frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

indem für $\lambda_2 = 0{,}08$ cm und der Potentialfall $\frac{29{,}5}{0{,}16}\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ gesetzt wurde.

11. Die in obigen Rechnungen erhaltene Grössenordnung stimmt für das negative Ion mit den Werten von Hrn. Wilson überein. Hr. Wilson findet etwa 1000 cm/sec. Dagegen beträgt nach ihm u/v $^1/_{17}$, während wir nirgends mehr als $^1/_6$ fanden.

Es ist leicht möglich, dass unsere Werte infolge der Existenz einer Oberflächendissociation diese Abweichung zeigen.

Unzweifelhaft ergiebt sich aber aus allen diesen Geschwindigkeitsmessungen, dass die Grössenordnung der Wanderungsgeschwindigkeit der Ionen in Flammengasen etwa 10^6 mal grösser als in Elektrolyten ist, und die Differenz $u - v$ noch sehr viel grösser.

Neben dem principiellen Interesse für das Verständnis der Flammenelektricität interessirte es uns, wegen des Problems der Flammenleitung im Magnetfelde, auf das wir demnächst näher zurückkommen, die Grössenordnung der von anderer Seite bestimmten Wanderungsgeschwindigkeiten aus dem Potentialverlauf zu prüfen.

§ 7. Die elektrolytische Dissociation in der Flamme.

1. S. Arrhenius hat gezeigt, dass die Ionen, die den Transport der Elektricität in Flammengasen übernehmen, gleichartig denen der Elektrolyse sind. Dieses Resultat kann verwundern. Die Anziehungskräfte, welche das Ionenpaar zu-

sammenhalten, werden hier nicht durch die veränderte Dielektricitätsconstante gelockert; sie sind etwa 80 mal so gross als in wässeriger Lösung. Aus der Reihe der aus dem Cavendish-Laboratory hervorgegangenen Arbeiten geht hervor, dass bei Gasen von niederer Temperatur der Elektricitätstransport nicht durch elektrolytisch dissociirte Molecüle erfolgt.

Versuche von Hrn. Euler[1]) zeigen, dass schon bei Lösungsmitteln von nur 3 mal geringerer Dielektricitätsconstante, als die des Wassers, der Dissociationsgrad um etwa $^2/_3$ abnimmt. Es liegt nahe, die hier vorhandene elektrolytische Dissociation als durch besondere physikalische Ursachen hervorgerufen anzusehen.

2. Angeregt durch eine Bemerkung von Helmholtz[2]) untersuchte ich den Einfluss kurzwelliger Strahlung auf die Dissociation in der Flamme. Helmholtz bemerkt: „Die „starke Absorption tritt also da ein, wo die Periode des Lichtes „mit der eigenen Schwingungsdauer der Molecüle übereinstimmt. Die starke Absorption ist also von starkem Mitschwingen der Molecüle begleitet, sodass wir dabei auch „Wärmeentwickelung, und unter Umständen *ein Zerreissen* der „Ionenverbindungen erwarten können, *namentlich wenn noch eine „elektrostatische Ladung* der Substanz hinzukommt. So sind „wohl die Beobachtungen von Hertz zu erklären über die „Entweichung der Elektricität unter dem Einfluss ultravioletter „Strahlung.“[3])

3. Die Fig. 9 zeigt die einfache Anordnung, die ich in Kiel im April vorigen Jahres verwandte.

Eine Quarzlinse Q wurde mir freundlichst von meinem Chef, Hrn. Prof. Lenard, zur Verfügung gestellt. Das Para-

1) H. Euler, Zeitschr. f. phys. Chem. 28. 1899.

2) H. v. Helmholtz, Vorlesungen 5. p. 342. Herausgegeben von König und Runge.

3) *Anmerkung während der Correctur*: Aus der inzwischen erschienenen Arbeit von Lenard: „Ueber die Erzeugung von Kathodenstrahlen durch ultraviolettes Licht“ geht hervor, dass diese Anschauung für die entladende Wirkung der ultravioletten Strahlen allgemein nicht zutreffend ist. Trotzdem scheint diese in manchen Fällen zutreffend; so zeigte Arrhenius, dass die Ionisation fester Halogensalze des Silbers ausserordentlich zunimmt, wenn sie Licht von bestimmter Wellenlänge, das sie absorbiren, ausgesetzt sind, was direct für elektromagnetische Resonanz spricht.

boloid *P* liess ich mir zu diesem Zwecke pressen; es ist so durchbohrt, dass die Zn-Spitzen im Brennpunkte zusammenstossen. Als Elektricitätsquelle dient ein kleines Inductorium von 2,5 cm Funkenstrecke. Zur Vergrösserung der überspringenden Elektricitätsmengen sind Capacitäten *L* angebracht. Die Stärke des aus dem Parabol austretenden Lichtes beträgt etwa 16 Hefnerlampen. *G* ist eine Glasplatte, die vom Fernrohr aus in den Lichtkegel, und aus diesem bewegt wird. An dem oben erwähnten Nervenmultiplicator konnte Nachts ein Strom von 8.10^{-8} Amp. mit Sicherheit beobachtet werden.

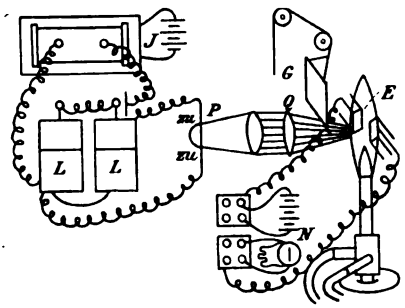


Fig. 9.

Nun betrug die Stromstärke im Galvanometerkreis $1{,}6.10^{-5}$ Amp. (200 Scalenteile comm., bei Kalium wurde Widerstand zugeschaltet) und wurde weder bei K, noch bei Na um $^1/_2$ Proc., das wir sicher hätten nachweisen können, vermehrt.

Die Intensität des ultravioletten Lichtes, das von gelbglühenden Elektroden ausgeht, ist wohl sicher nicht wesentlich grösser als der Teil der Strahlung unserer Lichtquelle der zwischen die Elektroden kam. Eine Steigerung der Temperatur der Elektroden von Rotglut auf Gelbglut vermehrt aber den Strom um etwa 2000 Proc.

Eine Bestrahlung mit intensiven Röntgenstrahlen, die wir hier versuchten, führte zu demselben negativen Ergebnis. Folglich erscheint der Schluss berechtigt, *dass nicht kurzwellige Strahlung die elektrolytische Dissociation in der Flamme verursacht.*

4. Die Versuche von Wiedemann und Ebert[1]) zeigen, dass bei relativ kalten Elektroden, unabhängig von ihrem Material, die Leitung der Flamme sehr gering ist; weiter ist selbstverständlich, dass die an heissen Elektroden stärker erfolgende Molecularbewegung die Ionen nicht trennen kann; *die Flamme ist stets heisser als die Elektroden.* Es scheint demnach eine plausible Erklärung, doch in der citirten Be-

1) E. Wiedemann u. H. Ebert, Wied. Ann. **35.** p. 255. 1888.

merkung von Helmholtz, *also in elektrodynamischer Einwirkung* zu beruhen.

Nun geht aus der Untersuchung von Arrhenius[1]) hervor, dass die elektrolytische Dissociation in der Flamme stets in Hydrolyse besteht, d. h. nach der Gleichung

$$KCl + HOH = HCl + \overset{+}{K} + \overset{-}{OH}$$

erfolgt; hier tritt also das OH-Ion in Reaction. Aus spectralanalytischen Untersuchungen geht hervor, dass dem OH-Ion ganz hervorragende elektromagnetische Resonanzerscheinungen, namentlich für langwellige Strahlung zukommen, die im Ultraroten ihr Maximum[2]) besitzen, und bis ins elektrische Gebiet hineinzureichen scheinen; was jedoch noch nicht mit Sicherheit festgestellt ist.[3])

Wir kommen deshalb auf Grund der Helmholtz'schen Bemerkung, in Verbindung mit der Thatsache, dass der Dissociationsgrad zum Teil eine Function der Temperatur der Elektroden ist, und des negativen Ausfalles des Experimentes der Bestrahlung mit ultraviolettem Licht, sowie der Existenz starker Resonanz des OH-Ions im Ultraroten dazu, dass, um den scheinbaren Widerspruch der dissociirenden Kraft der Flamme mit dem Coulomb'schen Gesetze im Vergleich zum Verhalten bei Gasen von niederer Temperatur zu umgehen, es eine plausible Annahme ist, anzunehmen, *dass die elektrolytische Dissociation in der Flamme auf der elektromagnetischen Resonanz des OH-Ions auf ultraroter Strahlung beruht.*

Also: In dem gewissermaassen zufälligen Vorhandensein des OH-Ions und seiner elektromagnetischen Eigenschaften, nicht in der dissociirenden Kraft der Flamme, scheint uns der Grund zu liegen, dass der Strom in Flammengasen von polaren Molecülen, nicht an und für sich neutralen, wie in anderen Gasen, getragen wird. Eine Prüfung der Hypothese erscheint sehr schwierig. Selbst bei den kostspieligen Versuchen von Smithells[4]) mit CN-Flammen, war noch Wasser zugegen.

1) Sv. Arrhenius, l. c.

2) F. Paschen, Wied. Ann. 53. p. 334. 1894; E. Aschkinass, Wied. Ann. 55. 1875.

3) E. Marx, Wied. Ann. 66. 1898; Dissert. Göttingen 1898.

4) A. Smithells, H. M. Danosson u. M. A. Wilson, l. c. p. 128.

§ 8. Ueber das Auftreten einseitiger Beschleunigungen der Ionen in Flammengasen.

Ueber die Untersuchung der Flammenleitung im Magnetfeld, für welche wie ersichtlich, die Experimentalanordnung eingerichtet ist, haben wir hier nicht zu berichten. Das Experiment aber, das nach § 2 die Ursache zu vorliegender Untersuchung bildete, liefert den experimentellen Beweis des Auftretens von Beschleunigungen, die nach Obigem schon bei geringen elektromotorischen Kräften zu erwarten sind, deshalb führen wir es hier an.

Bringen wir die Flamme in ein Magnetfeld, und bringen zwei „secundäre Elektroden" an, so kann man qualitativ leicht den Halleffect nachweisen. Die Theorie [1]) lehrt, dass der Effect sowohl der Differenz der Wanderungsgeschwindigkeiten, als dem Potentialfall an der Stelle der Hallelektroden direct proportional ist; er ist ceteris parib. etwa um das 10^6fache grösser zu erwarten, als bei Elektrolyten, bei denen man ihn seit lange vergeblich nachzuweisen sucht.

Bei Flammengasen liegt neben manchem Experimentellen die Schwierigkeit in Folgendem: Haben wir zwei gleichtemperirte Primärelektroden, so wird der Potentialfall zwischen diesen nahe gleich Null (Fig. 1). Dies mussten wir verhüten; deshalb benutzten wir nach Gleichung (10) die geringere Temperatur der Anode als Depolarisationsmittel, indem durch Verringerung der freien positiven Elektricität an der Kathode das Anodengefälle und der Potentialfall zwischen den Elektroden wuchs. Hier aber trat folgendes ein: Die „Drehung", die sich negativ nach der Theorie ergiebt, ergab sich nach dem Experiment nicht nur nicht in dem erwarteten absoluten Betrage, sondern sogar positiv, blieb plötzlich aus, und wurde am Ende des Experimentes negativ. Der Potentialfall nahe den Secundärelektroden war unverändert geblieben.

Also die Grösse des Potentialfalles an der Anode verursachte Beschleunigungen der Ionen, die auch im linearen

1) Vgl. z. B. E. Riecke, Göttinger Ber. 1898 Heft 1 p. 17 oder Wied. Ann. **66.** p. 563. 1898.

Potentialfalle anhielten, und bewirkten, dass die Geschwindigkeit der negativen geringer als die der positiven Ionen wurde.

Während der langen Dauer der Messung hatte sich dann die Anode so weit erwärmt, dass $u - v$ wieder negativ wurde.

Erst die Erkenntnis, dass hier Beschleunigungen auftreten und nachliessen, giebt die Erklärung; Polarisation hätte nur das Gefälle ändern, nicht die „Drehung" umkehren können.

(Eingegangen 27. Mai 1900.)

8. *Ueber das Hall'sche Phänomen in Flammengasen; von Erich Marx.*

§ 1.

1. Seit der Entdeckung der elektromagnetischen Transversaleffecte durch Hall ist Wilhelm Weber's Hypothese, dass ein galvanischer Strom in einer Wanderung von positiver Elektricität in der einen Richtung, von negativer in der anderen Richtung besteht, als eine mögliche Interpretation der das Phänomen beherrschenden, schon von Maxwell aufgestellten Gleichungen oftmals herangezogen worden.

Strömt die Elektricität in einer ebenen, vor der Einwirkung des Magnetismus isotropen Platte, die in ein homogenes magnetisches Feld so gebracht wird, dass die Kraftlinien $\perp$ auf der Platte stehen, so lauten die Gleichungen des Phänomens

$$u + h.v = -\varkappa \frac{d\Pi}{dx}, \qquad v - hu = -\varkappa \frac{d\Pi}{dy}.$$

u, v sind die durch die Flächeneinheit gehenden Stromcomponenten, Π das Potential, $\varkappa$ die specifische Leitfähigkeit der Platte, h eine Constante, welche der Stärke des Magnetfeldes proportional ist.

Die Darstellung des Phänomens durch diese Gleichungen zwingt, wie öfter schon hervorgehoben, nicht notwendig zu der Hypothese, dass im Metall auf die Fluida ponderomotorische Kräfte, wie die durch das Biot-Savart'sche Gesetz bestimmten, durch das Magnetfeld erregt werden. Maxwell setzte die dem Felde proportionalen Glieder nicht auf die rechte Seite als Zusatzglieder zur elektromagnetischen Kraft, sondern brachte sie, wie oben, als Modification des Leitvermögens an.

Obwohl also die Erklärung des Halleffectes nicht notwendig die Hypothese fordert, dass das Magnetfeld auf die Fluida im Drahte wirkt, als seien diese mit Masse begabt, hat doch diese Vorstellung immer mehr Boden gewonnen, weil sie ein anschauliches Bild der Elektricitätsleitung in

Metallen ermöglicht.[1]) Alle Versuche, eine Convectionstheorie der metallischen Leitung analog der der Elektrolyte zu schaffen, haben ihren wesentlichen Stützpunkt darin, dass die elektro- und galvanomagnetischen Effecte sich anschaulich durch ponderomotorische Wirkungen interpretiren lassen.

2. Positive und negative Ionen mögen sich in Richtung der positiven bez. negativen Axe eines Coordinatensystems mit verschiedener Geschwindigkeit bewegen; schneiden sie alsdann die in der Richtung der y sich erstreckenden Kraftlinien, so entstehen ponderomotorische Kräfte, welche beiden Ionenarten Geschwindigkeitscomponenten in Richtung der positiven z-Axe erteilen. Diese Geschwindigkeiten werden im allgemeinen für beide Ionenarten verschieden sein, folglich auch die auf die Ionen wirkenden ponderomotorischen Kräfte. Die Folge ist eine Trennung von positiven und negativen Ladungen, und ein Potentialgefälle in Richtung der z-Axe, welches die ursprünglich ungleichen Geschwindigkeiten auf Gleichheit zurückführt.

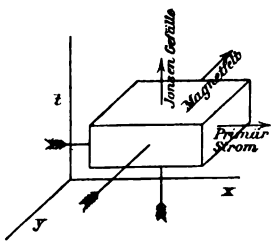


Fig. 1.

Es sei de/dz das längs der z-Axe entstehende Potentialgefälle, u, v die Ionengeschwindigkeiten im Potentialfall 1, E die Elektricitätsmenge pro Grammäquivalent ionisirter Materie, w Valenz eines Ions, $d\Pi/dx$ Potentialfall des Primärstromes, so ergiebt sich zunächst

$$(1) \qquad \frac{de}{dz} = -\,w\,.\,E(v-u)\,H\cdot\frac{d\Pi}{dx},$$

oder integrirt

$$(2) \qquad \iint \frac{de}{dz}\,dy\,.\,dz = -\iint w\,E(u-v)\,H\cdot\frac{d\Pi}{dx}\,dy\,.\,dz,$$

demnach wird

$$e = w\,.\,E(v-u)\,H\,\frac{d\Pi}{dx}\,(z_2 - z_1).$$

Diese allein durch ponderomotorische Kräfte hervorgerufene elektromotorische Kraft des Halleffectes verursacht

1) E. Riecke, Gött. Nachr. p. 17. 1898; Wied. Ann. **66.** p. 563. 1898.

einen Ionenfluss in Richtung der z-Axe. Dieser aber ruft andererseits ein entgegengesetztes Concentrationsgefälle hervor sowohl für das dissociirte, wie für das nicht-dissociirte Salz. Die Gleichgewichtsbedingung ist erfüllt, wenn die Strömung des dissociirten Salzes in Richtung der positiven z compensirt wird durch die des nicht-dissociirten in entgegengesetzter Richtung. Bezeichnen wir mit R die Gasconstante, mit t die Temperatur, mit G die Geschwindigkeit des undissociirten Salzes im Potentialfall 1, mit c die Concentration des dissociirten, mit $\varphi(c)$ die des undissociirten Salzes, so wird die durch das Concentrationsgefälle modificirte Gleichung (1) für jede Ionenart

$$(3)\quad u\frac{de}{dx} = u^2 w \,.\, E \,.\, H\frac{d\Pi}{dx} - \frac{Rt}{w \,.\, Ec} u \frac{dc}{dx}\left\{1 + \frac{2G\varphi^1(c)}{u}\right\},$$

$$(4)\quad v\frac{de}{dx} = -v^2 w \,.\, E \,.\, H\frac{d\Pi}{dx} + \frac{Rt}{w \,.\, Ec} v \frac{dc}{dx}\left\{1 + \frac{2G\varphi^1(c)}{v}\right\}.$$

Im Falle vollständiger Dissociation verschwinden die Glieder mit G und die Addition und Integration der Gleichungen ergiebt

$$e = w \,.\, E\frac{(v-u)}{2}\frac{d\Pi}{dx}(z_2 - z_1) \,.\, H,$$

also die Hälfte des ohne Berücksichtigung des Concentrationsgefälles erhaltenen Wertes.

Wir haben hiernach den Quotienten

$$\frac{e}{x} \Big/ \frac{\Pi}{x} : H,$$

den man als Rotationscoefficient bezeichnet, gleich dem halben Geschwindigkeitsüberschuss der einen Elektricität gegenüber der anderen erhalten. Die hier nach Hrn. Donnan[1]) gegebene Ableitung bedient sich der in der Theorie der Gase bez. wässeriger Lösungen als richtig erkannten Anschauungen. Viel früher gelangte Boltzmann[2]), ohne speciellere Annahmen, auf Grund des Weber'schen Gesetzes zu dem gleichem Ausdruck für den Rotationscoefficienten.

3. Man braucht demnach nur den halben Geschwindigkeitsüberschuss der einen Ionenart gegenüber der anderen zu

1) F. G. Donnan, Phil. Mag. (5) **46**. p. 465. 1898.

2) L. Boltzmann, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **94**. p. 2. 1886.

bilden, um die Grösse des zu erwartenden Halleffectes bei bestimmter Feldstärke und gegebenem Potentialfall auszurechnen. Für Elektrolyte ergiebt sich, dass selbst bei Feldstärken von 10^5 abs. Einheiten und einem Potentialfall von 1 Volt/cm die elektromotorische Kraft des Halleffectes den Wert von 10^{-8}—10^{-7} Volt nicht übersteigt. Das Problem des Halleffectes in Elektrolyten, das die Herren Roiti[1]), Florio[2]), Chiavassa[3]) mit negativem Erfolg in Angriff nahmen, wird hiernach wohl schwerlich jemals experimentell quantitativ untersucht werden können.[4])

4. Boltzmann[5]) hat an einer plattgedrückten Geissler'schen Röhre gezeigt, dass bei Anbringung entsprechender Elektroden sich den elektromagnetischen Transversal- und Longitudinaleffecten analoge Erscheinungen beobachten lassen. Der Elektricitätstransport dürfte hier wohl nur von negativen Teilchen übernommen sein, und ferner erscheint hier eine quantitative Prüfung der Deutung des Sinnes und der Grösse des Rotationscoefficienten nach der convectiven Interpretation wegen der Unkenntnis der Abhängigkeit der Bewegungsgrösse des Ions von der elektromotorischen Kraft nicht möglich.

§ 2.

1. Wohl die einzige Möglichkeit, den Halleffect quantitativ zu untersuchen, bietet, soweit ich sehe, das Problem der Flammenleitung im Magnetfelde. Hier ist der Vorgang der Elektricitätsleitung zuerst von Arrhenius[6]) klar gestellt. Der Elektricitätstransport findet durch elektrolytisch dissociirte Ionen statt. Die Geschwindigkeit der Ionen im Potentialfall 1 ist etwa um das 10^6 fache grösser als bei Elektrolyten und wesentlich ver-

1) A. Roiti, Atti dell. R. Acc. dei Lincei **12.** p. 397. 1882; Journ. d. Phys. **83.**

2) F. Florio, Il nuovo Cimento (4) **4.** p. 106. 1896.

3) Chiavassa, Elettricista **6.** 1897.

4) Die positiven Resultate von Bagard, Journ. de Phys. (3) **5.** p. 499. 1896, dürften ohne Zweifel störenden Umständen zuzuschreiben sein; vgl. hierüber Donnan, l. c. und van Everdingen, Comm. from Phys. Lab. Leiden **41.** 1898.

5) L. Boltzmann, Wied. Ann. **31.** p. 789. 1887.

6) S. Arrhenius, Wied. Ann. **42.** p. 18. 1891.

schieden für das positive und negative Ion[1])[2]), sodass nach Formel (2) der zu erwartende Halleffect etwa eine Million mal so gross ist, als bei Elektrolyten.

2. Die physikalischen Schwierigkeiten, die das Problem bei Flammengasen zunächst bietet, liegen in der Abweichung vom Ohm'schen Gesetz. Der Potentialfall zwischen zwei Elektroden findet in der Flamme infolge des schon bei geringen elektromotorischen Kräften eintretenden Sättigungsstromes wesentlich an den Elektroden statt. In der Mitte zwischen den Elektroden, wo die Secundärelektroden anzubringen sind, ist das Gefälle sehr gering, und da die Grösse des Halleffectes der des Potentialfalles an der Stelle der Hallelektroden proportional ist, ist die Experimentalanordnung so zu treffen, dass der Potentialfall in der Mitte möglichst beträchtlich wird.

Um dies zu erreichen, ist folgendes zu beachten. Die Grösse der freien positiven Elektricität, die sich an der Kathode ansammelt, ist zum Teil abhängig von der Temperatur der Anode und Kathode.[3]) Bezeichnet $d\Phi/dx$ den Potentialfall an einer Elektrode, $(d\Phi/dx)_m$ den in der Mitte, so ergiebt die Integration der Poisson'schen Gleichung für die Grösse der freien Elektricität den Ausdruck

$$\int \varrho\, dx = -\frac{\left[\frac{d\Phi}{dx} - \left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_m\right]}{4\pi}.$$

Wenn also die freie Elektricität an einer der beiden Elektroden geändert wird, so ändert sich der Wert des Zählers auf der rechten Seite. Da der absolute Betrag der Klammer stets positiv ist[4]), so ist ersichtlich, dass der Potentialfall in der Mitte stets dann sehr gering sein muss, wenn er an der positiven *oder* der negativen Elektrode sehr gering ist. Hat man nun gleich temperirte Primärelektroden, so findet der ganze Potentialfall fast ausschliesslich an der Kathode statt.

1) H. A. Wilson, Phil. Trans. Roy. Soc. of London **193.** p. 499. 1899.

2) E. Marx, Gött. Nachr. p. 34. 1900; Ann. d. Physik **2.** p. 820. 1900.

3) Vgl. E. Marx, l. c. p. 806.

4) J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) **49.** 1899.

Solange demnach die Elektroden gleich temperirt sind, ist es nicht möglich, einen Potentialfall von beträchtlicher Grösse zwischen den Elektroden zu erhalten. Um dieses zu erreichen, ist das positive Polarisationsgebiet an der Kathode zu verkleinern, das negative an der Anode zu vergrössern. Hierzu braucht man nur die Anode auf wesentlich geringerer Temperatur als die Kathode zu halten, alsdann nimmt die freie positive Elektricität an der Kathode ab. Dass hierdurch nicht nur der Potentialfall an der Anode wächst, sondern auch der zwischen den Elektroden, haben wir früher gezeigt.[1]) *Für unser Problem folgt hieraus, dass durch die aus physikalischen Gründen notwendige Temperaturverschiedenheit der Elektroden, Symmetrie*, der Experimentalanordnung, welche die Umkehr des Zeichens der Elektroden erlaubt, *unmöglich ist.* Wir müssen stets die heissere Elektrode zur Kathode machen, würden cet. par. bei Umkehr des Primärstromes ganz andere Verhältnisse erhalten, können *demnach bei der Untersuchung des Halleffectes in Flammengasen die Richtung des Primärstromes nicht umkehren.*

3. Neben dieser verschiedenen Temperaturverteilung erweist sich die Grösse des Potentialfalles zwischen den Elektroden wesentlich bedingt durch die Verteilung des absolut gemessenen Potentiales an diesen. Dass der Potentialfall nicht allein durch die Potentialdifferenz an den Elektroden bedingt ist, sondern auch von der Verteilung des Potentiales abhängt, liefert einen weiteren Beweis dafür, dass die elektrolytische Dissociation zum Teil an den glühenden Elektroden erfolgt.

§ 3.

1. Die Anordnung von Brenner und Magnet, sowie die Einrichtung des Apparates zur Erzielung einer constanten Flamme sind in der Arbeit über „Potentialfall und Dissociation in Flammengasen" beschrieben. Fig. 2 zeigt die Montirung und Anordnung der Elektroden. *S* sind Nonien, die zu den Secundärelektroden führen, *P* Nonien für die Primärelektroden. Erstere bestehen aus hakenartig umgebogenem Platindraht von $^3/_4$ mm Dicke. Die Primärelektroden sind aus Platinnetzen gefertigt von 2 cm² Fläche. Die in Fig. 2 schraffirten Teile bestehen aus Ebonit. *B* ist das obere Stück des Brenners.

1) Vgl. E. Marx, l. c. p. 805.

Zur Messung des Potentialfalles zwischen den Primärelektroden werden die secundären zurückgeschraubt, und der

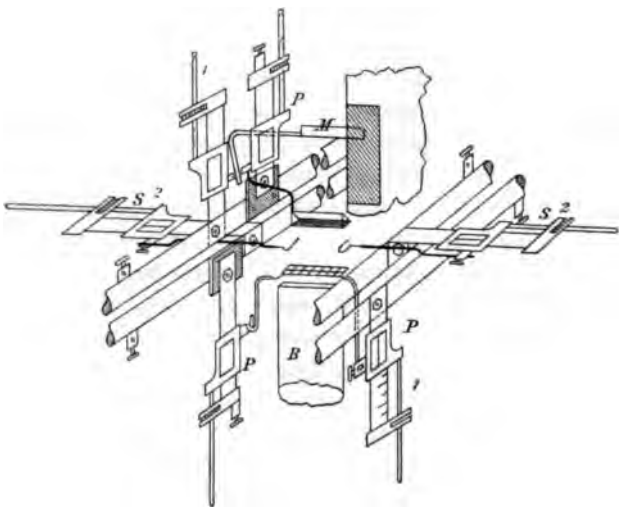


Fig. 2.

Messdraht *M* wird heruntergeklappt. Die Montirung des Elektrodengestelles auf dem Elektromagnet zeigt Fig. 3. Der

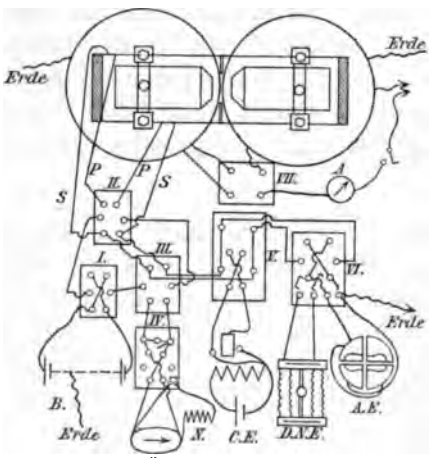


Fig. 3.

Schnittbrenner ragt zwischen den Rollen des Elektromagneten hindurch bis etwa $^3/_4$ cm an die untere Elektrode heran.

Die Schaltung geht aus Fig. 3 hervor. *B* ist eine Hochspannungsbatterie von 75 Clarkelementen, die meist bei 12 Clark geerdet sind. Umschalter I dient zur Commutirung der Batteriepole. Die Drähte *P* führen zu den Primär-, die *S* zu den Secundärelektroden.

Commutator II gestattet die Vertauschung der Elektrodenpaare. III schaltet in die Primär- bez. Secundärleitung ein d'Arsonvalgalvanometer *G*, mit Commutator IV und Nebenschluss *N* ein. Commutator V führt zur Compensation *CE* zwecks Ausgleichung einer in der secundären Leitung zu compensirenden Potentialdifferenz. Die Enden der Secundärleitung sind zum Commutator VI geführt, welcher zur Messung des Halleffectes mit einem Dolezalek-Nernstelektrometer, zur Messung des Potentialfalles mit einem Thomson'schen Quadrantenelektrometer Mascart'scher Construction verbunden ist.

Sämtliche Zuleitungsdrähte zu den Wippen stecken in Glasröhren, deren äussere Stanniolhülle geerdet ist. Die Anwesenheit von Flamme und Hochspannung neben sehr empfindlichen Messinstrumenten erfordert das allerpeinlichste Aufpassen und Prüfen auf tadellosen Zustand der Isolation.

Den Commutator VII passirt der Starkstrom.

2. Zur Messung des Halleffectes bedienten wir uns des Elektrometers. Die elektrometrische Messmethode ist bei dem grossen Widerstand der Flammengase natürlich der Strommessung weit überlegen, ausserdem ist sie einfacher, indem ein entstehender Longitudinaleffect nicht in Betracht kommt. Das Dolezalek-Nernstelektrometer, dessen vortreffliche Construction sich auch hier bewährte, wurde bei verschiedener Empfindlichkeit verwandt, seine Isolation wiederholt revidirt und geprüft. Die Aichung geschah durch Abzweigen von einem grossen Clark, das durch 20000 Ohm kurz geschlossen war. Die Einstellung des Elektrometers bei Erregung des Feldes erfolgt ausserordentlich ruhig, und dauert einige Secunden.

Der Potentialfall wurde durch Verschieben des Messdrahtes mit dem Quadrantenelektrometer in Doppelschaltung, Nadel und ein Quadrantenpaar geerdet, bestimmt. Zur Bestimmung

der Constante wurde von der Clarkbatterie abgezweigt, eventuell Calibercorrection angebracht.

Die Nullpunktcompensation der Secundärelektroden geschah, wenn sie benutzt wurde, nach Poggendorf; bei den meisten Messungen wurde sie jedoch nicht verwandt. Eine ganz genaue Nulllage zu erzielen, ist sehr schwer durchführbar. Ich habe deshalb vorgezogen, für jede Stellung des Commutators VI die Nulllage zu bestimmen, nachdem ich mich überzeugt hatte, dass bei geringer Potentialdifferenz der Hallelektroden cet. par. bei Erregung des Feldes die gleiche elektromotorische Kraft erhalten wird, als bei compensirter.

Das Galvanometer diente bei dieser Untersuchung vor allem zur Controle für constanten Gaszufluss. Da der Strom sich sehr ändert, wenn die Temperatur der Elektroden variirt, so bietet die Strommessung einen Ersatz für ein sehr empfindliches Manometer zur Messung des Gasdruckes. Der Luftdruck, welcher Salzlösung in die Flamme zerstäubte, wurde fortgesetzt regulirt, wie dies an anderem Orte beschrieben ist. Die Flammenstellung erfolgte so, dass die untere Elektrode gelb-weiss glühend, die obere hellrot war. *Die heissere Elektrode war stets Kathode.* Die Potentialverteilung ist stets angegeben. Meist war der absolute Wert des Kathodenpotentiales 5 mal so gross als der des Anodenpotentiales. Die Gründe, welche zu dieser Anordnung führten, sind in den §§ 2 und 3 auseinandergesetzt.

Das Magnetfeld wurde mittels einer Lenard'schen Spirale für vier verschiedene Stellungen der Pole und variirten Magnetisirungsstrom geaicht. Die grösste Stromstärke, die ich verwenden konnte, betrug 14 Amp. Bei 1,29 cm Polabstand, der geringsten verwandten Entfernung, erhielt ich $H = 8500$ C.G.S.-Einheiten.

§ 4.

1. Ein Umstand, welcher eine quantitative Messung ausserordentlich erleichtert, liegt darin, dass bei geringer Aenderung der Temperatur der Anode sich *zwar das Potential* an der Stelle der Secundärelektroden wesentlich *ändert, der Potentialfall aber sehr nahe constant bleibt.* Eine Parallelverschiebung der Curve des Potentialfalles ist aber nach Formel (3) ohne

Einfluss auf die elektromagnetische Drehung der Niveaulinien. Zur Illustrirung führe ich drei Versuchsreihen an. Die zerstäubte Lösung ist $^1/_2$-normal KCl, das Potential der Anode + 12Cl, das der Kathode — 63Cl. Von I bis III wurde die Flammenstellung so geändert, dass die Anode sich mehr und mehr erhitzte. Unter N.-St. ist die Noniusstellung notirt, unter Volt die in Volt umgerechneten Ausschläge.

I		II		III	
N.-St.	Volt	N.-St.	Volt	N.-St.	Volt
3,4	0	3,4	3,6	3,4	5,90
3,6	2,09	3,6	1,55	3,7	3,79
3,8	2,37	3,8	1,20	3,8	4,0
4,0	3,47	4,0	0	4,0	3,0
4,2	5,2	4,2	1,1	4,2	1,8

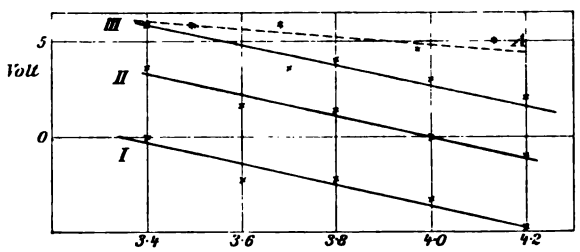


Fig. 4.

In Fig. 4 sind die Beobachtungen dargestellt. Die Parallelverschiebung ist nahe vollständig.

2. Die punktirte Curve *A* enthält vier Beobachtungen, die unter gleichen Bedingungen wie Curve III erhalten sind, jedoch ist die Batterie hier in + 37—38 Clark getrennt; *die Zunahme des Potentiales der Anode bewirkt also hier, dass der Potentialfall zwischen den Elektroden abnimmt* (vgl. §§ 2 und 3).

§ 5. Der Rotationscoefficient bei constanter Flammenconcentration.

1. Wir haben in den §§ 1 bis 4 die Ueberlegungen, welche zu unserer Experimentalanordnung führten, auseinandergesetzt.

Wir gehen nunmehr auf die Prüfung der Constanz des Rotationscoefficienten ein. Nach Formel (3) ist

$$\frac{\frac{e}{z}}{\frac{\Pi}{x}} \cdot \frac{1}{H} = \text{const.},$$

wenn e die elektromotorische Kraft des Halleffectes, z den Abstand der Secundärelektroden, Π/x den Potentialfall an der Stelle der Hallelektroden und H die Feldstärke bezeichnet. Die Constante hat die Dimension einer Geschwindigkeit und wird als Rotationscoefficient bezeichnet.

Aus den Messungen von v. Ettinghausen und Nernst[1]) und denen von van Everdingen[2]) an Wismutplatten geht hervor, dass bei Variation der Feldstärke von 7 Einheiten auf 16000 bei gleichem Primärstrom der Rotationscoefficient langsam ansteigend, bei etwa 1000 Einheiten ein Maximum erreicht, und von etwa 3500 bis zu 16000 Einheiten auf $^1/_3$ seines Wertes sinkt.

Wir sind leider nicht in der Lage gewesen, grosse Intervalle zu untersuchen, da wir nicht gut unter 3000 Einheiten herunter gehen konnten, andererseits aber der zur Verfügung stehende Strom die Feldstärke nicht über 8500 Einheiten zu steigern gestattete. Unsere Untersuchung beschränkt sich demnach auf dies Intervall.

Die Folge einer zusammengehörigen Messungsreihe ist die. Zunächst wird der Potentialfall an der Stelle der Hallelektroden bestimmt, alsdann die Secundärelektroden durch Schrauben an den Nonien nahe äquopotential gemacht, und alsdann der Halleffect bei Umkehr der Magnetpole (Stellung A bez. B) und Umkehr der Wippe VI (α bez. β) gemessen. Der Primärstrom kann nach § 2, 2. nicht umgekehrt werden.

Eine solche Messung muss unter fortgesetzter Regulirung des Zerstäuberdruckes und Controlirung der Gaszufuhr geschehen. Durch die übrigen Controlmessungen, welche not-

1) A. v. Ettinghausen u. W. Nernst, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien (2) **94**. p. 592. 1886.

2) E. van Everdingen, Comm. from Phys. Lab. Leiden 1899.

wendig sind bei einem wenig geschlossenen Kraftlinienfelde, bei sehr empfindlichen Messinstrumenten, und der Anwesenheit von Isolationsmaterial gegen Hochspannung nahe einer Flamme, nimmt die Messung mehrere Stunden in Anspruch. Von Fehlerquellen seien nur die, wie mir scheint, gefährlichsten hervorgehoben. Sie bestehen darin, dass erstens ein Salzkörnchen, das sich in dem 0,7 mm weiten Schnitte des Brenners festsetzt, verschulden kann, dass die Anode weniger erhitzt wird, wodurch der Potentialfall wesentlich modificirt werden kann, zweitens darin, dass mangelhafter Isolationszustand des Elektrometers falsche Werte ergiebt.

2. In folgenden Tabellen bezeichnet $\Pi_{\text{prim.}}$ das für die betreffende Noniusstelle angegebene Potential mit dem Quadrantenelektrometer QE (Fig. 3), gemessen zwischen den Primärelektroden. Die Noniusstelle ist auf $^1/_{10}$ mm angegeben und hat willkürlichen Anfang. α, β sind die Ausschläge bei Erregung des Magnetfeldes vom Nullpunkte aus für die beiden Magnetstellungen A und B am Nernst-Dolezalekelektrometer bestimmt.

I. Zerstäubt. KCl 2-normal. Luftdruck 104 cm.

Primärelektroden + 17,22, − 90,40 Volt.

$\Pi_{\text{prim.}}$	Nonius	20,0	17,5	15,0	12,5
	Volt	15,26	13,95	13,27	12,91
	Empfindlichkeit: 1 Sct. comm. = 0,0078 Volt				
Potentialdifferenz der Hallelektroden	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}}{2}=e\text{Volt}$
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel a. 3 Ablesg.)	α	4,6	6,5	10,15 = 0,0796 Volt
		β	4,4	5,1	

Aus $\Pi_{\text{prim.}}$ erhält man den Potentialfall in Volt/cm, wie er in folgender Tabelle unter Π/x angegeben ist (am besten durch Aufzeichnung der Beobachtungen). z ist die Entfernung der Secundärelektroden, H die Feldstärke.

e	z	$\frac{e}{z}$	$\frac{\Pi}{x}$	$D = \frac{e}{z} / \frac{\Pi}{x}$	H	$\frac{D}{H}$
0,0796 V.	1,48 cm	0,05379 $\frac{\text{V.}}{\text{cm}}$	2,773 $\frac{\text{V.}}{\text{cm}}$	0,0194	5075	$3{,}81 \cdot 10^{-6}$

Das Vorzeichen des Coefficienten bestimmt sich nach dem Diagramm Fig. 5 als entgegengesetzt dem Sinne der Feldströme, also negativ, *wie bei Wismut.*

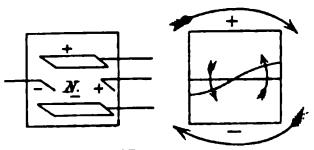


Fig. 5.

In folgender Messungsreihe ist der Primärpotentialfall gegen oben durch Aenderung der Flammenhöhe verstärkt. Hierdurch erleidet die Flamme eine Concentrationsänderung gegen Messung I; diese Aenderung ist jedoch geringer als 1 Proc., sodass sie hier nicht in Betracht (Beweis in § 4).

II. Zerstäubt. KCl 2-normal. Luftdruck 104 cm.
Primärelektroden + 17,3, − 90,42 Volt.

$\Pi_{\text{prim.}}$	Nonius	31,0	32,78	34,8	37,0	39,0
	Volt	5,36	4,40	3,60	1,80	± 0,3

Empfindlichkeit: 1 Sct. comm. = 0,00490 Volt.

Potentialdifferenz der Hallelektroden	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}=e\,\text{Volt}}{2}$
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel a. 3 Ablesg.)	α	14,348	10,575	28,23 = 0,1386 Volt
		β	17,25	14,3	

e	z	$\frac{e}{z}$	$\frac{\Pi}{x}$	$D = \frac{e}{z} / \frac{\Pi}{x}$	H	$\frac{D}{H}$
0,1386 V.	1,60 cm	0,08658 $\frac{\text{V.}}{\text{cm}}$	6,36 $\frac{\text{V.}}{\text{cm}}$	0,01361	3600	$\mathbf{3{,}78 \cdot 10^{-6}}$

III. Zerstäubt. KCl 2-normal. Luftdruck 104 cm.

Primärelektroden + 17,23, − 90,4 Volt.

$\Pi_{prim.}$ Ende	Nonius	29,0	32	33	36
	Volt	15,7	14,63	13,71	12,66
Potentialdifferenz der Hallelektroden	Empfindlichkeit: 1 Sct. comm. = 0,00516 Volt				
	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}=e\text{Volt}}{2}$
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel a. 3 Ablesg.)	α	29,95	29,21	57,88 = 0,2987 Volt
		β	29,88	26,73	
$\Pi_{prim.}$ Anfang	Nonius	30	33	36	40
	Volt	2,16	3,39	4,33	6,69

Bei III ist der Potentialfall vor und nach der Messung des Halleffectes bestimmt. *Das lineare Stück in der Mitte ist um etwa 8 Volt gehoben. Die Parallelverschiebung ist aber eine beinahe vollständige,* wie man am besten bei Eintragung in ein Coordinatensystem sieht.

Der Grund (vgl. §§ 2, 3) für die Grösse dieser Verschiebung liegt darin, dass eine stationäre Wärmeverteilung bei sehr nahestehenden Magnetpolen gar nicht zu erzielen ist. Dass wir also hier quantitative Resultate erhielten, verdanken wir dem günstigen Umstande, dass eine geringe Erhöhung der Temperatur der Anode den Potentialfall in der Mitte nicht ändert (vgl. Fig. 4). Es ergiebt sich hiernach für III

e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{\Pi}{x}$	$D=\frac{e}{x}/\frac{\Pi}{x}$	H	$\frac{D}{H}$
0,2987 V.	1,73 cm	0,1727 $\frac{\text{V.}}{\text{cm}}$	5,8 $\frac{\text{V.}}{\text{cm}}$	0,02978	8180	$3{,}64.10^{-6}$

IV. Zerstäubt. KCl 2 normal. Luftdruck 104 cm.
Potentialverteilung + 12—63 Clark.

$\Pi_{prim.}$	Nonius	30	32	35	37	40
	Volt	15,57	15,50	19,11	21,48	20,79
Potentialdifferenz der Hallelektroden	Empfindlichkeit d. Elektrom.: 1 Sct. comm. = 0,00508 Volt					
	Magnetstellung			A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}}{2} = e$ Volt
	Ausschlag in Scalenteilen	α		52,92	42,50	90,553 = 0,4601 Volt
		β		43,09	42,59	

e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{\Pi}{x}$	$D = \frac{e}{x} / \frac{\Pi}{x}$	H	$\frac{D}{H}$
0,4601 V.	1,66 cm	0,27715 $\frac{V.}{cm}$	8,5 $\frac{V.}{cm}$	0,0326	8400	$3{,}88 . 10^{-6}$

Wir haben in den Messungen I—IV die Parameter H, x und Π/x verändert und stellen die Messungen der Uebersicht wegen zusammen.

KCl 2-normal.

e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{\Pi}{x}$	$D = \frac{e}{x} / \frac{\Pi}{x}$	H	$\frac{D}{H}$
0,0796 V.	1,48	0,05379	2,77 $\frac{V.}{cm}$	0,0194	5075	$3{,}81 . 10^{-6}$
0,1386 „	1,60	0,08658	6,36 „	0,0136	3600	$3{,}78 . 10^{-6}$
0,2987 „	1,73	0,1729	5,8 „	0,0298	8180	$3{,}64 . 10^{-6}$
0,4601 „	1,66	0,27715	8,5 „	0,0326	8400	$3{,}88 . 10^{-6}$

Aus diesen Messungen geht hervor, dass innerhalb des untersuchten Intervalles *der Rotationscoefficient unabhängig von den drei variirten Parametern, Feldstärke, Potentialfall und Elektrodenabstand ist.* Ich habe versucht auch bei noch weiter entfernten Magnetpolen, also geringerem H, den Halleffect zu untersuchen; die Ausschläge sind auch dann noch messbar, aber es ist schwieriger, bei entfernten Polen einen starken, constanten Potentialfall zu erhalten, weil die Flamme wesentlich niedriger brennen muss (§ 2), wenn nicht ein Teil der

Wärme durch die Magnetpole von der Anode abgehalten wird. infolge dessen wurde von einer weiteren Variirung der Feldstärke Abstand genommen, und zunächst im Folgenden untersucht, wie weit die erhaltene Constante definirbar ist.

§ 6. Abhängigkeit des Halleffectes von der Concentration der Flamme.

Bei den Messungen des § 5 war die Concentration der Zerstäubung stets 2-normal KCl. Die Ionenconcentration der Flamme variirte gewiss etwas wegen der bei den verschiedenen Messungen ungleichen Erwärmung der Anode, jedoch war kein Einfluss der Concentration auf den Rotationscoefficienten wahrzunehmen. Im Folgendem wurde nun die *Concentration der Zerstäuberlösung geändert.*

I. KCl conc. Luftdruck 104 cm.
Primärelektroden + 17,2, − 90,4 Volt.

$\Pi_{prim.}$	Nonius	29	30	33	36	39	41
	Volt	5,16	4,17	4,29	2,78	1,97	4,29

Empfindlichkeit d. Elektrom.: 1 Sct. comm. = 0,00579 Volt

Potentialdifferenz der Hallelektroden	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}=e\text{Volt}}{2}$
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel aus 3 Ablesg.)	1. α	7,57	6,9	14,08 = 0,0816 Volt
		1. β	7,28	6,42	
		2. α	10,8	10,82	23,01 = 0,1334 „
		2. β	10,72	13,7	

Conc.	e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{\Pi}{x}$	$D=\frac{e}{x}/\frac{\Pi}{x}$	H	$\frac{D}{H}$
3,8-n.	0,0816 V.	1,58	0,05165	2,7 $\frac{\text{V.}}{\text{cm}}$	0,01913	5120	$3{,}736.10^{-6}$
3,8 „	0,1334 „	1,58	0,08441	2,7 „	0,03126	8300	$3{,}766.10^{-6}$
						Mittel	$3{,}750.10^{-6}$

II. KCl 2-normal (vgl. § 5) = $3{,}78.10^{-6}$.

III. KCl $^1/_2$-normal. Luftdruck 104 cm.
Primärelektroden + 17,3, − 90,4 Volt.

$H_{prim.}$	Nonius	34	36	38	40	42
	Volt	3,6	1,55	1,20	0	1,1

Empfindlichkeit d. Elektrom.: 1 Sct. comm. = 0,0049 Volt

	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}=e\,\text{Volt}}{2}$
Potentialdifferenz der Hallelektroden	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel aus 8 Ablesg.)	1. α	32,33	33,42	66,15 = 0,3279 Volt
		1. β	33,10	33,45	
		2. α	23,12	19,22	42,72 = 0,2093 „
		2. β	22,75	10,35	

Conc.	e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{H}{x}$	D	H	$\frac{D}{H}$
$^1/_2$-n.	0,3270 V.	1,687	0,1944	5,5 $\frac{\text{V.}}{\text{cm}}$	0,03535	8430	$4{,}19.10^{-6}$
$^1/_2$ „	0,2093 „	1,687	0,1241	5,5 „	0,02256	5220	$4{,}32.10^{-6}$

Mittel $4{,}26.10^{-6}$

IV. KCl $^1/_4$-normal. Luftdruck 104 cm.
Primärelektroden + 17,2, − 90,4 Volt.

$H_{prim.}$	Nonius	32	34	35	36	38
	Volt	3,75	3,40	3,55	2,71	1,84

Empfindlichkeit d. Elektrom.: 1 Sct. comm. = 0,00719 Volt

	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}=e\,\text{Volt}}{2}$
Potentialdifferenz der Hallelektroden	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel a. 3 Ablsg.)	α	10,57	10,46	20,315 = 0,1461 Volt
		β	10,70	8,9	

Conc.	e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{\Pi}{x}$	D	H	$\frac{D}{H}$
$^1/_4$-n.	0,1461 V.	1,65	0,08851	3,2 $\frac{\text{V.}}{\text{cm}}$	0,02767	5120	$5{,}40 \cdot 10^{-6}$

V. KCl $^1/_8$-normal. Luftdruck 104 cm.
1. Primärelektroden + 17,2, − 90,4 Volt.

$\Pi_{\text{prim.}}$	Nonius	29	31	34	37	40
	Volt	8,51	7,94	7,09	6,95	6,1

Empfindlichkeit d. Elektrom.: 1 Sct. comm. = 0,00463 Volt

Potentialdifferenz der Hallelektroden	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}=e\,\text{Volt}}{2}$
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel a. 3 Ablsg.)	α	23,82	21,07	44,015 = 0,2038 Volt
		β	22,49	20,67	

Conc.	e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{\Pi}{x}$	D	H	$\frac{D}{H}$
$^1/_8$-n.	0,2038	1,89	0,1078	2,2 $\frac{\text{V.}}{\text{cm}}$	0,04903	5220	$9{,}39 \cdot 10^{-6}$

2. Primärelektroden + 12, − 65 Cl. Luftdruck 104 cm.

$\Pi_{\text{prim.}}$	Nonius	27	30	31	33	36	39	41
	Volt	7,83	6,30	5,5	4,79	4,57	2,64	5,35

Empfindlichkeit d. Elektrom.: 1 Sct. comm. = 0,00461 Volt

Potentialdifferenz der Hallelektroden	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}=e\,\text{Volt}}{2}$
	Ansschlag in Scalenteilen (Mittel a. 3 Ablesg.)	α	31,21	33,17	68,36 = 0,315 Volt
		β	35,5	36,84	

Conc.	e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{\Pi}{x}$	D	H	$\frac{D}{H}$
$^1/_8$-n.	0,315 V.	1,72 cm	0,1831	3,1 $\frac{\text{V.}}{\text{cm}}$	0,05907	8330	$7{,}09 \cdot 10^{-6}$

Mittel aus 1. und 2. $\frac{D}{H} = 8{,}24 \cdot 10^{-6}$.

VI. Reine Flamme. Luftdruck 104 cm.
Primärelektroden + 12—65 Cl.

$\Pi_{prim.}$	Nonius	28,6	31,6	34,6	37,6	40,6
	Volt	12,92	21,55	25,34	28,76	42,15

Potentialdifferenz der Hallelektroden: Empfindlichkeit d. Elektrom.: 1 Sct. comm. = 0,00438 Volt

Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}=e\,\text{Volt}}{2}$
Ausschlag in Scalenteilen (Mittel a. 3 Ablesg.)	α	168,7	236,8	395,1 = 1,73 Volt
	β	168,8	225,94	

Conc.	e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{\Pi}{x}$	D	H	$\frac{D}{H}$
0	1,73 V.	1,70 cm	1,017	12 $\frac{\text{V.}}{\text{cm}}$	0,0848	8330	$10{,}18.10^{-6}$

Wir stellen in folgender Tabelle die erhaltenen Resultate zusammen.

Abhängigkeit des Rotationscoefficienten in der KCl-Flamme von der Concentration der zerstäubten Lösung.

Conc.	$\frac{D}{H}$ beobachtet	$\frac{D}{H}$ berechnet
0-normal	$-10{,}18\,.\,10^{-6}$	$-(10{,}18\,.\,10^{-6}$
0,082 „	—	$-\ 8{,}48\,.\,10^{-6}$
0,125 „	$-\ 8{,}24\,.\,10^{-6}$	—
(0,165 „)	—	$-\ 7{,}4\,.\,10^{-6}$
0,25 „	$-\ 5{,}40\,.\,10^{-6}$	—
0,33 „	—	$-\ 5{,}12\,.\,10^{-6}$
0,50 „	$-\ 4{,}26\,.\,10^{-6}$	—
0,66 „	—	$-\ 4{,}59\,.\,10^{-6}$
1,336 „	—	$-\ 4{,}32\,.\,10^{-6}$
2 „	$-\ 3{,}78\,.\,10^{-6}$	—
2,67 „	—	$-\ 3{,}97\,.\,10^{-6}$
3,8 „	$-\ 3{,}75\,.\,10^{-6}$	—
Conc. Flamme	—	$-\ (3{,}7\,.\,10^{-6})$

Auf die Berechnung der unter „berechnet“ stehenden Werte kommen wir später zurück, zunächst gehen wir auf die Frage nach der Eindeutigkeit der erhaltenen Constanten ein.

§ 7.

1. Nach § 1 ist die physikalische Bedeutung des Rotationscoefficienten der halbe Geschwindigkeitsüberschuss der einen Ionenart über die andere, unter der Voraussetzung vollständiger Dissociation und unter der Veraussetzung, dass der durch ponderomotorische Kräfte verursachte Ionenfluss ein Concentrationsgefälle in entgegengesetzter Richtung hervorruft. Man pflegt nun die Beweglichkeiten der Ionen in (cm/sec)/(Volt/cm) anzugeben. Es sind demnach die für D/H erhaltenen Werte mit 10^8 zu multipliciren, um die erhaltenen Zahlen mit den aus den Geschwindigkeitsbestimmungen erhaltenen Werten zu vergleichen.

2. Nach den Messungen von H. A. Wilson beträgt die Geschwindigkeit des OH-Ions im Potentialfall 1 Volt/cm etwa 1000 cm/sec, die des K-Ions etwa $^1/_{17}$ dieses Wertes.[1]) Wir erhielten aus den Berechnungen aus dem Potentialfalle und Strome für das negative Ion ebenfalls etwa 1000 cm/sec, für das positive etwa 200 cm/sec, indem wir in der Flamme Lösungen von $^1/_{10}$- und $^1/_{20}$-normal KCl zerstäubten und der Rechnung die Annahme zu Grunde legten, dass die Oberflächendissociation klein gegen die Volumendissociation sei.[2])

Die so erhaltenen Geschwindigkeitswerte gelten, solange *die Grundannahme des Ohm'schen Gesetzes*, die Proportionalität zwischen Geschwindigkeit und Kraft, gewahrt ist. Wir haben den Bereich, innerhalb dessen eine solche Proportionalität angenommen werden kann, an anderem Orte untersucht, und kamen zu dem Resultate, dass bei gleichtemperirten Elektroden schon bei 2 Volt Beschleunigungen der Ionen zu erwarten sind, dass man dagegen viel höhere elektromotorische Kräfte anwenden kann, ohne wahre Abweichungen vom Ohm'schen Gesetze zu erhalten, wenn man die Temperatur der Anode wesentlich niedriger als die der Kathode hält.[2]) Nun aber betrugen hier die elektromotorischen Kräfte 75 Clarks, und infolge dessen wird der Potentialfall an den Elektroden die Grenzen der Gültigkeit des Ohm'schen Gesetzes weit übersteigen.

Infolge dessen sind die bei 75 Clark Potentialdifferenz erhaltenen Drehungscoefficienten nicht streng definirbar, da durch

1) H. A. Wilson, l. c. p. 517.
2) E. Marx, l. c. p. 813.

das Einsetzen von Beschleunigungen der einfache Zusammenhang zwischen Kraft und Geschwindigkeit aufhört.

Dass hier so hohe Potentialdifferenzen gewählt wurden, geschah deshalb, weil die Schwierigkeiten der ganzen Untersuchung noch wesentlich erhöht werden, wenn der Potentialfall zwischen den Elektroden geringer wird als bei diesen Potentialdifferenzen.

Wir führen nunmehr Messungen an, welche bezwecken zu untersuchen, wie weit obige Zahlen durch Beschleunigungen der Ionen eine Modification gegenüber denen bei Gültigkeit der Grundannahme des Ohm'schen Gesetzes erhalten haben.

Die Experimentalanordnung ist so gewählt, dass Beschleunigungen vermieden werden[1]); die Anode wesentlich kälter als die Kathode; die Potentialverteilung an den Elektroden + 1 Cl, − 2 Cl. Concentrirtere Lösungen, wie oben zu untersuchen, ist hier nicht angängig, weil mit abnehmendem Sättigungsstrom der Potentialfall in der Mitte abnimmt. Die Concentration der Zerstäuberlösung ist deshalb $^1/_{20}$-normal genommen. Gerade die Anordnung wählten wir bei der erwähnten Bestimmung der Grösse der Wanderungsgeschwindigkeiten aus Potentialfall und Strom. Das Quadrantenelektrometer ist in Quadrantenschaltung.

I. KCl $^1/_{20}$-normal. Luftdruck 104 cm. Potentialverteilung +1, −2 Cl.

$\Pi_{prim.}$	Nonius	1,82	2,00	2,20	2,60	2,72
	Volt	0,29	0,34	0,43	0,89	0,89

Potentialdifferenz der Hallelektroden	Empfindlichkeit des Elektrometers: 1 Sct. = 0,00539 Volt			
	Magnetstellung	A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}}{2} = e$ Volt
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel aus 3 Ablesg.) α	−3,43	−3,08	6,65 = 0,0358 Volt
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel aus 3 Ablesg.) β	+2,94	+3,85	

e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{\Pi}{x}$	H	$\frac{D}{H}$
0,0358 Volt	1,41 cm	0,02542	0,732 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$	4750	$7{,}314 \cdot 10^{-6}$

1) E. Marx, l. c. p. 813.

Bei den folgenden Messungen ergab sich der Potentialfall stets genau wie oben; genauere Angaben erscheinen demnach unnötig.

II. KCl $^1/_{20}$-normal. Luftdruck 104 cm. Potentialverteilung + 1, −2Cl.

Potentialdifferenz der Hallelektroden	Empfindlichkeit des Elektrometers: 1 Sct. = 0,00472 Volt				
	Magnetstellung		A	B	$A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}=e$ Volt
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel aus 3 Ablesg.)	α	−4,715	−6,233	13,17 = 0,06216 Volt
		β	+6,425	−8,97	

e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{H}{x}$	D	H	$\frac{D}{H}$
0,06216 Volt	1,485 cm	0,04185	0,732 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$	0,0572	8075	$7{,}082 \cdot 10^{-6}$

III. KCl $^1/_{20}$-normal.

Potentialdifferenz der Hallelektroden	Empfindlichkeit des Elektrometers: 1 Sct. = 0,00490 Volt				
	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}}{2}=e$ Volt
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel aus 3 Ablesg.)	α	−3,99	+6,38	10,23 = 0,05019 Volt
		β	+4,1	−5,99	

e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{H}{x}$	D	H	$\frac{D}{H}$
0,05019 Volt	1,60 cm	0,03137	0,7317 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$	0,04297	5810	$8{,}093 \cdot 10^{-6}$

Die Abweichung der erhaltenen Coefficienten untereinander ist grösser als bei stärkerem Potentialfall. Der mittlere Wert wird

$$\left.\begin{matrix}7{,}314\\7{,}082\\8{,}093\end{matrix}\right\} = 7{,}5 \cdot 10^{-6} = 750 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \Big/ \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}.$$

Oben erhielten wir für $^1/_8$-normal KCl den Wert

$$8{,}24 \cdot 10^{-6}.$$

Für $^1/_{20}$-normal würde er nach der Tabelle p. 816 etwa

$$8{,}5.10^{-6} \quad \text{oder} \quad 850 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \Big/ \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$$

sein.

Wir finden demnach auch hier durch die Untersuchung des Halleffectes den auf anderem Wege gezogenen Schluss bestätigt, dass bei Potentialdifferenzen von 75 Clark Beschleunigungen der Ionen an den Elektroden auftreten, sodass die Geschwindigkeit der negativen Ionen infolge des starken Gefälles an der Kathode auch unter linearem Potentialfall erhöht bleibt.

3. Der für den Rotationscoefficienten unter Bedingungen, bei welchen die Gültigkeit der Grundannahme des Ohm'schen Gesetzes sehr wahrscheinlich ist, erhaltene Wert lässt sich direct mit dem aus Potentialfall und Strom berechneten vergleichen.

Hr. Wilson erhielt etwa 940 cm/sec. Demnach sollte, wenn die Dissociation vollständig wäre,

$$\frac{D}{H} = \frac{u - v}{2} \sim 470 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

sein.

Wir erhielten hier für D/H 750 cm/sec, also einen beträchtlich grösseren Wert des Rotationscoefficienten. Es soll nunmehr, trotz des Spielraumes, den die Fehlergrenzen der Messung der Geschwindigkeit der Ionen hier zulassen, zugesehen werden, ob die Differenz zwischen Rotationscoefficient und halber Geschwindigkeitsdifferenz aus physikalischen Gründen in dem erhaltenen Sinne erklärbar ist.

Wir haben die von Hrn. Donnan für das Problem des Halleffectes in Elektrolysen aufgestellte, und für den Fall vollständiger Dissociation integrirte Differentialgleichung oben § 1,2. wiedergegeben. Bezeichnen wir die Klammergrössen in (3) und (4) mit L und M, so wird

$$\frac{de}{dx} = \frac{\omega e}{L + M} (Lv - Mu) H \cdot \frac{dH}{dx}.$$

$L = 1$, $M = 1$ liefert das für vollkommene Dissociation erhaltene Resultat; für einen nicht vollständig dissociirten Elektrolyt ist L und $M >$ als 1. Da $M < L$, wenn $v > u$, so wird

$$\frac{Lv - Mu}{L + M} > \frac{v - u}{2}.$$

Wir müssen daher einen *grösseren Wert von D/H erhalten, wenn der Dissociationsgrad* der Flamme *klein* ist.

Nun geht aus der Arbeit von Arrhenius[1]) hervor, dass in Flammengasen die Leitfähigkeit umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Concentration der Flamme ist. Dieses Resultat ist nur vereinbar mit den Gesetzen der Elektrolyse, solange der Procentsatz des dissociirten Salzes sehr gering ist gegen den des nicht dissociirten.

Dies folgt direct aus der Gleichgewichtsgleichung

$$x^2 = \frac{K}{C}(1 - x)$$

(wo x gleich Dissociationsgrad, K gleich Dissociationsconstante und C gleich Concentration ist); für den Fall, dass x gegen 1 verschwindet, wird, da das Leitungsvermögen eines Elektrolyten gleich $x \cdot u_\infty \cdot C$ ist, u_∞ aber für denselben Elektrolyt constant ist, das Leitungsvermögen der Quadratwurzel aus der Concentration proportional.

Aus der Gültigkeit des Arrhenius'schen Quadratwurzelgesetzes folgt also eine sehr geringe Dissociation des zerstäubten Salzes, und da v wesentlich grösser ist als u, so ergiebt sich nach obigem *die Differenz zwischen dem erhaltenen Rotationscoefficient und der halben Geschwindigkeitsdifferenz der Ionen aus physikalischen Gründen in dem erhaltenen Sinne als notwendig.*

4. Kehren wir nunmehr zu der Abhängigkeit des Rotationscoefficienten von der Flammenconcentration zurück. Nach § 6 nimmt mit steigender Concentration der Halleffect ab. Da der Dissociationsgrad der Flamme bei steigender Concentration abnimmt, kann nach dem unter 3. dieses Paragraphen Gesagten die Aenderung des Rotationscoefficienten nicht durch die mit steigender Concentration grösser werdende Menge undissociirten Salzes erklärt werden, da eine solche einen entgegengesetzten Gang der Drehung verursachen würde. Der Grund der Aenderung ist also hier ein anderer.

Betrachten wir zunächst die reine Flamme. Die Grösse des hier erhaltenen Rotationscoefficienten lässt vermuten, dass die Differenz der Wanderungsgeschwindigkeiten der Träger der Elektricität sehr viel grösser ist, als in der Kaliumflamme.

Um zu sehen, ob diese Vermutung richtig ist, ist nur

1) S. Arrhenius, Wied. Ann. **42.** p. 66. 1891.

nötig, den Potentialfall in der reinen Flamme mit dem in der Kaliumflamme zu vergleichen.

Die Aenderung des Verhältnisses der Schichtdicken der freien Elektricität ergiebt, wenn wir die Elektrode für die reine Flamme auf gleicher Temperaturdifferenz, wie die Elektrode der Kaliumflamme halten, angenähert das Verhältnis der Wanderungsgeschwindigkeiten der Träger der Elektricität. Indem es wahrscheinlich ist, dass die Verschiebung des Wendepunktes nicht etwa vorhandenen Recombinationen der Ionen, sondern der verschiedenen Wanderungsgeschwindigkeit der *im* Volumen der Flamme erzeugten Ionen zuzuschreiben ist.[1])

Folgende Tabelle enthält die Ergebnisse der Messung. Das Elektrometer war in Doppelschaltung.

Die Potentialverteilung ist +12, −63 Clark.

Potentialfall in der Bunsenflamme		Potentialfall bei $^1/_{16}$-normal KCl-Zerstäubung	
Abstand von der Anode	Volt	Abstand von der Anode	Volt
—	17,19	—	17,19
0,2 mm	9,33	0,1 mm	16,78
0,4 „	7,86	0,2 „	13,95
0,6 „	8,56	0,4 „	6,77
1,0 „	5,86	0,8 „	—
2,0 „	4,73	1,3 „	6,42
4,0 „	3,38	3,3 „	7,26
7,0 „	—	4,3 „	6,77
10,0 „	2,26	6,3 „	7,26
12,0 „	16,56	9,3 „	7,46
13,0 „	31,01	11,3 „	7,48
14,0 „	40,93	13,3 „	7,47
15,0 „	58,64	14,3 „	15,16
15,3 „	66,46	14,8 „	33,47
15,4 „	72,93	15,0 „	34,37
15,9 „	90,35	15,2 „	44,98
		15,3 „	54,34
		15,4 „	65,4
		15,8 „	90,35

1) E. Marx, Ann. d. Phys. 2. 1900.

In Fig. 6 sind die erhaltenen Werte eingetragen. *Der Potentialverlauf in Fig. 6 macht es wahrscheinlich, dass das Verhältnis der Wanderungsgeschwindigkeiten der Ionen in der Kaliumflamme sehr viel kleiner als in der reinen Flamme ist*, da ja ersichtlich, dass das Verhältnis der Schichtdicken freier Elektricität an den Elektroden sich in diesem Sinne verschoben hat (vgl. vorige Arbeit p. 779).

Es ist schwer zu erweisen, welche Teilchen in der reinen Flamme den Elektricitätstransport übernehmen.

Arrhenius[1]) glaubte auf eine convective Uebertragung durch Gaspartikelchen schliessen zu müssen, es erscheint mir

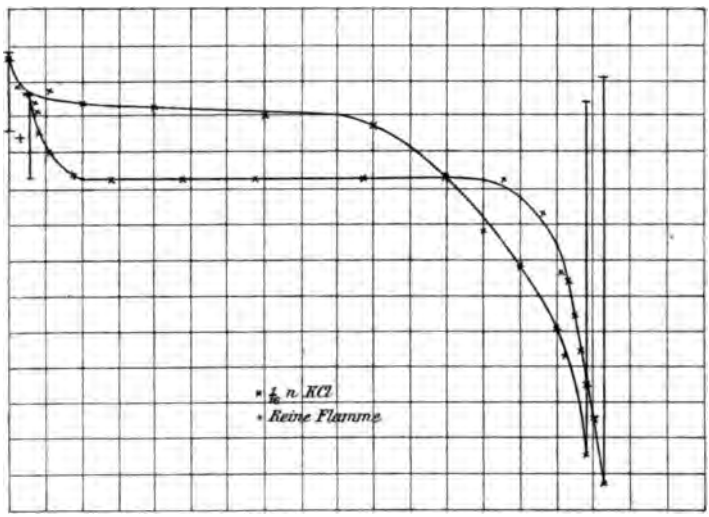


Fig. 6.

jedoch viel Wahrscheinlichkeit zu haben, dass die Elektricitätsleitung in der reinen Flamme genau wie in Alkaliflammen auf Hydrolyse beruht, dass also auch hier das OH-Ion das Kation ist, und das H-Ion das Anion ist. Diese Anschauung lässt sich nicht direct experimentell prüfen, da die zerstäubte Wassermenge verschwindend gegen die durch Verbrennung erzeugte ist, also eine Concentrationsänderung der Bunsenflamme für die H-Ionen nicht zu erreichen ist. Die unipolare Leitung in der reinen Flamme, welche in der verschiedenen

1) S. Arrhenius, l. c.

Wanderungsgeschwindigkeit begründet ist, spricht aber gegen die Annahme einer Leitung durch Gaspartikel, während die Annahme, dass die in der reinen Flamme sich sehr langsam bewegenden Ionen H-Ionen sind, vielleicht auch wegen des geringen Atomgewichtes plausibel erscheint; bei den Alkalisalzen ist, wie wir später zeigen werden, die Wanderungsgeschwindigkeit dem Atomgewicht proportional.

5. Nehmen wir also an, dass die Leitung der reinen Flamme durch das H-Ion und OH-Ion erfolgt. Alsdann würde sich im Falle vollständiger Dissociation für den Rotationscoefficienten der reinen Flamme ergeben:

$$R_{\text{Reine Flamme}} = \frac{U_H - V}{2},$$

wenn U_H die Geschwindigkeit des H-Ion, V die des OH-Ions bezeichnet. Wir fanden vorhin, dass die Dissociation in der Flamme äusserst gering ist, und erhielten infolge dessen einen Wert, der nicht $^1/_2$ des Ueberschusses der Geschwindigkeiten war, sondern etwa $^5/_6$ derselben ist. Um dem Einfluss des nicht dissociirten Salzes Rechnung zu tragen, muss demnach der Zahlenfactor $^1/_2$ in $^5/_6$ verwandelt werden. Hiernach ergiebt sich nach p. 816

$$R_{\text{Reine Flamme}} = {}^5/_6\,(U_H - V) = 10{,}18 \cdot 10^{-6}.$$

Wenn nun KCl in der Flamme zerstäubt wird, so wird hierdurch ein zweites positives Ion in die Flamme gebracht, dessen Geschwindigkeit beträchtlich grösser als die des H-Ions ist. Infolge dessen muss der Rotationscoefficient um so kleinere Werte annehmen, je mehr der Einfluss des K-Ions mit wachsender Concentration zur Geltung kommt. Wir wollen nach der Tabelle p. 816 annehmen, dass $3{,}7 \cdot 10^{-6}$ ein Grenzwert für vollständige Concentration der Flamme für K-Ionen ist, sodass der Einfluss der langsamer wandernden H-Ionen vernachlässigt werden kann.

Um dem Einfluss der grösseren Wanderungsgeschwindigkeit (vgl. p. 820) annähernd gerecht zu werden, möge hier der Bruchteil des Geschwindigkeitsüberschusses der Ionen $^4/_6$ angenommen werden, sodass

$$R_{\text{K-Fl.}} = {}^4/_6\,(U_K - V) = 3{,}7 \cdot 10^{-6}$$

zu setzen wäre.

Zwischen diesen Grenzwerten für reine Flamme und concentrirte Flamme wird sich demnach der Rotationscoefficient stetig ändern, und zwar nach Maassgabe der Concentration der positiven Ionen. n und m seien Functionen der Anzahl H bez. K-Ionen, alsdann kann man setzen

$$R = \tfrac{5}{6}\left(\frac{n\,U_H + m\,U_K}{n+m} - V\right),$$

für $n = m$ folgt

$$R_{n=m} = \tfrac{5}{6}\left(\left(\frac{U_H + U_K}{2}\right) - V\right).$$

Durch Addition von $R_{\text{K-Flamme}}$ und $R_{\text{Reine Flamme}}$ ergiebt sich

$$\frac{U_H + U_K}{2} - V = 8{,}88 \,.\, 10^{-6}$$

also

$$R_{n=m} = 7{,}4 \,.\, 10^{-6}.$$

Tragen wir die Logarithmen der Normalität der zerstäubten Lösung als Abscissen, die Rotationscoefficienten als Coordinaten auf, so ergiebt sich durch Interpolation, dass der Rotationscoefficient $7{,}4 \,.\, 10^{-6}$ der Zerstäubung von 0,165-normal KCl entsprechen würde. Wird nun eine doppelt so concentrirte Lösung zerstäubt, so kommt doppelt soviel Salz in die Flamme, da sowohl das dissociirte, wie das nicht dissociirte Salz den Rotationscoefficient beeinflusst, erscheint die Annahme plausibel, dass bei Zerstäubung von 0,33-normal KCl der Einfluss des zerstäubten Salzes doppelt so stark, als bei 0,165-normal gegenüber der reinen Flamme für den Rotationscoefficient ins Gewicht fällt.

Die unter „ber." stehenden Zahlen in der Tabelle § 6, 2 sind unter dieser Annahme berechnet.

Für $m > n$ wurde der Coefficient $^4/_6$, für $m \leqq n$ $^5/_6$ angenommen, gemäss der Bemerkung auf p. 820. Wir kommen also nach der Tabelle p. 816 zu dem Resultat: *Der beobachtete Einfluss der Concentration der Flamme auf die Grösse des Rotationscoefficienten ist aus der verschiedenen Wanderungsgeschwindigkeit des Trägers der positiven Elektricität in der reinen und in der der K-Flamme vollkommen verständlich, und die Grössenordnung des Rotationscoefficienten selbst ist die, wie sie nach der Theorie zu erwarten war.*

§ 8.

1. Aus dem Vorigen geht hervor, dass ein Rotationscoefficient für ein Salz in der Flamme nur dann eindeutig definirbar ist, wenn man angiebt, wie gross die primärelektromotorische Kraft gewesen ist, und ferner wie concentrirt das Salz in der Flamme ist.

Würde man mit geringen elektromotorischen Kräften wie in § 7, 2. beschrieben, auskommen können, so wäre die erste Angabe unnötig, indem bei Gültigkeit der Grundannahme des Ohm'schen Gesetzes die Geschwindigkeit eines Ions im Potentialfall 1 stets constant ist. Bei Anwendung von Potentialdifferenzen von 75 Clark stellten wir fest, dass auch im Gebiete linearen Potentialfalles die Ionengeschwindigkeiten grösser sind, als wenn der gleiche Potentialfall die Fortsetzung weniger steil abfallender Polarisationsgebiete bildet.

Nach dem in § 2 Gesagten lässt sich der Potentialfall zwischen den Primärelektroden steigern durch günstige Regulirung der Temperaturdifferenz der Elektroden. Um demnach für die erhaltenen Constanten nicht eine empirische Reduction auf Ohm'sches Gesetz vornehmen zu müssen, welche man aus der Untersuchung bei sehr schwachen Ionenconcentrationen mit schwachen elektromotorischen Kräften wie in § 7 herleiten kann, erschien es zur Erzielung einer einfacheren Definirbarkeit wünschenswert, nach § 2 den Potentialfall zwischen den Elektroden durch günstige Regulirung des Temperaturverhältnisses zwischen Anode und Kathode zu steigern, und infolge dessen auch bei geringer Potentialdifferenz der Primärelektroden Bedingungen zu erreichen, die eine quantitative Untersuchung des Halleffectes ermöglichten.

Die in Verfolgung dieses Gedankens auftretenden Complicationen haben wir in der Arbeit über „Potentialfall und Dissociation“ näher untersucht. Es ergab sich, dass bei abnehmender Temperatur der Anode von einer gewissen Temperatur ab die Relativgeschwindigkeit des Anions zu der der Nachbarmolecüle so gering wird, dass Beschleunigungen der Anionen auftreten. Im Folgenden sind einige dieser Messungen angeführt. Sie zeigen, wie die infolge nachlassender Reibung gesteigerte Geschwindigkeit des positiven Ions auch im linearen

Gebiete bestehen bleibt, und sind deshalb für das Problem des Halleffectes principiell von Bedeutung, als sie positive Drehung der Aequipotentiallinien zeigen, also der *Drehung bei Tellur entsprechen, während wir ohne diese künstliche Geschwindigkeitserhöhung stets die Drehung des Wismuts erhalten würden.*

Für dieses Experiment sind die Maschen der Primärelektroden enger gemacht, sodass die leuchtenden Flammengase die Anode nur gerade erreichen. *Die Potentialverteilung ist + 63, — 12 Clark; Feldstärke = 8300* (C. G. S.).

Potentialdifferenz der Hallelektroden	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}}{2} = e$ Volt
Anode schwach rot	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel aus 3 Ablesg.)	α	+7,0	−5,8	12,2 = 0,06 Volt
		β	−6,1	+3,5	
Anode etwas wärmer	Ausschlag in Scalenteilen	α	+0,3	+0,1	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}}{2}$
		β	−0,01	+1,1	~ 0 Volt

Der Potentialfall ist hier nicht besonders gemessen, die Experimentalbedingungen sind aber genau dieselben, wie in Fig. 1 der vorigen Arbeit.

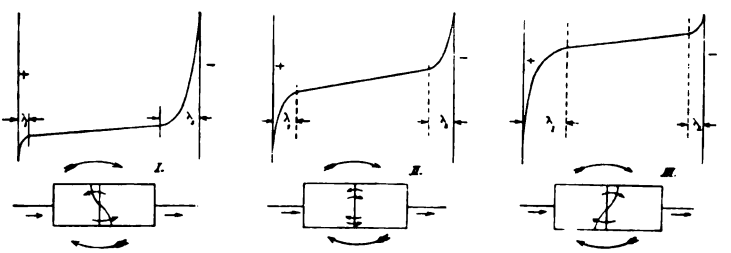


Fig. 7.

In Fig. 7 ist in I Potentialfall und Drehung bei normalen Verhältnissen dargestellt, in II das zuletzt erwähnte Experiment und III zeigt die Umkehr des Phänomens; wir haben hier die Darstellung der Drehung der Aequipotentiallinien gewählt, wie es bei der Drehung in Metallplatten üblich ist.

2. Es ist nicht selbstverständlich, dass bei II, wo die Wanderungsgeschwindigkeiten beider Ionen annähernd gleich sein dürften, die elektromotorische Kraft bei Erregung des Magnetfeldes verschwindet. Da beide Ionen in *gleicher* Richtung und mit *gleicher Kraft* senkrecht zu den Kraft- und Stromlinien verschoben werden, müsste ein Concentrationsstrom resultiren, der gleiche Richtung wie die Feldströme hätte, also entgegengesetzt wie in der normalen K-Flamme wäre.

Es ist möglich, dass hierin der Grund liegt, dass wir auch bei vorsichtigem Reguliren der Flammenhöhe ein Entstehen einer geringen Potentialdifferenz der Hallelektroden nicht vermeiden konnten.

§ 9.

1. Es lehrt also § 9, dass es nicht möglich ist, mit der Steigerung der Temperaturdifferenz zwischen Anode und Kathode wesentlich weiter zu gehen, als wir es in oben beschriebener Anordnung zwecks Untersuchung des Halleffectes in der K-Flamme gethan haben, um hierdurch auch bei geringen primären Potentialdifferenzen den Halleffect zu untersuchen. Gehen wir mit der Temperatur der Anode noch weiterherunter, so lässt die Reibung so nach, dass hierdurch die Grenze der Gültigkeit des Ohm'schen Gesetzes, welche für die Grösse des Potentialfalles berechnet wurde, wesentlich nach unten verschoben wird.

Um also quantitative Messungen ohne noch empfindlichere Instrumente ausführen zu können, ist notwendig, bei stärkeren Concentrationen elektromotorische Kräfte anzuwenden, für welche die Gültigkeit des Ohm'schen Gesetzes aufhört. *Die so erhaltenen Coefficienten sind demnach Functionen der elektromotorischen Kraft an den Primärelektroden.*

Mit möglichst hoher Flammenconcentration sind wir schon deshalb gezwungen bei der Untersuchung des Halleffectes zu arbeiten, weil wir nur so die den Effect vergrössernde Wirkung der sehr langsam wandernden Träger der positiven Elektricität in der reinen Flamme vernachlässigen können.

2. Im Folgenden sind Messungen des Halleffectes in Alkaliflammen aufgeführt. Es wurde überall 2-normale Lösung zer-

stäubt, um den Einfluss der reinen Flamme möglichst zu eliminiren. Nur bei Cäsium wurde 1-normale verwendet, um nicht zu viel des kostbaren Salzes zu benötigen. Potentialverteilung und Anordnung, ist genau wie bei Kalium beschrieben.

LiCl 2-normal.

$\Pi_{prim.}$	Nonius	31	33	35	37
	Volt	13,98	13,27	12,32	6,916

Empfindlichkeit des Elektrometers: 1 Sct. = 0,00317 Volt

Potentialdifferenz der Hallelektroden	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}}{2}=e$ Volt
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel aus 3 Ablesg.)	α	−88,6	+79,37	159,82 = 0,5067 Volt
		β	+84,1	−67,57	

e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{\Pi}{x}$	D	H	$\frac{D}{H}$
0,5067 Volt	1,82 cm	0,2784	4,67 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$	0,06682	8400	$7{,}95 \cdot 10^{-6}$

NaCl 2-normal.

$\Pi_{prim.}$	Nonius	39	41	42
	Volt	5,20	6,32	5,19

Empfindlichkeit des Elektrometers: 1 Sct. = 0,00313 Volt

Potentialdifferenz der Hallelektroden	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}}{2}=e$ Volt
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel aus 3 Ablesg.)	α	−29,43	−15,93	46,97 = 0,147 Volt
		β	+21,35	+27,23	

e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{\Pi}{x}$	D	H	$\frac{D}{H}$
0,147 Volt	1,78 cm	0,0825	3,3 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$	0,02429	8330	$5{,}06 \cdot 10^{-6}$

RbCl 2-normal.

$\Pi_{prim.}$	Nonius	35	37	39	41	42
	Volt	15,43	16,84	17,49	19,0	19,37

Potentialdifferenz der Hallelektroden	Empfindlichkeit des Elektrometers: 1 Sct. = 0,00312 Volt				
	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}}{2} = e$ Volt
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel aus 3 Ablesg.)	α	$-31{,}67$	$+35{,}8$	$66{,}145 = 0{,}2066$ Volt
		β	$+33{,}76$	$-31{,}06$	

e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{\Pi}{x}$	D	H	$\frac{D}{H}$
0,2066 Volt	1,6 cm	0,1296	6 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$	0,02152	8200	$2{,}62 \cdot 10^{-6}$

$\Pi_{prim.}$	Nonius	3,2	3,5	3,7	4,0
	Volt	5,96	4,477	2,742	0

Potentialdifferenz der Hallelektroden	Empfindlichkeit des Elektrometers: 1 Sct. = 0,00331 Volt				
	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}}{2} = e$ Volt
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel aus 3 Ablesg.)	α	$-41{,}33$	$+35{,}83$	$72{,}48 = 0{,}24$ Volt
		β	$+36{,}88$	$-30{,}93$	

e	x	$\frac{e}{x}$	$\frac{\Pi}{x}$	D	$\frac{D}{H}$
0,24 Volt	1,62 cm	0,148	6,33 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$	0,0234	$2{,}78 \cdot 10^{-6}$

CsCl 1-normal.

$H_{prim.}$					
Nonius	31,4	33,0	35	37
Volt	9,97	11,92	15,22	15,36

Empfindlichkeit des Elektrometers: 1 Sct. = 0,00323 Volt

Potentialdifferenz der Hallelektroden	Magnetstellung		A	B	$\frac{A_{\alpha+\beta}+B_{\alpha+\beta}}{2} = e$ Volt
	Ausschlag in Scalenteilen (Mittel aus 3 Ablesg.)	α	−42,5	+49,51	98,30 = 0,3174 Volt
		β	+51,43	−53,16	

e	z	$\frac{e}{z}$	$\frac{H}{x}$	D	H	$\frac{D}{H}$
0,3174 Volt	1,69 cm	0,1878	12,95 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$	0,0145	8300	$1{,}75 \cdot 10^{-6}$

Die Genauigkeit der hier erhaltenen Rotationscoefficienten wird sich durch eine grössere Anzahl von Messungen natürlich steigern lassen; ich führe hier die Messungen auf, die ich noch in Stockholm ausführen konnte, und hoffe, sie späterhin ergänzen zu können. Für die Alkalisalze bei 2-normaler Zerstäubung und einem Potential der Primärelektroden von +12, −63 Clark ergiebt sich hiernach:

	Atomgewicht	Rotationscoefficient	$\sqrt{A} \cdot R$
Cäs	132,9	$-1{,}72 \cdot 10^{-6}$	19,83
Rb	85,4	$-2{,}7 \cdot 10^{-6}$	24,95
K	39,14	$-3{,}78 \cdot 10^{-6}$	23,64
Na	23,05	$-5{,}06 \cdot 10^{-6}$	24,3
Li	7,03	$-7{,}86 \cdot 10^{-6}$	20,79

Bei Cäs sind 2 Proc. des erhaltenen Wertes abgezogen zur Reduction der Zerstäubung von 1-normale Lösung (nach der KCl-Curve) auf Zerstäubung von 2-normale Lösung.

2. Man sieht (Columne II), dass der Rotationscoefficient mit steigendem Atomgewicht des Anions abnimmt. Nach der Bedeutung des Coefficienten folgt hiernach, dass mit steigendem Atomgewicht die Wanderungsgeschwindigkeit der Alkali-

Ionen zunimmt. Aus der Elektrolyse der Alkalisalze ist der gleiche Gang zwischen Wanderungsgeschwindigkeit und Atomgewicht erwiesen, dagegen kam Arrhenius[1]) für Flammengase zu dem entgegengesetzten Schluss, indem er aus einer Loschmidt'schen Diffusionsregel und Ostwald's Gesetz die Beweglichkeiten berechnete. Diese Diffusionsregel ist jedoch weder experimentell noch theoretisch für die hier vorhandene Temperatur erwiesen, sodass aus dem erhaltenen Resultat wohl die Ungültigkeit dieser Loschmidt'schen Regel für diese Temperaturen zu folgern ist, zumal da man auch aus experimentellen Resultaten der Herren Smithells, Wilson und Dawson[2]) auf eine Zunahme der Wanderungsgeschwindigkeiten der Alkali-Ionen in Flammengasen mit wachsendem Atomgewicht schliessen kann.

Diese Herren haben zur Darstellung ihrer Leitfähigkeitsmessungen in Flammengasen mit Vorteil eine Formel verwenden können, welche von Thomson und Rutherford[3]) für die Abhängigkeit von elektromotorischer Kraft und Stromstärke in schwach ionisirten Gasen theoretisch und experimentell begründet ist. Bezeichnet J den Sättigungsstrom, E die elektromotorische Kraft, i den Strom, so gilt für schwache elektromotorische Kräfte

$$c = i + K_1 E$$

und für beliebige

$$J - i = K_2 \frac{i^2}{E^2}.$$

Nun fanden Smithells, Wilson und Dawson für die Alkalisalze, dass die K_2, welche sie zur Darstellung der Beobachtungen bei den Alkalisalzen verwandten, mit beträchtlicher Näherung umgekehrt proportional dem Atomgewichte sind. Nach der physikalischen Bedeutung[3]) des K_2 ist dieses dem Quadrate der Summe der Wanderungsgeschwindigkeiten umgekehrt proportional. Hieraus folgt demnach, dass die Wanderungsgeschwindigkeiten mit wachsendem Atomgewicht zunehmen, in Uebereinstimmung mit dem Gang, den wir oben

1) S. Arrhenius, l. c.

2) A. Smithells, H. A. Wilson, H. M. Dawnson, Phil. Trans. Roy. Soc. of London **193.** 1899.

3) J. J. Thomson u. E. Rutherford, Phil. Mag. **42.** p. 395. 1896.

aus dem *Hall*effect fanden. *Wir befinden uns demnach auch hier in Bezug auf den Rotationscoefficienten der Alkalisalze in qualitativer Uebereinstimmung mit der Theorie*; ich kann aber weder für oben erwähnte Smithels-Wilson-Dawson'sche Regel, noch für die nach Columne III, wie es scheint, nicht unbeträchtliche Constanz von $R.\sqrt{A}$ einen plausiblen Grund einsehen.

§ 10.

Aus all diesen Untersuchungen geht hervor, dass der Halleffect in Flammengasen die Grösse hat, wie sie nach den Gesetzen von im Magnetfelde wandernden, elektrischen Teilchen zu erwarten war. Für das oft in Angriff genommene Problem des *Halleffectes in Elektrolyten* folgt aus der experimentell erwiesenen Identität des Leitungsvorganges in Flammengasen und Elektrolyten die Grösse des Effectes um etwa das 10 fache geringer, folglich *wohl überhaupt nie quantitativ verfolgbar.* Die von verschiedenen Seiten[1]) bei Elektrolyten beobachteten Transversaleffecte, bei Experimentalanordnungen, bei denen Störungen vermieden sein sollen, müssten demnach, wenn letzteres richtig ist, auf Erscheinungen beruhen, deren Deutung in bisherigen Theorien nicht enthalten ist.

Bei unserer Experimentalanordnung haben wir direct die elektromotorische Kraft des Halleffectes elektrometrisch gemessen, und so Complicationen vermieden, welche bei der Strommessung eine Widerstandsänderung und einen eventuell entstehenden thermomagnetischen Effect hervorrufen können. Dass ein Longitudinaleffect existirt, lässt sich leicht nachweisen; quantitative Messungen hierüber werde ich demnächst mitteilen. — Die Methode, die Existenz eines Wärmeeffectes zu untersuchen, beruht auf der unipolaren Leitung. Da die Stellen fehlender unipolarer Leitung isotherm sind, die negativen Ionen aber wesentlich die Leitung der Flamme bedingen, so müsste bei Umkehr des Feldes eine gleiche Potentialdifferenz an zwei Elektroden in der Flamme verschiedenen Strom ergeben. Wir gehen hier nicht näher auf diese Untersuchungen ein, bemerken nur, dass wir trotz der Empfindlichkeit dieser Methode bisher die Existenz eines thermomagne-

1) Vgl. z. B. H. Bagard, Compt. rend. **123.** p. 77 u. 1270. 1896.

tischen Effectes nicht erweisen konnten, sie uns deshalb hier nicht vorhanden zu sein scheint.

Für die Interpretation des Halleffectes in Metallen ist durch den hier erbrachten Nachweis, dass Sinn und Grösse des Effectes in elektrolytisch leitenden Salzdämpfen sich aus ponderomotorischen Wirkungen auf wandernde Ionen berechnen lässt, nichts entschieden. Es erscheint nicht ausgeschlossen, dass der Halleffect in Metallen sich durch Widerstandsänderungen erklären lässt, wie dies z. B. für die Dissymmetrie des Effectes bei Wismut von van Everdingen erwiesen ist, nimmt man aber auch in Metallen wandernde Teilchen an, so erfordert die verschiedene Drehung die Annahme von positiven und negativen Teilchen, wie dies in den Theorien von Riecke oder Drude geschieht; durch die Annahme von wandernden Teilchen von nur negativem Vorzeichen, die in früheren Theorien öfter gemacht wurde, ist das verschiedene Vorzeichen des Rotationscoefficienten nicht erklärbar.

Vorliegende Untersuchungen wurden von mir im Physikalischen Institut in Kiel begonnen, wo ich als Assistent angestellt war, und in Stockholm beendigt. Ich bin Hrn. Prof. Arrhenius für die liebenswürdige Ueberlassung der Apparate zu aufrichtigem Danke verpflichtet. — Mit der Fortsetzung der Untersuchung der „Flammenleitung im Magnetfelde“[1]) bin ich augenblicklich in Leipzig beschäftigt.

(Eingegangen 27. Mai 1900.)

1) Vgl. E. Marx, Phys. Zeitschr. 1. p. 375. 1900.

Berichtigungen.

Auf	p. 802,	Anm.	2)	muss	es	statt	p. 820, p. 791	heissen
„	p. 802,	„	3)	„	„	„	p. 806, p. 777	„
„	p. 803,	„	1)	„	„	„	p. 805, p. 775	„
„	p. 817,	„	2)	„	„	„	p. 813, p. 784	„
„	p. 818,	„	1)	„	„	„	p. 813, p. 784	„

9. *Ueber das Verhältnis der Leitfähigkeiten der Metalle für Wärme und für Elektricität; von Eduard Riecke.*

Die Gleichung, welche Drude[1]) für das Verhältnis der Leitfähigkeiten für Wärme und für Elektricität aufgestellt hat, ist von Reinganum[2]) und von Thiesen[3]) bei weitergehenden Betrachtungen benutzt worden. Das giebt mir Veranlassung, zunächst die Beziehung klarzustellen, welche zwischen der Gleichung von Drude und der Gleichung besteht, die ich selbst[4]) für jenes Verhältnis gegeben habe. Die Anschauungen, welche von Drude und von mir der Entwickelung der Theorie zu Grunde gelegt wurden, haben soviel Gemeinsames, dass auch in den Resultaten mannigfache Uebereinstimmung von vornherein zu erwarten ist, und in der That kann die Gleichung von Drude als eine Vereinfachung der von mir aufgestellten betrachtet werden. Diese Vereinfachung beruht auf der Annahme, dass die lebendigen Kräfte der Ionen oder Elektronen bei ihrer molecularen Bewegung gleich der absoluten Temperatur multiplicirt mit einer universellen Constanten seien, die durch das Gasgesetz bestimmt wird. Ich habe diese Annahme bei der allgemeinen Entwickelung der Theorie nicht benutzt; einmal war sie zu diesem Zwecke nicht notwendig, und dann schien sie mit den numerischen Daten nicht im Einklang zu stehen, die sich bei der Berechnung der im Magnetfelde auftretenden Effecte ergaben, wenigstens dann nicht, wenn die bewegten negativ elektrischen Teilchen mit den Teilchen der Kathodenstrahlen identificirt wurden, wie das von mir geschehen ist. In beschränkterer

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 1. p. 566. 1900.
2) M. Reinganum, l. c. 2. p. 398. 1900
3) M. Thiesen, Verhandl. der Deutsch. physikal. Gesellsch. 2. p. 116. 1900.
4) E. Riecke, Wied. Ann. 66. p. 353. 1898.

Weise habe ich von der Drude'schen Voraussetzung Gebrauch gemacht bei der Berechnung der contactelektromotorischen Kräfte, indem ich die lebendigen Kräfte der positiven Ionen verschiedener Metalle gleich gross setzte.

Im allgemeinen habe ich für die molecularen Geschwindigkeiten der positiven und der negativen bewegten Teilchen eines und desselben Metalles die Ansätze benutzt:

$$\text{(a)} \qquad u_p = c_p \sqrt{T}(1 + \delta t), \qquad u_n = c_n \sqrt{T}(1 + \delta t).$$

Sind μ_p und μ_n die ponderabelen Massen der Teilchen, so ist auf Grund der Drude'schen Annahme:

$$\text{(b)} \qquad \mu_p c_p^2 (1 + 2\delta t) = \mu_n c_n^2 (1 + 2\delta t) = 2\alpha.$$

Die Gleichung, die ich für den Coefficienten der Wärmeleitung gegeben habe, ist (mit derselben Nummer, wie in meiner Abhandlung):

$$\text{(3)} \qquad \begin{cases} k = \frac{1}{4\mathfrak{N}} \left\{ \mu_p c_p^2 P_0 l_p^0 + \mu_n c_n^2 N_0 l_n^0 \right\} \sqrt{T} \\ \quad \times \{1 + (\delta' + 3\delta - \beta) t + \frac{2}{3}(\delta' + 3\delta) T\}. \end{cases}$$

Dabei habe ich nur, entsprechend einer im Nachtrag zu meiner Arbeit gegebenen Verbesserung, die Zahl 3 im Zähler durch 1 ersetzt, und die in der früheren Formel auftretende Zahl $\varkappa$, welche in Wirklichkeit etwas grösser als 1 sein würde, gleich 1 selbst gesetzt. Es kommt das auf eine, ein wenig andere Bestimmung der molecularen Weglängen

$$l_p = l_p^0 (1 - \beta t), \quad l_n = l_n^0 (1 - \beta t)$$

hinaus. Endlich habe ich, um Collisionen mit der Bezeichnung der Drude'schen Constanten zu vermeiden, die in der früheren Formel auftretende Constante α durch δ' ersetzt. Diese Constante bestimmt die Veränderung, welche die Zahl der beweglichen elektrischen Teilchen mit der Temperatur erleidet, entsprechend den Formeln:

$$P = P_0 (1 + \delta' t), \quad N = N_0 (1 + \delta' t).$$

Führen wir nun in Gleichung (3) mit Hülfe der Beziehungen (b) die Constante α ein, so ergiebt sich:

$$k = \frac{\alpha}{2\mathfrak{N}} (P_0 u_p l_p^0 + N_0 u_n l_n^0) \{1 + (\delta' - \beta) t + \tfrac{2}{3}(\delta' + 3\delta) T\}.$$

Eine weitere Vereinfachung ergiebt sich durch die für l_p, l_n, P und N gemachten Ansätze; mit ihrer Hülfe wird, wenn wir gleichzeitig die Wärmemengen in mechanischem Maasse messen:

$$(c) \qquad k = \frac{\alpha}{2}(P u_p l_p + N u_n l_n)\{1 + \tfrac{2}{3}(\delta' + 3\delta) T\}.$$

Diese Gleichung unterscheidet sich von der Drude'schen einmal durch den Zahlenfactor, der bei Drude gleich $\frac{1}{3}$ ist; ferner fehlt bei Drude die in der Klammer enthaltene Temperaturcorrection. Auch Drude aber hat in einem folgenden Abschnitt seiner Abhandlung die Abhängigkeit seiner Kernzahl von der Temperatur berücksichtigt und gelangt dadurch gleichfalls zu einem Gliede, das die absolute Temperatur als Factor enthält.

Für die galvanische Leitfähigkeit in elektromagnetischem Maasse habe ich auf p. 398 meiner Abhandlung die Gleichung gegeben:

$$(10) \qquad \gamma = \frac{x}{v^2}\left\{\frac{\varepsilon_p^2 P_0 l_p^0}{\mu_p c_p} + \frac{\varepsilon_n^2 N_0 l_n^0}{\mu_n c_n}\right\} \frac{1 + (\delta' - \delta - \beta) t}{\sqrt{T}},$$

v bezeichnet hier die Lichtgeschwindigkeit, γv^2 ist die Leitfähigkeit in elektrostatischem Maasse.

Für den gegenwärtigen Zweck bequemer ist die auf p. 377 stehende Formel:

$$\gamma = \frac{x}{v^2}\left\{\frac{\varepsilon_p^2 P l_p}{\mu_p u_p} + \frac{\varepsilon_n^2 N l_n}{\mu_n u_n}\right\}.$$

Setzen wir hier $\varepsilon_p = \varepsilon_n = \varepsilon$ und benutzen wir die Beziehungen: $\mu_p u_p^2 = \mu_n u_n^2 = 2\alpha T$, so wird:

$$(d) \qquad \gamma = \frac{x}{2\alpha T}\frac{\varepsilon^2}{v^2}(P u_p l_p + N u_n l_n).$$

Die Gleichung stimmt mit der von Drude, wenn $x = \frac{1}{2}$ gesetzt wird. Ich hatte bei der Rechnung drei verschiedene Wege eingeschlagen; bei zweien ergab sich der Wert $x = \frac{2}{3}$, bei einem zuerst gleichfalls der Wert $x = \frac{1}{2}$. Indes führt bei richtiger Bestimmung der Mittelwerte auch dieser Weg zu dem Resultat $x = \frac{2}{3}$, wie ich aus einer Bemerkung von van Everdingen ersehen habe. Meine Theorie verlangt hiernach,

abweichend von der Drude's, den Factor $\frac{2}{3}$ und liefert dementsprechend für die elektrische Leitfähigkeit den Ausdruck:

(e) $$\gamma = \frac{1}{3\alpha T v^2}\frac{\varepsilon^2}{}(P u_p l_p + N u_n l_n).$$

Nunmehr ergiebt sich aus den Formeln (c) und (e) für das Verhältnis der beiden Leitfähigkeiten:

(f) $$\frac{k}{\gamma} = \frac{3}{2}\left(\frac{\alpha^2 v^2}{\varepsilon^2}\right) T\{1 + \tfrac{2}{3}(\delta' + 3\delta) T\}.$$

Wir hätten diese Formel natürlich auch direct aus der entsprechenden Formel (14) meiner Abhandlung ableiten können; es schien mir aber doch nützlich auf die Ausdrücke für die beiden Leitfähigkeiten selbst zurückzugehen.

Von der Drude'schen Gleichung unterscheidet sich die Formel (f) durch den Zahlenfactor, der bei Drude gleich $\frac{4}{3}$ ist. Diese Verschiedenheit mag damit zusammenhängen, dass Drude Stösse der Ionen unter sich zulässt, während ich nur Stösse gegen ruhende ponderabele Molecüle in Rechnung ziehe. Ferner tritt bei mir von vornherein eine Temperaturcorrection auf, die bei Drude erst später eingeführt wird.

Aus der Annahme von Drude über die lebendigen Kräfte der Ionen folgt, dass die Constante δ Null sein muss. Dann wird:

(g) $$\frac{k}{\gamma} = \frac{3}{2}\frac{\alpha^2 v^2}{\varepsilon^2} T\left\{1 + \frac{2}{3}\delta' T\right\}.$$

Die Anwendung des Gasgesetzes giebt:

$$\alpha = \tfrac{3}{2}\mu R.$$

Somit:

$$\frac{k}{\gamma} = \frac{27}{8}\cdot\frac{\mu^2 R^2 v^2}{\varepsilon^2} T(1 + \tfrac{2}{3}\delta' T).$$

Wenn man mit Drude annimmt, dass μR eine universelle Constante ist, wenn ferner das elektrische Elementarquantum ε gleichfalls für alle einwertigen Ionen oder Elektronen das gleiche ist, so kann man nach der von Reinganum gemachten Bemerkung den Wert des Factors $\mu^2 R^2 v^2 / \varepsilon^2$ bestimmen, wenn man für die verschiedenen Grössen die bei Wasserstoff geltenden Werte einsetzt. Für einwertige Wasserstoffatome aber ist:

$$\frac{\varepsilon}{\mu} = 0{,}29 \times 10^{15}.$$

$$R = 83{,}0 \times 10^{6}.$$

Somit:

$$\text{(b)} \qquad \frac{k}{\gamma} = 0{,}00276 \times 10^{-10} \times v^2 T(1 + \tfrac{2}{3}\delta T).$$

Für $T = 291$ und für $T = 373$ ergeben sich die beiden Gleichungen:

$$\text{(g)} \qquad \begin{cases} \left(\frac{k}{\gamma}\right)_{291} = 0{,}802 \times 10^{-10}(1 + 194\,\delta)\,v^2, \\ \left(\frac{k}{\gamma}\right)_{373} = 1{,}030 \times 10^{-10}(1 + 249\,\delta)\,v^2. \end{cases}$$

An Stelle der ersten Gleichung findet Reinganum:

$$\frac{\varkappa}{\sigma} = 0{,}710 \times 10^{-10}.$$

Der Unterschied ist bedingt durch die anderen Werte der Zahlenfactoren, zu welchen mich meine Theorie geführt hatte, sowie durch die Wahl des elektromagnetischen, an Stelle des elektrostatischen Maasssystems. Wird die elektrische Leitfähigkeit in diesem letzteren System ausgedrückt, so tritt $v^2\gamma$ an die Stelle γ und wir erhalten:

$$\text{(k)} \qquad \begin{cases} \left(\frac{k}{v^2\gamma}\right)_{291} = 0{,}802 \times 10^{-10}(1 + 194\,\delta), \\ \left(\frac{k}{v^2\gamma}\right)_{373} = 1{,}030 \times 10^{-10}(1 + 249\,\delta). \end{cases}$$

Nach den Messungen von Jäger und Diesselhorst ist für $T = 291$ im Mittel aus Kupfer II und Kupfer III:

$$k = 0{,}885 \text{ g-cal. sec}^{-1},$$

oder in absolutem mechanischem Maass:

$$k = 3{,}72 \times 10^{7}.$$

Die elektrische Leitfähigkeit bei 18° ist im Mittel aus Kupfer II und Kupfer III in elektromagnetischem Maass:

$$\gamma = 56{,}2 \times 10^{-5},$$

in elektrostatischem Maass:

$$v^2\gamma = 505{,}8 \times 10^{15}.$$

Aus den Beobachtungen von Jäger und Diesselhorst ergiebt sich somit für Kupfer:

$$\left(\frac{k}{v^2\gamma}\right)_{291} = \frac{3{,}72 \times 10^7}{505 \times 10^{15}} = 0{,}735 \times 10^{-10}.$$

Ebenso

$$\left(\frac{k}{v^2\gamma}\right)_{373} = 0{,}965 \times 10^{-10}.$$

Werte, die etwas kleiner sind, als die theoretisch berechneten.

Die allgemeine Formel, von der wir ausgegangen waren, lautet:

$$\text{(f')} \qquad \frac{k}{v^2\gamma} = 0{,}00276 \times 10^{-10}\, T(1 + \tfrac{3}{5}\delta' T).$$

Setzen wir hier an Stelle des aus der Theorie folgenden Wertes $0{,}00276 \times 10^{-10}$ eine noch unbestimmte Zahl $L \times 10^{-10}$, so geben die Beobachtungen von Jäger und Diesselhorst die Möglichkeit, für die von ihnen untersuchten Metalle die Werte von L und δ' zu berechnen. Die so gefundenen Werte gewähren eine unmittelbare Anschauung von dem Grad, in dem das Verhältnis $k/v^2\gamma$ bei den einzelnen Metallen von dem theoretisch einfachsten Wert

$$0{,}00276 \times 10^{-10}\, T$$

abweicht.

In der folgenden Tabelle sind die Werte angegeben, welche sich aus den Beobachtungen von Jäger und Diesselhorst für die Constanten der Formel

$$\frac{k}{v^2\gamma} = L \times 10^{-10}\, T(1 + \tfrac{3}{5}\delta' T)$$

ergeben. Die mit a bezeichnete Columne enthält die Werte des Verhältnisses

$$\left(\frac{k}{v^2\gamma}\right)_{373} : \left(\frac{k}{v^2\gamma}\right)_{291};$$

die folgende Columne die Werte von

$$a\,\frac{291}{373} = \frac{1 + 249\,\delta'}{1 + 194\,\delta'}.$$

Metall	$\left(\frac{k}{v^2\gamma}\right)_{373} \times 10^{10}$	$\left(\frac{k}{v^2\gamma}\right)_{291} \times 10^{10}$	a	$a\frac{291}{373}$	$\delta' \times 16^6$	L
Al	0,937	0,706	1,327	1,035	715	0,00180
Cu II	0,957	0,738	1,297	1,012	226	0,00243
Cu III	0,967	0,745	1,298	1,013	245	0,00244
Ag	0,978	0,760	1,287	1,004	74	0,00258
Au	1,027	0,807	1,273	0,993	− 125	0,00284
Ni	1,006	0,776	1,296	1,011	208	0,00256
Zn	0,962	0,745	1,291	1,007	134	0,00249
Cd	1,005	0,784	1,282	1,000	0	0,00269
Pb	1,035	0,794	1,303	1,017	326	0,00250
Sn	1,024	0,816	1,255	0,979	− 356	0,00302
Pt	1,124	0,836	1,345	1,049	1065	0,00238
Pd	1,129	0,837	1,349	1,052	1155	0,00234
Fe I	1,178	0,890	1,323	1,033	675	0,00273
Fe II	1,237	0,930	1,330	1,038	792	0,00276
Bi	1,195	1,068	1,119	0,873	−1590	0,00540
Rotguss	1,060	0,840	1,263	0,984	− 291	0,00306
Constantan	1,454	1,228	1,184	0,924	−1086	0,00532

Im Mittel aus sämtlichen Werten ergiebt sich:

$$\bar{L} = 0{,}00290.$$

Lässt man die extremen Werte von Al, Bi und Constantan weg, so wird der Mittelwert:

$$\bar{\bar{L}} = 0{,}00263.$$

Dieser Wert ist etwas kleiner als der aus meiner Theorie folgende:

$$L = 0{,}00276.$$

Die Theorie von Drude giebt:

$$L = 0{,}00245.$$

Eine weitergehende Prüfung der Theorie ist nicht möglich, solange es an einer zusammenhängenden und genauen Bestimmung der im Magnetfelde auftretenden Effecte fehlt. Vollständige Daten sind nur für Wismut vorhanden. Aber auch bei diesem besteht ein noch nicht aufgeklärter Widerspruch zwischen den Beobachtungen von von Ettingshausen und Nernst auf der einen Seite, van Everdingen auf der

anderen. Die ersten Beobachter haben eine galvanomagnetische Temperaturdifferenz nicht auffinden können, obwohl sie mit aller Sorgfalt danach gesucht haben; van Everdingen hat eine solche Differenz gefunden und ihren Betrag gemessen. Die Herren Jäger und Diesselhorst würden sich ein grosses Verdienst erwerben, wenn sie für die von ihnen benutzten Metalle auch die magnetischen Effecte bestimmen würden.

Göttingen, 3. Juli 1900.

(Eingegangen 5. Juli 1900.)

10. *Notiz zu Brown's Molecularbewegung; von Felix M. Exner.*

(Aus dem physiologischen Institut der Wiener Universität.)

Ueber die von Brown 1827 entdeckte sogenannte Molecularbewegung wurden im Laufe der Jahre die verschiedensten Ansichten und Hypothesen aufgestellt; thatsächliche Messungen aber, mit Ausnahme der von meinem Vater [1]) und der von G. Cantoni [2]) im Jahre 1867 ausgeführten, meines Wissens nicht vorgenommen. Hingegen wurden sehr viele Substanzen, auch Metalle, auf ihre Fähigkeit, Molecularbewegung zu zeigen, untersucht, so von G. Cantoni [3]), J. B. Dancer [4]) und Gouy. [5]) Nach diesen Untersuchungen zeigt jede genügend fein verteilte Substanz Molecularbewegung, wenn sie nicht in einer zu dicken, öligen Flüssigkeit suspendirt ist, in welcher die zitternden Bewegungen der Teilchen von sehr geringer Elongation sind oder ganz verschwinden. Die Theorien über die Ursache der Molecularbewegung seien hier kurz zusammengefasst: S. Exner [6]) nimmt Strömchen in der Flüssigkeit, welche die suspendirten Partikeln mit sich fortreissen, als Ursache ihrer Bewegung an, G. Cantoni [7]) findet eine Abhängigkeit der Intensität der Bewegung von der specifischen Wärme der Substanz. Nimmt man nicht Temperaturdifferenzen in der Flüssigkeit als Ursache der Strömchen an, so liessen sich diese beiden Anschauungen auf Grund einer kinetischen Theorie der Flüssigkeiten wohl vereinigen.

---

1) S. Exner, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **56.** Abt. 2. 1867.

2) G. Cantoni, Nuovo Cimento **27.** p. 156. 1867. Citirt nach „Fortschritte der Physik".

3) G. Cantoni, l. c. und Rend. Lomb. (2) **22.** 1889.

4) J. B. Dancer, Proc. Manch. Soc. **7.** p. 162—164. Citirt nach „Fortschritte der Physik".

5) Gouy, Compt. rend. **109.** 1889.

6) S. Exner, l. c.

7) G. Cantoni, l. c.

v. Nägeli [1]) stellt die Ansicht auf, dass die Brown'sche Bewegung durch Kräfte bedingt sei, welche zwischen den oberflächlichen Molecülen der Flüssigkeit und der Partikeln wirken. Nach einem Vortrage von Meade Bache [2]) sollen Licht und Wärme, wie Elektricität und Magnetismus, keinen Einfluss auf die Bewegung haben. Endlich behauptet G. Quincke in einem Vortrage [3]), dass die Brown'sche Molecularbewegung fehle, sobald die Flüssigkeit und ihre Umgebung gleiche Temperatur haben, ein Ausspruch, den ich nicht bestätigen kann. Auch fand ich denselben nicht, wie Quincke angiebt, in der Abhandlung von S. Exner. Weiter sagt Quincke: „Ich glaube, dass allgemein der Grund der Brown'schen Molecularbewegung zu suchen ist in periodischer Erwärmung durch continuirliche oder periodische Belichtung und periodische Ausbreitung der erwärmten Flüssigkeit an der Oberfläche dünner Schichten Gas oder anderer Flüssigkeit, welche die schwebenden Teilchen bekleiden oder an ihnen haften."

Ich habe nun nach dem Vorgange von S. Exner Gummigutt in Alkohol gelöst, mit Wasser gefällt und diese Emulsion unter dem Mikroskop auf die Abhängigkeit der Molecularbewegung von der Temperatur geprüft, wobei ich versuchte, die Grösse der Partikeln und ihre Geschwindigkeit zu messen. Zu diesem Zwecke wurde das Mikroskop bis zur Hälfte des Tubus in einem Blechkasten mit doppelten Wänden eingeschlossen, und durch heisses Wasser, das durch Bleiröhren floss, das Innere des Kastens auf eine beliebige, ziemlich constante Temperatur gebracht. Zur Schätzung der Grösse der Partikeln befand sich im Ocular eine Teilung, während ich die zurückgelegten Wege mittels eines Abbe'schen Zeichenapparates auf berussten Glasplatten mit einer Nadel nachzeichnete. Diese Zeichnungen wurden fixirt, ein Bild von ihnen durch eine Projectionslinse auf einem Schirm entworfen und mit einem Curvenmesser ausgemessen; der Weg durch

1) v. Nägeli, Münchener Ber. p. 389—453. 1879. Citirt nach „Fortschritte der Physik".

2) Meade Bache, Proc. Amer. Phil. Soc. 33. 1894. Citirt nach „Fortschritte der Physik".

3) G. Quincke, Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte zu Düsseldorf 1898.

die Vergrösserung des Mikroskopes und der Linse und durch die Beobachtungszeit dividirt, gab die Geschwindigkeit. Natürlich sind die Werte nicht sehr genau; die kleinsten Elongationen der zitternden Bewegung liessen sich nicht immer wiedergeben, und so dürften die Messungen im allgemeinen zu klein ausgefallen sein. Versuche, die durch Abblendung des ins Mikroskop central einfallenden Lichtbündels auf dunklem Hintergrunde leuchtend gemachten Partikeln und ihre Bewegung zu photographiren, scheiterten an der ungenügenden Leuchtkraft bez. an der Unempfindlichkeit der Platten. Was die Grösse der Teilchen betrifft, so ist eine Messung derselben, wenn sie unter gewissen Dimensionen sind, deswegen unmöglich, weil das Mikroskop nur noch Beugungsbilder, dunkle Kreisringe mit hellem Innern, von ihnen zeigt; die folgenden Angaben der Durchmesser der Teilchen können daher nur als obere Grenze derselben gelten.

Es wurden zunächst verschiedene Grössen der Teilchen bei gleicher Temperatur auf ihre Geschwindigkeit untersucht. Aus einer grossen Anzahl von Messungen mit schätzungsweise je gleich grossen Partikeln ergaben sich folgende Werte v der Geschwindigkeit. (s bedeutet den Durchmesser der Teilchen, t die Temperatur des Raumes in Celsiusgraden.)

t	v für $s = 0{,}0004$ mm	v für $s = 0{,}0009$ mm	v für $s = 0{,}0013$ mm
23°	0,0038 mm	0,0033 mm	0,0027 mm
34	—	0,0034 „	0,0028 „
56	0,0040 „	0,0037 „	0,0033 „

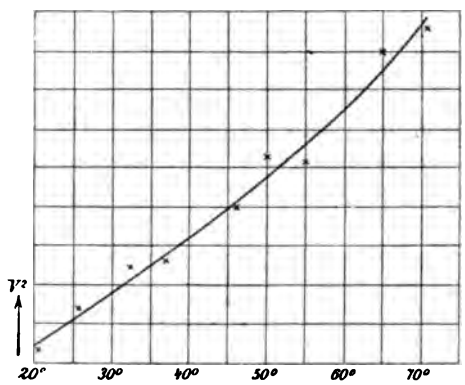
Es zeigt sich durchgehends eine Abnahme der Geschwindigkeit mit zunehmender Grösse der Teilchen.

Zur Messung der Geschwindigkeit bei verschiedenen Temperaturen wurden nur Partikeln einer Grösse verwendet und zwar hatten sie einen Durchmesser von circa 0,0007 mm. Sämmtliche Werte von v, die die folgende Tabelle enthält, sind Mittelwerte aus je circa 10 Messungen, deren Dauer $^1/_2$—1 Min. betrug.

t in Celsius-graden	v in $\frac{mm}{sec}$	t in Celsius-graden	v in $\frac{mm}{sec}$
20	0,0032	50	0,0044
26	0,0035	55	0,0044
32	0,0038	65	0,0050
37	0,0039	71	0,0051
46	0,0042		

In der untenstehenden Curve habe ich als Ordinaten die Quadrate der Geschwindigkeiten als Maass der lebendigen Kräfte der Teilchen, die Temperaturen als Abscissen aufgetragen.

Wie zu erwarten war, fallen die Werte von v zum Teil sehr unregelmässig aus. Nichtsdestoweniger lässt sich eine Gesetzmässigkeit nicht leugnen. Wenn man von der Ansicht ausgeht, dass die suspendirten Partikeln an der Wärmebewegung der Flüssigkeitsmolecüle participiren, so könnte man zunächst eine Proportionalität von lebendiger Kraft und absol. Temperatur voraussetzen; man müsste dann die Curve als Gerade ansehen, und sie müsste durch den absoluten Nullpunkt gehen; thatsächlich schneidet sie aber, als Gerade verlängert, die Abscissenaxe schon bei circa $-20°$ C. Man wird also in Anbetracht der thatsächlich vorhandenen schwachen Krümmung der Curve annehmen dürfen, dass sie vom absoluten Nullpunkt an langsam aufsteigend verläuft. Die einfachen Annahmen, als wären die Partikeln analog den Molecülen der Flüssigkeit anzusehen, reichen daher nicht aus. Ich habe unter der Annahme gleicher lebendiger Kräfte für die suspendirten Partikel und die Flüssigkeitsmolecüle als Geschwindigkeit der letzteren bei 20° C. circa 30 cm ge-



funden. Dieser Wert stimmt mit einer Berechnung von G. Jäger [1]) auch nicht annähernd überein. Wenn daher die uns durch die Molecularbewegung gegebenen Daten auch nicht so einfach verwertet werden können (die Annahme trifft nur für materielle Punkte bei Vernachlässigung der inneren Molecularkräfte und der Reibung zu), so mag es doch immer denkbar sein, dass, wenn man überhaupt von der Ansicht eines Zusammenhanges der Bewegung der Flüssigkeitsmolecüle mit der der suspendirten Partikel ausgeht, die einzigen, uns die innere Bewegung einer Flüssigkeit veranschaulichenden, sichtbaren Bewegungen und ihre Maasszahlen einmal von Wert sein können.

1) G. Jäger, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien. **99.** 1890. Derselbe fand für v bei 0° C. 270 Meter.

(Eingegangen 25. Juni 1900.)

11. *Ueber den inneren Widerstand des Westonelementes; von Ignaz Klemenčič.*

Vor einiger Zeit habe ich in einer Notiz[1]) auf die praktische Bedeutung des inneren Widerstandes der Normalelemente hingewiesen. Im allgemeinen wird durch einen kleinen inneren Widerstand die praktische Brauchbarkeit des Elementes wesentlich erhöht.

Es sind schon von verschiedenen Seiten Versuche gemacht worden, den Elementen eine Form zu geben, bei welcher dieser Widerstand thatsächlich sehr klein ausfällt. Insbesondere wäre in dieser Richtung die Form zu erwähnen, welche vor nicht langer Zeit Hr. Emil Bose[2]) beschrieben hat.

In vielen Fällen muss man jedoch bei der Construction auf andere Factoren, z. B. die Versandfähigkeit Rücksicht nehmen und kann daher nicht zugleich auch einen kleinen inneren Widerstand erzielen.

Ein grosser Teil der Experimentatoren wird die Anschaffung fertiger Elemente vorziehen. Die Fabriken, welche solche Elemente liefern, werden dabei natürlich immer die Versandfähigkeit im Auge behalten müssen, es wird daher auch der innere Widerstand ziemlich beträchtlich ausfallen. Dieser Uebelstand ist jedoch nicht so gross, wenn nur der Widerstand wenigstens mit der Zeit constant bleibt, ein Umstand, der bei den bisher meistenteils gebrauchten Clarkelementen nicht zutrifft.

In neuerer Zeit liefert die Firma „The European Weston Electrical Instrument Co." in Berlin ein Normalelement, welches von der Firma kurz als Westonelement bezeichnet wird. Es ist gebaut wie das Clarkelement, nur hat es Cadmium statt des Zinkes und eine bei 4° concentrirte Cadmiumsulfatlösung ohne überschüssige Sulfatkrystalle.

1) I. Klemenčič, Wied. Ann. **65**. p. 917. 1898.
2) E. Bose, Zeitschr. f. Elektrochemie Nr. 35. 1900.

Dieses Element zeichnet sich durch viele wertvolle Eigenschaften dem Clarkelemente und auch dem Cadmiumelemente mit stets concentrirter Sulfatlösung gegenüber aus. Es verdient nach Hrn. W. Jäger[1]) vor allen anderen Elementen den Vorzug. Einige Angaben über dieses Element, insbesondere über seinen inneren Widerstand dürften daher allgemein interessiren.

In erster Linie waren meine Messungen auf die Untersuchung des inneren Widerstandes gerichtet.

Der innere Widerstand wurde nach einer Methode bestimmt, welche ich vor einiger Zeit beschrieben habe.[2]) Die Methode ist besonders gut durchführbar, wenn man zwei gleiche Normalelemente zur Verfügung hat. Sie besteht in Folgendem:

Ein Galvanometer mit feindrahtiger Rolle vom Widerstande ϱ sei durch ein Element von der elektromotorischen Kraft E und durch den Widerstand W geschlossen. Vor dem Galvanometer befinde sich ein Nebenschluss vom Widerstande w, wobei w gegen ϱ und W sehr klein ist. Dann ist bekanntlich die Stromstärke im Galvanometerzweige j gegeben durch

$$j = \frac{E w}{\varrho W} = R \alpha,$$

wo R der Reductionsfactor und α der Ausschlag des Galvanometers ist.

Ich lege nun statt des Widerstandes w ein Normalelement mit dem Widerstande r und der elektromotorischen Kraft η in den Nebenschluss. Um die Wirkung dieser elektromotorischen Kraft auf das Galvanometer teilweise zu compensiren, lege ich ein zweites Normalelement mit der elektromotorischen Kraft e und passender Richtung derselben in den Galvanometerzweig.

Die Stromstärke im Galvanometerkreise ist dann

$$j' = \frac{(E + \eta) r - (e - \eta) W}{W \varrho} = R(\beta + \delta),$$

wobei der Widerstand des compensirenden Elementes gegen ϱ vernachlässigt ist. Durch Commutiren von E bekommt man

1) W. Jäger, Centralblatt für Accumulatoren und Elementenkunde 1900.

2) I. Klemenčič, Ber. d. naturw.-med. Vereines in Innsbruck, 23. Jahrg. 1896—1897.

leicht den der elektromotorischen Kraft E und dem Widerstande r entsprechenden Ausschlag. Aus β, α und w lässt sich der Widerstand r berechnen. Bei den vorliegenden Messungen bewegte sich der Widerstand W zwischen 40000 und 100000 Ω, ϱ zwischen 30000 und 70000 Ω, und r zwischen 100 und 300 Ω. Nur im Falle eines Clark'schen Elementes war r an 900 Ω. Es wurden untersucht:

Zwei Westonelemente, geliefert von „The European Weston Electrical Instrument Co." in Berlin. Sie werden hier bezeichnet mit W_{75} und W_{64}. W_{75} ist am 17. October 1898 und W_{64} am 29. October 1898 von Berlin angekommen.

Zwei Westonelemente, H-Form, mit überschüssigen Cadmium-Sulfatkrystallen, verfertigt im hiesigen physikalischen Institute am 8. Juli 1898 nach den Vorschriften der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt und bezeichnet mit W_{I} und W_{II}.

Zwei Clarkelemente. Das eine, H-Form, bezeichnet mit H, ebenfalls verfertigt am 25. Mai 1898 im hiesigen physikalischen Institute nach den Normen der genannten Anstalt; das zweite, bezeichnet mit Nr. 160, construirt von Füss, später (Sommer 1898) reconstruirt von Hartmann und Braun.

Da der innere Widerstand der Elemente von der Temperatur abhängt, musste bei jeder Bestimmung auch die Temperatur gemessen werden. Sie wurde im allgemeinen bei den Westonelementen an einem neben den Elementen gelegenen Thermometer abgelesen, was natürlich keine sehr genaue Angabe gestattet; diese dürften daher wohl nur eine Genauigkeit auf etwa 0,5—1,0° haben.

In Tab. I sind die zu verschiedenen Zeiten gemachten Messungsresultate verzeichnet. Unter T sind die Temperaturen angegeben.

Tabelle I.

Datum	r Ohm		T
	W_{75}	W_{64}	
17. X. 1898	162	—	—
1. XI. 1898	161	159	16,5
16. XII. 1898	158	153	17,0
22. II. 1899	150	147	19,0
13. XI. 1899	159	152	19,5
7. VI. 1900	177	169	16,4

Für W_I und W_{II} giebt Tab. II die Resultate.

Tabelle II.

Datum	r Ohm		T
	W_I	W_{II}	
1. XI. 1898	158	164	16,5
15. XII. 1898	158	160	16,5
22. II. 1899	152	155	19,0
14. XI. 1899	190	195	17,4
7. VI. 1900	224	224	16,2

Zum Vergleiche folgen in Tab. III noch die Widerstandsbestimmungen mit den Clarkelementen „H“ und Nr. 160. H befand sich in Paraffinöl und die Temperatur wurde an einem im Bade befindlichen Thermometer abgelesen. Nr. 160 ist von der Fabrik aus mit einem eingesenkten Thermometer versehen.

Tabelle III.

Datum	r H	T	r Nr. 160	T
13. X. 1898	227	16,2	614	16,5
1. XI. 1898	242	16,5	714	16,5
15. XII. 1898	286	16,0	737	16,7
22. II. 1899	267	19,4	714	19,0
14. XI. 1899	301	17,4	921	18,0
28. V. 1900	448	15,7	848	16,2

Anschliessend möchte ich einige Beobachtungen mitteilen, welche mit W_{64} gemacht wurden, um die Aenderung des inneren Widerstandes mit der Temperatur zu bestimmen. Zu diesem Zwecke wurde W_{64} in ein Bad von Paraffinöl getaucht, welches auf verschiedene Temperaturen gebracht werden konnte.

Die Beobachtung ergab folgendes Resultat:

23. Februar	9^h — ^{m}	Vorm.	$T = 16{,}1°$	$r = 162\ \Omega$
23. „	6 30	Nachm.	$T = 26{,}6$	$r = 120\ \Omega$
24. „	9 —	Vorm.	$T = 16{,}4$	$r = 160\ \Omega$

Es wurde die Temperatur jedesmal nur langsam erhöht oder erniedrigt und erst dann beobachtet, wenn die Temperatur 2—3 Stunden constant auf gleicher Höhe war.

Aus den angeführten Daten ergiebt sich ein Temperaturcoefficient α für den inneren Widerstand gleich 0,025.

Der Widerstand bei einer gewissen niedrigen Temperatur wird durch die Temperaturerhöhung nicht geändert, im Gegensatze zum Clark'schen Elemente und vermutlich auch zum Westonelemente mit überschüssigen Cadmium-Sulfatkrystallen. Das Clarkelement *H* hatte z. B. einen Widerstand von 281 Ω bei 18,7°, nach einer Temperaturerhöhung auf ca. 28° hatte es 261 Ω bei 16,5° und nach einer abermaligen Erhöhung auf 29° den Widerstand von 243 Ω bei 16,9°. Der Widerstand fällt nach der Erwärmung und es ist ja bekannt, dass in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt der mit der Zeit zunehmende innere Widerstand der Clarkelemente auf diese Weise wieder auf einen niederen Wert gebracht wird.

Die Temperaturerhöhung wurde mit dem Clarkelemente *H* zwischen dem 22. Februar und 14. November vorgenommen. Ohne diese wären wahrscheinlich die Werte für *H* vom 14. November 1899 und 28. Mai 1900 in der Tab. III noch höher ausgefallen. Aus den angeführten Tabellen ergiebt sich also, dass der Widerstand der Westonelemente, wie sie von der Firma „The European Weston Electrical Instrument Co." geliefert werden, zwar im Verlaufe von 1,5 Jahren ein wenig gestiegen ist, dass aber dieser Anstieg weitaus nicht jene Höhe erreicht, die bei den Elementen mit überschüssigen Cadmium-Sulfatkrystallen vorkommt. Auch die Clarkelemente zeigen mit der Zeit eine sehr starke Zunahme des inneren Widerstandes; überdies ist der absolute Wert desselben bei den in den Handel gebrachten Clark'schen Elementen viel grösser als bei den aus der genannten Fabrik stammenden Westonelementen.

Die Westonelemente der „The European Weston Electrical Instrument Co." sind also nicht nur mit Rücksicht auf die Unabhängigkeit der elektromotorischen Kraft von der Temperatur, sondern auch von dem für die praktische Bedeutung allerdings nur secundär wichtigen Standpunkte der Constanz und des niederen Wertes des inneren Widerstandes allen anderen Normalelementen überlegen.

Schliesslich möchte ich noch einige Daten über die elektromotorischen Kräfte der untersuchten Elemente mitteilen. Hier

kommen nur die Verhältnisse und nicht die absoluten Werte in Betracht. Das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte von W_I und W_{II} wurde am 17. October 1898 auf ca. 0,002 Proc. gleich gefunden.

An diesem Tage war

$$\left.\begin{aligned} \frac{W_{75}}{W_{II}} &= 1{,}00027 \\ \text{und} \\ \frac{W_{64}}{W_{II}} &= 1{,}00036 \end{aligned}\right\} \text{bei der Zimmertemperatur.}$$

Dies stimmt mit den Angaben der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, wonach die Differenz zwischen der elektromotorischen Kraft für die beiden Sorten der Elemente etwa 0,04 Proc. bei 20° betragen soll. Bei 4° sollen die elektromotorischen Kräfte gleich sein.

Am 7. Juni 1900 wurde gefunden

$$\left.\begin{aligned} \frac{W_{II}}{W_I} &= 1{,}00001, \\ \frac{W_{75}}{W_{II}} &= 1{,}00022 \\ \text{und} \\ \frac{W_{64}}{W_{II}} &= 1{,}00031 \end{aligned}\right\} \text{bei } 16{,}4°.$$

Die Elemente behielten daher durch mehr als 1,5 Jahre ein constantes Verhältnis der elektromotorischen Kräfte.

Aus den vorliegenden Daten kann man aber auch ersehen, dass der Verschluss bei den Westonelementen ein guter ist, sodass keine Verdunstung der Lösung eintritt, was auf die elektromotorische Kraft nicht ohne Einfluss wäre. Zwar sind die Verhältnisse der elektromotorischen Kräfte gegen W_{II} im Verlaufe von 1,5 Jahren etwas gefallen, doch dürfte dies in der Verschiedenheit der Beobachtungstemperaturen liegen.[1])

Innsbruck, Physikal. Inst. d. Univ., Juli 1900.

1) Während sich bei den Westonelementen mit einer bei 4° gesättigten Lösung die elektromotorische Kraft mit der Temperatur gar nicht ändert, ist bei den Elementen mit überschüssigen Krystallen ein kleiner Temperaturcoefficient vorhanden.

(Eingegangen 9. Juli 1900.)

12. *Zwei Erwiderungen; von Walter König.*

In letzter Zeit sind zwei Arbeiten von mir Gegenstand der Besprechung in diesen Annalen gewesen. Da ich nicht den Anschein erwecken möchte, als ob ich den von meinen Herren Kritikern geäusserten Ansichten ohne weiteres zustimmte, sei es mir gestattet, den betreffenden Herren auf ihre Bemerkungen einiges zu erwidern.

I.

Hr. Lecher[1]) hat anlässlich des von mir beschriebenen elektromagnetischen Rotationsapparates diesen bekannten Fundamentalversuch der Elektricitätslehre als einen theoretischen und experimentellen Trugschluss erklärt; nach den theoretischen Ueberlegungen könne eine Rotation nie eintreten und die experimentell gezeigte Rotation habe ganz andere Ursachen als die bisher angenommenen. Ich muss gestehen, ich habe bei der Beschreibung des von mir nach einer Idee von Hrn. L. Fleischmann[2]) gebauten Apparates von einer Erklärung der Wirkungsweise ganz abgesehen, da ich bei einem so elementaren Apparate ein Eingehen auf die Theorie in diesen Annalen für überflüssig hielt. Hr. Lecher hat ganz recht, wenn er meint, dass der Apparat, insofern als sich die Röhre unter dem Einfluss der Magnete dreht, nur eine neue Form des alten Barlow'schen Rädchens ist; das ist jeder Apparat, der die Bewegung eines stromdurchflossenen Leiters in einem magnetischen Felde zeigt. Aber das alte Barlow'sche Rädchen gestattet nicht, die „Reaction", die entgegengesetzte Bewegung des Magneten unter dem Einflusse des Stromes zu zeigen. Diese zeigen der Pohl'sche Apparat und andere ähnlicher Art und ebenso der meinige, der mir vor den älteren Apparaten den Vorzug zu haben scheint, dass er beide Wirkungen gleichzeitig zu demonstriren gestattet.

1) E. Lecher, Wied. Ann. **69.** p. 781—787. 1899.

2) L. Fleischmann, Zeitschr. f. physik. und chem. Unterricht **8.** p. 361—363. 1895.

Aber Hr. Lecher wendet sich nicht gegen den Apparat, sondern gegen die landläufige Erklärung dieser Vorgänge. Nicht der Strom in a — vgl. Fig. 1 der genannten Abhandlung des Hrn. Lecher — soll durch seine Wirkung auf die Pole n und n' nach dem Biot-Savart'schen Gesetze die Rotation der Magnete bewirken, sondern die Ursache der Rotation soll im Drahte z zu suchen sein.[1]) Es ist mir ganz unverständlich, was Hr. Lecher mit diesem Ausspruche meint. Wenn ein Körper sich bewegt, so sucht man nach meiner Auffassung den Angriffspunkt der bewegenden Kraft immer am Körper selbst. Bewegen sich die Magnete, so thun sie es unter dem Einfluss derjenigen magnetischen Kräfte, die der Stromkreis am Orte des Magneten ausübt. Ständen die Magnete fest und drehte sich dafür der Stromleiter um die Axe a, so wäre es durchaus richtig, zu sagen, dass die bewegende Kraft, bedingt durch die Wirkung der magnetischen Kräfte der beiden Magnete auf den stromdurchflossenen Leiter, an diesem angreift. Steht aber der Leiter fest und bewegen sich die Magnete, so ist die bewegende Kraft die vom ganzen Stromkreis bedingte magnetische Kraft am Orte der Magnete, oder wenn wir uns diese durch ihre Pole ersetzt denken, am Orte der Pole n, n', s und s'. Auch in diesem Falle behaupten zu wollen, dass die Ursache in dem äusseren, feststehenden Leiter zu suchen sei, hätte nur dann einen Sinn, wenn man mit Preston annehmen wollte, dass die magnetischen Kraftlinien mit dem Magneten fest verbunden wären, und dass der äussere Leiter den Magneten dadurch bewegt, dass er die ihn schneidenden Kraftlinien zur Seite drückt. Aber Hr. Lecher ist selber in seiner ersten Abhandlung zu dem Schluss gekommen, dass die Vorstellung von den mit dem Magneten starr verbundenen Kraftlinien nicht richtig wäre. Ist sie das nicht — und ich selbst möchte sie unter keinen Umständen annehmen —, so könnte die Erklärungsweise des Hrn. Lecher nur noch im Sinne einer neuen Fernwirkungstheorie verständlich erscheinen, die ich doch für bedenklicher als alle älteren Fernwirkungstheorien halten möchte.

1) Vgl. auch die gleiche Darstellung in der ersten Abhandlung des Hrn. Lecher, Wied. Ann. **54.** p. 284. 1895.

Ich kann aber auch gar keine Schwierigkeit darin finden, sich die Dimensionen und die Anordnung der Apparate so zu denken, dass sich die Bewegungen auch quantitativ mit grosser Annäherung aus der einfachen Anwendung des Biot-Savart'schen Gesetzes berechnen lassen würden. Man denke sich z. B. beim alten Pohl'schen Apparat die Magnete ausserordentlich lang im Verhältnis zu ihrem Abstande von der Drehungsaxe; man denke sich ebenso den centralen Stromleiter (*a* in der Fig. 1 bei Lecher) von der Mitte der Magnete aus weit über deren Enden hinaus nach unten erstreckt, während von der die Magnete umschliessenden Quecksilberrinne aus der feste Leiter *z* sich zunächst horizontal bis in grosse Entfernung von den Magneten erstrecke, um erst dann umzubiegen und den Stromkreis zu schliessen. Unter solchen Verhältnissen entspricht das am Orte der Pole *n* und *n'* bestehende magnetische Feld offenbar mit grosser Annäherung der Verteilung der magnetischen Kraft um einen geradlinigen Stromleiter, während am Orte der Pole *s* und *s'* die Wirkung sehr nahe gleich Null ist.[1]) Einen völligen Ausschluss der Einwirkung des Stromes auf die einen Pole der Magnetsysteme erreicht man, wenn man nach Fleischmann den Stromleiter röhrenförmig bildet und die einen Pole in das Innere der Röhre hineinführt, dann entspricht das auf die äusseren Pole wirkende Feld genau dem Feld eines linearen Stromleiters, vorausgesetzt, dass die Röhre mit ihren centralen Fortsetzungen unendlich lang ist. Diese Bedingung ist bei meinem Apparate natürlich nicht erfüllt, ebensowenig wie die oben genannten ähnlichen Bedingungen bei den anderen Rotationsapparaten erfüllt sind. Infolge dessen ist die Verteilung der magnetischen Kraft keine gleichförmige, kreisförmige um den geraden Stromleiter herum, sondern ist durch die anderen Teile der Strombahn abgeändert. Allein diese Abweichungen stürzen doch nicht das Princip der ganzen Erklärung über den Haufen.

Aber Hr. Lecher hat einige Versuche ausgeführt, Abänderungen der bekannten Rotationsversuche, deren Ergebnis ihm gegen die übliche Erklärung dieser Vorgänge zu ent-

1) Vgl. die gleiche Darstellung bei P. Drude, Physik des Aethers p. 76. 1894.

scheiden scheint. Ich will im Folgenden beweisen, dass bei folgerichtiger Anwendung der üblichen Erklärungsweise das negative Ergebnis dieser Lecher'schen Versuche als durchaus selbstverständlich erscheint.

Ehe ich auf die Versuche eingehe, muss ich einige Formeln vorausschicken. Um einen unendlich langen geraden Stromleiter herum ist die magnetische Kraft kreisförmig angeordnet und die Feldstärke ist umgekehrt proportional dem Abstand vom Stromleiter. Ist daher ein Magnet drehbar um eine in den Stromleiter fallende Axe, ist m die Magnetismusmenge eines jeden seiner Pole, sind r_1 und r_2 ihre Abstände vom Stromleiter und δ die Stromstärke in elektromagnetischem Maasse, so ist die auf die Pole wirkende Kraft $+ 2 m J/r_1$ und $- 2 m J/r_2$, und das entsprechende Drehungsmoment ist $+2 m J$ bez. $-2 m J$, also unabhängig von der Entfernung des Poles vom Leiter. Denkt man sich umgekehrt den einen Pol in der Axe und den Leiter um ihn drehbar, wie beim Faraday'schen Rotationsversuch, so würde sich der Leiter in demselben Sinne um den Pol, wie vorher derselbe Pol um den Leiter drehen, mit demselben Drehungsmoment $2 m J$, wenn der Leiter unendlich lang ist im Verhältnis zur Entfernung des Poles von dem Leiter. Oder ganz allgemein: zwischen einem geradlinigen Strom und jedem der beiden Pole eines Magneten besteht eine Wechselwirkung in der Form eines Drehungsmomentes von der Grösse $2 m J$. Die beiden Drehungsmomente sind entgegengesetzt. Schaltet man die Wirkung des einen Poles durch einen der erwähnten Kunstgriffe aus, so tritt das für den anderen Pol geltende Drehungsmoment als Rotation von Strom und Pol um einander in Wirksamkeit.

Wir denken uns nun einen Strom, der durch einen langen geraden Magneten hindurchströmt. Er trete aus der Endfläche des Magneten aus, indem er hier etwa in einen Kupferleiter von gleichem Querschnitt übertritt, der ihn geradlinig bis in unendliche Entfernung fortleite. Den Magnetismus des an der Austrittsstelle des Stromes gelegenen Magnetpoles können wir uns als eine magnetische Belegung der Endfläche mit der magnetischen Dichtigkeit μ denken. Die Stromdichtigkeit in einem Elemente der Endfläche sei j. Dann besteht zwischen je zwei Elementen df_1 und df_2 der Endfläche ein

Drehungsmoment von der Stärke $2\mu df_1 j df_2$. Für alle Elementenpaare haben die Drehungsmomente die gleiche Richtung und setzen sich daher zu einem resultirenden Drehungsmoment

$$M = 2 \int\int \mu df_1 j . df_2$$

zusammen, bei dem die Integration zweimal über die ganze Fläche zu erstrecken ist. Da die beiden Eigenschaften der Flächenelemente, die magnetische Belegung und die Stromdichtigkeit ganz unabhängig voneinander sind, so sind die Integrationen einzeln hintereinander ausführbar und ergeben

$$M = 2 m J,$$

unter m die ganze auf die Endfläche verteilte Magnetismusmenge, unter J die ganze durch die Endfläche fliessende Stromstärke verstanden. Das Drehungsmoment hat also auch hier die gleiche Grösse wie in den vorher betrachteten Fällen und ist ganz unabhängig davon, wie Strom und Magnetismus in dem Magneten verteilt sind. Tritt der Strom durch die eine Polfläche ein, durch die andere aus, so heben sich die beiden Drehungsmomente auf. Soll das eine Drehungsmoment zur Wirkung kommen, so muss der Strom dem Magneten in seiner Mitte zugeführt werden, wie es bei dem bekannten Versuche mit dem um seine Axe rotirenden Magneten geschieht.

Nach diesen allgemeinen Feststellungen können wir die von Hrn. Lecher ausgeprobten Versuchsanordnungen näher betrachten, zunächst Fig. 3a seiner Abhandlung. [1]) Der Strom steigt in dem feststehenden centralen Leiter in die Höhe, geht durch einen beweglichen Arm nach der Mitte des Magneten, von hier aber nicht zur Quecksilberrinne, sondern steigt durch die obere Hälfte des Magneten auf und geht durch die Endfläche in einen Leiter über, der ihn zunächst weiter und dann nach der Axe zurückleitet. Hier steht der untere (Nord-)Pol offenbar im wesentlichen unter dem Einfluss des Stromes im centralen Leiter $a a'$ und erzeugt ein Drehungsmoment $2 m J$ entgegen dem Sinne des Uhrzeigers; der durch den Südpol austretende Strom dagegen bedingt, entsprechend dem obigen Satze, ein ebenso grosses, aber entgegengesetztes Drehungsmoment. Eine Rotation kann also nicht eintreten. Dieses

1) l. c. p. 783.

Resultat ändert sich auch nicht, wenn man symmetrisch zu dem ersten einen zweiten gleichen Magneten (in q) anbringt. Denn die dadurch hinzukommenden Drehungsmomente sind wiederum gleich und entgegengesetzt; einerseits erzeugt der Strom in $a\,a'$ an dem Nordpol des zweiten Magneten ein Drehungsmoment $2\,m'\,J$, andererseits besteht zwischen dem Südpol des zweiten Magneten und dem durch den ersten Magneten aufwärtsfliessenden Strom ein Drehungsmoment von der gleichen Grösse $2\,m'\,J$, aber der umgekehrten Richtung. Nehmen wir endlich an, dass der Strom, wie bei der Lecher'schen Anordnung Fig. 1 [1]), gleichzeitig durch die oberen Hälften beider Magnete nach oben fliesse, so sind die Verhältnisse in der unteren Hälfte des Apparates die gleichen, wie bei der eben betrachteten Anordnung, und das ganze gegen den Sinn des Uhrzeigers wirkende Drehungsmoment hat den Betrag $2\,(m + m')\,J$. In der oberen Hälfte des Apparates ist die Stromstärke in jedem der beiden die Ableitung vermittelnden Magneten nur noch $J/2$. Daher ist das Drehungsmoment, das aus der Wechselwirkung des Südpols des ersten Magneten, mit dem ihm durchsetzenden Strome entsteht, nur noch $m.J$; ebenso für den zweiten Magneten $m'\,J$. Dazu kommen aber noch die Drehungsmomente, die aus der Wechselwirkung des durch den ersten Magneten fliessenden Stromes auf den Südpol des zweiten, und des durch den zweiten Magneten fliessenden Stromes auf den Südpol des ersten entstehen; diese haben wiederum die Grössen $m'\,J$ und $m\,J$, sodass das gesamte, dem Drehungsmoment der unteren Hälfte entgegengerichtete Drehungsmoment der oberen Hälfte ebenfalls $= 2\,(m + m')\,J$ wird. Das gesamte auf den Apparat wirkende Drehungsmoment ist also Null. Hr. Lecher glaubt mit diesen Versuchen zu zeigen, dass der alte Pohl'sche Versuch theoretisch und experimentell falsch ist. Ich kann nur finden, dass Hr. Lecher in seinen Betrachtungen selber die Trugschlüsse gemacht hat, die er anderen vorwirft, und ich möchte schliesslich mit aller Entschiedenheit dafür plaidiren, dass der gute, alte Pohl'sche Versuch aus unseren Lehrbüchern *nicht* gestrichen, sondern mit seiner alten, und im Grunde ganz richtigen Erklärung beibehalten wird, als eine

1) l. c. p. 781.

der besten Veranschaulichungen der Eigentümlichkeiten, die das magnetische Feld eines linearen Leiters aufweist.

II.

In einem der letzten Hefte der Annalen hat Hr. Grützner eine Vergleichung seiner elektrolytischen Methode zur Aufzeichnung elektrischer Ströme mit der von mir bei elektrischen Schwingungen benutzten elektrostatischen Methode veröffentlicht und ist dabei zu dem Ergebnis gekommen, dass meine Methode in einer Reihe von Fällen versagt, in denen die seine sich als gut anwendbar erwiesen hätte. Ich benutze zunächst gern die Gelegenheit, meine Bemerkung über die Methode des Hrn. Grützner in meiner früheren Arbeit richtig zu stellen; denn ich muss anerkennen, nach den zahlreichen hübschen Proben die Hr. Grützner mitteilt, dass die Methode entschieden exacter arbeitet und vielseitiger anwendbar ist, als ich es ohne genauere Kenntnis ihrer richtigen Ausführung erwartet hatte. Wenn aber Hr. Grützner mit der elektrostatischen Methode in mehreren Fällen nicht zum Ziele gekommen ist, so liegt das vielleicht einige Male an der Methode, die allerdings bei schwachen Kräften eine subtile Handhabung erfordert; in der Mehrzahl der Fälle aber liegt das Misslingen an einer ganz unrichtigen Anwendung der Methode. Ich muss vor allem darauf hinweisen, dass meine Methode gar keine „Ströme“ aufzeichnet, wie sich Hr. Grützner immer ausdrückt, sondern nur Spannungen. Zwischen der Schreibspitze und der Platte gehen ja doch keine Ströme durch die Asphaltschicht hindurch, sondern entstehen nur Ladungen, die sich bei Bewegung der Spitze auf die Asphaltschicht übertragen. Bei der Grützner'schen Methode aber liegt das angefeuchtete Papier als Leiter von mässigem Widerstand zwischen den Schreibspitzen und lässt schon bei geringen elektromotorischen Kräften Stromstärken entstehen, deren elektrolytische Wirkung merkliche Jodspuren hervorruft. Die hierfür erforderlichen Elektricitätsmengen dürften allerdings nicht ausserordentlich viel geringer, wie Hr. Grützner meint, sondern erheblich grösser als diejenigen sein, welche bei der elektrostatischen Methode an der Lackschicht haften bleiben. Doch kommt es auf die Elektricitätsmenge bei der Vergleichung der beiden

Methoden insofern nicht an, als eben die Fälle, in denen die beiden Methoden verwendbar sind, wegen der verschiedenen Bedingungen, die sie schaffen, ganz verschieden sind. Die elektrolytische Methode zeichnet stets den wirklichen Stromverlauf, auch dann, wenn die den Strom bedingende elektromotorische Kraft nur vorübergehend durch einen Inductionsstoss hervorgerufen wird; sie giebt daher auch gute Aufzeichnungen des Extrastromes einer Spirale, ebenso des Oeffnungs- und des Schliessungsinductionsstromes in der secundären Spule eines Inductionsapparates. Ersetzt man aber in diesen letzteren Fällen das angefeuchtete Papier durch die isolirende Lackschicht, so erfolgt der Inductionsstoss nunmehr in einer offenen Spule. An ihren Enden sammeln sich Ladungen, die sich nicht mehr in einem *Strome* ausgleichen, sondern in die Spule zurückfliessen und in bekannter Weise eine Reihe hin- und hergehender Schwingungen ausführen. Diese Schwingungen haben sich in den von Hrn. Grützner studirten Fällen infolge der geringen Selbstinduction seiner Spulen und des Fehlens einer Capacität an den offenen Enden der Spulen offenbar ausserordentlich rasch vollzogen. Um diese ebenso wie die von mir untersuchten langsamen elektrischen Schwingungen nach der elektrostatischen Methode aufzuzeichnen, müsste die Lackschicht gegen die Schreibspitze oder umgekehrt eine wohl kaum zu verwirklichende Geschwindigkeit besitzen. Bei langsamer Bewegung neutralisiren sich die aufeinander folgenden entgegengesetzten Ladungen und ihre Wirkung auf die Platte ist überhaupt nicht nachzuweisen. Sind aber die Schwingungen stark gedämpft, und die Anfangsspannungen so stark, dass die Ladungen vom Berührungspunkte der Schreibspitze aus sich etwas über die Platte hinweg ausbreiten, so entstehen zusammengesetzte Lichtenberg'sche Figuren, wie sie zuerst Hr. v. Bezold beschrieben hat.[1]) Die von Hrn. Grützner in Fig. 17 abgebildeten Staubfiguren sind nichts anderes als diese wohlbekannten, ineinander gefügten Lichtenberg'schen Figuren, nur von sehr geringen Dimensionen, entsprechend der schwachen Wirkung des angewandten Inductoriums. Dass Hr. Grützner diese Figuren erhielt, ist der

1) W. v. Bezold, Pogg. Ann. **140.** p. 145—159. 1870.

beste Beweis dafür, dass er es mit oscillatorischen Vorgängen in seiner Spule zu thun hatte. Ich brauche kaum hinzuzufügen, dass für solche Fälle freier elektrischer Schwingungen die elektrolytische Methode principiell versagt, weil sie die Ladungen von vornherein zum Ausgleich bringt, genau ebenso, wie die elektrostatische Methode nicht gestattet, jene Ausgleichsströme aufzuzeichnen, weil sie sie gar nicht zu stande kommen lässt. Jede der beiden Methoden hat eben ihre Grenzen, und es heisst Unmögliches verlangen, wenn man sie ausserhalb derselben benutzen will.

Greifswald, Mai 1900.

(Eingegangen 7. Juni 1900.)

13. *Elektromotorische Kraft des Westonelementes, Bemerkung zu einer Arbeit des Hrn. W. Marek; von Ernst Cohen.*

Vor kurzem gab Hr. Marek[1]) eine tabellarische Uebersicht der Werte der elektromotorischen Kraft der Clark- und Westonnormalelemente, welche hauptsächlich zum Gebrauch im Laboratorium bestimmt ist.

Die Benutzung der dort für das Westonelement gegebenen Tabelle kann nun zu groben Irrtümern führen.

Hr. Marek hat nämlich übersehen, dass Jaeger und Wachsmuth[2]) in ihrer diesbezüglichen Veröffentlichung die Benutzung der Formel[3])

$$E_t = 1{,}0186 - 38{,}0\,(t-20)\,10^{-6} - 0{,}65\,(t-20)^2\,10^{-6}$$

auf das Temperaturintervall 5—26° C. beschränken, mit Hinsicht auf gewisse Abweichungen, welche sie unterhalb 5° C. gefunden hatten. Später habe ich in Gemeinschaft mit Hrn. Ph. Kohnstamm nachgewiesen[4]), dass es als unzulässig zu bezeichnen ist, das Westonelement in der von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt hergestellten Form (d. h. mit festem $CdSO_4 . {}^8/_3 H_2O$ als Bodenkörper) unterhalb 15° C. zu benutzen.

Die von Hrn. Marek berechneten Werte unterhalb 15° C. und oberhalb 26° C. hatten somit schon zu der Zeit, wo die betreffende Tabelle berechnet wurde, keine reelle Bedeutung mehr. Ich habe nun aber in einer demnächst in der „Zeitschrift für physikalische Chemie" erscheinenden Arbeit nachgewiesen, dass sowohl das von Jaeger und Wachsmuth studirte Westonelement wie dasjenige, welches von der European-Weston

1) W. Marek, Ann. d. Phys. 1. p. 617. 1900.
2) W. Jaeger u. R. Wachsmuth, Wied. Ann. 59. p. 575. 1896.
3) Bei Hrn. Marek steht $t - 15$ statt $t - 20$.
4) Ph. Kohnstamm u. Ernst Cohen, Wied. Ann. 65. p. 344. 1898.

Electrical Instrument Co. angefertigt wird, zwischen 0° C. und etwa 23° C. ein vollständig *metastabiles* Gebilde ist und daher innerhalb dieses Temperaturintervalls als Normalelement als unbrauchbar bezeichnet werden muss. Es bleibt demnach nur der Teil der Tabelle, welcher sich auf die Temperaturen von 23—26° C. bezieht, für die Praxis von Bedeutung.

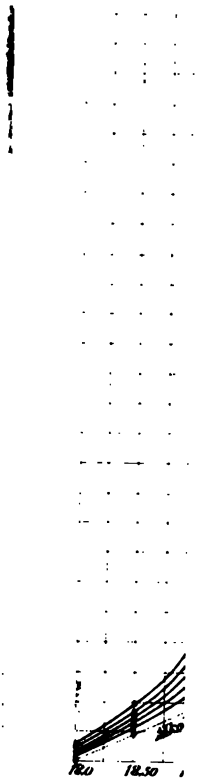
Nähere Einzelheiten finden sich in der genannten Abhandlung.

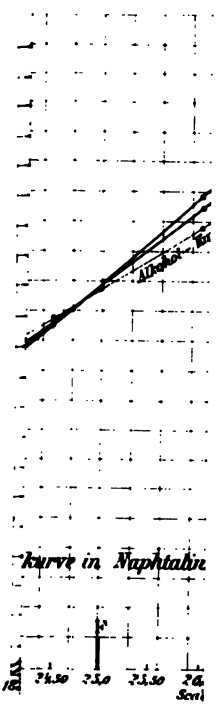
Amsterdam, Chem. Universitätslaborat., Juni 1900.

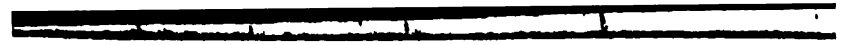
(Eingegangen 16. Juni 1900.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Fig. 4.




kurve in Naphtalin



8
23
33
53
68
83

8
13
18
3
8

10 A.

10 B.

18 A.

12.

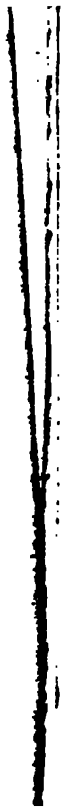
13.

18 B.

10A. 12. 10B. 13. 18A. B.

Lith. Anst. v. C. Kurs, Leipzig.

P. A.



To avoid fine, this book should be returned on
or before the date last stamped below

PHYSICS LIBRARY

PHYSICS - MAin

530.5
AL13
SER 4
V.2